



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA DE FÍSICO MATEMÁTICAS

TÍTULO

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERÍODO 2015-2016

UNL-FEAC
510.7
R175a

Tesis previa a la obtención del Grado de Licenciada en Ciencias de la Educación, Mención: Físico Matemáticas

AUTORA

Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

DIRECTOR DE TESIS

Ing. Héctor Oswaldo Salcedo López Mgtr.

Loja - Ecuador

2017

CERTIFICACIÓN

Ing. Héctor Oswaldo Salcedo López Mgtr.

DOCENTE DE LA CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS DE LA FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA.

CERTIFICA:

Haber asesorado y monitoreado con pertinencia y rigurosidad científica la ejecución del proyecto de tesis APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERÍODO 2015-2016, de autoría de la señorita MARIUXI CECIBEL RAMOS RAMOS, previa a la obtención del grado de Licenciada en Ciencias de la Educación, Mención: Físico Matemáticas.

Por lo que se autoriza su presentación, defensa y demás trámites correspondientes a la obtención del grado de licenciatura.

Loja, Mayo de 2017



Ing. Héctor Oswaldo Salcedo López Mgtr.

DIRECTOR DE TESIS

AUTORÍA

Yo, Mariuxi Cecibel Ramos Ramos, declaro ser la autora de la presente tesis y eximo expresamente a la Universidad Nacional de Loja y a sus representantes jurídicos de posibles reclamos o acciones legales por el contenido de la misma.

Adicionalmente declaro y autorizo a la Universidad Nacional de Loja, la publicación de mi tesis en el Repositorio Institucional – Biblioteca Virtual.

Autora: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

Firma:



Cédula: 1104997489

Fecha: Loja, Mayo de 2017

CARTA DE AUTORIZACIÓN DE TESIS POR PARTE DE LA AUTORA, PARA LA CONSULTA, REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL TEXTO COMPLETO.

Yo, Mariuxi Cecibel Ramos Ramos, declaro ser la autora de la tesis intitulada APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERÍODO 2015-2016, como requisito para optar al grado de Licenciada en Ciencias de la Educación, Mención: Físico Matemáticas; autorizo al Sistema Bibliotecario de la Universidad Nacional de Loja para que con fines académicos, muestre al mundo la producción intelectual de la Universidad, a través de la visibilidad de su contenido en el repositorio Digital Institucional.

Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo en RDI, en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad.

La Universidad Nacional de Loja, no se responsabiliza por el plagio o copia de tesis que realice un tercero.

Para constancia de esta autorización, en la ciudad de Loja a los diecinueve días del mes de mayo de dos mil diecisiete.

Firma.....

Autora: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

Cédula: 1104997489

Dirección: Loja, calle Gualal entre Av. 8 de diciembre y Chuquiribamba

Correo electrónico: mariuxi-6784@hotmail.com

Celular: 0997563670

DATOS COMPLEMENTARIOS:

Director de Tesis: Ing. Héctor Oswaldo Salcedo López Mgtr

Tribunal de Grado:

Presidenta: Dra. Rosario del Cisne Zaruma Hidalgo Mg, Sc.

Primer Vocal: Dr. Luis Guillermo Salina Villavicencio Mg, Sc.

Segundo Vocal: Dr. Manuel Lizardo Tusa Tusa Phd.

AGRADECIMIENTO

Expreso mi sincero agradecimiento a Dios Todopoderoso por brindarme la oportunidad de obtener otro triunfo personal, y darme salud, sabiduría y entendimiento para lograr esta meta.

A la Universidad Nacional de Loja, a la Facultad de la Educación, el Arte y la Comunicación, especialmente a la Carrera de Físico Matemáticas por brindarme los conocimientos y la experiencia necesaria para el desarrollo y práctica profesional.

Al Director de Tesis Ing. Héctor Salcedo Mgtr, quien me orientó y asesoró a través de sus conocimientos, sugerencias y habilidades que fueron necesarias y pertinentes para la concreción del presente trabajo de investigación.

Agradezco también a las autoridades, personal docente y estudiantes del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado, de la ciudad de Loja, por su colaboración en la investigación de campo y en el desarrollo de los talleres descritos en la investigación.

La Autora

DEDICATORIA

A mi adorada hija Camila Abigail, para quien ningún sacrificio es suficiente, quien con su luz ha iluminado mi vida y hace mi camino más claro en busca de un mejor futuro.

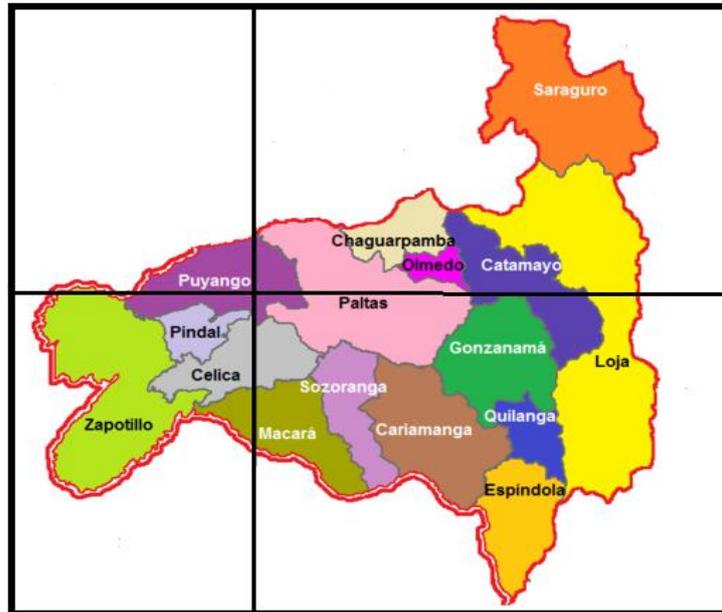
A mis queridos y apreciados padres, Cristobal Eladio y Martha Ofelia, quienes a lo largo de mi vida han velado por mi bienestar y educación siendo mí apoyo en todo momento, depositando su entera confianza en cada reto que se me presentaba sin dudar ni un solo momento en mi inteligencia y capacidad.

La Autora

MATRIZ DE ÁMBITO GEOGRÁFICO

ÁMBITO GEOGRÁFICO DE LA INVESTIGACIÓN											
BIBLIOTECA: FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN											
TIPO DE DOCUMENTO	AUTOR/NOMBRE DEL DOCUMENTO	FUENTE	FECHA AÑO	ÁMBITO GEOGRÁFICO						OTRAS DESAGREGACIONES	OTRAS OBSERVACIONES
				NACIONAL	REGIONAL	PROVINCIA	CANTÓN	PARROQUIA	BARRIO COMUNIDAD		
TESIS	Mariuxi Cecibel Ramos Ramos APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERÍODO 2015-2016	UNL	2017	ECUADOR	ZONA 7	LOJA	LOJA	SAN SEBASTIÁN	SAN SEBASTIÁN	CD	Licenciada en Ciencias de la Educación, Mención: Físico Matemáticas

MAPA GEOGRÁFICO Y CROQUIS UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL CANTÓN DE LOJA



Fuente: <http://goo.gl/EVqnRX>

CROQUIS DE LA INVESTIGACIÓN COLEGIO DE BACHILLERATO “PÍO JARAMILLO ALVARADO”



FUENTE: <http://goo.gl/zntlwi>

ESQUEMA DE TESIS

- i. PORTADA**
- ii. CERTIFICACIÓN**
- iii. AUTORÍA**
- iv. CARTA DE AUTORIZACIÓN**
- v. AGRADECIMIENTO**
- vi. DEDICATORIA**
- vii. MATRIZ DE ÁMBITO GEOGRÁFICO**
- viii. MAPA GEOGRÁFICO Y CROQUIS**
- ix. ESQUEMA DE TESIS**
 - a. TÍTULO**
 - b. RESUMEN (CASTELLANO E INGLES) SUMMARY**
 - c. INTRODUCCIÓN**
 - d. REVISIÓN DE LITERATURA**
 - e. MATERIALES Y MÉTODOS**
 - f. RESULTADOS**
 - g. DISCUSIÓN**
 - h. CONCLUSIONES**
 - i. RECOMENDACIONES**
 - j. BIBLIOGRAFÍA**
 - k. ANEXOS**
 - **PROYECTO DE TESIS**
 - **OTROS ANEXOS**

a. TÍTULO

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERÍODO 2015-2016.

b. RESUMEN

La presente investigación tiene por objeto investigar la aplicación del método de Pólya para mejorar el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, período 2015-2016. El objetivo del proceso de investigación se planteó de la siguiente manera, mejorar el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas mediante la aplicación del método de Pólya. La investigación respondió a un diseño descriptivo (diagnóstico) y pre experimental. Las fases que se utilizaron en su orden fueron las siguientes: comprensivo, diagnóstico, de modelos, de aplicación y de valoración de la efectividad del aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, esto comprobado con la prueba estadística Signo Rango de Wilcoxon, lo que permitió evidenciar y mitigar las dificultades, carencias y necesidades presentes en el aprendizaje. Con la investigación se evidenció que los estudiantes presentan dificultad en la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas, además, que la aplicación del método de Pólya permite desarrollar en los estudiantes la capacidad de resolver problemas de funciones lineales y cuadráticas, facilitando su aprendizaje. Los principales resultados a los que se llegaron como producto del proceso de investigación son los siguientes: en el proceso educativo la metodología aplicada no permite a los estudiantes internalizar el contenido de funciones lineales y cuadráticas. Sin embargo mediante la aplicación del método de Pólya de una manera adecuada sirve para mejorar el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado.

SUMMARY

The present research aims to investigate the application of the Pólya method to improve the learning of linear and quadratic functions in first year students of Unified General Baccalaureate of the Pío Jaramillo Alvarado Baccalaureate of the city of Loja, period 2015-2016. The aim of the research process was to improve the learning of linear and quadratic functions by applying the Pólya Method. The research responded to a descriptive (diagnostic) and pre-experimental design. The phases that were used in their order were the following: comprehensive, diagnostic, modeling, application and evaluation of the effectiveness of linear and quadratic function learning, as verified by the Wilcoxon rank test, And mitigate the difficulties, deficiencies and needs present in learning. The research showed that students present difficulties in solving problems of linear and quadratic functions. In addition, the application of the Pólya method allows students to develop the ability to solve problems of linear and quadratic functions, facilitating their learning. The main results obtained as a result of the research process are as follows: in the educational process the applied methodology does not allow students to internalize the content of linear and quadratic functions. However, by applying the Pólya method adequately serves to improve the learning of linear and quadratic functions in first year students of unified general baccalaureate.

c. INTRODUCCIÓN

En el contexto educativo ecuatoriano, una de las asignaturas de mayor índice de reprobación es la Matemática; las mayores dificultades para los estudiantes es la resolución de problemas, ya que sólo se les ha enseñado a actuar de forma mecánica y repetitiva. La metodología empleada en matemática, es un elemento importante para el logro satisfactorio de aprendizajes en los estudiantes porque desarrollan una forma de pensamiento que les permite reconocer, plantear y resolver problemas.

En esta investigación se busca determinar los procesos que desarrolla la aplicación del Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos y las ventajas de aplicar dicho método en el tratamiento de las funciones lineales y cuadráticas en el aprendizaje de los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado del colegio de bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja. Se debe tomar conciencia acerca de la problemática vivida en torno a este tema, pero también es necesario tomar las medidas necesarias para lograr el mejoramiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje matemático.

Los objetivos específicos de la investigación se formularon en los siguientes términos: realizar una perspectiva teórica del método de Pólya para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, realizar un diagnóstico de las deficiencias de métodos de enseñanza para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, diseñar y valorar la efectividad de un modelo alternativo basado en el método de George Pólya mediante la utilización del taller como estrategia didáctica en la potenciación del aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas.

Entre los principales métodos utilizados están: científico, deductivo, analítico y sintético, la técnica que se utilizó en la investigación es la encuesta.

Las principales conclusiones a la que se llegó al término de la investigación son: que con el apoyo del método Pólya se evidencia que el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas se vuelve más factible para los estudiantes ya que les permite razonar y descubrir nuevas formas de resolver un problema empleando estrategias que le sean útiles en este proceso.

El informe de investigación está estructurado en coherencia con lo dispuesto en el art. 151 del Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja, en vigencia, comprende los siguientes elementos: el título contiene las principales variables del problema, el resumen está constituido por una breve descripción del tema, el objetivo general y los principales resultados, en la introducción se enuncia el problema, los objetivos específicos, las principales conclusiones y una descripción rápida de cada uno de los elementos que constituyen el informe de investigación, la revisión de literatura hace referencia a los fundamentos teóricos que sustentan la explicación del problema de investigación, los materiales y métodos contiene los recursos materiales que se utilizaron en el proceso investigativo y los métodos empleados en el mismo, en los resultados se hace el análisis e interpretación de los datos, la discusión se basa en el diagnóstico de necesidades, dificultades, obstáculos y obsolescencias que se presentan en el tratamiento de las funciones lineales y cuadráticas y la valoración de z con la prueba Signo Rango de Wilcoxon, las conclusiones y recomendaciones están elaborados en base a los resultados obtenidos en el proceso investigativo, la bibliografía contiene las principales fuentes de información que sirvió para la elaboración de la revisión de literatura y finalmente en anexos se hace constar el proyecto aprobado por las instancias institucionales pertinentes.

d. REVISIÓN DE LITERATURA

1. MÉTODO DE PÓLYA

1.1 GENERALIDADES

Polya plantea su método en la actividad de resolución de problema como un arte en el que la imitación del maestro y la práctica ayudan a interiorizar en el alumno un modo de hacer. El método de Pólya ha ayudado a muchos profesores a redescubrir el sentido de la educación matemática y a los investigadores a poner los cimientos de una teoría que explique el proceso de resolución de problemas. (Cáceres González, 2004)

Bajo la premisa de que “un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de un problema hay un cierto descubrimiento” el autor mediante su método trata de motivar y despertar el ingenio del lector para posicionarlo con buen ánimo ante problemas que esperan ser resueltos.

El problema que plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimirle una huella imperecedera en la mente y en el carácter. (García C. , 2005)

Considero que si un profesor de matemáticas dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes tal como plantea el método de Pólya, podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente.

1.2 ORIGEN

(Miller, 2006) comenta que el 13 de diciembre de 1887 en Hungría nació un científico matemático llamado George Pólya. Estudió en la Universidad de Budapest; donde abordó temas de probabilidad. Luego en 1940 llegó a la Universidad de Brown en E.U.A. y pasó a la Universidad de Stanford en 1942 como maestro. Elaboró tres libros y más de 256 documentos, donde indicaba que para entender algo se tiene que comprender el problema.

George Pólya investigó muchos enfoques, propuestas y teorías; su teoría más importante fue la Combinatoria. El interés en el proceso del descubrimiento y los resultados matemáticos llegaron en él, despertar el interés en su obra más importante la resolución de problemas. Se enfatizaba en el proceso de descubrimiento más que desarrollar ejercicios sistematizados.

Las aportaciones de Pólya incluyen más de 250 documentos matemáticos y tres libros que promueven un acercamiento al conocimiento y desarrollo de estrategias en la solución de problemas. Su famoso libro *Cómo Plantear y Resolver Problemas* que se ha traducido a 15 idiomas, introduce su método de cuatro pasos junto con la heurística y estrategias específicas útiles en la solución de problemas. Otros trabajos importantes de Pólya son *Descubrimiento Matemático*, Volúmenes I y II, y *Matemáticas y Razonamiento Plausible*, Volúmenes I y II. (Hernández, 1994)

Pólya después de tanto estudio matemático murió en 1985 a la edad de 97 años; enriqueció la matemática con un importante legado en la enseñanza en el área para resolver problemas, dejando diez mandamientos para los profesores de Matemática:

- Interés en la materia
- Conocimiento de la materia.
- Observar las expectativas y dificultades de los estudiantes.
- Descubrir e investigar.
- Promover actitudes mentales y el hábito del trabajo metódico.
- Permitir aprender a conjeturar.

- Permitir aprender a comprobar

Advertir que los rasgos del problema que tiene a la mano pueden ser útiles en la solución de problemas futuros.

No mostrar todo el secreto a la primera: dejar que los estudiantes hagan las conjeturas antes.

Sugerir; no obligar que lo traguen a la fuerza.

1.3 EL MÉTODO DE CUATRO PASOS DE PÓLYA

Este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello nos parece importante señalar alguna distinción entre "ejercicio" y "problema". Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio.

1.4 ETAPAS DEL MÉTODO DE PÓLYA

Pese a los años que han pasado desde la creación del método propuesto por Pólya, hoy día aún se considera como referente de alto interés acerca de la resolución de problemas. Las cuatro fases que componen el ciclo de programación concuerdan con los pasos descritos por Pólya para resolver problemas matemáticos" (Serentill, 2010)

1.4.1 Entender el problema.

El primer paso es indispensable porque es imposible resolver un problema del cual no se comprende el enunciado. Sin embargo en la práctica se ha visto a muchos estudiantes lanzarse a efectuar operaciones y aplicar fórmulas sin reflexionar siquiera un instante sobre lo que se les pide. (Serentill, 2010)

Pólya (1965), sostiene que "la laguna más frecuente al resolver un problema es

quizá la incompleta comprensión del problema”, producto de una falta de comprensión. Por tanto el punto de partida en la resolución de problemas es, justamente, la comprensión de lo que se plantea como problema, elemento que debe ser enfatizado en la enseñanza de la matemática, lo que conduce a buscar acciones que propicien la concentración de la atención de los elementos que integran el problema.

Es por esta razón que el primer paso trata de imaginarse el lugar, las personas, los datos, el problema. Para eso, hay que leer bien, replantear el problema con sus propias palabras, reconocer la información que proporciona, hacer gráficos, tablas. A veces se tiene que leer más de una vez.

Para esta etapa se siguen las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición?
- ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?
- ¿Es insuficiente?
- ¿Es redundante?
- ¿Es contradictoria?

1.4.2 Configurar un plan

El segundo paso es el más sutil y delicado, ya que no solamente está relacionada con los conocimientos y la esfera de lo racional, sino también con la imaginación y la creatividad.

En este paso se plantean las estrategias posibles para resolver el problema y seleccionar la más adecuada. Para Pólya (1965) en esta etapa del plan el problema debe relacionarse con problemas semejantes. También debe relacionarse con resultados útiles, y se debe determinar si se pueden usar problemas similares o sus resultados (aquí se subraya la importancia de los problemas análogos).

Algunas interrogantes útiles en esta etapa son:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
- ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado?
- ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma?
- ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente?

1.4.3 Ejecutar el plan

El tercer paso es de carácter más técnico. Si el plan está bien concebido, su realización es factible y poseemos los conocimientos y el entrenamiento necesarios, debería ser posible llevarlo a cabo sin contratiempos. Sin embargo por lo general en esta etapa se encontrarían dificultades que nos obligarían a regresar a la etapa anterior para realizar ajustes al plan o incluso para modificarlo por completo. Este proceso puede repetirse varias veces.

Durante este paso es primordial examinar todos los detalles y es parte importante recalcar la diferencia entre percibir que un paso es correcto y, por otro lado, demostrar que un paso es correcto. Es decir, es la diferencia que hay entre un problema por resolver y un problema por demostrar. (Rivarosa, 2006)

Por esta razón, se plantean aquí los siguientes cuestionamientos:

- ¿Puede ver claramente que el paso es correcto?
- ¿Puede demostrarlo?

Considero que se debe hacer un uso intensivo de esta serie de preguntas en cada momento. Estas preguntas van dirigidas sobre todo a lo que él llama problema por resolver y no tanto los problemas por demostrar. Cuando se tienen problemas por demostrar, entonces, cambia un poco el sentido. Esto es así porque ya no se habla de datos sino, más bien, de hipótesis. En realidad, el trabajo de Pólya es fundamentalmente orientado hacia los problemas por resolver.

1.4.4 Mirar hacia atrás

También denominada la etapa de la visión retrospectiva, en esta fase del proceso es muy importante detenerse a observar qué fue lo que se hizo; se

necesita verificar el resultado y el razonamiento.

Este paso es muchas veces omitido, incluso por solucionistas expertos. Pólya (1965) insiste mucho en su importancia, no solamente porque comprobar los pasos realizados y verificar su corrección nos puede ahorrar muchas sorpresas desagradables, sino porque la visión retrospectiva nos puede conducir a nuevos resultados que generalicen, amplíen o fortalezcan el que acabamos de hallar.

Se puede realizar las siguientes interrogantes:

- ¿Puede verificar el resultado?
- ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?
- ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Estas cuestiones dan una retroalimentación muy interesante para resolver otros problemas futuros: Pólya (1965), plantea que cuando se resuelve un problema (que es en sí el objetivo inmediato), también, se están creando habilidades posteriores para resolver cualquier tipo de problema.

Considero que cuando se hace la visión retrospectiva del problema que se resuelve, se puede utilizar tanto la solución que se encuentra como el método de solución; este último podrá convertirse en una nueva herramienta a la hora de enfrentar otro problema cualquiera. De hecho, es válido verificar si se puede obtener el resultado de otra manera; si bien es cierto que no hay una única forma o estrategia de resolver un problema pueden haber otras alternativas.

Precisamente, esta visión retrospectiva tiene por objetivo que veamos esta amplia gama de posibles caminos para resolver algún tipo de problema.

(Borragán, 2006) comenta que según Pólya, en la solución de un problema los estudiantes aplican las cuatro operaciones mentales de manera flexible; esto quiere decir; que éstos pasos no se trabajan necesariamente en una secuencia lineal.

2. FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

2.1 IMPORTANCIA DE LAS FUNCIONES LINEALES

La función lineal es de suma importancia en el estudio de las ciencias. Ella es el punto de partida para lograr obtener buenos modelos sobre el comportamiento de la naturaleza.

Su estudio constituye uno de los sustentos de la matemática actual. Se relaciona con la necesidad de considerar situaciones en las que distintas magnitudes variables están relacionadas entre sí, sabiendo que los valores que toman algunas de ellas dependen y están ligados a los valores de las demás. (Gascón, 1994)

Considero que la noción de correspondencia y la necesidad de establecer relaciones y dependencias, se presenta con frecuencia en nuestro quehacer diario.

2.2 IMPORTANCIA DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS

Las funciones cuadráticas son más que curiosidades algebraicas son ampliamente usadas en la ciencia, los negocios, y la ingeniería. La parábola con forma de U puede describir trayectorias de chorros de agua en una fuente y el botar de una pelota, o pueden ser incorporadas en estructuras como reflectores parabólicos que forman la base de los platos satelitales y faros de los carros. Las funciones cuadráticas ayudan a predecir ganancias y pérdidas en los negocios, graficar el curso de objetos en movimiento, y asistir en la determinación de valores mínimos y máximos. Muchos de los objetos que usamos hoy en día, desde los carros hasta los relojes, no existirían si alguien, en alguna parte, no hubiera aplicado funciones cuadráticas para su diseño. (Rivarosa, 2006)

2.3 DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS.

Representar funciones lineales, cuadráticas y definidas a trozos, mediante funciones de los dos tipos mencionados, por medio de tablas, gráficas, una ley de asignación y ecuaciones algebraicas

Reconocer el comportamiento local y global de funciones elementales de una variable a través del análisis de su dominio, recorrido, monotonía y simetría

Reconocer la gráfica de una función lineal como una recta, a partir del significado geométrico de los parámetros que definen a la función lineal

Reconocer la gráfica de una función cuadrática como una parábola a través del significado geométrico de los parámetros que la definen.

Determinar el comportamiento local y global de la función cuadrática a través del análisis de su dominio, recorrido, crecimiento, decrecimiento, concavidad y simetría, y de la interpretación geométrica de los parámetros que la definen. (Ministerio de educación 2013)

2.4 CONTENIDO DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

2.4.1 Función

Una función f es una relación definida de un conjunto A en un conjunto B , tal que a cada elemento de A le corresponde un único elemento de B mediante f .

Una función es un dispositivo de entrada- salida. Se proporciona un elemento (entrada) a una regla o ley matemática que la transforma en una imagen (salida). Una función es un tipo especial de relación que expresa como una cantidad (la salida) depende de otra (la entrada) (Engler, 2005).

Una función f es una función real cuando su dominio y su recorrido son el conjunto de los números reales o un subconjunto del mismo.

La gráfica de una función real f es el conjunto de puntos (x, y) del plano cartesiano cuyas coordenadas satisfacen la fórmula de la ecuación. Como no es

posible representar todos los puntos (pues son infinitos), entonces solo se ubican algunos de ellos y se unen mediante un trazo continuo. Así se obtiene una aproximación de la gráfica.

2.4.1.1 Dominio y recorrido de una función

El dominio de una función f , denotado por $D(f)$, es el conjunto de todos los valores que toma la variable independiente x . El rango o recorrido de una función f , denotado por $R(f)$, es el conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente y .

2.4.1.2 Formas para representar una función

Una función puede expresarse de diferentes maneras:

- Coloquial: a través de un enunciado o texto, mediante una descripción con palabras
- Numérica: utilizando una tabla de valores
- Visual : realizando la representación gráfica
- Algebraica: por medio de una ley o expresión matemática
- Una función puede representarse de las cuatro maneras descritas y es importante el pasaje de una forma a otra para interpretarla mejor.

2.4.2 Función lineal

Muchos fenómenos físicos, científicos y de la vida cotidiana pueden modelarse mediante funciones cuya expresión algebraica es de primer grado con una incógnita.

“Una función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuyo conjunto de llegada también todos los números reales, y cuya expresión analítica es un polinomio de primer grado”. (Aponte, 1998, p 16).

La función lineal se define por la ecuación :

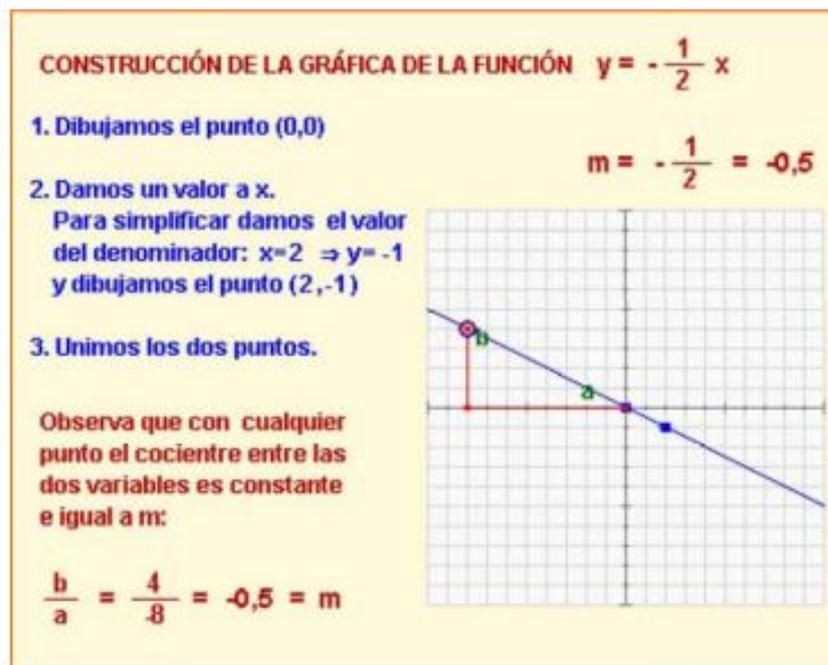
$$f(x) = mx \quad \text{ó} \quad y = mx$$

2.4.2.1 Características de la función lineal

Algunas características de la función lineal $f(x) = mx$ son las siguientes:

- Su gráfica es una línea recta que pasa por el origen, es decir, por el punto (0,0).
- El valor de m se llama constante de proporcionalidad.
- Si $m > 0$, la función es creciente y si $m < 0$, la función es decreciente.
- Su dominio y su rango coinciden con el conjunto \mathbb{R} .
- Es una función continua, es decir, no presenta saltos ni interrupciones en todo su dominio. (Chavéz, 2000)

Gráfico 1: Construcción de la gráfica de una función



Fuente: www.rekursostic.educación.es

2.4.3 Función afín

Se denomina función afín a toda función de la forma $y = mx + b$ donde m y b son constantes no nulas.

La pendiente, m , sigue siendo la constante de proporcionalidad y el término b se denomina ordenada en el origen porque es el valor que toma y (ordenada) cuando x vale 0 (abscisa en el origen). (Chavéz, 2000)

2.4.3.1 Características de la función afín

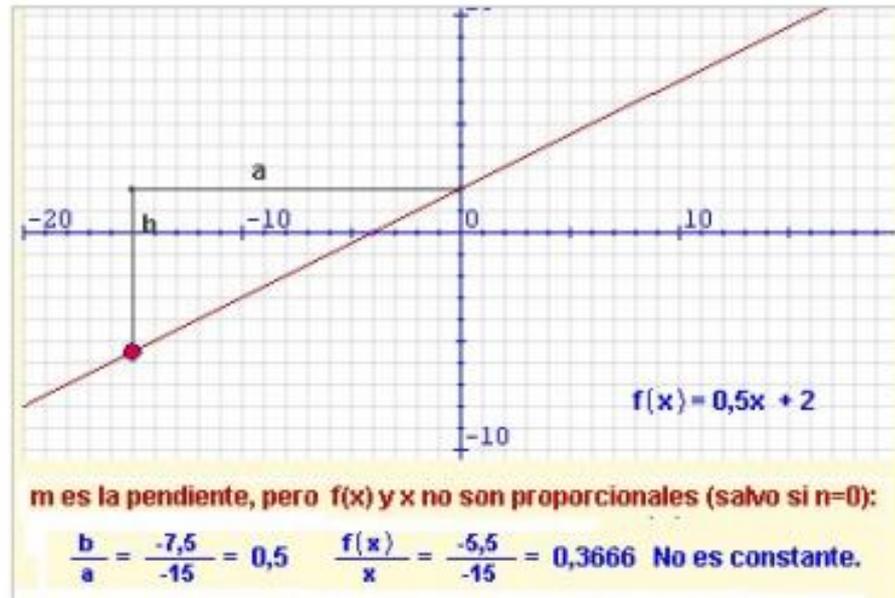
Las principales características de la función afín son:

- Su gráfica es una línea recta que pasa por el punto (0, b). Este se denomina

punto de corte con el eje de ordenadas.

- El número m se llama constante de proporcionalidad.
- Si $m > 0$, la función es creciente y si $m < 0$, la función es decreciente.
- Su dominio y su rango coinciden con el conjunto \mathbb{R} .
- Es una función continua. (Chavéz, 2000)

Gráfico 2: Representación gráfica de una función afín



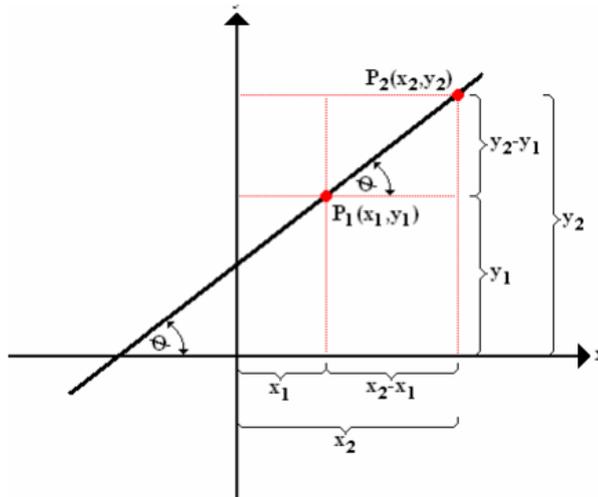
Fuente: www.recursostic.educación.es

2.4.4 Pendiente de una recta

La pendiente es la inclinación de la recta con respecto al eje de las abscisas. “Es el lugar geométrico de los puntos que describen una función de modo que si se toman dos puntos arbitrarios de esa función $P_1(X_1; Y_1)$ y $P_2(X_2; Y_2)$, se cumple que la pendiente m es siempre constante” (Proaño, 2010). Donde m se define como:

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

Gráfico 3: La línea recta

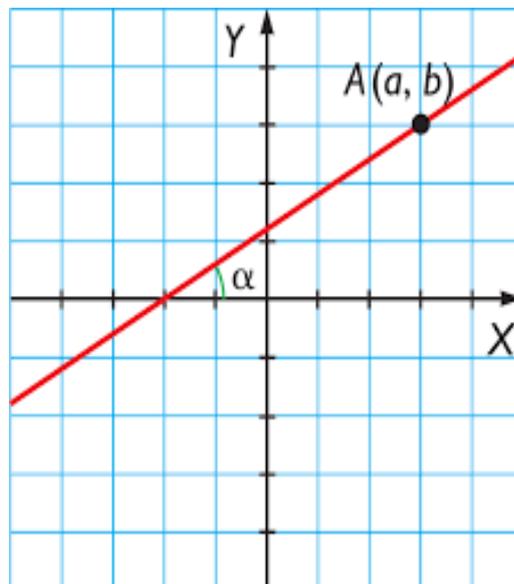


Fuente: www.Publiespe.espe.edu.ec
 Elaborado: Marcelo Romo Proaño M.Sc

2.4.4.1 Signo de la pendiente de una recta

Pendiente Positiva: Una recta que se eleva de izquierda a derecha tiene una pendiente positiva con un ángulo de inclinación agudo y mientras mayor es el valor de a , más vertical es.

Gráfico 4: Pendiente positiva

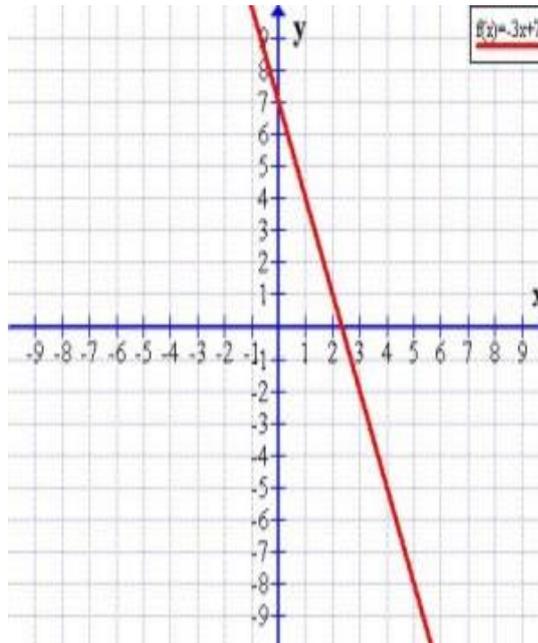


Fuente: www.Publiespe.espe.edu.ec
 Elaborado: Marcelo Romo Proaño M.Sc

Pendiente Negativa: Una recta que desciende de izquierda a derecha tiene una pendiente negativa, y el valor absoluto de a mide la cuantía de esta

inclinación

Gráfico 5: Pendiente negativa

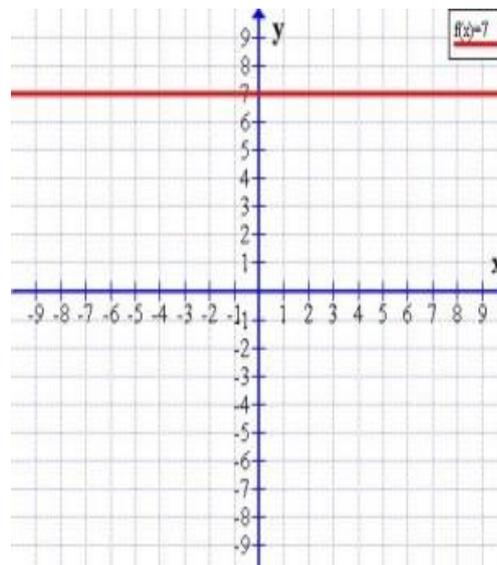


Fuente: www.Publiespe.espe.edu.ec

Elaborado: Marcelo Romo Proaño M.Sc

Pendiente Cero: Una pendiente que no se eleva ni desciende de izquierda a derecha tiene una pendiente cero

Gráfica 6: Pendiente cero



Fuente: www.Publiespe.espe.edu.ec

Elaborado: Marcelo Romo Proaño M.Sc

2.4.5 Posición relativa de dos recta en el plano

Paralelismo entre dos rectas: Como las rectas paralelas tienen la misma inclinación; entonces dos rectas son paralelas si y solo si sus pendientes son iguales, y el ángulo que forman entre ellas es de 0° o 180° .

Perpendicularidad entre dos rectas: Dos rectas son perpendiculares entre sí cuando el producto de sus pendientes es igual a -1 , y el ángulo que forman entre ellas es de 90°

Rectas secantes: Dos rectas que se cortan en un único punto sin formar ángulo recto son secantes.

2.4.5 Función cuadrática

La función cuadrática es una función muy común en Matemática. Se trata de una función de segundo grado: la "x" aparece elevada al cuadrado como máxima potencia. Su representación gráfica es una curva llamada "parábola", la cual presenta como punto característico al "vértice". En dicho punto la función pasa de ser creciente a decreciente o viceversa (Santiago, 2009).

"Una función cuadrática es una función que está definida por un polinomio de segundo grado en una variable" .

Una función cuadrática es una función de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Donde a, b y c son números reales y a no es igual a 0 .El dominio de una función cuadrática es el conjunto de todos los números reales.

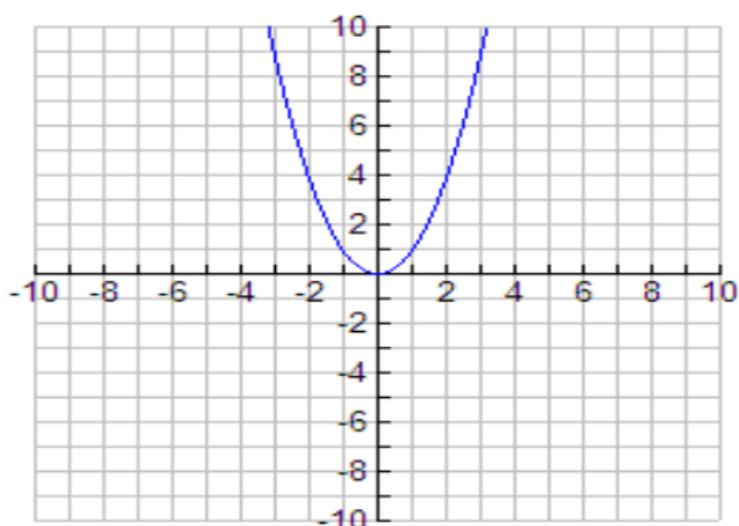
Dominio y recorrido de la función cuadrática: El dominio de una función cuadrática son los números reales, y el recorrido se toma desde el punto máximo o mínimo (Vértice da la parábola) hacia $+\infty$ o $-\infty$, según corresponda

2.4.5.1 Representación gráfica de una función cuadrática

La representación gráfica de la función cuadrática es una parábola que se caracteriza por tener los siguientes elementos:

- **Vértice (V):** punto donde la parábola alcanza su punto máximo.
- **Cortes de la parábola con los ejes coordenados (ceros de la función):** puntos donde el valor de la función es 0.
- **Eje de simetría:** recta paralela al eje Y, que pasa por la coordenada x del vértice.
- **Concavidad:** una parábola es cóncava hacia arriba si $a > 0$ o es cóncava hacia abajo si $a < 0$.

Gráfico 7: Función cuadrática



Fuente: www.facultad.bayamon.inter.edu

Funciones de la forma $f(x) = ax^2$

Una función definida por la expresión $f(x) = ax^2$ con $a \neq 0$, se conoce como función cuadrática con vértice en el origen.

Funciones de la forma $f(x) = ax^2 + c$

La parábola que describe la función $f(x) = ax^2 + c$ es una traslación vertical de c unidades de la parábola $f(x) = ax^2 + c$

Funciones de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$

La función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ es una función cuadrática en la cual a , b y c son todos diferentes de 0.

2.4.5.2 Tipos de soluciones de la función de segundo grado

- Si el discriminante es positivo: La raíz cuadrada de un número positivo es también positiva, con lo cual el doble signo de la raíz cuadrada lleva a dos raíces reales y distintas. La curva cortará entonces dos veces en su trayectoria real al eje "x".
- Si el discriminante es cero: La raíz cuadrada de cero es cero, con lo cual el doble signo de la raíz cuadrada lleva a dos raíces reales e iguales, o puede decirse una raíz real doble. La curva tocará entonces una sola vez al eje "x" sin atravesarlo. Puede verse que la curva "rebota" sin cruzar el eje de abscisas, o sea que tiene su vértice sobre dicho eje.
- Si el discriminante es negativo: La raíz cuadrada de un número negativo no tiene resultado en el campo real, con lo cual la solución son dos raíces complejas conjugadas. La curva no toca en este caso al eje "x" sino que se halla siempre por arriba o por debajo de dicho eje de abscisas.

e. MATERIALES Y MÉTODOS

Materiales

Los materiales utilizados en la investigación se presentan a continuación:

- Materiales de fotografía.
 - Cámara Digital
- Materiales de oficina.
 - Grapadora
 - Cinta
 - Perforadora
 - Tijeras
 - Esferos
 - Marcadores
- Materiales de producción y reproducción
 - Papel
 - Impresora
- Materiales didácticos, repuestos y accesorios.
 - Infocus
 - Computadora
 - Parlantes
 - Puntero láser
- Materiales de consulta.
 - Libros físicos
 - Libros virtuales
- Bienes muebles e inmuebles.
 - Espacio de biblioteca
- Gastos informáticos.
 - Sistemas informáticos
 - Servicios informáticos
 - Mantenimiento del equipo informático

Métodos

Como métodos se utilizaron los siguientes:

Método Científico: Se lo utilizó en la realización de la observación sistemática de los diferentes problemas de aprendizaje, en la medición de los datos, en la ejecución del método de Pólya y la evaluación del mismo.

Método Deductivo: Se lo utilizó en el análisis de resultados y elaboración de conclusiones, iniciando con un análisis previo de la realidad del aprendizaje en la que se encuentran los estudiantes y el entorno que se desenvuelven.

Método Analítico: Se lo utilizó para fundamentar la efectividad del método de Pólya para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, a través del modelo estadístico Signo Rango de Wilcoxon, analizando una serie de postulados que expresan relaciones entre las variables estudiadas de forma deductiva.

Método Sintético: Permitió recopilar la información sobre funciones lineales y cuadráticas y el método de Pólya las mismas que sirvió para el desarrollo de los talleres y elaboración de conclusiones y recomendaciones.

f. RESULTADOS

RESULTADOS DE LA ENCUESTA DE DIAGNÓSTICO APLICADA A 32 ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO PARALELO “B” Y A LA DOCENTE DE MATEMÁTICAS DEL MISMO PARALELO.

ENCUESTA A ESTUDIANTES

1. ¿Qué es para usted un problema matemático?

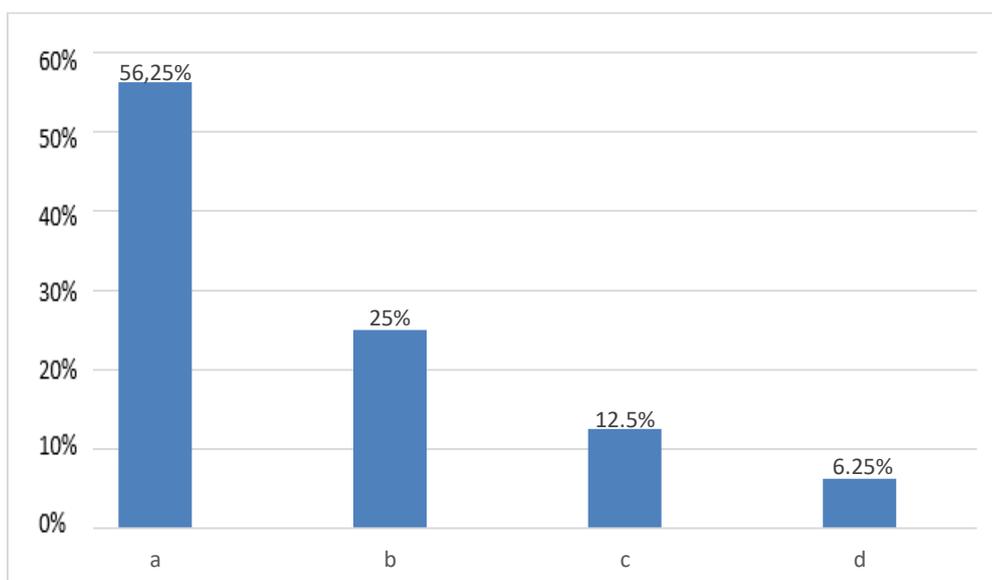
CUADRO 1
DEFINICIÓN DE PROBLEMA MATEMÁTICO

INDICADORES	F	%
a. La búsqueda de un dato desconocido	18	56,25
b. Una situación que requiere una solución	8	25
c. La aplicación de operaciones matemáticas	4	12,5
d. Una ecuación donde no se conoce un valor	2	6,25
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos.

GRÁFICO 1



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Terran de Serretino, Panchano y Quintero (2005) indican que la matemática interviene en todos los ámbitos por ser una ciencia que, a partir del uso del razonamiento lógico, da al hombre las herramientas para lograr la comprensión de múltiples fenómenos que ocurren en el mundo que le rodea, estimulando, por tanto, la intuición y la creatividad. La aplicación de la matemática en la vida cotidiana a través de la resolución de problemas, formara en el estudiante la base necesaria para la valorización de la misma dentro de la cultura de su comunidad, de su región y de su país.

De los estudiantes encuestados el 56,25% define un problema de matemática como la búsqueda de un dato desconocido y para un 25% es una situación que requiere una solución.

Los datos demuestran que los estudiantes en su mayoría, tienen clara la definición de lo que es un problema matemático al asociarlo a la búsqueda de un valor desconocido; sin embargo sus respuestas no hacen referencia a la ejecución de pasos como parte de la resolución de un problema, así como también, en las acciones que deben ejecutar para hallar su solución y la relación que existe con el ámbito de su cotidianidad, ya que para resolver un problema matemático o de otro tipo; se deben realizar un conjunto de acciones organizadas aplicando el razonamiento lógico para hallar satisfactoriamente su solución.

2. ¿Qué elementos encuentra usted en un problema matemático?

CUADRO 2

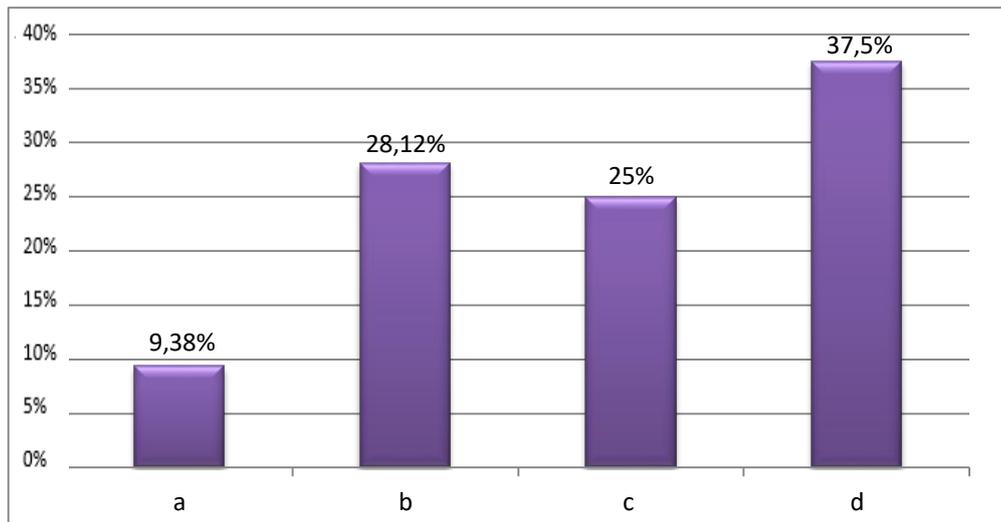
ELEMENTOS DE UN PROBLEMA MATEMÁTICO

INDICADORES	f	%
a. Datos, despejes, transformaciones	3	9,38
b. Datos y una incógnita para encontrar	9	28,12
c. Signos matemáticos y fórmulas	8	25
d. Una serie de ejercicios	12	37,5
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 2



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pólya (1965) plantea como principales elementos, la incógnita, los datos y la condición, respecto a este último Pólya considera que es el elemento con mayor complejidad en este tipo de problemas, ya que establece la relación entre los datos y la incógnita la cual puede ser redundante, contradictoria, insuficiente o suficiente.

De los estudiantes encuestados el 37,5% considera que los elementos de un problema matemático son una serie de ejercicios y el 28,12% considera que son datos y una incógnita para encontrar.

En las respuestas aportadas por los estudiantes se evidencia que no se ajustan a la identificación de elementos que conforman un problema matemático, presentando una deficiencia conceptual de esto, es por ello que la docente de matemáticas debe buscar estrategias que le permitan al estudiante el aprendizaje de los principales elementos de un problema matemático; así como también los pasos a ejecutar para hallar su solución.

3. ¿Cuándo considera usted que el planteamiento de un problema de funciones lineales y cuadráticas es adecuado?

CUADRO 3

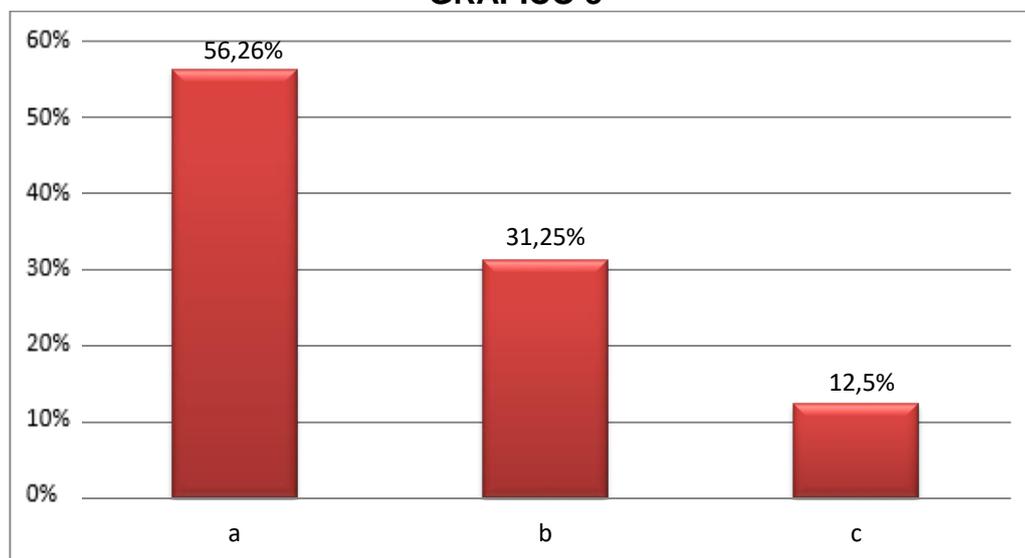
PLANTEAMIENTO ADECUADO DE UN PROBLEMA DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

INDICADORES	f	%
a. Cuando se tiene todos los datos del problema	18	56,26
b. Cuando se tiene claridad en el planeamiento del problema	10	31,25
c. Cuando se facilita la identificación de la incógnita y los datos para encontrarla	4	12,5
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 3



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pólya (1965), expresa que el planteamiento de un problema es adecuado cuando están presentes sus elementos principales como son la incógnita, los datos y la condición, la cual significa la relación entre los datos e incógnita.

De los estudiantes encuestados el 56,25% manifiestan que tienen claridad en el planteamiento en un problema de funciones lineales y cuadráticas cuando se tiene los datos del problema y el 31,25% cuando se tiene claridad en el planteamiento del problema.

Estos resultados señalan que los estudiantes reconocen parte de los elementos que hacen adecuado un problema tales como la identificación de todos los datos y que este tenga claridad en su planteamiento, pero no reconoce que la identificación de la incógnita también es parte esencial del problema.

4. ¿Qué pasos ejecuta usted cuando resuelve un problema de funciones lineales y cuadráticas?

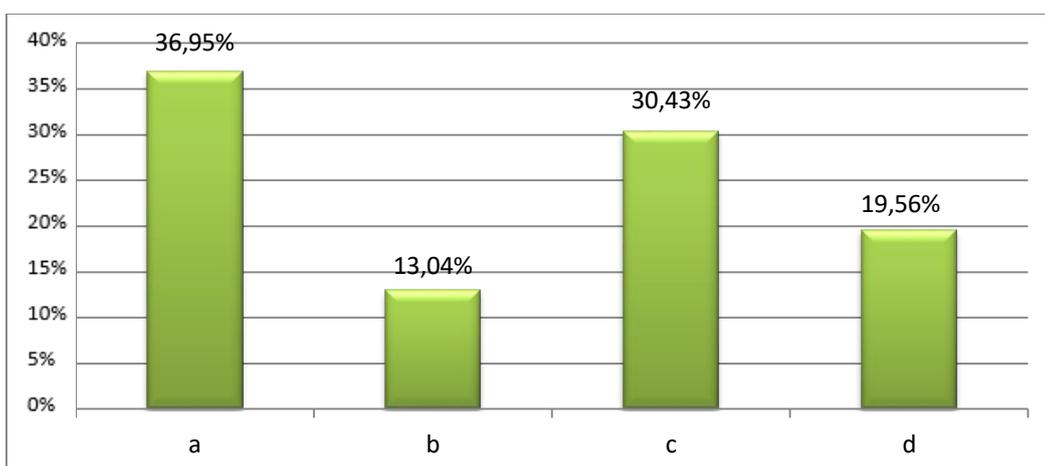
CUADRO 4
PASOS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

INDICADORES	f	%
a. Leer detenidamente el problema	17	36,95
b. Identificar los datos y la incógnita	6	13,04
c. Aplicar formulas despejes y transformaciones	14	30,43
d. Hallar el valor desconocido	9	19,56
TOTAL	46	100

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 4



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pólya (1965), en su método para resolver problemas matemáticos los fundamenta en las siguientes fases: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar un plan y mirar hacia atrás.

De los estudiantes encuestados el 36,95% lee detenidamente el problema como paso principal para resolver problemas de funciones lineales y cuadráticas el 30,43% aplica fórmulas despejes y transformaciones.

Estos resultados muestran que los estudiantes no tienen noción de los pasos principales para iniciar la resolución de problemas que son la incógnita y los datos, lo que implica que la docente emplee estrategias que promuevan la ejecución de los pasos principales para la resolución de problemas.

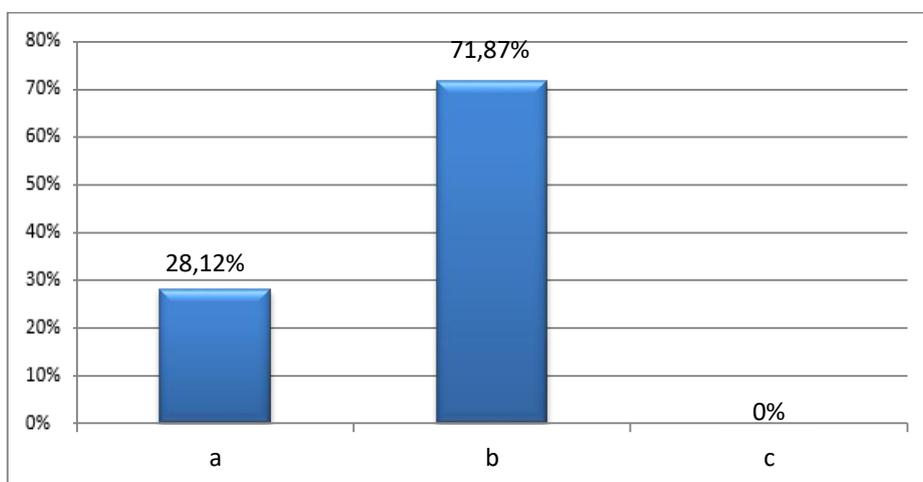
5. ¿Con qué frecuencia la docente de matemática usa la resolución de problemas durante el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas?

CUADRO 5
USO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CONTENIDO DE
FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

ALTERNATIVAS	f	%
a. Siempre	9	28,12
b. A veces	23	71,87
c. Nunca	0	0
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes
Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 5



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Teran de Serrentino, Panchano y Quintero (2005), aportan que una de las estrategias más adecuada para la enseñanza de la matemática hoy en día la constituye la resolución de problemas y plantean que dicha estrategia implica un proceso en el cual el aprendiz puede armonizar los conocimientos, reglas, técnicas ya adquiridos previamente, a partir de lo cual suministre una solución a una situación problema.

De los estudiantes encuestados el 71.87% afirma que la docente de matemáticas utiliza a veces la resolución de problemas durante el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas, el 28.12% contestó que siempre es usada esta estrategia.

Los resultados indican que la docente no aplica con frecuencia la resolución de problemas en el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas, la cual es concebida por muchos expertos como una estrategia esencial en esta ciencia, lo que le asigna una importancia fundamental para que los estudiantes desarrollen su razonamiento lógico y una visión crítica del entorno que los rodea.

6. ¿Con qué frecuencia la docente de matemáticas promueve la construcción de un plan que le ayude a la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas?

CUADRO 6

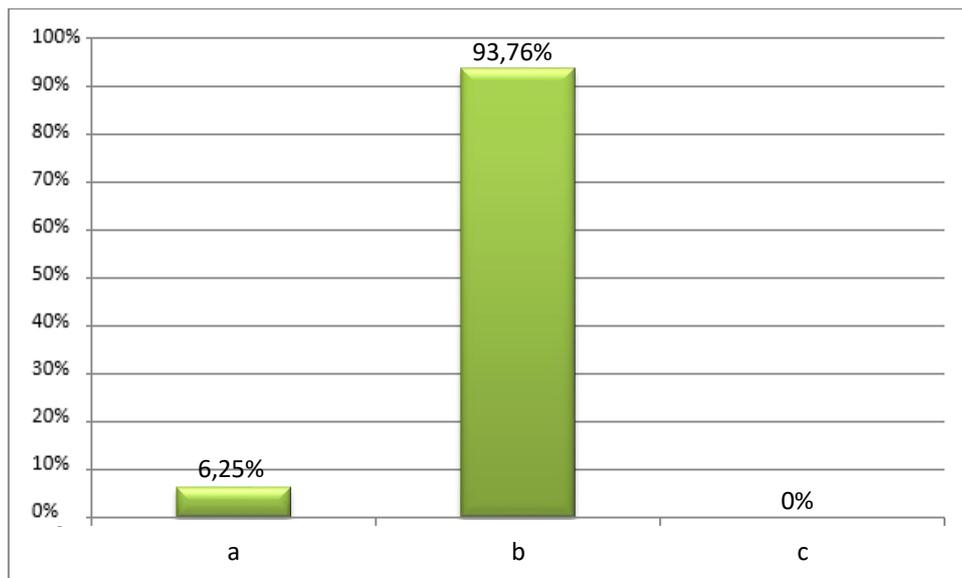
PROMOCIÓN DE UN PLAN PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

ALTERNATIVAS	f	%
a. Siempre	2	6,25
b. A veces	30	93,76
c. Nunca	0	0
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 6



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pólya (1965), plantea en la segunda fase de su método para resolver problemas, la concepción de un plan, la cual consiste en la necesidad de determinar la relación entre los datos y la incógnita, indica que de no encontrarse o establecerse una relación inmediata, se pueden considerar problemas relacionados y además preguntas sobre el empleo de todos los datos, con el fin de no olvidar el problema original.

De los estudiantes encuestados el 93,76% respondieron que a veces la docente de matemáticas promueve un plan para la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas y el 6,25% respondieron que siempre.

En efecto la docente de matemáticas no orienta a los estudiantes en la búsqueda de acciones para configurar un plan en la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas; que les ayudaría a relacionar los datos y la incógnita, facilitando la resolución de problemas de este tipo, haciendo además que tengan un aprendizaje creativo, flexible y dinámico.

7. ¿Con qué frecuencia la docente de matemáticas comprueba los pasos que aplica en la resolución de funciones lineales y cuadráticas?

CUADRO 7

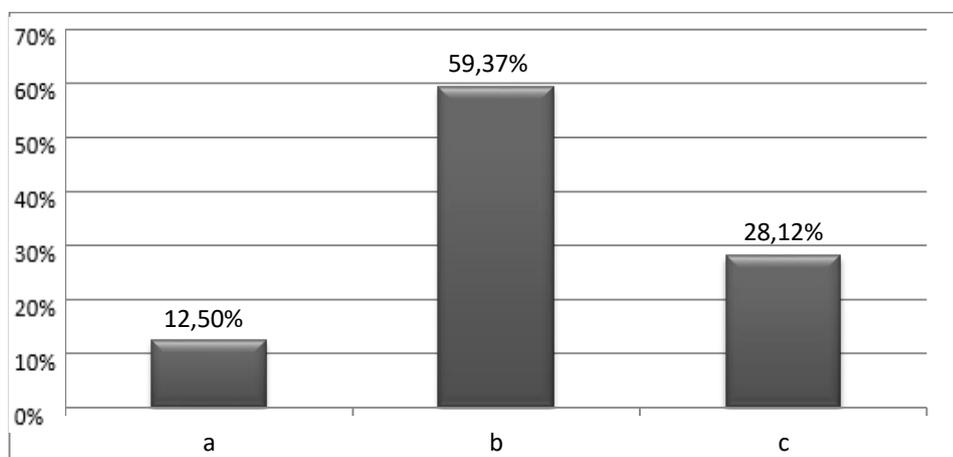
COMPROBACIÓN DE PASOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

ALTERNATIVAS	f	%
a. Siempre	4	12,5
b. A veces	19	59,37
c. Nunca	9	28,12
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 7



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pólya (1965), plantea la ejecución del plan, en la tercera fase de su método, la cual consiste en llevar a cabo las acciones planificada. Ello implica comprobar que cada uno de los pasos que conducen a la solución del problema sea correcto.

De los estudiantes encuestados el 59,37% manifestó que la docente de matemáticas a veces comprueban los pasos que aplican en la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas, el 28,12% manifestó que la docente nunca comprueba los pasos que efectúan.

De las respuestas aportadas por los estudiantes se puede evidenciar que la revisión de pasos efectuados en la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas recibe poca atención por parte de la docente de matemáticas de

manera que los estudiantes tienen un aprendizaje mecánico centrándose en el producto y no el procedimiento.

8. ¿Cuándo usted resuelve problemas de funciones lineales y cuadráticas presenta dificultad de comprensión y dominio?

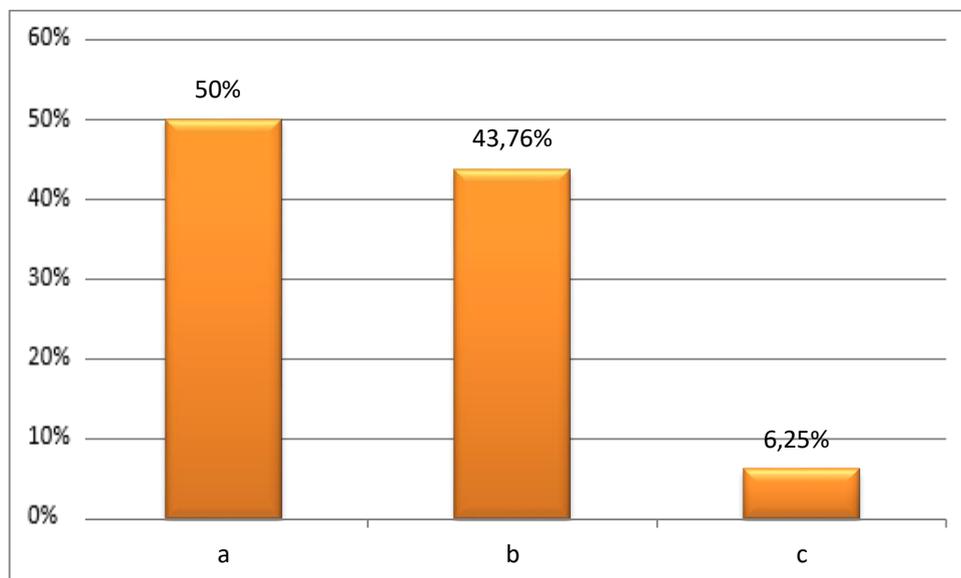
CUADRO 8

DIFICULTAD DE COMPRENSIÓN Y DOMINIO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

ALTERNATIVAS	f	%
a. Siempre	16	50
b. A veces	14	43,76
c. Nunca	2	6,25
TOTAL	32	100

Fuente: Encuesta aplicada a estudiante
Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 8



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Polya (1965), aporta desde su método, implicaciones para el papel del educando, para el docente en su rol de mediador de conocimientos y para la

actividad que se desarrolla en el aula de clases. El considera que el docente debe ayudar a sus estudiantes como una más de sus importantes tareas, la cual, requiere práctica, dedicación y buenos principios. Esta ayuda que el docente puede brindar debe estar libre de imposición, de tal manera que el educando la perciba realmente como ayuda, con lo cual estará más dispuesto a buscar las vías para solventar el problema.

De los estudiantes encuestados el 50% respondió que siempre tiene dificultad de comprensión y dominio cuando resuelve problemas de funciones lineales y cuadráticas y el 43.76% respondió que a veces.

Estos datos demuestran que entre los estudiantes existe dificultad para comprender y dominar este contenido y por ende la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas. Por ende es necesario que la docente facilite la comprensión y el dominio durante la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas para que los estudiantes tengan un mejor aprendizaje.

ENCUESTA A LA DOCENTE DE MATEMÁTICAS

1. ¿Qué es para usted un problema matemático?

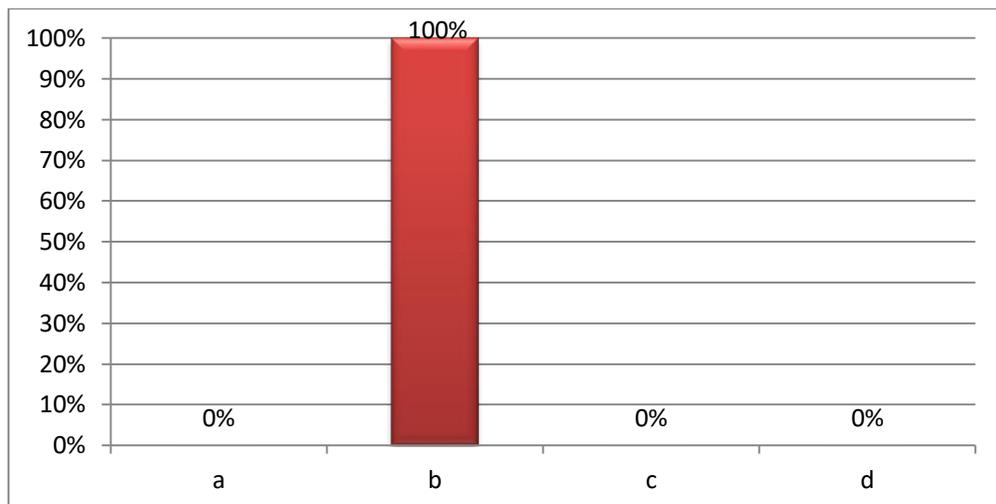
CUADRO 9
DEFINICIÓN DE PROBLEMA MATEMÁTICO

INDICADORES	f	%
a. La búsqueda de un dato desconocido	0	0
b. Una situación que requiere una solución	1	100
c. La aplicación de operaciones matemáticas	0	0
d. Una ecuación donde no se conoce un valor	0	0
TOTAL	1	100

Fuente: Encuesta aplicada al docente

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 9



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Terran de Serretino, Panchano y Quintero (2005), indican que un problema es toda situación con una meta a lograr que exija al sujeto la ejecución de una serie de acciones u operaciones para lograr su solución. Así mismo Pólya (1965), afirma que la solución de un problema planteado se logra fundamentalmente relacionando la incógnita con los datos y que no deben perder de vista en ningún momento dichos elementos.

La docente encuestada respondió que un problema matemático es una situación que requiere una solución.

Los datos indican que la docente tiene clara la definición de problema, matemático; sin embargo la docente debe comprender y dominar este concepto en su acción pedagógica, puesto que si este concepto no es correctamente expresado a los estudiantes, se genera confusión y dificultad en el proceso de resolución que ellos apliquen.

2. ¿Qué elementos encuentra usted en un problema matemático?

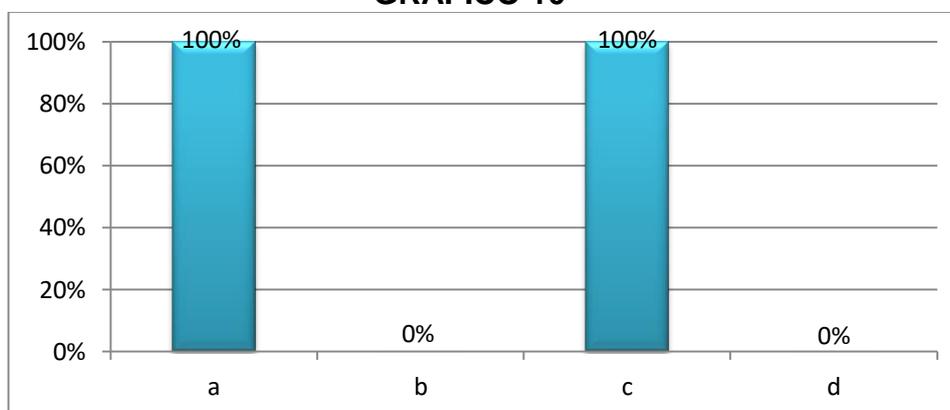
CUADRO 10
ELEMENTOS DE UN PROLEMA MATEMÁTICO

INDICADORES	f	%
a. Datos, despejes, transformaciones	1	100
b. Datos y una incógnita para encontrar	0	0
c. Signos matemáticos y fórmulas	1	100
d. Una serie de ejercicios	0	0

Fuente: Encuesta aplicada al docente

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 10



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pòlya (1965), expresa que el planteamiento de un problema es adecuado cuando están presentes sus elementos principales, donde estos elementos son la incógnita, los datos y la condición, la cual significa la relación entre los datos e incógnita.

La docente de matemáticas manifestó que los elementos que encuentra en un problema matemático son datos, despejes y transformaciones, y, que también encuentra signos matemáticos y formulas.

En estos resultados se puede evidenciar que la docente de matemáticas no reconoce todos los elementos de un problema matemático, por lo tanto la docente requiere revisar estas definiciones; ya que como la docente enseñe, así, lo conciben sus estudiantes.

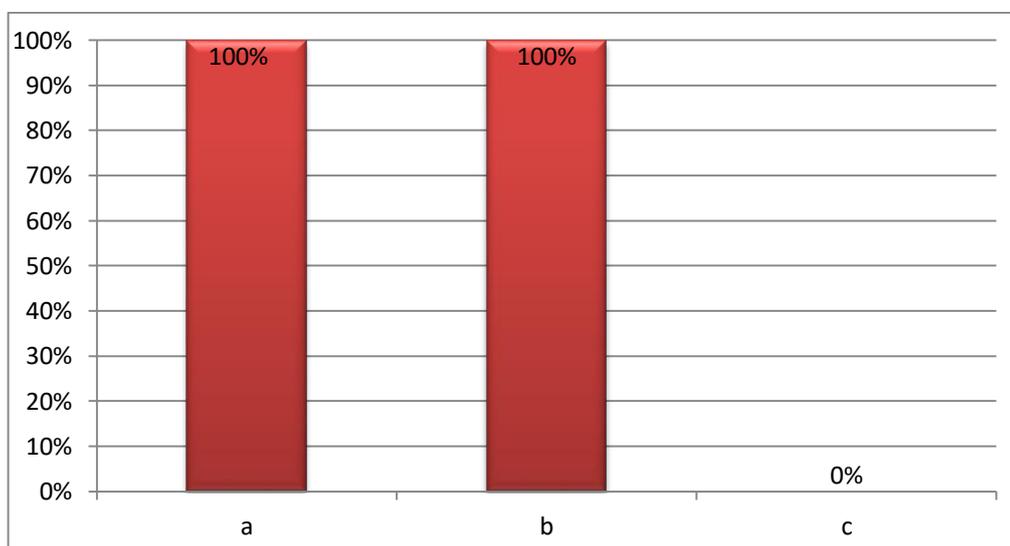
3. ¿Cuándo considera usted que el planteamiento de un problema de funciones lineales y cuadráticas es adecuado?

CUADRO 11
PLANTEAMIENTO ADECUADO DE UN PROBLEMA DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

INDICADORES	f	%
a. Cuando se tiene todos los datos del problema	1	50
b. Cuando se tiene claridad en el planeamiento del problema	1	50
c. Cuando se facilita la identificación de la incógnita y los datos para encontrarla	0	0

Fuente: Encuesta aplicada al docente
Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 11



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pólya (1965), expresa que el planteamiento de un problema es adecuado cuando están presentes sus elementos principales como son la incógnita, los datos y la condición, la cual significa la relación entre los datos e incógnita.

La docente de matemáticas encuestada manifestó que el planteamiento de un problema de funciones lineales y cuadráticas es adecuado cuando se tiene todos los datos del problema y cuando se tiene claridad en el planteamiento del mismo.

Estos resultados señalan que la docente reconoce parte de los elementos que hacen adecuado un problema tales como la identificación de todos los datos y que este tenga claridad en su planteamiento, pero no reconoce que la identificación de la incógnita también es parte esencial del problema. Por tanto la docente requiere tener claro la relación que existe entre los datos y la incógnita como elementos principales de un problema de funciones lineales y cuadráticas.

4. ¿Qué pasos ejecuta usted cuando resuelve un problema de funciones lineales y cuadráticas?

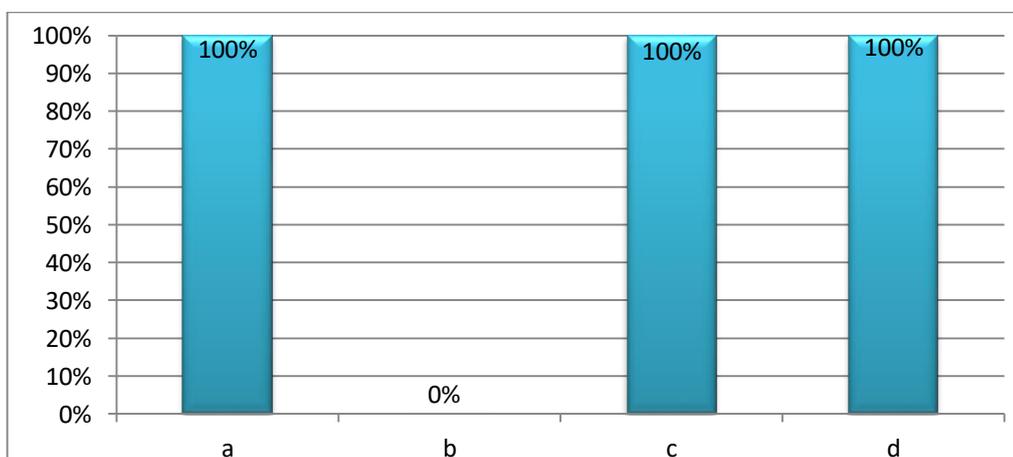
CUADRO 12

PASOS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

INDICADORES	f	%
a. Leer detenidamente el problema	1	100
b. Identificar los datos y la incógnita	0	0
c. Aplicar formulas despejes y transformaciones	1	100
d. Hallar el valor desconocido	1	100

Fuente: Encuesta aplicada al docente
Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 12



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pólya (1965), en su método para resolver problemas matemáticos los fundamenta en las siguientes fases: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar un plan y mirar hacia atrás.

La docente de matemáticas manifestó que los pasos que realiza para resolver un problema de funciones lineales y cuadráticas son leer detenidamente el problema, aplica fórmulas, despejes y transformaciones y luego halla el valor desconocido.

Estos resultados demuestran que la docente no tiene noción de los pasos principales para iniciar la resolución de problemas que son la incógnita y los datos, lo que implica que la docente emplee estrategias que le ayude en el reconocimiento de los pasos principales para resolver un problema.

5. ¿Con qué frecuencia usa la resolución de problemas durante el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas?

CUADRO 13

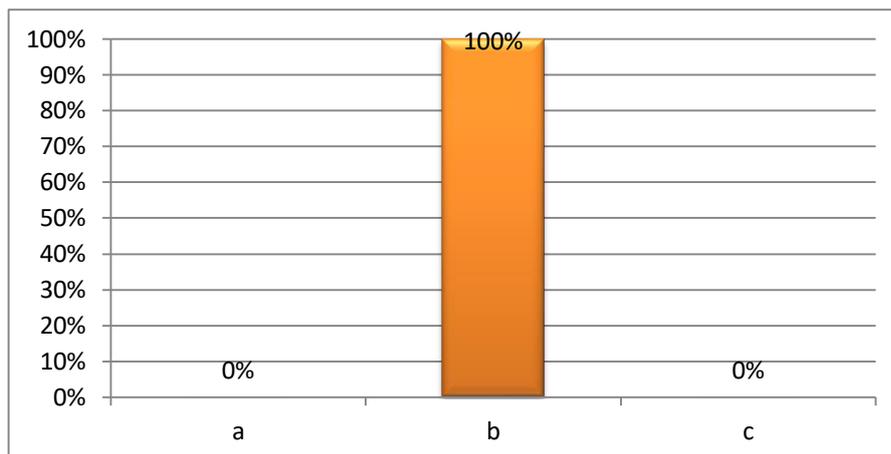
USO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CONTENIDO DE
FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

ALTERNATIVAS	f	%
a. Siempre	0	0
b. A veces	1	100
c. Nunca	0	0
TOTAL	1	0

Fuente: Encuesta aplicada al docente

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos.

GRÁFICO 13



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Terán de Serrentino, Panchano y Quintero (2005), afirman que la resolución de problemas hoy en día es una de las estrategias más adecuada para la enseñanza- aprendizaje de la matemática y plantean que el aprendiz puede armonizar los conocimientos, reglas, técnicas ya adquiridos previamente, a partir de los cual suministre una solución a una situación problema y de esta manera comprenda el entorno que lo rodea.

La docente de matemáticas respondió que a veces utiliza la resolución de problemas en el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas.

Estos resultados permiten evidenciar que la docente de matemáticas no utiliza con frecuencia la resolución de problemas en el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas, haciendo que el desarrollo de este contenido sea más teórico que práctico, además no permite que los estudiantes puedan aplicar conocimientos adquiridos previamente en búsqueda a dar solución a estos problemas.

6. ¿Con qué frecuencia usted promueve la construcción de un plan que le ayude a los estudiantes en la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas?

CUADRO 14

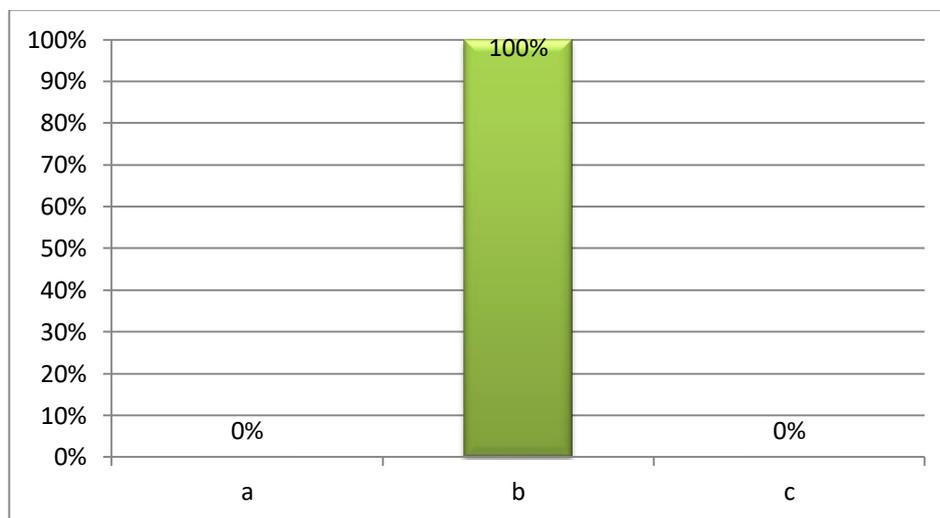
CONSTRUCCIÓN DE UN PLAN PARA RESOLVER PROBLEMAS DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

ALTERNATIVAS	f	%
a. Siempre	0	0
b. A veces	1	100
c. Nunca	0	0
TOTAL	1	100

Fuente: Encuesta aplicada al docente

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 14



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pólya (1965), en la segunda fase de su método para resolver problemas, la cual consiste en concebir un plan cuando no se establece una relación inmediata entre los datos y la incógnita, donde se pueden considerar problemas relacionados, luego se hace la siguiente pregunta a los estudiantes ¿ha empleado todos los datos? esto es con el fin de que ellos no se queden en el problema relacionado, sino más bien, regresen al problema original.

La docente encuestada manifestó que a veces promueve la construcción de un plan que ayude a los estudiantes durante la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas.

En este resultado se demuestra que la docente no aplica un método específico que conduzca a los estudiantes la acción reflexiva y constructiva para planificar

acciones propias que les facilite la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas.

7. ¿Con qué frecuencia usted comprueba los pasos que aplican los estudiantes en la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas?

CUADRO 15

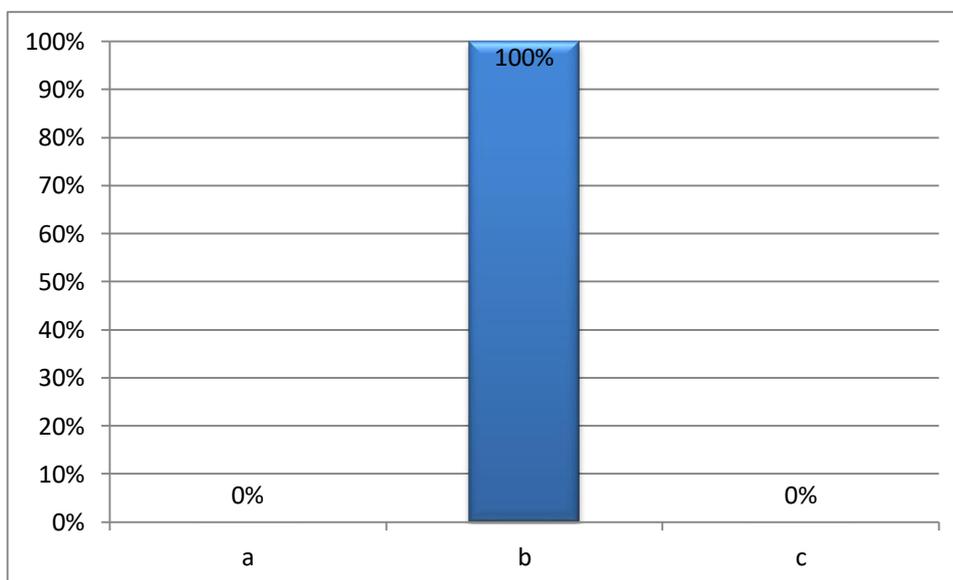
COMPROBACIÓN DE PASOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

ALTERNATIVAS	f	%
a. Siempre	0	0
b. A veces	1	100
c. Nunca	0	0
TOTAL	1	100

Fuente: Encuesta aplicada al docente

Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 15



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pólya (1965), plantea la ejecución del plan, en la tercera fase de su método, la cual consiste en llevar a cabo las acciones planificadas. Ello implica comprobar cada uno de los pasos y se observa si este es o no correcto.

La docente de matemáticas respondió que a veces comprueba los pasos que los estudiantes aplican en la resolución de funciones lineales y cuadráticas.

Esto indica claramente que la docente no lleva acabo de manera conjunta con los estudiantes, la comprobación de pasos en la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas. Lo que permite inferir que la docente solo hace énfasis en los resultados a obtener, implicando con esto que los estudiantes asuman este contenido como un producto y no como un proceso.

8. ¿Cuándo aplica usted la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas evidencia dificultad de comprensión y dominio en los estudiantes?

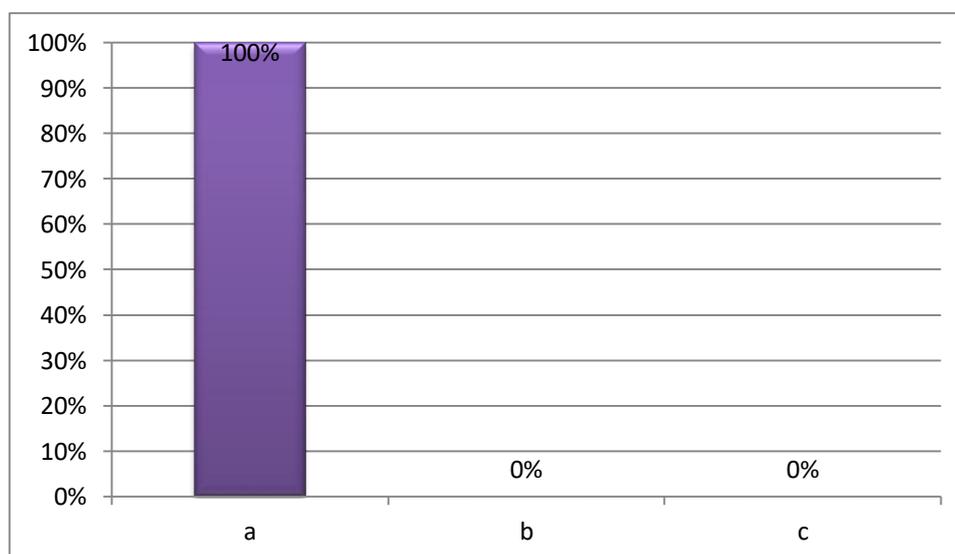
CUADRO 16

DIFICULTAD DE COMPRENSIÓN Y DOMINIO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

ALTERNATIVAS	F	%
a. Siempre	1	100
b. A veces	0	0
c. Nunca	0	0
TOTAL	1	100

Fuente: Encuesta aplicada al docentes
Responsable: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

GRÁFICO 16



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Según Teran de Serrentino, Pachano y Quintero (2005) sea cual sea la estrategia que emplee el docente para la enseñanza y aprendizaje de la matemática, lo que importa, es que dicha estrategia implique un proceso en el cual es aprendiz pueda armonizar sus conocimientos, reglas, técnicas, ya adquiridos previamente, y de esta manera, el aprendizaje se significativo y así minimizar la dificultad de comprensión y dominio.

La docente encuestada contestó que los estudiantes siempre presentan dificultad de comprensión y dominio en la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas.

Los resultados demuestran que el contenido de funciones lineales y cuadráticas y la resolución de problemas del mismo es complejo para los estudiantes, a ello se suma la ausencia de estrategias por parte de la docente que facilite la comprensión y dominio del problema, así como también, la planificación de acciones que conduzcan a los estudiantes a un aprendizaje significativo, lo cual concuerda con la respuesta de los estudiantes.

RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA MEDIANTE EL TALLER PEDAGÓGICO PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

TALLER N°1

1. Datos informativos

Tabla 1

DATOS NFORMATIVOS DEL TALLER 1

Facilitadora: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos	Tema: El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de definición de función, dominio y codominio.
Estudiantes: 32	
Docentes: 1	
Tiempo de duración: 70 minutos	

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

2. Pre test.

1. ¿Cuándo existe una relación de dependencia entre dos variables es una función? (2p)

Si ()

No ()

¿Porqué?.....

2. ¿Cómo se llaman las variables con las que se identifica una función? (2p)

a. independiente y constante ()

b. independiente y dependiente ()

c. independiente y lineal ()

d. lineal y constante ()

3. ¿Cuáles de las siguientes relaciones de dependencia son funciones? (2p)

a. la duración de una llamada provincial y su valor en dólares ()

b. A cada número natural se le asignan sus divisores ()

c. el volumen de una esfera y el valor de su radio ()

d. la edad en años de una persona y su masa ()

4. ¿Cuándo la función toma el conjunto de valores de la variable independiente se llama dominio? (2p)

Si ()

No ()

¿Porqué?.....

5. ¿Cuándo la función toma el conjunto de valores de la variable dependiente se llama condominio? (2p)

Si ()

No ()

¿Porqué?.....

N°	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Total
1	2	0	2	0	0	4,00
2	2	2	0	0	2	6,00
3	2	0	2	0	2	6,00
4	2	0	0	0	0	2,00
5	0	2	2	0	0	4,00
6	2	0	1	0	0	3,00
7	2	0	1	2	0	5,00
8	2	2	2	0	0	6,00
9	0	2	2	0	0	4,00
10	2	2	0	0	0	4,00
11	0	2	1	0	0	3,00
12	0	2	1	0	0	3,00
13	2	0	1	0	0	3,00
14	0	0	2	0	0	2,00
15	0	0	1	2	2	5,00
16	2	2	0	0	0	4,00
17	2	0	2	0	0	4,00
18	2	2	0	2	0	6,00
19	2	2	1	0	0	5,00
20	2	0	1	0	0	3,00
21	2	2	0	0	0	4,00
22	2	2	1	0	2	7,00
23	2	2	1	0	0	5,00
24	2	0	1	0	0	3,00
25	2	2	2	0	0	6,00
26	2	2	0	0	0	4,00
27	2	2	0	0	0	4,00
28	0	2	1	2	0	5,00
29	2	0	2	0	0	4,00
30	2	0	0	0	0	2,00
31	2	0	1	0	0	3,00
32	2	0	1	0	0	3,00

3. Desarrollo del taller

Entender el problema

Datos

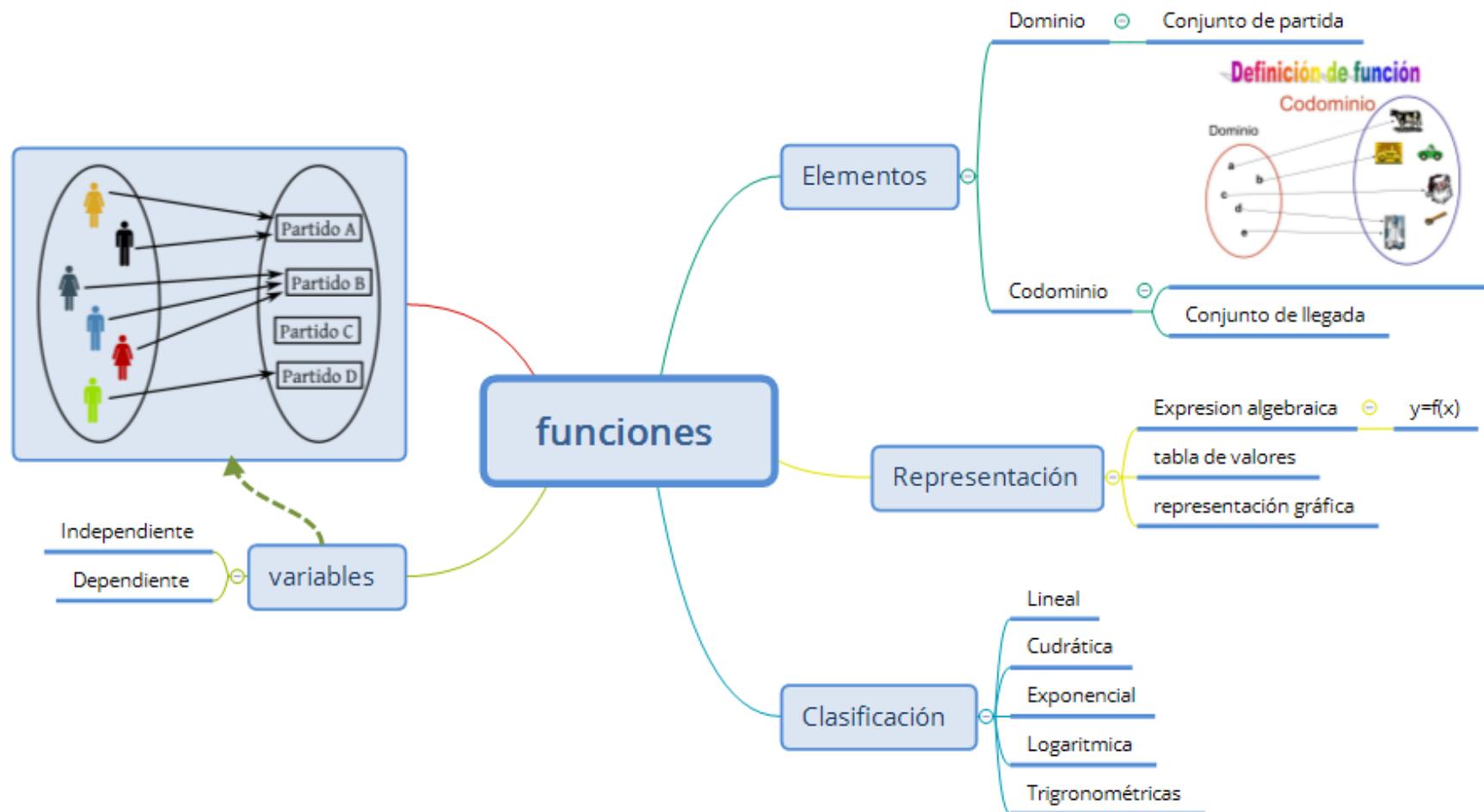
- Función
- Dominio

- Codominio

Incógnitas

- ¿Qué es función?
- ¿Qué es dominio?
- ¿Qué es codominio?

Configurar un plan



Ejecutar el plan

Tabla 2
EJECUCIÓN DEL PLAN

Tiempo	Actividades
10 min	- Identificar el tema principal del mapa mental y ubicarlo en el centro
15 min	- Dibujar las ramas principales y ubicar en cada una de ellas los subtemas utilizando palabras claves
15 min	- Dibujar las ramificaciones que sean necesarias para ubicar las ideas que se derivan de los subtemas
10 min	- Añadir recursos visuales como imágenes signos y símbolos

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

Mirar hacia atrás

- En 10 minutos se cumplió la identificación del tema principal del mapa mental
- En 15 minutos se dibujó las ramas principales del mapa mental y se ubicó en cada una de ellas los subtemas.
- En 15 minutos se dibujó las ramificaciones necesarias para ubicar las ideas que se derivan de los subtemas
- En 10 minutos se añadió recursos visuales como imágenes signos y símbolos.

4. Pos test

N°	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Total
1	2	2	2	0	0	6,00
2	2	2	2	0	2	8,00
3	2	2	1	0	2	7,00
4	2	2	1	0	0	5,00
5	2	2	1	2	0	7,00
6	2	2	1	0	0	5,00
7	2	0	2	2	0	6,00
8	2	2	2	2	0	8,00
9	2	2	2	0	2	8,00
10	2	2	1	0	0	7,00

11	2	2	2	0	0	6,00
12	2	2	2	2	0	8,00
13	2	0	2	2	0	6,00
14	2	0	2	0	0	4,00
15	0	0	2	2	2	6,00
16	2	2	1	2	0	7,00
17	2	0	2	2	2	8,00
18	2	2	1	2	2	9,00
19	2	2	2	0	0	6,00
20	2	0	1	2	2	7,00
21	2	2	1	0	0	5,00
22	2	2	1	2	2	9,00
23	2	2	2	0	0	6,00
24	2	2	1	0	0	5,00
25	2	2	1	2	0	7,00
26	2	2	0	0	2	6,00
27	2	2	0	2	2	8,00
28	0	2	1	2	2	7,00
29	2	0	2	0	2	6,00
30	2	2	1	0	0	5,00
31	2	2	1	2	0	7,00
32	2	0	2	0	0	4,00

5. VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DEL MÉTODO DE PÓLYA “DEFINICIÓN DE FUNCIÓN, DOMINIO Y CODOMINIO”, MEDIANTE LA PRUEBA SIGNO RANGO DE WILCOXON

Nº	PRE TEST (x)	POS TEST (y)	D= Y-X	VAL.ABS	R+	R-
1	4,00	6,00	2,00	1,00	13,00	0
2	6,00	8,00	2,00	1,00	13,00	0
3	6,00	7,00	1,00	1,00	4.50	0
4	2,00	5,00	3,00	1,00	21.50	0
5	4,00	7,00	3,00	1,00	21.50	0
6	3,00	5,00	2,00	1,00	13,00	0
7	5,00	6,00	1,00	1,00	4.50	0
8	6,00	8,00	2,00	1,00	13,00	0
9	4,00	8,00	4,00	2,00	28,00	0
10	4,00	7,00	3,00	2,00	21.50	0
11	3,00	6,00	3,00	2,00	21.50	0
12	3,00	8,00	5,00	2,00	31,00	0
13	3,00	6,00	3,00	2,00	21.50	0

14	2,00	4,00	6,00	2,00	32,00	0
15	5,00	6,00	1,00	2,00	4,50	0
16	4,00	7,00	3,00	2,00	21,50	0
17	4,00	8,00	4,00	2,00	28,00	0
18	6,00	9,00	3,00	3,00	21,50	0
19	5,00	6,00	1,00	3,00	4,50	0
20	3,00	7,00	4,00	3,00	28,00	0
21	4,00	5,00	1,00	3,00	4,50	0
22	7,00	9,00	2,00	3,00	13,00	0
23	5,00	6,00	1,00	3,00	4,50	0
24	3,00	5,00	2,00	3,00	13,00	0
25	6,00	7,00	1,00	3,00	4,50	0
26	4,00	6,00	2,00	4,00	13,00	0
27	4,00	8,00	4,00	4,00	28,00	0
28	5,00	7,00	2,00	4,00	13,00	0
29	4,00	6,00	2,00	4,00	13,00	0
30	2,00	5,00	3,00	4,00	21,50	0
31	3,00	7,00	4,00	5,00	28,00	0
32	3,00	4,00	1,00	6,00	4,50	0
TOTAL					528	0

Cálculo de:

$$W = (\sum R +) - (\sum R -)$$

$$W = 528 - 0$$

$$W = 528$$

La alternativa no funciona: las puntuaciones X son iguales o inferiores de las puntuaciones Y (**X=Y**).

La alternativa funciona: Las puntuaciones Y son iguales o inferiores a las puntuaciones X (**Y>X**).

$$\mu_w = w^+ - \frac{N(N+1)}{4}$$

$$\mu_w = 528 - \frac{32(32+1)}{4}$$

$$\mu_w = 528 - 264$$

$$\mu_w = 264$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{32(32+1)(2(32)+1)}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{68640}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{2860}$$

$$\sigma_W = 53,48$$

$$Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W}$$

$$Z = \frac{528 - 264}{53,48}$$

$$Z = 4,93$$

La Regla de decisión establece:

Si **Z** es mayor o igual a 1,96 (que es el 95% bajo la curva normal) se rechaza que la alternativa no funciona (el nivel de significancia es 0,05) caso contrario se la acepta.

Conclusión:

Como el valor estadístico **Z** obtenido equivale a **4,93** mayor que **1,96** se verifica que el método de Pólya, utilizado de manera adecuada sirve para mejorar el aprendizaje de la definición de función dominio y codominio.

TALLER N°2

1. Datos informativos

Tabla 3

DATOS INFORMATIVOS DEL TALLER 2

Facilitadora: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos	Tema: El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función lineal.
Estudiantes: 32	
Docentes: 1	
Tiempo de duración: 70 Minutos	

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

2. Pre test

1. ¿Qué nombre reciben las funciones cuyas gráficas son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas? (1,5p)

- a. funciones afines. ()
- b. funciones constantes. ()
- c. funciones lineales ()

2. ¿Qué nombre recibe la función de proporcionalidad directa? (1,5p)

- a. función afín. ()
- b. función lineal. ()
- c. función proporcional. ()

3. ¿Qué expresión tiene la función lineal que pasa por el punto (3,6)?. (1p)

- a. $y = 3x+6$ ()
- b. $y = 6x-3$ ()
- c. $y = 2x$ ()

4. Si $m = 0$ lo cual implica $y = b$. En este caso ¿qué tipo de función se presenta? (2p)

- a. constante ()
- b. en el origen de coordenadas ()
- c. identidad ()

5. Si $b = 0$ lo cual implica $y = mx$. En este caso ¿Qué tipo de función se presenta? (2p)

- a. constante ()
 b. en el origen de coordenadas ()
 c. identidad ()

6. Si $m=1$ y $b=0$ lo cual implica $y=x$. En este caso ¿qué tipo de función se presenta? (2p)

- a. constante ()
 b. en el origen de coordenadas ()
 c. identidad ()

N°	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	TOTAL
1	1,5	1,5	0	2	0	0	5,00
2	1,5	1,5	1	0	0	0	4,00
3	1,5	1,5	0,75	0	0	0	3,75
4	1,5	0	0	2	0	2	5,50
5	1,5	0	1	0	0	2	4,50
6	1,5	1,5	0	0	2	0	5,00
7	0	0	0,75	2	0	2	4,75
8	1,5	1,5	0	2	0	0	5,00
9	0	0	1	2	2	0	5,00
10	0	1,5	0	2	0	2	5,50
11	0	0	0,4	2	2	0	4,40
12	1,5	0	0,5	2	0	2	6,00
13	0	1,5	1	2	0	0	4,50
14	1,5	0	0	0	2	2	5,50
15	1,5	0	1	2	0	0	4,50
16	1,5	1,5	0,75	2	0	0	5,75
17	1,5	1,5	0,75	0	0	0	3,75
18	1,5	0	1	0	0	2	4,50
19	1,5	1,5	0	2	0	0	5,00
20	0	1,5	0	0	2	2	5,50
21	1,5	1,5	0	2	0	0	5,00
22	0	0	0,75	2	2	0	4,75
23	1,5	1,5	0	0	2	0	5,00
24	0	1,5	0	2	0	2	4,50
25	1,5	0	0	2	2	0	5,50

26	1,5	1,5	1	0	0	2	6,00
27	0	1,5	0	2	2	0	5,50
28	1,5	1,5	0,75	2	0	0	5,75
29	1,5	1,5	1	0	0	0	4,00
30	0	0	1	2	0	2	5,00
31	1,5	0	0	2	2	0	5,50
32	1,5	0	1	2	0	0	4,50

3. Desarrollo del taller

Entender el problema

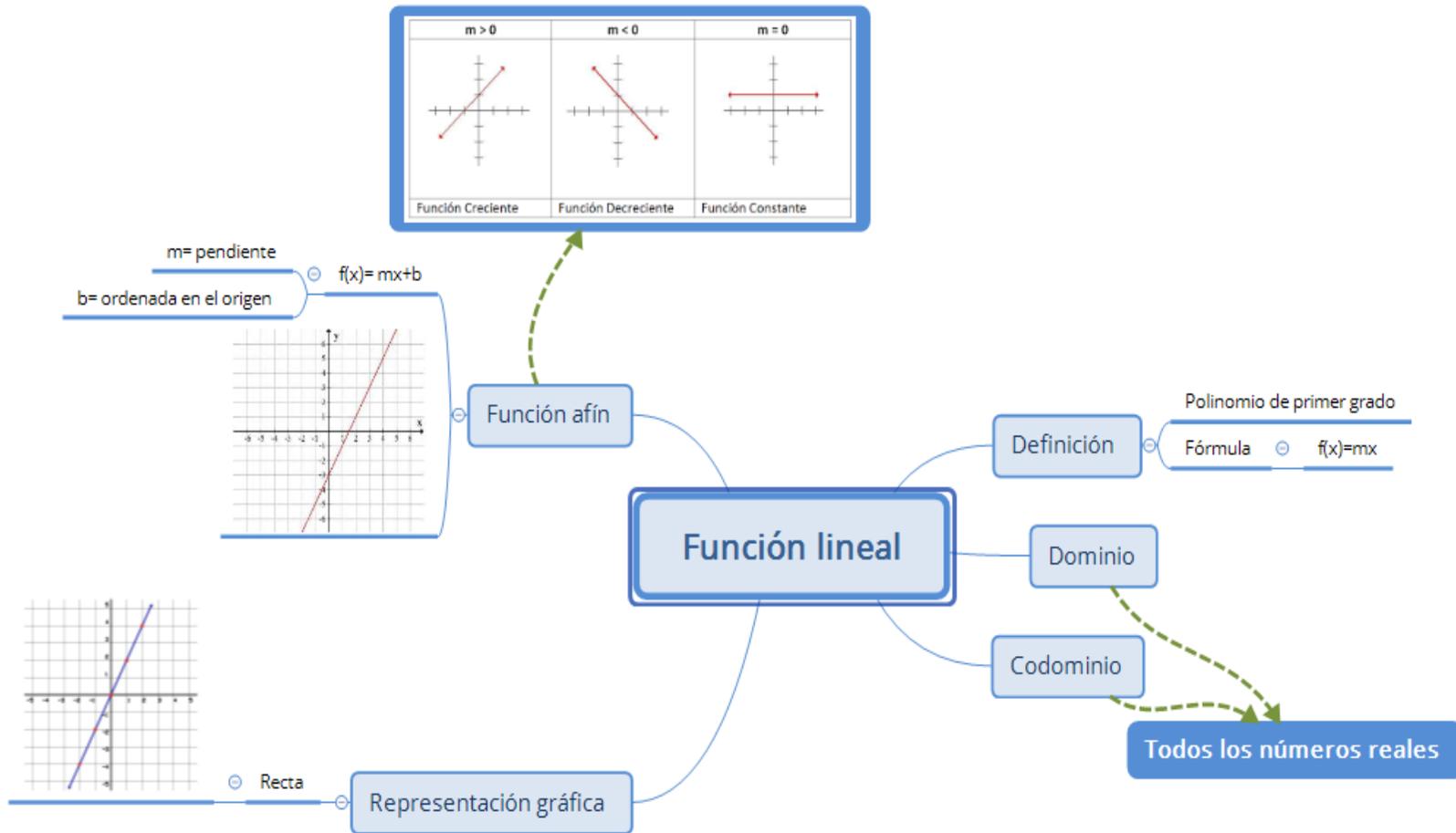
Datos

- Función lineal

Incógnitas

- ¿Qué es función lineal?

Configurar un plan



Ejecutar el plan

Tabla 4
EJECUCIÓN DEL PLAN

Tiempo	Actividades
10 min	- Identificar el tema principal del mapa mental y ubicarlo en el centro
15 min	- Dibujar las ramas principales y ubicar en cada una de ellas los subtemas utilizando palabras claves
15 min	- Dibujar las ramificaciones que sean necesarias para ubicar las ideas que se derivan de los subtemas
10 min	- Añadir recursos visuales como imágenes signos y símbolos

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

Mirar hacia atrás

- En 10 minutos se cumplió la identificación del tema principal del mapa mental
- En 15 minutos se dibujó las ramas principales del mapa mental y se ubicó en cada una de ellas los subtemas.
- En 15 minutos se dibujó las ramificaciones necesarias para ubicar las ideas que se derivan de los subtemas
- En 10 minutos se añadió recursos visuales como imágenes signos y símbolos.

4. Pos test

N°	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	TOTAL
1	1,5	0	1	2	2	2	8,50
2	1,5	1,5	0	2	0	2	7,00
3	1,5	0	0	2	2	2	7,50
4	1	1	0,75	2	2	2	8,75
5	1,5	1,5	1	2	0	2	8,00
6	1,5	1,5	0,25	2	2	0	7,25
7	1,5	0	0	2	2	2	7,50
8	1,5	1,5	1	2	0	2	8,00
9	1,5	1,5	0,75	2	2	0	7,75
10	0	1,5	1	2	2	2	8,50

11	1,5	0	1	2	2	2	8,50
12	1,5	1,5	0.5	2	2	2	9,50
13	0	1,5	0	2	2	2	7,50
14	1,5	1,5	1	0	2	2	8,00
15	1,5	0	0	2	2	2	7,50
16	1,5	1,5	1	2	0	2	8,00
17	1,5	0	0	2	2	2	7,50
18	1,5	1,5	0.6	0	0	2	5,60
19	1	1	0.65	2	2	2	8,65
20	0	1,5	0	2	2	2	7,50
21	1	1	0,75	2	2	2	8,75
22	1,5	1,5	1	2	2	0	8,00
23	1,5	0	1	2	2	2	8,50
24	0	1,5	0	2	2	2	7,50
25	1	1	0,75	2	2	2	8,75
26	1,5	1,5	1	2	2	2	10,00
27	0	1,5	0	2	2	2	7,50
28	1,5	1,5	0,75	2	2	0	7,75
29	1,5	1,5	0,5	2	0	2	7,50
30	1,5	1,5	0,5	2	0	2	7,50
31	1,5	1,5	0,5	2	2	2	9,50
32	1	1	0,3	2	2	2	8,30

5. VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DEL MÉTODO DE PÓLYA “FUNCIÓN LINEAL ”, MEDIANTE LA PRUEBA SIGNO RANGO DE WILCOXON

Nº	(PRE TEST) x	(POS TEST) Y	D= Y-X	VAL.ABS	R+	R-
1	5,00	8,50	3,50	1,10	22,00	0
2	4,00	7,00	3,00	2,00	13,50	0
3	3,75	7,50	3,75	2,00	27,00	0
4	5,50	8,75	3,25	2,00	18,00	0
5	4,50	8,00	3,50	2,25	22,00	0
6	5,00	7,25	2,25	2,25	5,50	0
7	4,75	7,50	2,75	2,50	9,50	0
8	5,00	8,00	3,00	2,50	13,50	0
9	5,00	7,75	2,75	2,75	9,50	0
10	5,50	8,50	3,00	2,75	13,50	0
11	4,40	8,50	4,10	3,00	32,00	0
12	6,00	9,50	3,50	3,00	22,00	0
13	4,50	7,50	3,00	3,00	13,50	0
14	5,50	8,00	2,50	3,00	7,50	0

15	4,50	7,50	3,00	3,00	13,50	0
16	5,75	8,00	2,25	3,00	5,50	0
17	3,75	7,50	3,75	3,25	27,00	0
18	4,50	5,60	1,10	3,25	1,00	0
19	5,00	8,65	3,65	3,25	25,00	0
20	5,50	7,50	2,00	3,50	3,00	0
21	5,00	8,75	3,75	3,50	27,00	0
22	4,75	8,00	3,25	3,50	18,00	0
23	5,00	8,50	3,50	3,50	22,00	0
24	4,50	7,50	3,00	3,50	13,50	0
25	5,50	8,75	3,25	3,65	18,00	0
26	6,00	10,00	4,00	3,75	30,50	0
27	5,50	7,50	2,00	3,75	3,00	0
28	5,75	7,75	2,00	3,75	3,00	0
29	4,00	7,50	3,50	3,80	22,00	0
30	5,00	7,50	2,50	4,00	7,50	0
31	5,50	9,50	4,00	4,00	30,50	0
32	4,50	8,30	3,80	4,10	29,00	0
TOTAL					528	0

Cálculo de:

$$W = (\sum R +) - (\sum R -)$$

$$W = 528 - 0$$

$$W = 528$$

La alternativa no funciona: las puntuaciones X son iguales o inferiores de las puntuaciones Y (**X=Y**).

La alternativa funciona: Las puntuaciones Y son iguales o inferiores a las puntuaciones X (**Y>X**).

$$\mu_w = w^+ - \frac{N(N+1)}{4}$$

$$\mu_w = 528 - \frac{32(32+1)}{4}$$

$$\mu_w = 528 - 264$$

$$\mu_w = 264$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{32(32+1)(2(32)+1)}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{68640}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{2860}$$

$$\sigma_W = 53,48$$

$$Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W}$$

$$Z = \frac{528 - 264}{53,48}$$

$$Z = 4,93$$

La Regla de decisión establece:

Si **Z** es mayor o igual a 1,96 (que es el 95% bajo la curva normal) se rechaza que la alternativa no funciona (el nivel de significancia es 0,05) caso contrario se la acepta.

Conclusión:

Como el valor estadístico **Z** obtenido equivale a **4,93** mayor que **1,96** se verifica que el método de Pólya, utilizado de manera adecuada sirve para mejorar el aprendizaje de función lineal.

TALLER N°3

1. Datos informativos

Tabla 5

DATOS INFORMATIVOS DEL TALLER 3

Facilitadora: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos	Tema: El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de la pendiente de una recta
Estudiantes: 32	
Docentes: 1	
Tiempo de duración: 70Minutos	

Elaboración: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

2. pre test

1. ¿Cómo es la pendiente de una recta si asciende de izquierda a derecha?

(1,5 p)

- a. positiva
- b. negativa
- c. cero
- d. no está definida

2. ¿Cómo es la pendiente de una recta si desciende de izquierda a derecha?

(1.5 p)

- a. positiva
- b. negativa
- c. cero
- d. no está definida

3. ¿Cómo es la recta si la pendiente es cero? (2p)

- a. ascendente
- b. paralela al eje Y
- c. descendente
- d. paralela al eje X

4. ¿Cómo es la pendiente de dos recta paralelas? (2p)

- a. pendiente igual a cero

- b. igual pendiente
- c. distinta pendiente
- d. ninguna de las anteriores

5. ¿Cuál es la fórmula de la ecuación de la recta punto pendiente? (2p)

- a. $y = mx+b$
- b. $y - y_1 = m(x - x_1)$
- c. $y + y_1 = m(x - x_1)$
- d. $y - y_1 = m(x + x_2)$

6. la pendiente de la recta $2x - 3y = 4$ es: (1p)

- a. $-3/4$
- b. $-4/3$
- c. $1/2$
- d. $2/31$

N°	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	TOTAL
1	1,5	0	0	2	0	1	4,50
2	1,5	1,5	0	2	0	0	5,00
3	1,5	0	0	0	2	1	4,50
4	1,5	1,5	2	0	0	0	5,00
5	1,5	1,5	0	2	0	0,5	5,50
6	0	1,5	0	0	2	1	4,50
7	0	0	2	0	2	1	5,00
8	1,5	1,5	0	0	0	1	4,00
9	1,5	0	2	0	0	1	4,50
10	0	0	2	2	0	0	4,00
11	1,5	0	2	0	0	1	4,50
12	1,5	2	0	2	0	0	5,50
13	0	1,5	0	2	0	1	4,50
14	1,5	0	2	0	2	0	5,50
15	0	0	2	0	2	1	5,00
16	1,5	0	2	0	0	1	4,50
17	0	0	0	2	2	0	4,00
18	1,5	1,5	2	0	0	0,5	5,50
19	0	0	0	2	2	0	4,00
20	1,5	1,5	0	0	2	0	5,00
21	1,5	0	0	2	2	0	5,50

22	1,5	0	2	2	0	0	5,50
23	1,5	0	0	2	0	1	4,50
24	0	0	0	2	2	0	4,00
25	1,5	1,5	2	0	0	0.6	5,60
26	0	0	0	2	2	0	4,00
27	0	1,5	0	2	0	1	4,50
28	1,5	1,5	0	2	0	0	5,00
29	1,5	0	2	2	0	1	6,50
30	0	0	2	2	2	0	6,00
31	0	0	0	2	2	0	4,00
32	1,5	1,5	2	0	0	0	5,00

3. Desarrollo del taller

Entender el problema

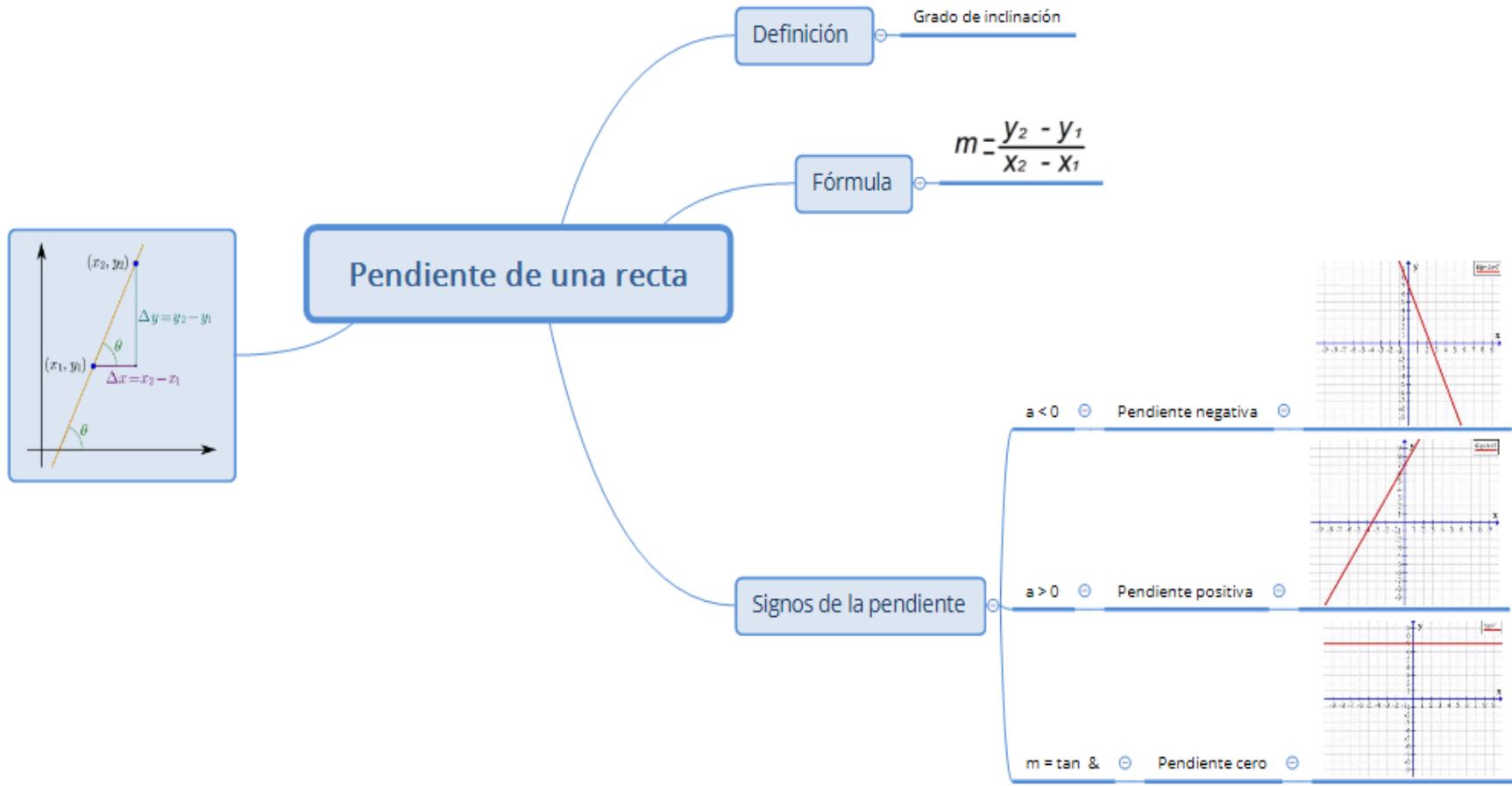
Datos

- Pendiente de una recta

Incógnitas

- ¿Qué es la pendiente de una recta?

Configurar un plan



Ejecutar el plan

Tabla 6
EJECUCIÓN DEL PLAN

Tiempo	Actividades
10 min	- Identificar el tema principal del mapa mental y ubicarlo en el centro
15 min	- Dibujar las ramas principales y ubicar en cada una de ellas los subtemas utilizando palabras claves
15 min	- Dibujar las ramificaciones que sean necesarias para ubicar las ideas que se derivan de los subtemas
10 min	- Añadir recursos visuales como imágenes signos y símbolos

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

Mirar hacia atrás

- En 10 minutos se cumplió la identificación del tema principal del mapa mental
- En 15 minutos se dibujó las ramas principales del mapa mental y se ubicó en cada una de ellas los subtemas.
- En 15 minutos se dibujó las ramificaciones necesarias para ubicar las ideas que se derivan de los subtemas
- En 10 minutos se añadió recursos visuales como imágenes signos y símbolos.

4. Pos test

Nº	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	TOTAL
1	1,5	1,5	2	2	0	0,85	7,85
2	1,5	1,5	2	2	2	0	9,00
3	1,5	0	2	2	2	1	8,50
4	1,5	0	2	2	2	1	8,50
5	1	1	2	2	2	0,9	8,90
6	1,5	1,5	2	0	2	1	8,00
7	1,5	0	2	2	2	1	8,50
8	1,5	1,5	2	2	0	1	8,00
9	1,5	0	2	2	2	1	8,50
10	1,5	1,5	2	2	0	1	8,00

11	1,5	1,5	2	2	2	0	9,00
12	1	1	2	2	2	0,8	8,80
13	0	1,5	2	2	2	1	8,50
14	1,5	1,5	2	2	2	0,5	9,50
15	1,,5	1,5	2	2	2	0	9,00
16	1,5	1,5	2	2	0	1	8,00
17	1,5	1,5	0	2	2	0	7,00
18	1	1	2	2	2	0,9	8,90
19	1,5	0	2	2	2	1	8,50
20	1,5	0	2	2	2	1	8,50
21	1,5	0	2	2	2	1	8,50
22	1,5	1,5	2	2	2	0,5	9,50
23	1,5	1,5	2	2	0	1	8,00
24	1,5	1,5	0	2	2	1	8,00
25	1,5	1,5	2	2	2	0	9,00
26	1,5	1,5	0	2	2	1	8,00
27	1,5	1,5	2	2	2	0,5	9,50
28	1,5	1,5	2	2	2	0	9,00
29	1,5	1,5	2	2	2	0,5	9,50
30	1,5	1,5	2	2	0	1	8,00
31	1,5	1,5	0	2	2	1	8,00
32	1,5	0	2	2	2	1	8,50

5. VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DEL MÉTODO DE PÓLYA “PENDIENTE DE UNA RECTA”, MEDIANTE LA PRUEBA SIGNO RANGO DE WILCOXON

Nº	(PRE TEST) x	(POS TEST) y	D= Y-X	VAL.ABS	R+	R-
1	4,50	7,85	3,35	2,00	6,00	0
2	5,00	9,00	4,00	3,00	23,00	0
3	4,50	8,50	4,00	3,00	23,00	0
4	5,00	8,50	3,50	3,00	13,00	0
5	5,50	8,90	3,40	3,30	8,00	0
6	4,50	8,00	3,50	3,35	13,00	0
7	5,00	8,50	3,50	3,40	13,00	0
8	4,00	8,00	4,00	3,40	23,00	0
9	4,50	8,50	4,00	3,40	23,00	0
10	4,00	8,00	4,00	3,50	23,00	0
11	4,50	9,00	4,50	3,50	30,50	0
12	5,50	8,80	3,30	3,50	5,00	0
13	4,50	8,50	4,00	3,50	23,00	0

14	5,50	9,50	4,00	3,50	23,00	0
15	5,00	9,00	4,00	3,50	23,00	0
16	4,50	8,00	3,50	3,50	13,00	0
17	4,00	7,00	3,00	4,00	3,00	0
18	5,50	8,90	3,40	4,00	8,00	0
19	4,00	8,50	4,50	4,00	30,50	0
20	5,00	8,50	3,50	4,00	13,00	0
21	5,50	8,50	3,00	4,00	3,00	0
22	5,50	9,50	4,00	4,00	23,00	0
23	4,50	8,00	3,50	4,00	13,00	0
24	4,00	8,00	4,00	4,00	23,00	0
25	5,60	9,00	3,40	4,00	8,00	0
26	4,00	8,00	4,00	4,00	23,00	0
27	4,50	9,50	5,00	4,00	32,00	0
28	5,00	9,00	4,00	4,00	23,00	0
29	6,50	9,50	3,00	4,00	3,00	0
30	6,00	8,00	2,00	4,50	1,00	0
31	4,00	8,00	4,00	4,50	23,00	0
32	5,00	8,50	3,50	5,00	13,00	0
TOTAL					528	0

Cálculo de:

$$W = (\sum R +) - (\sum R -)$$

$$W = 528 - 0$$

$$W = 528$$

La alternativa no funciona: las puntuaciones X son iguales o inferiores de las puntuaciones Y (**X=Y**).

La alternativa funciona: Las puntuaciones Y son iguales o inferiores a las puntuaciones X (**Y>X**).

$$\mu_w = w^+ - \frac{N(N+1)}{4}$$

$$\mu_w = 528 - \frac{32(32+1)}{4}$$

$$\mu_w = 528 - 264$$

$$\mu_W = 264$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{32(32+1)(2(32)+1)}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{68640}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{2860}$$

$$\sigma_W = 53,48$$

$$Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W}$$

$$Z = \frac{528 - 264}{53,48}$$

$$Z = 4,93$$

La Regla de decisión establece:

Si **Z** es mayor o igual a 1,96 (que es el 95% bajo la curva normal) se rechaza que la alternativa no funciona (el nivel de significancia es 0,05) caso contrario se la acepta.

Conclusión:

Como el valor estadístico **Z** obtenido equivale a **4,93** mayor que **1,96** se verifica que el método de Pólya, utilizado de manera adecuada sirve para mejorar el aprendizaje de pendiente de una recta .

TALLER N°4

1. Datos informativos

Tabla 7

DATOS INFORMATIVOS DEL TALLER 4

Facilitadora: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos	Tema: El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función cuadrática
Estudiantes: 32	
Docentes: 1	
Tiempo de duración: 70 minutos	

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

2. pre test

1. La función cuadrática tiene tres parámetros a, b, c. ¿Qué nombre reciben estos parámetros? (1,5p)

- a. coeficiente cuadrático, coeficiente lineal y término independiente
- b. coeficiente cuadrático, coeficiente exponencial y término independiente
- c. coeficiente cuadrático, coeficiente lineal y término dependiente
- d. coeficiente cuadrático, coeficiente exponencial y término dependiente

2. Si es el discriminante es menor que cero. ¿Cuántas raíces tiene la función cuadrática? (1,5p)

- a. tiene dos raíces reales y distintas
- b. tiene una única solución real; diremos que es una raíz doble
- c. no tiene raíces reales; tiene dos raíces complejas conjugadas

3. Si es discriminante es igual a cero. ¿Cuántas raíces tiene la función cuadrática? (1,5 p)

- a. Tiene dos raíces reales y distintas.
- b. Tiene una única solución real; diremos que es una raíz doble
- c. no tiene raíces reales; tiene dos raíces complejas conjugadas.

4. ¿Cuáles son los elementos de una función cuadrática? (1,5p)

- a. Coeficientes

- b. Simetría
- c. vértice
- d. raíces
- e. Orientación o concavidad
- f. Puntos de corte con los ejes

5. ¿Qué es el vértice de una función cuadrática? (2p)

- a. Es el punto en el cual la gráfica alcanza su valor mínimo o máximo
- b. Es una recta que nos permite observar claramente que las parábolas son curvas simétricas
- c. Cada uno de los lugares en los que la gráfica corta al eje X
- d. La representación gráfica de una función cuadrática
- e. Los parámetros de una ecuación cuadrática

6. ¿Qué es el eje de simetría de una función cuadrática? (2p)

- a. Es el punto en el cual la gráfica alcanza su valor mínimo o máximo
- b. Es una recta que nos permite observar claramente que las parábolas son curvas simétricas.
- c. Cada uno de los lugares en los que la gráfica corta al eje X
- d. La representación gráfica de una función cuadrática
- e. Los parámetros de una ecuación cuadrática.

Nº	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	TOTAL
1	0	0	0	0	2	2	4,00
2	1,5	0	0	0	2	2	5,50
3	0	0	0	0	2	2	4,00
4	1,5	1,5	0	0	2	0	5,00
5	0	1,5	0	0	2	2	5,50
6	0	1,5	0	0	2	2	5,50
7	1,5	1,5	1,5	0	0	0	4,50
8	0	0	0	0	2	2	4,00
9	1,5	0	0	0	2	2	5,50
10	0	0	0	0	2	2	4,00
11	1,5	1,5	1,5	0	0	0	4,50
12	1,5	1,5	0	0	0	2	5,00
13	1,5	1,5	0	1,5	0	2	6,50

14	1,5	1,5	1,5	1,5	0	0	6,00
15	0	0	0	0	2	2	4,00
16	1,5	0	1,5	0	0	2	5,00
17	1,5	0	0	0	2	0	3,50
18	1,5	1,5	1,5	0	0	0	4,50
19	1,5	1,5	0	0	2	0	5,00
20	1,5	0	0	0	2	2	5,50
21	1,5	1,5	0	0	2	0	5,00
22	1,5	1,5	0	1,5	0	0	4,50
23	1,5	0	0	0	2	2	5,00
24	1,5	0	1,5	1,5	0	0	4,50
25	1,5	0	0	0	2	2	5,50
26	1,5	1,5	1,5	1,5	0	0	6,00
27	0	1,5	0	0	2	2	5,50
28	1,5	0	0	0	2	2	5,50
29	0	0	0	0	2	2	4,00
30	1,5	0	1,5	0	2	0	5,00
31	0	0	0	1,5	2	2	5,50
32	1,5	1,5	1,5	0	0	0	4,50

3. Desarrollo del taller

Entender el problema

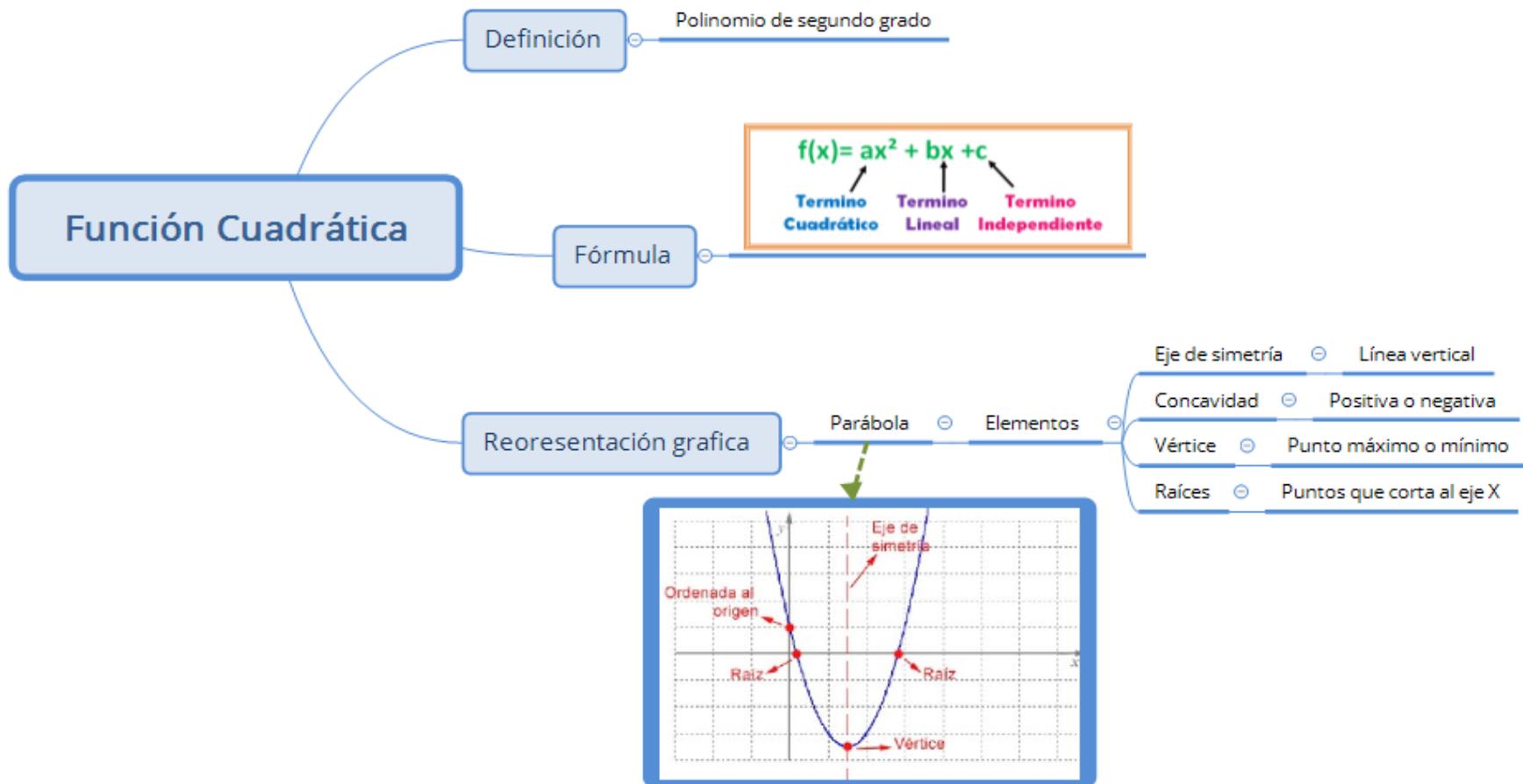
Datos

- Función cuadrática

Incógnitas

- ¿Qué es una función cuadrática?

Configurar un plan



Ejecución del plan

Tabla 8
EJECUCIÓN DEL PLAN

Tiempo	Actividades
10 min	- Identificar el tema principal del mapa mental y ubicarlo en el centro
15 min	- Dibujar las ramas principales y ubicar en cada una de ellas los subtemas utilizando palabras claves
15 min	- Dibujar las ramificaciones que sean necesarias para ubicar las ideas que se derivan de los subtemas
10 min	- Añadir recursos visuales como imágenes signos y símbolos

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

Mirar hacia atrás

- En 10 minutos se cumplió la identificación del tema principal del mapa mental
- En 15 minutos se dibujó las ramas principales del mapa mental y se ubicó en cada una de ellas los subtemas.
- En 15 minutos se dibujó las ramificaciones necesarias para ubicar las ideas que se derivan de los subtemas
- En 10 minutos se añadió recursos visuales como imágenes signos y símbolos.

4. Pos test

Nº	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	TOTAL
1	1,5	1,5	1,5	0	2	1	7,50
2	1,5	1,5	0,5	1,5	2	2	9,00
3	1,5	1,5	1,5	0	2	2	8,50
4	1,5	0	1,5	1,5	2	2	8,50
5	1,5	1,5	1,5	0	2	2	8,50
6	1,5	1,5	1,5	0	2	2	8,50
7	1,5	0	1,5	1,5	2	2	8,50
8	1,5	1,5	1,5	0	2	1	7,50
9	1,5	0	1,5	1,5	2	2	8,50
10	1,5	1,5	1,5	1,5	0	1	7,00
11	1,5	1,5	1,5	1,5	2	1	9,00

12	1,5	1,5	1,5	0	2	2	8,50
13	0	1,5	1,5	1,5	2	2	8,50
14	1,5	1,5	1,5	1,5	2	1,5	9,50
15	1,5	1,5	1,5	0	2	2	8,50
16	1,5	1,5	1,5	1,5	0	2	8,00
17	1,5	1,5	0	1,5	2	2	8,50
18	1,5	1,5	1,5	1,5	2	0	8,00
19	1,5	1,5	1,5	0	2	1	7,50
20	1,5	1,5	1,5	0	2	2	8,50
21	1,5	0	1,5	1,5	2	2	8,50
22	1,5	1,5	1,5	0	2	2	8,50
23	1,5	1,5	1,5	0	2	1	7,50
24	1,5	1,5	1,5	0	2	1	7,50
25	1,5	1,5	1,5	0	2	1	7,50
26	1,5	1,5	1,5	1,5	2	1	9,00
27	1,5	1,5	1,5	0	2	2	8,50
28	1,5	1,5	1,5	1,5	2	0,5	9,50
29	1,5	1,5	1,5	0	2	1	7,50
30	1,5	1,5	1,5	1,5	0	2	8,00
31	1,5	1,5	1,5	1,5	2	1	9,00
32	1,5	1,5	1,5	1,5	2	0	8,00

5. VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DEL MÉTODO DE PÓLYA “FUNCIÓN CUADRÁTICA ”, MEDIANTE LA PRUEBA SIGNO RANGO DE WILCOXON

Nº	x	y	D= Y-X	VAL.ABS	R+	R-
1	4,00	7,85	3,85	2,00	27,00	0
2	5,50	9,00	3,50	2,25	19,00	0
3	4,00	8,50	4,50	2,50	30,00	0
4	5,00	8,50	3,50	2,50	19,00	0
5	5,50	8,90	3,40	2,90	14,00	0
6	5,50	8,75	3,25	3,00	12,00	0
7	4,50	8,50	4,00	3,00	28,00	0
8	4,00	7,50	3,50	3,00	19,00	0
9	5,60	8,50	2,90	3,00	5,00	0
10	4,00	7,00	3,00	3,00	8,00	0
11	4,50	9,00	4,50	3,25	30,00	0
12	5,00	8,80	3,80	3,25	26,00	0
13	6,50	8,50	2,00	3,25	1,00	0
14	6,00	9,50	3,50	3,40	19,00	0
15	4,00	8,50	4,50	3,50	30,00	0
16	5,00	8,00	3,00	3,50	8,00	0

17	3,75	8,50	4,75	3,50	32,00	0
18	4,50	8,00	3,50	3,50	19,00	0
19	5,00	7,50	2,50	3,50	3,50	0
20	5,50	8,75	3,25	3,50	12,00	0
21	5,00	8,50	3,50	3,50	19,00	0
22	4,75	8,50	3,75	3,50	24,50	0
23	5,00	7,50	2,50	3,50	3,50	0
24	4,50	7,75	3,25	3,75	12,00	0
25	5,50	7,75	2,25	3,75	2,00	0
26	6,00	9,00	3,00	3,80	8,00	0
27	5,50	8,50	3,00	3,85	8,00	0
28	5,75	9,50	3,75	4,00	24,50	0
29	4,00	7,50	3,50	4,50	19,00	0
30	5,00	8,00	3,00	4,50	8,00	0
31	5,50	9,00	3,50	4,50	19,00	0
32	4,50	8,00	3,50	4,75	19,00	0
TOTAL					528	0

Cálculo de:

$$W = (\sum R +) - (\sum R -)$$

$$W = 528 - 0$$

$$W = 528$$

La alternativa no funciona: las puntuaciones X son iguales o inferiores de las puntuaciones Y (**X=Y**).

La alternativa funciona: Las puntuaciones Y son iguales o inferiores a las puntuaciones X (**Y>X**).

$$\mu_w = w^+ - \frac{N(N+1)}{4}$$

$$\mu_w = 528 - \frac{32(32+1)}{4}$$

$$\mu_w = 528 - 264$$

$$\mu_w = 264$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{32(32+1)(2(32)+1)}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{68640}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{2860}$$

$$\sigma_W = 53,48$$

$$Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W}$$

$$Z = \frac{528 - 264}{53,48}$$

$$Z = 4,93$$

La Regla de decisión establece:

Si **Z** es mayor o igual a 1,96 (que es el 95% bajo la curva normal) se rechaza que la alternativa no funciona (el nivel de significancia es 0,05) caso contrario se la acepta.

Conclusión:

Como el valor estadístico **Z** obtenido equivale a **4,93** mayor que **1,96** se verifica que el método de Pólya, utilizado de manera adecuada sirve para mejorar el aprendizaje de función cuadrática.

g. DISCUSIÓN

La información recolectada es resultado de la encuesta aplicada sobre las dificultades de resolución de problemas en el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas a los estudiantes de Primer Año de Bachillerato General Unificado paralelo "B" y docente del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado, así como los pre test y post test aplicados antes y después de los cuatro talleres que sirvieron para conocer si el método de Pólya sirve para mejorar el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas.

El resultado de la encuesta aplicada a los estudiantes del colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado sobre dificultades de resolución de problemas en el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas, indican que:

El 56,25% señalaron que resolver un problema de matemáticas es la búsqueda de un dato desconocido teniendo clara la definición de lo que es un problema matemático.

El 37,5% indicaron que los elementos de un problema matemático son una serie de ejercicios presentando una deficiencia conceptual de los elementos principales de un problema matemático.

El 56,25% manifestaron que el planteamiento de un problema de funciones lineales y cuadráticas es adecuado cuando se tiene todos los datos del problema.

El 36,95% indicaron que cuando resuelven problemas de funciones lineales y cuadráticas ejecutan como paso principal leer detenidamente el problema.

El 71,87% manifestaron que la docente de matemáticas a veces utiliza la resolución de problemas durante el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas impidiendo que los estudiantes desarrollen su razonamiento lógico y una visión crítica del entorno que los rodea.

El 93,76 señalaron que la docente de matemáticas a veces promueve la construcción que les ayude en la resolución de problema durante el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas limitando la búsqueda de acciones para mejorar su aprendizaje.

El 59,37% indicaron que la docente de matemáticas a veces comprueba los pasos que ellos realizan durante la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas es decir se toma poca atención a los procedimientos centrándose en los resultados.

El 50% demostraron dificultad de comprensión y dominio durante la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas repercutiendo en su aprendizaje

El resultado de la encuesta realizada a la docente de matemáticas sobre las dificultades de resolución de problemas en el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas indican que:

La docente de matemáticas definió un problema matemático como una situación que requiere una solución teniendo clara la definición de problema matemático.

La docente de matemáticas manifestó que los elementos que encuentra en un problema matemático son datos, despejes, transformaciones y también encuentra signos matemáticos y fórmulas.

La docente de matemáticas considera que el planteamiento adecuado de un problema de funciones lineales y cuadráticas se da cuando se tiene todo los datos del problema y cuando se tiene claridad en el planteamiento del mismo

La docente de matemáticas indicó que los pasos que realiza para resolver problemas de funciones lineales y cuadráticas son leer detenidamente el problema, aplica formulas, despejes y transformaciones y por ultimo halla el valor desconocido.

La docente de matemáticas manifestó que a veces utiliza la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas haciendo que el desarrollo de este contenido sea más teórico que práctico.

La docente de matemáticas indicó que a veces promueve la construcción de un plan para ayudar a los estudiantes en la resolución de funciones lineales y cuadráticas limitando la búsqueda de acciones que mejoren el aprendizaje.

La docente de matemáticas manifestó que a veces comprueba los pasos que realizan los estudiantes en la resolución de problemas de funciones lineales haciendo que los estudiantes asuman este contenido como un producto y no como un proceso.

La docente de matemáticas indico que los estudiantes siempre presentan dificultad de comprensión y dominio durante el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas por ser un contenido complejo.

INTERPRETACIÓN

En la encuesta aplicada sobre las dificultades de resolución de problemas en el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas, establece que en el primer año de bachillerato General Unificado se presentan deficiencias y necesidades según la definición de problema.

Pólya (1965) establece que tener un -problema significa “buscar conscientemente con alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar.”

APLICACIÓN Y VALORACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA

TALLERES APLICADOS	VALORACIÓN DE LA CALIFICACIÓN Z CON LA PRUEBA SIGNO RANGO DE WILCOXON.
---------------------------	---

Taller 1. el método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función, dominio y recorrido	Z = 4,93
Taller 2 el método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función lineal	Z = 4,93
Taller 3 el método de Pólya para mejorar el aprendizaje de la pendiente de una recta	Z = 4,93
Taller 4 el método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función cuadrática	Z = 4,93

Al aplicar un pre test y pos test antes y después de aplicar el método de Pólya, la variación entre los dos test calculados con la Prueba no paramétrica Signo Rango de Wilcoxon, donde se obtuvo un valor de verdad mayor a 1,96 con una significancia del 95%, valor positivo que confirma la efectividad de la alternativa propuesta para mejorar el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas.

h. CONCLUSIONES

De la investigación se obtiene las siguientes conclusiones:

1. La mayoría de los estudiantes demostraron progreso en el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas mediante la resolución de problemas aplicando el método Pólya.
2. La aplicación del método Pólya en el mejoramiento del aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, favoreció a los estudiantes a obtener cambios positivos en lo que tiene que ver a la concentración, la capacidad de razonar y en la integración activa en grupos.
3. Con el apoyo del método Pólya se evidencia que el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas se vuelve más factible para los estudiantes ya que les permite razonar y descubrir nuevas formas de resolver un problema empleando estrategias que le sean útiles en este proceso.
4. El método de Pólya utilizado de manera adecuada generó cambios positivos en el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en los estudiantes de primer Año de Bachillerato General Unificado paralelo "B".

i. RECOMENDACIONES

De la presente investigación se obtiene las siguientes recomendaciones:

1. Proponer al Vicerrectorado del establecimiento Educativo que se implemente dentro de las actividades de los docentes de Matemáticas el uso del método de Pólya.
2. Plantear a los docentes de Matemáticas que empleen el método de Pólya en la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas que estén acorde al contexto y nivel intelectual de los estudiantes, creando un ambiente favorable en el que el estudiante experimente la suficiente confianza en sí mismo para mejorar su aprendizaje.
3. Plantear a los docentes de Matemáticas el manejo del método de Pólya dentro del proceso enseñanza- aprendizaje para desarrollar destrezas y habilidades en los estudiantes que les permitan mejorar su aprendizaje y mejorar su rendimiento académico
4. Incentivar en los estudiantes el interés y uso del método de Pólya como una estrategia didáctica que les permita resolver problemas matemáticos.

j. BIBLIOGRAFÍA

- ANDER EGG, E. (1986). *Hacia una pedagogía autogestionaria*. Editorial Humanitas. Buenos Aires.
- ARGYRIS, C. (1996). *Organizational learning Ih Theory, method and practice* . New York: Addison-Wesley.
- BROPHY, G. y. (2004). *Psicología educativa contemporánea* . México: McGrawHill.
- CÁCERES GONZÁLEZ, A. E. (2004). *El aprendizaje*.
- CARRIZO SALCEDO, M. (2009). *Como hacer el aprendizaje significativo* . Quito : Grupo Santillana.
- CHAVÉZ, H. (2000). *Matemática 11 Guia de recursos* . Bogotá : Santillana .
- COLÉ, M. (1995). *Sociocultural settings: Design and intorvention*". New York: Cambridge University Press.
- EDUCACIÓN, M. D. (2013). *Libro de primer año de bachillerato general unificado*. Quito: Santillana.
- FELDMAN, R. (2005). *Psicología: con aplicaciones en países de habla hispana (Sexta Edición)* . México: McGrawHill.
- GAGNÉ, R. (1985). *Las condiciones del aprendizaje*. México: Interamericana.
- GARCÍA, C. (2005). *A estudiar se aprende*. México: Alfaomega.
- García, F. y. (1997). Motivación, aprendizaje y rendimiento escolar. *Revista electronica de motivación*.
- GASCÓN, J. (1994). El papel de la Resolución de Problemas en la Enseñanza. *Revista Educación Matemática*, 6, 3, 37-51.
- GONZÁLEZ, F. (1997). *La enseñanza de la matemática* . Caracas : IMPREUPEL
- HERNÁNDEZ, R. F. (2003). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- KISNERMAN, N. (1977). *Los talleres, ambientes de Formación Profesional. El taller, Integración de Teoría y Práctica*. Buenos Aires: Humanitas.
- LÒPEZ, E. (2012). Obtenido de eumed.net: http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/eal/problema_investigacion.html
- MEJÍA DE SEIJAS, M. (1995). *La representación de problemas matemáticos por los alumnos de educación basica y media del estado de Trujillo. Trabajo especial de grado presentado para optar por el titulo de Magíster en mtemática mension en enseñanza de la matemática* . Barquisimeto Venezuela.

- MORA, D. (2002). *Didáctica de las matemáticas* . Venezuela : Ediciones de la biblioteca EBUC. Universidad Central de Venezuela .
- PÓLYA ,G. (1945). *How To Solve It? : A New Aspect of Mathematical Method*. Oxford: Princeton University Press.
- SCHOENFELD, A. (1992). *Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics*. New York : En Grouws, D.A.
- SESCOVICH, S. (2009). *El taller como proceso de enseñanza aprendizaje* .
Obtenido de
<http://www.fder.edu.uy/contenido/rrll/contenido/licenciatura/documentos/modalidad-de-ensenanza-taller.pdf>
- TERÁN DE SERRENTINO, M. (2005). *Estrategias para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas* . Universidad de los Andes : Fondo editorial, programa de perfeccionamiento y actualización docente .
- VILLAROEL, S. B. (2011). *Resolución de problemas matemáticos* . Punta Arenas.

k. ANEXOS



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA DE FÍSICO MATEMÁTICAS

TEMA

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERÍODO

2015-2016

Proyecto de tesis previa a la obtención del Grado de Licenciada en Ciencias de la Educación, Mención: Físico Matemáticas

AUTORA

MARIUXI CECIBEL RAMOS RAMOS

LOJA - ECUADOR

2015

a. TEMA

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES, Y CUADRÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERÍODO 2015-2016

b. PROBLEMÁTICA

DELIMITACIÓN ESPACIAL

Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado

DELIMITACIÓN TEMPORAL

2015-2016

CAMPO DE INTERVENCIÓN

Estudiantes del Primer Año de Bachillerato General Unificado del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

El bajo rendimiento de matemáticas en el Ecuador es crítico, esto según el informe de resultados de la prueba SER de evaluación a los estudiantes que elaboró el Ministerio de Educación en Julio de 2008; el informe cita que un 49% de los alumnos de tercer año de bachillerato tiene un promedio equivalente a “insuficiente”, mientras que un 53.32% de los alumnos de décimo año de educación básica es regular.

Los factores que determinan el bajo nivel de los promedios en los estudiantes se debe a un reducido apoyo gubernamental a la educación, los métodos de enseñanza actual ya no son los adecuados, pues deben estar acorde a los cambios tecnológicos y culturales de la sociedad; la falta de actualización masiva y permanente de los docentes, la nutrición inadecuada y los conflictos familiares, son otros de los factores que ayudan a que los estudiantes tengan dicho rendimiento académico.

En la actualidad los jóvenes de la ciudad de Loja y específicamente del Colegio Pío Jaramillo Alvarado no poseen conocimientos previos demostrando poco

interés por el estudio de la matemática, ocasionando dificultad en el proceso enseñanza- aprendizaje y por ende un aprendizaje no acorde a lo esperado.

Los docentes tienen un limitado conocimiento de estrategias metodológicas para el proceso de enseñanza del bloque de funciones, limitando la relación teórica y práctica conforme se señala en los programas, proyectos y unidades curriculares propuestos por el Gobierno a través del Ministerio de Educación.

En el proceso enseñanza-aprendizaje del bloque de funciones, las clases impartidas por los docentes se basan únicamente en dictados, lecturas y exposiciones del texto guía, por lo que dejan al estudiante en un estado de pasividad, la enseñanza impartida es teórica, verbalista, memorista, y repetitiva. Esto refleja que el docente tiene limitaciones en el uso de métodos de enseñanza, manteniendo así el esquema pedagógico tradicional, convirtiendo al estudiante en un ser repetitivo, pasivo y poco investigador; generalmente la tarea del profesor es transmitir conocimientos enfocados al cumplimiento de objetivos establecidos.

Por otra parte el currículo dispuesto por el Ministerio de Educación no tiene una secuencia lógica haciendo que no exista una relación entre las temáticas para que los estudiantes aprendan de manera adecuada.

En una encuesta exploratoria aplicada a los estudiantes del primer año de bachillerato general unificado del Colegio Pío Jaramillo Alvarado se encontraron un conjunto de dificultades en el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, los mismos que se detallan a continuación: el 86 % de los estudiantes encuestados no tienen una definición científica de las funciones lineales, el 67% de los estudiantes no tienen noción de las características de las funciones lineales, el 84% de los estudiantes no conocen cuando la pendiente es positiva la función es creciente, el 85.8% de los estudiantes encuetados no conocen cuando la pendiente es negativa la función es decreciente, el 90.1% de los estudiantes encuestados no conocen cuando la pendiente es cero la función es constante.

Estas dificultades han ocasionado por una parte la deserción estudiantil y por otra parte que los estudiantes no tengan los conocimientos necesarios para

desarrollar destrezas con criterio de desempeño.

Problema de investigación

De la situación problemática se deriva el siguiente problema de investigación:

¿Cómo la aplicación del método de Pólya influencia en el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en los estudiantes de Primer Año de Bachillerato General Unificado del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, período 2015-2016?.

c. JUSTIFICACIÓN

Como estudiante de la Universidad Nacional de Loja he sido preparada de acuerdo a un sistema de asignaturas, el cual viene impulsando la investigación científica en diferentes campos, garantizando una adecuada interiorización de conocimientos fundamentándose en la bibliografía necesaria para que sean vinculados con la teoría y la práctica.

Es por ello que el presente trabajo de investigación tiene como objetivo ser un aporte académico mediante la aplicación del método de Pólya ideado por George Pólya, quien en sus estudios estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, generalizó su método para resolver problemas matemáticos en cuatro pasos: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y evaluar el plan.

El método de Pólya será utilizado para apreciar que resultados se adquiere en el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado y valorar su efectividad, de tal manera que la información sirva como base para recomendar su importancia a los estudiantes y docentes de matemáticas de Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado.

d. OBJETIVOS

GENERAL

Mejorar el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas mediante la aplicación del Método de Pólya en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado del colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, período 2015-2016

ESPECÍFICOS

1. Elaborar una perspectiva teórica del método de Pólya para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas
2. Elaborar un diagnóstico de las deficiencias de métodos de enseñanza para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas
3. Diseñar y valorar la efectividad de un modelo alternativo basado en el método de George Pólya mediante la aplicación del taller como estrategia didáctica en la potenciación del aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas

e. MARCO TEÓRICO

Contenido

Método

Concepto de método

Métodos de enseñanza

Clasificación de metodos

Los métodos en cuanto a la forma de razonamiento

Los métodos en cuanto a la organización de la materia

Los métodos en cuanto a su relación con la realidad

Los métodos en cuanto a la sistematización de la materia.

Los métodos en cuanto a las actividades externas del alumno

Los métodos en cuanto a sistematización de conocimientos

Los métodos en cuanto al trabajo del alumno

Los métodos en cuanto a la relación entre el profesor y el alumno

Los métodos en cuanto a la aceptación de lo enseñado

Los métodos en cuanto a la aceptación de lo enseñado

Método de Pólya

Origen

Etapas del método de Pólya

Entender el problema.

Configurar un plan

Ejecutar el plan

Mirar hacia atrás

El papel del docente

Resolución de Problemas Matemáticos

Historia

Definición

Fases para resolver un problema

Clasificación de Problemas Matemáticos

Funciones

Historia de las funciones

Definición de función

Dominio, codominio recorrido y grafo de una función

Formas para representar una función

Funciones reales

Función lineal

Representación grafica

Función afin

Pendiente de una recta

Ecuación explicita de la recta

Ecuación general de la recta

Ecuación paramétrica de la recta

Posición relativa de dos rectas en el plano

Función cuadrática

Concepto

Grafica de una función cuadrática

Elementos de la parábola

Ceros, raíces o soluciones de una función cuadrática

Aplicación del método de Pólya mediante el taller pedagógico para mejorar el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas

Taller 1.- El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de definición de función, dominio, codominio y recorrido.

Taller 2.- El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función lineal y los casos particulares de la función lineal.

Taller 3- El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de la pendiente de una recta y ecuaciones de la recta

Taller 4.- El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función cuadrática y sus elementos

Valoración de la efectividad de la alternativa

Modelos estadísticos para medir la efectividad

Método

CONCEPTO DE MÉTODO

La palabra método viene del Latín *methodus* que, a su vez, tiene su origen en el griego, en las palabras *meta* (*meta=meta*) y *hodos* (*hodos=camino*). Por consiguiente método quiere decir camino para llegar a un lugar determinado.

“Es una serie o conjunto de pasos ordenados y sistematizados que tienen como fin llegar a la obtención del conocimiento.” (Angelica, 2006)

“El método es una estrategia ordenada para obtener un conocimiento o un propósito humano. Es opuesto al azar, porque consiste en un conjunto de reglas que establecen ante todo un orden”. (Mora, 2012)

Medio fundamental en el proceso de dirección de la enseñanza, que se define como un modo de obrar y actuar de acuerdo con un plan, para abordar el estudio de los fenómenos de la naturaleza y la sociedad (AMEI-WAECE, 2003)

En el lenguaje filosófico, el método es un “sistema de reglas que determina las clases de los posibles sistemas de operaciones que, partiendo de ciertas condiciones iniciales, conducen a un objetivo determinado”. La característica esencial del método es que va dirigido a un objetivo. Los métodos son reglas utilizadas por los hombres para lograr los objetivos que tienen trazados. La categoría método tiene, pues, a) la función de servir como medio y b) carácter final. Método significa, primeramente, reflexionar acerca de la vía que se tiene que emprender para lograr un objetivo. (Klaus, 1996).

MÉTODOS DE ENSEÑANZA

Los métodos de enseñanza son las distintas secuencias de acciones del profesor que tienden a provocar determinadas acciones y modificaciones en los educandos en función del logro de los objetivos propuestos.

En lo que a docencia se refiere, podemos definir un método de enseñanza como un mecanismo que ayuda a aprender en consonancia con el concepto de aprendizaje que se tenga, los conceptos a aprender, y quiénes lo van a aprender. Los métodos de enseñanza tienen por objeto favorecer el proceso de aprendizaje. Gracias a ellos, pueden ser elaborados de forma efectiva los materiales, adquiridas las habilidades e incorporados con menor esfuerzo los ideales y actitudes que el docente pretende proporcionar a sus alumnos. (W.Barbe, 1979)

Clasificación de metodos

Existen múltiples clasificaciones de los métodos de enseñanza - aprendizaje. De todas se toma la sexta clasificación dada por el doctor (Zayas, 2005) en su libro de didáctica. Esta clasificación se efectúa en función del grado de actividad del profesor y de la independencia de los estudiantes, y es la siguiente:

Los métodos en cuanto a la forma de razonamiento

Método deductivo

Cuando el asunto estudiado procede de lo general a lo particular. El profesor presenta conceptos, principios o definiciones o afirmaciones de las que se van extrayendo conclusiones y consecuencias, o se examinan casos particulares sobre la base de las afirmaciones generales presentadas. Si se parte de un principio, por ejemplo el de Arquímedes, en primer lugar se enuncia el principio y posteriormente se enumeran o exponen ejemplos de flotación... Los métodos deductivos son los que tradicionalmente más se utilizan en la enseñanza. Sin embargo, no se debe olvidar que para el aprendizaje de estrategias cognoscitivas, creación o síntesis conceptual, son los menos adecuados. Recuerde que en el aprendizaje propuesto desde el comienzo de este texto, se aboga por métodos experimentales y participativos. El método deductivo es muy válido cuando los conceptos, definiciones, fórmulas o leyes y principios ya están muy asimilados por el alumno, pues a partir de ellos se generan las deducciones. Evita trabajo y ahorra tiempo.

Método inductivo

Cuando el asunto estudiado se presenta por medio de casos particulares, sugiriéndose que se descubra el principio general que los rige. Es el método, activo por excelencia, que ha dado lugar a la mayoría de descubrimientos científicos. Se basa en la experiencia, en la participación, en los hechos y posibilita en gran medida la generalización y un razonamiento globalizado. El método inductivo es el ideal para lograr principios, y a partir de ellos utilizar el método deductivo. Normalmente en las aulas se hace al revés. Si seguimos con el ejemplo iniciado más arriba del principio de Arquímedes, en este caso, de los ejemplos pasamos a la 'inducción' del principio, es decir, de lo particular a lo general. De hecho, fue la forma de razonar de Arquímedes cuando descubrió su principio.

Método analógico o comparativo

Cuando los datos particulares que se presentan permiten establecer comparaciones que llevan a una solución por semejanza hemos procedido por analogía. El pensamiento va de lo particular a lo particular. Es fundamentalmente la forma de razonar de los más pequeños, sin olvidar su importancia en todas las edades. El método científico necesita siempre de la analogía para razonar. De hecho, así llegó Arquímedes, por comparación, a la inducción de su famoso principio. Los adultos, fundamentalmente utilizamos el método analógico de razonamiento, ya que es único con el que nacemos, el que más tiempo perdura y la base de otras maneras de razonar.

Los métodos en cuanto a la organización de la materia

Método basado en la lógica de la tradición o de la disciplina científica

Cuando los datos o los hechos se presentan en orden de antecedente y consecuente, obedeciendo a una estructuración de hechos que va desde lo menos a lo más complejo o desde el origen hasta la actualidad o siguiendo simplemente la costumbre de la ciencia o asignatura. Estructura los elementos

según la forma de razonar del adulto. Es normal que así se estructuren los libros de texto. El profesor es el responsable, en caso necesario, de cambiar la estructura tradicional con el fin de adaptarse a la lógica del aprendizaje de los alumnos.

Método basado en la psicología del alumno

El método psicológico se refiere a la manera de pensar del niño, del adolescente, del adulto, del campesino, del hombre de la ciudad, del individuo normal, del anormal, en una palabra: del alumno o sujeto de la educación; es decir, una adecuación del procedimiento metodológico a las necesidades, intereses, nivel mental, nivel académico y proceso de pensamiento del educando en una situación escolar determinada. Cuando el orden seguido responde más bien a los intereses y experiencias del alumno se ciñe a la motivación del momento y va de lo conocido por el alumno a lo desconocido por él, es el método que propicia los movimientos de renovación, que intentan más la intuición que la memorización. Muchos profesores tienen reparo, a veces como mecanismo de defensa, de cambiar el 'orden lógico', el de siempre, por vías organizativas diferentes. Bruner, le da mucha importancia a la forma y el orden de presentar los contenidos al alumno, como elemento didáctico relativo en relación con la motivación y por lo tanto con el aprendizaje.

Los métodos en cuanto a su relación con la realidad

Método simbólico o verbalístico

Cuando el lenguaje oral o escrito es casi el único medio de realización de la clase. Para la mayor parte de los profesores es el método más usado. Dale, lo critica cuando se usa como único método, ya que desatiende los intereses del alumno, dificulta la motivación y olvida otras formas diferentes de presentación de los contenidos.

Método intuitivo

Cuando se intenta acercarse a la realidad inmediata del alumno lo más posible.

Parte de actividades experimentales, o de sustitutos. El principio de intuición es su fundamento y no rechaza ninguna forma o actividad en la que predomine la actividad y experiencia real de los alumnos

Los métodos en cuanto a la sistematización de la materia.

Método rígido

Cuando el esquema de la clase no permite flexibilidad alguna a través ítems lógicamente ensamblados, que no dan oportunidad de espontaneidad alguna al desarrollo del tema de la clase, lo cual es consecuencia de que los programas son elaborados en forma de índice de libro y el maestro determina dar todo lo que está incluido en dicho índice.

Método semirrígido.

Cuando el esquema de la lección permite cierta flexibilidad para una mejor adaptación a las condiciones reales de la clase y del medio social al que la escuela sirve. Los programas mínimos se ajustan a esta forma de realización.

Los métodos en cuanto a las actividades externas del alumno

Método pasivo

Cuando se acentúa la actividad del profesor permaneciendo los alumnos en forma pasiva. Entre ellas tenemos: Exposiciones, preguntas, dictados. Este es el método donde el alumno era un simple receptor del conocimiento, un “embudo” que recibía la información sin conocer para que le serviría o buscar forma para adquirirlo.

Método activo

Cuando se cuenta con la participación del alumno y el mismo método y sus actividades son las que logran la motivación del alumno. Todas las técnicas de

enseñanza pueden convertirse en activas mientras el profesor se convierte en el orientador del aprendizaje.

Un conjunto de métodos de participación activa del estudiante se agrupan en la llamada, "la enseñanza problémica". La enseñanza problémica, eleva el grado de actividad mental en el alumno, propiciando su pensamiento creador contribuyendo de esta forma al desarrollo de su personalidad. Cabe señalar, no obstante; que el método problémico no puede ni debe ser utilizado en todos los contenidos, pues se le da preferencia a aquellos en los que los objetivos demandan un nivel de asimilación productivo o creador.

Entre los métodos problémico están:

La exposición problémica, donde el profesor va desarrollando en forma de diálogo mental el hilo conductor del razonamiento de los estudiantes y los va conduciendo a la resolución del planteamiento de la situación problémica, de forma que los alumnos van tomando conciencia de los procedimientos generalizadores de resolución correspondiente.

El método de búsqueda parcial, donde el profesor procura, con la base de un enfoque problémico de la enseñanza y la participación activa y consciente de los alumnos en la búsqueda del conocimiento, la asimilación de los elementos de la actividad creadora a través del dominio de algunas etapas de solución independiente de problemas, y el desarrollo de sus habilidades investigativas.

El método investigativo, donde el profesor organiza el proceso de aprendizaje problémico, de manera que los alumnos lleven a cabo independientemente todas o casi todas las fases del proceso de investigación. En este caso la función del profesor consiste en controlar el proceso de solución, reorientando a los estudiantes en caso de desvío, con todo ello se puede considerar el método más exigente para el estudiante pero con el cual se logra desarrollar su creatividad.

Los métodos en cuanto a sistematización de conocimientos

Método globalizado

Cuando a partir de un centro de interés, las clases se desarrollan abarcando un grupo de áreas, asignaturas o temas de acuerdo con las necesidades. Lo importante no son las asignaturas sino el tema que se trata. Cuando son varios los profesores que rotan o apoyan en su especialidad se denomina Interdisciplinar.

Método especializado

Cuando las áreas, temas o asignaturas se tratan independientemente.

Método de concentración.

Este asume una posición intermedia entre el globalizado y el especializado o por asignatura. Consiste en convertir, por un período, una asignatura en materia principal, fusionando las otras como auxiliares.

Los métodos en cuanto al trabajo del alumno

Método de trabajo individual.

Cuando se procura conciliar principalmente las diferencias individuales, el trabajo escolar es adecuado al alumno por medio de tareas diferenciadas, quedando el profesor con mayor libertad para orientarlo en sus dificultades. La ventaja de este método consiste en que se pueden explorar y explotar al máximo las posibilidades de cada estudiante.

Método de trabajo colectivo

El que se apoya, principalmente sobre la enseñanza en grupo. Un plan de estudio es repartido entre los componentes del grupo, contribuyendo cada uno con una parcela de responsabilidad del todo. De la reunión de esfuerzos de los alumnos y de la colaboración entre ellos resulta el trabajo total.

Método mixto de trabajo.

Cuando planea en su desarrollo, actividades socializadas e individuales. Es uno de los más aconsejables, pues da oportunidad para una actividad socializadora y, al mismo tiempo, a otra de tipo individualizador tanto dentro como fuera de clase.

Los métodos en cuanto a la relación entre el profesor y el alumno

Método individual.

Es el destinado a la educación de un solo alumno. Un profesor por cada alumno, de tal forma que no se presta para la educación grupal, recibe el nombre de educación del príncipe y su uso es recomendable en los casos de recuperación de alumnos que, por cualquier motivo, se hayan atrasados en sus estudios.

Método recíproco.

Se llama así porque el profesor encamina a sus alumnos para que enseñen a sus discípulos. También llamado lancasteriano, debido a Lancaster, quien impresionado por el número de alumnos y frente a la escasez de profesores, se ingenió para hacer de sus mejores alumnos monitores que repitiesen a grupos de compañeros lo que fueran aprendiendo.

Método colectivo.

Cuando se tiene un profesor para muchos alumnos, los cuales se recomienda que no sobrepasen de treinta o treinta y cinco. No obstante debe tenerse presente al alumno como ser individual, que necesita ser atendido en sus peculiaridades también en el conjunto de la clase. (Rodríguez, 1982) publicó un estudio que indicó que los grupos pequeños, brindan una situación mejor para el aprendizaje del álgebra. Sin embargo informó que los estudiantes de grados superiores mostraron un deseo limitado de progreso y que algunos sentían la necesidad de

actividades en clase Debe pensarse al utilizar éstos métodos que deben combinarse y convertirse en métodos mixtos, que incluyan en su dinámica actividades individuales, por equipo y grupales ya que estas situaciones son las que encontrará el estudiante en el transcurso de su vida, algunas veces habrá situaciones en que se tenga que enfrentar solo, y otras en las que deberá actuar de forma articulada con otras personas.

Los métodos en cuanto a la aceptación de lo enseñado

Dogmático

Impone al alumno sin discusión lo que el profesor enseña, en la suposición de que eso es la verdad. Es aprender antes que comprender. Es el método tradicional donde el alumno era el mero receptor de conocimientos y el maestro el que lo llenaba de conocimientos sin razonar ni explicar los motivos del mismo.

Heurístico o de descubrimiento (del griego heurisko: enseñar)

Antes comprender que fijar de memoria, antes descubrir que aceptar como verdad. El profesor presenta los elementos del aprendizaje para que el alumno descubra. Este método es el que se desea aplicar en todos los momentos del quehacer educativo. Se lleva un poco más de tiempo pero los estudiantes como el docente buscan, se integran al inter-aprendizaje que debe existir en una hora de clase.

Método de Pólya

Origen

(Miller, 2006) comenta que el 13 de diciembre de 1887 en Hungría nació un científico matemático llamado George Pólya. Estudió en la Universidad de Budapest; donde abordó temas de probabilidad. Luego en 1940 llegó a la Universidad de Brown en E.U.A. y pasó a la Universidad de Stanford en 1942 como maestro. Elaboró tres libros y más de 256 documentos, donde indicaba que

para entender algo se tiene que comprender el problema. George Pólya investigó muchos enfoques, propuestas y teorías; su teoría más importante fue la Combinatoria. El interés en el proceso del descubrimiento y los resultados matemáticos llegaron en él, despertar el interés en su obra más importante la resolución de problemas. Se enfatizaba en el proceso de descubrimiento más que desarrollar ejercicios sistematizados.

Las aportaciones de Pólya incluyen más de 250 documentos matemáticos y tres libros que promueven un acercamiento al conocimiento y desarrollo de estrategias en la solución de problemas. Su famoso libro *Cómo Plantear y Resolver Problemas* que se ha traducido a 15 idiomas, introduce su método de cuatro pasos junto con la heurística y estrategias específicas útiles en la solución de problemas. Otros trabajos importantes de Pólya son *Descubrimiento Matemático*, Volúmenes I y II, y *Matemáticas y Razonamiento Plausible*, Volúmenes I y II. (Hernández, 1994) Pólya después de tanto estudio matemático murió en 1985 a la edad de 97 años; enriqueció la matemática con un importante legado en la enseñanza en el área para resolver problemas, dejando diez mandamientos para los profesores de Matemática:

Interés en la materia

Conocimiento de la materia.

Observar las expectativas y dificultades de los estudiantes.

Descubrir e investigar.

Promover actitudes mentales y el hábito del trabajo metódico.

Permitir aprender a conjeturar.

Permitir aprender a comprobar.

Advertir que los rasgos del problema que tiene a la mano pueden ser útiles en la solución de problemas futuros.

No mostrar todo el secreto a la primera: dejar que los estudiantes hagan las conjeturas antes.

Sugerir; no obligar que lo traguen a la fuerza.

Etapas del método de Pólya

“Pese a los años que han pasado desde la creación del método propuesto por Pólya, hoy día aún se considera como referente de alto interés acerca de la resolución de problemas. Las cuatro fases que componen el ciclo de programación concuerdan con los pasos descritos por Pólya para resolver problemas matemáticos” (Serentill, 2010)

1. Entender el problema.

Este primer paso trata de imaginarse el lugar, las personas, los datos, el problema. Para eso, hay que leer bien, replantear el problema con sus propias palabras, reconocer la información que proporciona, hacer gráficos, tablas. A veces se tiene que leer más de una vez.

Para esta etapa se siguen las siguientes preguntas:

¿Cuál es la incógnita?

¿Cuáles son los datos?

¿Cuál es la condición?

¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?

¿Es insuficiente?

¿Es redundante?

¿Es contradictoria?

2. Configurar un plan

En esta etapa se plantean las estrategias posibles para resolver el problema y seleccionar la más adecuada. Para Pólya en esta etapa del plan el problema debe relacionarse con problemas semejantes. También debe relacionarse con resultados útiles, y se debe determinar si se pueden usar problemas similares o sus resultados (aquí se subraya la importancia de los problemas análogos).

Algunas interrogantes útiles en esta etapa son:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
- ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado?
- ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma?
- ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente?

3. Ejecutar el plan

Durante esta etapa es primordial examinar todos los detalles y es parte importante recalcar la diferencia entre percibir que un paso es correcto y, por otro lado, demostrar que un paso es correcto. Es decir, es la diferencia que hay entre un problema por resolver y un problema por demostrar. Por esta razón, se plantean aquí los siguientes cuestionamientos:

- ¿Puede ver claramente que el paso es correcto?
- ¿Puede demostrarlo?

Él plantea que se debe hacer un uso intensivo de esta serie de preguntas en cada momento. Estas preguntas van dirigidas sobre todo a lo que él llama problema por resolver y no tanto los problemas por demostrar. Cuando se tienen problemas por demostrar, entonces, cambia un poco el sentido. Esto es así porque ya no se habla de datos sino, más bien, de hipótesis. En realidad, el trabajo de Pólya es fundamentalmente orientado hacia los problemas por resolver.

En síntesis: al ejecutar el plan de solución debe comprobarse cada uno de los pasos y verificar que estén correctos.

4. Mirar hacia atrás

También denominada la etapa de la visión retrospectiva, en esta fase del proceso es muy importante detenerse a observar qué fue lo que se hizo; se necesita verificar el resultado y el razonamiento seguido De preguntarse:

¿Puede verificar el resultado?

¿Puede verificar el razonamiento?

¿Puede obtener el resultado en forma diferente?

¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Estas cuestiones dan una retroalimentación muy interesante para resolver otros problemas futuros: Pólya plantea que cuando se resuelve un problema (que es en sí el objetivo inmediato), también, se están creando habilidades posteriores para resolver cualquier tipo de problema. En otras palabras, cuando se hace la visión retrospectiva del problema que se resuelve, se puede utilizar tanto la solución que se encuentra como el método de solución; este último podrá convertirse en una nueva herramienta a la hora de enfrentar otro problema cualquiera. De hecho, es muy válido verificar si se puede obtener el resultado de otra manera; si bien es cierto que no hay una única forma o estrategia de resolver un problema pueden haber otras alternativas. Precisamente, esta visión retrospectiva tiene por objetivo que veamos esta amplia gama de posibles caminos para resolver algún tipo de problema.

(Borragán, 2006) comenta que según Pólya, en la solución de un problema los estudiantes aplican las cuatro operaciones mentales de manera flexible; esto quiere decir; que éstos pasos no se trabajan necesariamente en una secuencia lineal.

Gráfica 1

Operaciones Mentales Planteadas por Pólya



Chávez, G (2003) Método Pólya. El pensamiento del Estratega. México; Plaza y Valdés, S.A. de C.V.

EL PAPEL DEL DOCENTE

Un aspecto muy relevante en todo este proceso es la función que tiene el docente. Según Pólya, el papel del maestro es “ayudar al alumno”, pero esto debe ser entendido con mucho cuidado. Es difícil llevarlo a la práctica, porque en realidad esa ayuda, como dice él, no tiene que ser ni mucha ni poca; sin embargo, a veces, es un poco subjetivo determinar si el profesor está ayudando mucho o está ayudando poco. La ayuda que de un profesor debe ser la suficiente y la necesaria. Por ejemplo, no se puede plantear un problema muy difícil y abandonar al estudiante a su propia suerte pero, tampoco, plantear un problema y que el mismo docente lo resuelva. Si se hace lo último no se enseña nada significativo al estudiante; en otras palabras: es importante que el alumno asuma una parte adecuada del trabajo.

Hacer preguntas que se le hubieran podido ocurrir al alumno es, también, crucial en el proceso. Es por eso que Pólya plantea constantemente que el profesor debe ponerse en los zapatos del estudiante. Evidentemente, cuando el maestro propone un problema y sabe cómo se resuelve, presenta la solución de forma que todo parece muy natural. Sin embargo, el mismo estudiante cuestiona si realmente se le puede ocurrir a él esa solución. Allí surge una serie de circunstancias que apuntan al profesor como la única persona capaz de encontrar el mecanismo de solución para el problema:

- Preguntar y señalar el camino de distintas formas.
- Usar las preguntas para ayudar a que el alumno resuelva el problema y
- Desarrollar en él la habilidad de resolver problemas.

Resolución de Problemas Matemáticos

Historia

(Pérez, 2006) describe que los egipcios a lo largo de toda la historia eran puntales en cobrar ciertos impuestos a cada agricultor de acuerdo al área laborada en dicho plano o tierra. Esto significaba que cada faraón tenía que calcular con frecuencia ciertas porciones de tierra, y para dar solución a problemas prácticos surgieron las primeras fórmulas matemáticas.

La Historia de la resolución de problemas de matemática está vinculada a la historia de la matemática. Puede hacerse esta afirmación desde cuatro puntos de vista:

- Algunos problemas están en el origen del desarrollo de las Matemáticas; desde el comienzo de la historia, la especie humana ha luchado por comprender las leyes fundamentales del mundo físico. Todas las sociedades del mundo durante miles de años descubrieron que existía una disciplina que les permitía acceder más que las demás a ciertos entendimientos sobre la realidad subyacente del mundo físico.
- La resolución de ciertos problemas ha motivado la aparición de nuevas ramas de las Matemáticas; se basa en las normas, lenguajes con que fue escrito el universo desde el despertar hasta los temas más sofisticados de la realidad.
- Otros problemas han provocado rupturas epistemológicas; deslumbrantes descubrimientos que lograron comprender los patrones y secuencias naturales.
- Hay problemas que han abierto crisis en los fundamentos de las Matemáticas; los conceptos, el espacio y la cantidad; comprender la matemática hace la diferencia entre la vida y la muerte. En algún momento el hombre empezó a idear que podía contar, medir, relacionar y ordenar el mundo que lo rodeaba; con todo esto se despierta el interés en resolver problemas matemáticos por más de 500 años atrás.

Definición

(Taha, 2007) menciona que el término resolución de problemas ha servido como un paraguas bajo el cual se realizan radicalmente diferentes tipos de investigación. Un problema de matemáticas es una situación real o ficticia que puede tener interés por sí misma, al margen del contexto, que involucra cierto

grado de incertidumbre, implícito en lo que se conoce como las preguntas del problema o la información desconocida, cuya clarificación requiere la actividad mental y se manifiesta en un sujeto, al que llaman resolutor.

Muchas veces encontrar la meta de un problema matemático se considera muy difícil de resolver al no tener clara la respuesta solicitada o el camino que conduce a ella. Esto deriva confusión a errores y rechazo hacia otras actividades. La aplicación de una simple estrategia y el dominio de algunos conceptos numéricos básicos multiplican espectacularmente las posibilidades de éxito.

Fases para resolver un problema

(Guzmán, 2012) comenta que antes de lanzarse a buscar soluciones y aplicarlas para intentar resolver el problema, hay que analizar detenidamente las causas colaterales, efectos que no son 15 detectables a primera vista las cuales se llaman fases o procesos; las cuales se describen a continuación:

- Fase comprensiva y abordaje del problema, se comenzará por el estudio cualitativo de la situación, no por la búsqueda inmediata de fórmulas. Es el momento de considerar cuál es el interés de la situación planteada, esclareciendo el propósito del trabajo para que éste sea realmente un proyecto personal.
- Fase búsqueda de estrategias, se evitará el puro ensayo y error. La riqueza de posibilidades dependerá de la experiencia en el uso de estrategias.
- Fase de actuación según el plan adoptado, cada operación debería ir acompañada de una explicación de lo que se hace y para qué se hace. Ello ayuda a comprender el problema, a repasar el camino, de principio a fin y a la valoración externa.
- Fase de revisiones decisiva para que se produzca un aprendizaje duradero.

Clasificación de Problemas Matemáticos

(Cliford, 2010) menciona que los procedimientos que los estudiantes ponen en

juego frente a un problema están ligados a la interpretación que ellos hacen de la situación. Con un mismo cálculo se pueden resolver problemas aritméticos de diferente complejidad. Para el estudiante, en cada caso se debe establecer relaciones distintas, para la resolución de problemas matemáticos. El desarrollo de estas actividades puede plantearse a partir de diferentes alternativas o caminos en las que se ha considerado aportaciones. A continuación se presentan las clases de problemas más usados en matemática:

Problema de reconocimiento

Con este ejercicio se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema.

Problema de algorítmicos o de repetición

Son ejercicios que pueden ser resueltos con un proceso algorítmico, a menudo un algoritmo numérico.

Problemas de traducción simple o compleja

Son problemas formulados en un contexto concreto y cuya resolución supone una traducción del enunciado, oral o escrito, a una expresión matemática.

Problemas de procesos

Son problemas que se diferencian de los anteriores, dándose la posibilidad de conjeturar varios caminos para encontrar la solución.

Problemas sobre situaciones reales

Se trata de plantear actividades lo más cercana posible a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos matemáticos.

Problemas de puzles

Son problemas en los que se pretende mostrar el potencial recreativo posiblemente no suponga su solución necesariamente matemático pero pueden resolverse mediante una chispa o una idea feliz.

Problemas de historias matemáticas

Frecuentemente se puede observar en librerías libros de cuentos, novelas entre los que se encuentran son algunas propuestas o planteamientos que requieren de un esfuerzo que impliquen algún concepto matemático.

El tipo de número involucrado y el lugar de la incógnita son elementos del problema, que para los estudiantes cambian en nivel de dificultad al momento de resolver cualquier problema matemático.

Presentar múltiples situaciones para resolver y reflexionar acerca de diversidad de significados facilitará la comprensión de los alcances o límites de cada operación o problema matemático presentado.

Funciones

Historia de las funciones

El concepto de función surge con fuerza en el campo de la ciencia y de la aplicación de la matemática al estudio y resolución de problemas concretos en biología, administración, economía y ciencias sociales. Su estudio constituye uno de los sustentos de la matemática actual. Se relaciona con la necesidad de considerar situaciones en las que distintas magnitudes variables están relacionadas entre sí, sabiendo los valores que toman algunas de ellas.

La noción de correspondencia y la necesidad de establecer relaciones y dependencias, se presentan con frecuencia en nuestro quehacer diario:

- El costo del pasaje varía según la cantidad de kilómetros recorridos por un colectivo;
- El costo de un estacionamiento depende del tiempo que está estacionado el vehículo;
- El número de personas que contraen una enfermedad depende del tiempo transcurrido desde que se detectó la epidemia;

- La demanda de un producto varía según el precio al que se venda.

El estudio del movimiento fue un desafío que interesó a los científicos del siglo XVII, influidos por los descubrimientos de Kepler y de Galileo en relación con los cuerpos celestes. Gracias a todas las investigaciones en este campo los matemáticos obtuvieron un concepto fundamental que fue central en casi todos los trabajos de los dos siglos siguientes: el de función o relación entre variables.

El concepto de función se encuentra a lo largo de “dos nuevas ciencias” el libro en el que Galileo basó la mecánica moderna. Muchas funciones estudiadas en el siglo XVII primero fueron tomadas como curvas en términos de movimiento.

René Descartes en 1637 introdujo la palabra función para indicar cualquier potencia entera positiva de una variable x . Newton fue uno de los primeros matemáticos que más contribuyó al nacimiento y tratamiento de este concepto. Utilizó el término fluyente para designar cualquier relación entre variables.

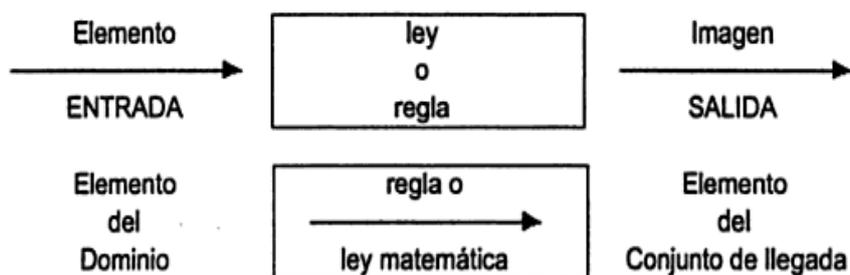
Leibniz utilizó la palabra función para indicar cantidades que dependen de una variable, a él se le deben además la introducción de los términos constante, variable y parámetro. Leonhar Euler identificó cualquier ecuación o fórmula expresada con variables o constantes con la palabra función, a él se debe la idea utilizada en la actualidad de expresar una función como $f(x)$. Dirichlet amplió el alcance del término función y la describió como una regla de correspondencia entre conjuntos. (Engler, 2005)

Definición de función

Sean A y B dos conjuntos no vacíos, dominio y conjunto de llegada respectivamente. Entendemos por función de A en B toda regla que hace corresponder a cada elemento del dominio un único elemento del conjunto de llegada.

Se puede pensar que una función es un dispositivo de entrada- salida. Se proporciona un elemento (entrada) a una regla o ley matemática que la transforma en una imagen (salida). Una función es un tipo especial de relación que expresa como una cantidad (la salida) depende de otra (la entrada) (Engler, 2005)

Gráfico 1: *Definición de función*



Fuente: Engler, A. (2005). *Funciones* Santa Fe: Universidad Nacional del Litoral .

“Una función es una relación que asigna a cada elemento de un conjunto (llamado dominio de la función) exactamente el valor de otro conjunto. El conjunto de todos los valores asignados se llama el rango de la función” (Trejo, 2003)

“Una función f es una correspondencia entre dos conjuntos A y B que asigna a cada elemento del dominio uno y un solo elemento del campo de valores” (Aponte, 1998)

Dominio, codominio recorrido y grafo de una función

Dominio: es el conjunto de salida o conjunto de pre imágenes. Se nota $Dom f$.

Condominio: es el conjunto de llegada.

Recorrido (rango): es el subconjunto del codominio, formado por las imágenes de los elementos del dominio. Se nota Rec .

Grafo: es el conjunto formado por todas las parejas ordenadas en las cuales la primera componente es un elemento del dominio y la segunda componente es un elemento del rango.

Formas para representar una función

Una función puede expresarse de diferentes maneras:

- Coloquial: a través de un enunciado o texto, mediante una descripción con palabras
- Numérica: utilizando una tabla de valores
- Visual : realizando la representación gráfica
- Algebraica: por medio de una ley o expresión matemática
- Una función puede representarse de las cuatro maneras descritas y es importante el pasaje de una forma a otra para interpretarla mejor.

Funciones reales

“Una función f es una función real cuando su dominio y su recorrido son el conjunto de los números reales o un subconjunto del mismo. Como no es posible enumerar todas las parejas ordenadas que constituyen una función real, entonces se utiliza la notación $y = f(x)$ para referirse a este tipo de funciones” (Chavéz, 2000)

Función lineal

“Una función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuyo conjunto de llegada también todos los números reales, y cuya expresión analítica es un polinomio de primer grado”. (Aponte, 1998)

Se llama función de proporcionalidad directa o, simplemente, función lineal a cualquier función que relacione dos magnitudes directamente proporcionales (x,y) .

Su ecuación tiene la forma $y = mx$ ó $f(x) = mx$ llamada **ecuación canónica**, en donde:

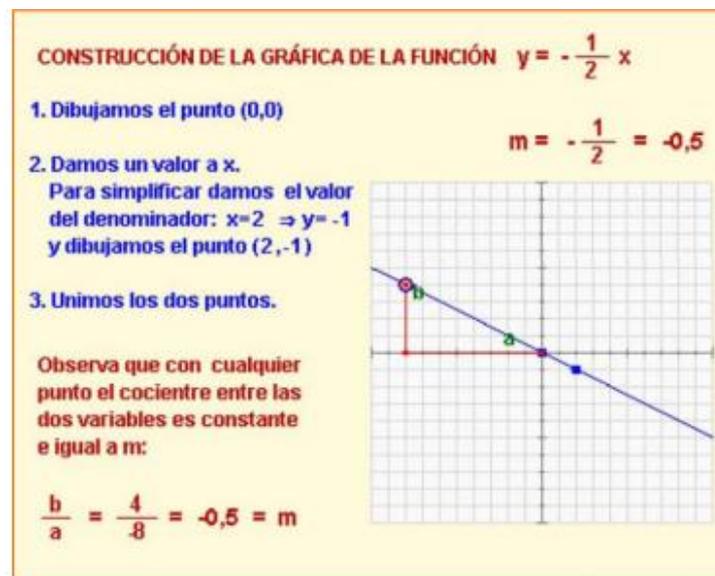
x es la variable independiente, puede tomar distintos valores

y es la variable dependiente, su valor depende del valor de x .
 m es la pendiente de la recta y b es el intercepto con el eje Y .

Representación grafica

Las funciones lineales se representan gráficamente como líneas rectas. Además, como $y=mx$, si $x=0$ entonces $y=0$; por lo tanto la gráfica de todas las funciones lineales pasa por el punto $(0,0)$.

Gráfico 2: Construcción de la gráfica de una función



Fuente: www.rekursostic.educación.es

Función afín

Se denomina función afín a toda función de la forma $y= mx + b$ donde m y b son constantes no nulas.

La pendiente, m , sigue siendo la constante de proporcionalidad y el término b se denomina ordenada en el origen porque es el valor que toma y (ordenada) cuando x vale 0 (abscisa en el origen). (Chavéz, 2000)

Puntos de corte con los ejes

Es posible encontrar los puntos de corte de la recta correspondiente a la gráfica de una función afín, con los ejes coordenados, mediante una sencilla sustitución algebraica.

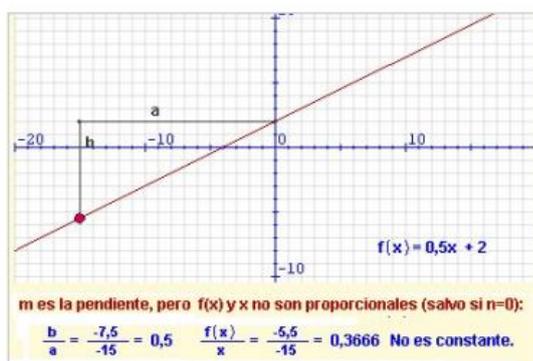
Para hallar el punto $(x, 0)$ o punto de corte de la recta con el eje x , en la expresión $y = f(x)$, se hace $y = 0$ y se despeja x .

Para hallar el punto $(0, y)$ o punto de corte de la recta con el eje y , se hace $x = 0$ y se despeja y .

Representación Gráfica

Este tipo de funciones tienen como representación gráfica una recta que no pasa por el origen del plano cartesiano.

Gráfico 3: Representación gráfica de una función afín



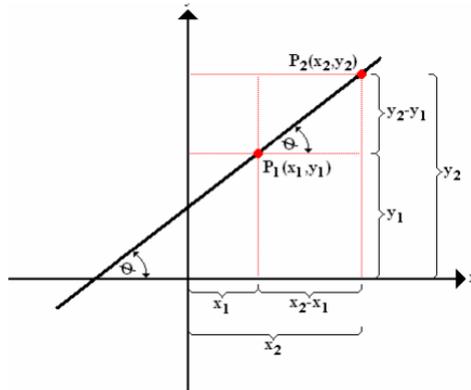
Fuente: www.recursostic.educación.es

Pendiente de una recta

La pendiente es la inclinación de la recta con respecto al eje de las abscisas. “Es el lugar geométrico de los puntos que describen una función de modo que si se toman dos puntos arbitrarios de esa función $P_1(X_1; Y_1)$ y $P_2(X_2; Y_2)$, se cumple que la pendiente m es siempre constante” (Proaño, 2010). Donde m se define como:

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

Gráfico 4: La línea recta



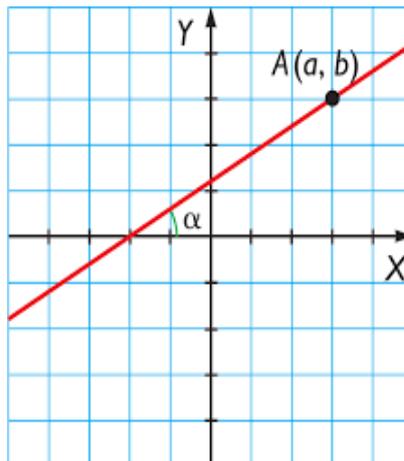
Fuente: www.Publiespe.espe.edu.ec
Elaborado: Marcelo Romo Proaño M.Sc

Signo de la pendiente de una recta

Pendiente Positiva

Una recta que se eleva de izquierda a derecha tiene una pendiente positiva con un ángulo de inclinación agudo y mientras mayor es el valor de a , más vertical es.

Gráfico 5: Pendiente positiva

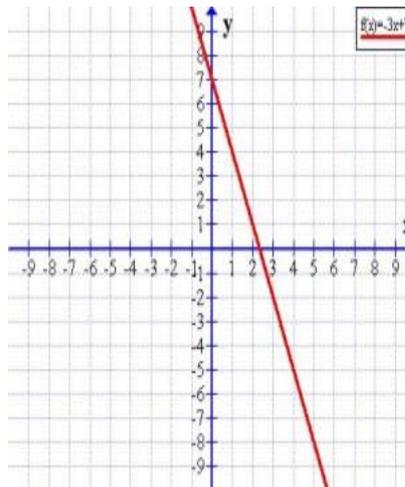


Fuente: www.Publiespe.espe.edu.ec
Elaborado: Marcelo Romo Proaño M.Sc

Pendiente Negativa

Una recta que desciende de izquierda a derecha tiene una pendiente negativa, y el valor absoluto de a mide la cuantía de esta inclinación

Gráfico 6: Pendiente negativa



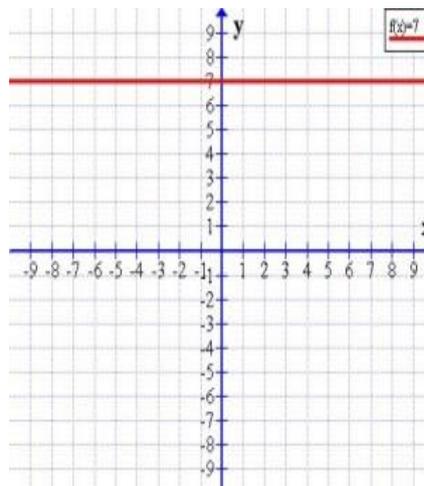
Fuente: www.Publiespe.espe.edu.ec

Elaborado: Marcelo Romo Proaño M.Sc

Pendiente Cero

Una pendiente que no se eleva ni desciende de izquierda a derecha tiene una pendiente cero

Gráfica 7: Pendiente cero



Fuente: www.Publiespe.espe.edu.ec

Elab1+0.50+0.orado: Marcelo Romo Proaño M.Sc

Ecuación explícita de la recta

La ecuación de la forma $y = mx + b$ es denominada ecuación explícita de la recta. A partir de la ecuación explícita de la recta se puede determinar la pendiente m de la recta y la ordenada del punto de corte de la recta con el eje y , que corresponde a $(0, b)$.

Determinación de la ecuación explícita de la recta

En la determinación de la ecuación explícita de una recta se pueden presentar dos casos:

Ecuación de la recta cuando se conoce un punto y la pendiente

Geoméricamente, una recta queda perfectamente determinada por un punto y su dirección. Analíticamente, la ecuación de una recta puede ser perfectamente determinada si se conocen las coordenadas de un punto y su pendiente (Aponte, 1998). De acuerdo a la definición y fórmula de la pendiente tendremos la ecuación:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - y_o = m(x - x_o)$$

Ecuación de la recta cuando se conocen dos puntos de la misma

Geoméricamente una recta queda determinada por dos cualquiera de sus puntos. Analíticamente, la ecuación de una recta también queda determinada, si se conocen las coordenadas de dos puntos $P1 (X1, Y1)$ y $P2 (X2, Y2)$, por donde pasa la recta, razón por la cual, también se conoce como ecuación cartesiana. Por lo tanto tiene como ecuación. (Aponte, 1998)

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Ecuación general de la recta

La ecuación general de la recta está dada de la forma

$$Ax + By + C = 0 \text{ donde } A, B, C \in \mathbb{R}.$$

Ecuación paramétrica de la recta

Los cortes con los ejes (abscisa y ordenada en el origen) permiten determinar la ecuación de la recta conocida como forma simétrica o canónica, que se utiliza para resolver problemas que involucren datos con los ejes, como áreas, perímetros, etc.

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Posición relativa de dos rectas en el plano

Paralelismo entre dos rectas

Como las rectas paralelas tienen la misma inclinación; entonces dos rectas son paralelas si y solo si sus pendientes son iguales, y el ángulo que forman entre ellas es de 0° o 180° .

Perpendicularidad entre dos rectas

Dos rectas son perpendiculares entre sí cuando el producto de sus pendientes es igual a -1 , y el ángulo que forman entre ellas es de 90°

Rectas secantes

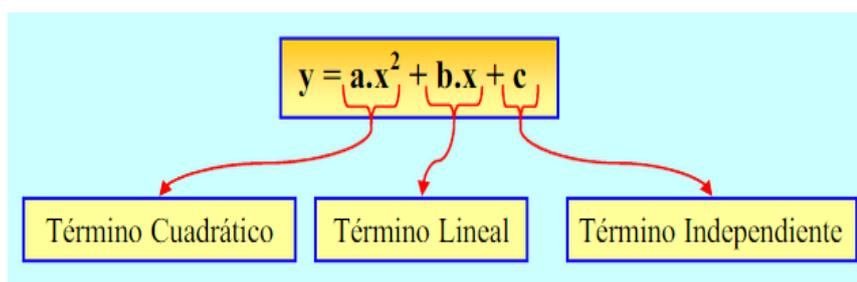
Dos rectas que se cortan en un único punto sin formar ángulo recto son secantes.

Función cuadrática

Concepto

La función cuadrática es una función muy común en Matemática. Se trata de una función de segundo grado: la "x" aparece elevada al cuadrado como máxima potencia. Su representación gráfica es una curva llamada "parábola", la cual presenta como punto característico al "vértice". En dicho punto la función pasa de ser creciente a decreciente o viceversa (Santiago, 2009).

Gráfico 8: Términos de la función cuadrática



Fuente: www.facultad.bayamon.inter.edu

Elaborado: Carmen Ivelisse Santiago

“Una función cuadrática es una función que está definida por un polinomio de segundo grado en una variable” .

Una función cuadrática es una función de la forma:

$$ax^2 + bx + c$$

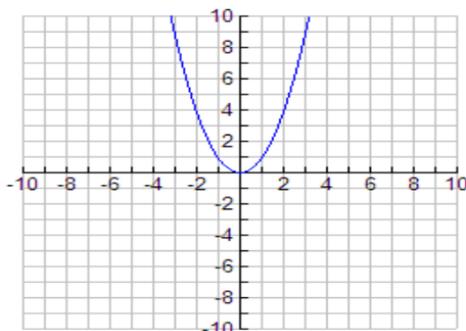
Donde a, b y c son números reales y a no es igual a 0 .El dominio de una función cuadrática es el conjunto de todos los números reales.

Gráfica de una función cuadrática

La gráfica de una función cuadrática se denomina parábola la cual posee

un vértice y un eje de simetría que la distingue, además puede ser cóncava hacia arriba o hacia abajo.

Gráfico 9: Función cuadrática



Fuente: www.facultad.bayamon.inter.edu

Elaborado: Carmen Ivelisse Santiago

La parábola que representa una función cuadrática se puede abrir hacia arriba o hacia abajo. Si en la función $y = ax^2 + bx + c$, $a > 0$, entonces, la parábola abre hacia arriba. En este caso, el vértice es un punto mínimo.

Si en la función $y = ax^2 + bx + c$, $a < 0$, entonces, la parábola abre hacia abajo. En este caso, el vértice es un punto máximo.

Elementos de la parábola

Orientación o concavidad

La parábola es cóncava si sus ramas o brazos se orientan hacia arriba.

La parábola es convexa si sus ramas o brazos se orientan hacia abajo.

La orientación está definida por el signo del término cuadrático (ax). Si a tiene un valor positivo la parábola es cóncava y si el valor es negativo, la parábola es convexa. (Santiago, 2009)

Puntos de corte

Los puntos de la parábola están dados por los valores de x que se determinan.

- Puntos de corte con el eje OX

En el eje de abscisas la segunda coordenada es cero, por lo que tendremos:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Resolviendo la ecuación podemos obtener:

Dos puntos de corte: $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$ si $b^2 - 4ac > 0$

Un punto de corte: $(x_1, 0)$ si $b^2 - 4ac = 0$

Ningún punto de corte si $b^2 - 4ac < 0$

- Punto de corte con el eje OY

En el eje de ordenadas la primera coordenada es cero, por lo que tendremos:

$$F(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c \quad (0, c)$$

Ejes de simetría

El eje de simetría de una parábola es la recta vertical que divide simétricamente la curva, la separa en dos partes semejantes.

La ecuación del eje de simetría es:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Vértice

El vértice de una parábola es el punto donde la parábola cruza su eje.

Si el coeficiente del término x es positivo, el vértice será el punto más bajo en la gráfica

Si el coeficiente del término x es negativo, el vértice será el punto más alto en la gráfica.

Las ecuaciones del vértice son:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad y_v = f\left(\frac{-b}{2a}\right) \quad v\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

Ceros, raíces o soluciones de una función cuadrática

La función cuadrática, como toda función puede tener "ceros" o "raíces", que son valores de la variable independiente "x" que hacen cero a la función "y".

Tipos de soluciones de la ecuación de segundo grado

- Si el discriminante es positivo: La raíz cuadrada de un número positivo es también positiva, con lo cual el doble signo de la raíz cuadrada lleva a dos raíces reales y distintas. La curva cortará entonces dos veces en su trayectoria real al eje "x".
- Si el discriminante es cero: La raíz cuadrada de cero es cero, con lo cual el doble signo de la raíz cuadrada lleva a dos raíces reales e iguales, o puede decirse una raíz real doble. La curva tocará entonces una sola vez al eje "x" sin atravesarlo. Puede verse que la curva "rebota" sin cruzar el eje de abscisas, o sea que tiene su vértice sobre dicho eje.
- Si el discriminante es negativo: La raíz cuadrada de un número negativo no tiene resultado en el campo real, con lo cual la solución son dos raíces complejas conjugadas. La curva no toca en este caso al eje "x" sino que se halla siempre por arriba o por debajo de dicho eje de abscisas.

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA MEDIANTE EL TALLER PEDAGÓGICO PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

Definición de taller

“Definimos los talleres como unidades productivas de conocimiento a partir de una realidad concreta para ser transferidos a esa realidad a fin de transformarla,

donde los participantes trabajan haciendo converger teoría y práctica”. (Sescovich, 2007)

“Es un medio que posibilita el proceso de información profesional. Como programa es una formulación racional de actividades específicas, graduadas y sistemáticas, para cumplir los objetivos de ese proceso de información del cual es su columna vertebral”. (Kisnerman, 1977)

Taller 1.- El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de definición de función, dominio, codominio y recorrido

Test de conocimientos, actitudes y valores.

Test de conocimientos, actitudes y valores se la realizará mediante la aplicación de un TEST sobre definición de función, dominio, codominio y recorrido

a. Datos informativos

Tabla 1: DATOS NFORMATIVOS DEL TALLER 1

Facilitador: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos	Tema: El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de definición de función, dominio, condominio y recorrido
Estudiantes: 32	
Docentes: 1	
Tiempo de duración: 70 minutos	

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

b. Programación

Tabla2: PROGRAMACIÓN DEL TALLER 1

Tiempo	ACTIVIDADES	RECURSOS
20 min	Introducción al taller Pre test sobre definición de función,	Cuestionario

	codominio y recorrido	Materiales de Pizarra.
15 min	Exposición del método de Pólya; definición de función, codominio y recorrido	Libros del estudiante. Copias
15 min	Trabajo en grupos referente a definición de función, codominio y recorrido utilizando el método de Pólya	referentes a los temas de exposición. Organizadores gráficos.
15 min	Exposición del trabajo	Papelógrafos
5min	Conclusiones y Recomendaciones	Diapositivas

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

Taller 2.- El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función lineal y los casos particulares de la función lineal

a. Datos informativos

Tabla 3: DATOS INFORMATIVOS DEL TALLER 2

Facilitador: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos	Tema: El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función lineal y los casos particulares de la función lineal
Estudiantes: 32	
Docentes: 1	
Tiempo de duración: 70 minutos	

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

b. Programación

Tabla 4: PROGRAMACIÓN DEL TALLER 2

Tiempo	ACTIVIDADES	RECURSOS
10 min	Introducción al taller	Materiales de Pizarra. Libros del estudiante. Copias referente al tema de exposición. Organizadores gráficos. Papelógrafos Diapositivas
15 min	Exposición del contenido teórico sobre función lineal y los casos particulares de la función lineal	
15min	Trabajo en grupos en parejas referente a función lineal y los casos particulares de la función lineal utilizando el método de Pólya	
20 min	Exposición del trabajo	
5min	Conclusiones y Recomendaciones	

Elaboración: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

Taller 3- El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de la pendiente de una recta y ecuaciones de la recta.

a. Datos informativos

Tabla 5: DATOS INFORMATIVOS DEL TALLER 3

Facilitador: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos	Tema: El método de Pólya para
--	---

Estudiantes: 32	mejorar el aprendizaje de la pendiente de una recta y ecuaciones de la recta
Docentes: 1	
Tiempo de duración: 70 Minutos	

Elaboración: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

b. Programación

Tabla 6: PROGRAMACIÓN DEL TALLER 3

Tiempo	ACTIVIDADES	RECURSOS
10 min	Introducción al taller	Material de Pizarra. Libros del estudiante. Copias referente al tema de exposición. Organizadores gráficos. Papelógrafos Diapositivas
15 min	Exposición del contenido teórico sobre la pendiente de una recta y ecuaciones de la recta y resolución de ejercicios.	
20 min	Trabajo en grupos de tres estudiantes para trabajar el contenido teórico resolución de ejercicios sobre pendiente de una recta y ecuaciones de la recta utilizando el método de Pólya	
20 min	Exposición del trabajo	
5min	Conclusiones y Recomendaciones	

Elaboración: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

Taller 4.- El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función cuadrática y sus elementos

a. Datos informativos

Tabla 7: DATOS INFORMATIVOS DEL TALLER 4

Facilitador: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos	Tema: El método de Pólya para mejorar el aprendizaje de función cuadrática y sus elementos
Estudiantes: 32	
Docentes: 1	
Tiempo de duración: 70 min	

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

Programación

Tabla 8: PROGRAMACIÓN DEL TALLER 4

Tiempo	ACTIVIDADES	RECURSOS
10 min	Exposición del contenido teórico sobre función cuadrática y sus elementos y resolución de ejercicios.	Libros del estudiante. Copias referente al tema de exposición. Organizadores gráficos. Papelógrafos Diapositivas Materiales de Pizarra
15 min	Trabajo en grupos de tres estudiantes para trabajar el contenido teórico sobre función cuadrática y sus elementos y re solución de ejercicios utilizando el método de Pólya	
15 min	Exposición del trabajo	
5min	Conclusiones y Recomendaciones	
25 min	Evaluación de los temas tratados durante los cuatro	

b. Resultados de aprendizaje

Los resultados de aprendizaje se obtendrán mediante la aplicación del POST TEST que permitirá evaluar los conocimientos de los 4 talleres.

VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DE LA ALTERNATIVA

5.2 El pre test

“Los test diagnósticos son una herramienta habitual para tomar decisiones clínicas, a menudo influenciadas por factores, entre los cuales uno es no ajustar los índices variables publicados según las probabilidades del pre test del sujeto en individual” (Herrera, Duffau & Lagos, 1997, pp. 125-126)

Uno de los factores comunes en la interpretación del comportamiento de los test diagnósticos es su aplicación, con criterio intuitivo, basadas en la sensibilidad y especificidad declaradas por los autores que proponen los test diagnósticos, sin reparar que tales índices son, a menudo, poco confiables. O bien, también solo sobre bases intuitivas, en consideración solo de los valores predictivos incluidos en la publicación respectiva.

“El Pre test o primera observación en la variable adjunta. El pre test precede siempre al tratamiento de los sujetos (método, actividad, pertenencia a un grupo, etc.) define si existe dificultad, problemas que necesitan ser analizados y solucionados”. (Morales, 2013, p.45).

5.3 El post test

El pos test incluye las mismas preguntas del pre test aunque se pueden realizar algunas modificaciones para detectar si la alternativa fue eficiente y así llegar a conclusiones más específicas, puesto que en algunas ocasiones los sujetos

investigados arrojan respuestas superficiales difíciles de ser tomadas como confiables.

El Pos test, o segunda medida u observación, es la evaluación posterior al pre test. Cuando hay una única medición (es decir, no hay pre test), es común utilizar este símbolo (O2) para dejar claro la ausencia de pre test. Evalúa la eficacia de la solución y determina asimilación de contenidos. (Morales, 2013, p.45).

Comparación entre el pre test y el pos test

De acuerdo a los conceptos anteriormente descritos determinamos algunas comparaciones entre el pre test y pos test.

- El pre test evalúa antes del lanzamiento del estudio y el pos test después del lanzamiento del estudio.
- El pre y pos test se utilizan para medir conocimientos y verificar ventajas obtenidas en la formación académica a un grupo de control basado en el tema.
- El pre test es un conjunto de preguntas dadas antes de iniciar un curso, tema o capacitación, con el fin de percibir en los estudiantes el nivel de conocimientos del contenido del curso y el pos test se lo realiza al finalizar el curso, tema o capacitación, considerando las mismas preguntas o temas, lo que permite conocer si se logró los objetivos propuestos para las participantes.
- El pre y pos test son instrumentos que deben ser revisados y corregidos con anterioridad para su aplicación, ya que son la clave para obtener los resultados de una investigación.

Modelos estadísticos para medir la efectividad

El modelo estadístico que se considera para relacionar el pre y pos test de este proyecto investigativo, es la prueba de rango con signo de Wilcoxon.

Definición de la prueba de rango con signo de Wilcoxon

Es una prueba no paramétrica que utiliza rangos ordenados de datos muestrales consistentes en datos apareados. Se usa para probar las diferencias en las distribuciones poblacionales y se basa en los siguientes supuestos.

Es una prueba aplicable a muestras pequeñas, siempre y cuando sean mayores que 6 y menores que 25. Las muestras grandes deben ser mayores a 25 y éste se debe transformar en valor de Z, para conocer la probabilidad de que aquella sea o no significativa, con muestras grandes (>25) se intenta lograr la distribución normal (se utiliza la prueba Z).

Proceso para el cálculo de la prueba rango con signo de Wilcoxon.

Hipótesis nula H0: las distribuciones de población para los valores de X e Y son idénticas.

Hipótesis alternativa H1: las dos distribuciones de población tienen diferente localización (prueba de dos colas); o la distribución de población para los valores de X está desplazada a la derecha (o izquierda) de la distribución de los valores de

Y (pruebas de una cola).

Los pasos para realizar esta prueba son:

- a) Se obtiene la diferencia entre las dos situaciones (el antes y el después)
$$D = Y - X$$
- b) Se obtiene el valor absoluto de cada una de las diferencias encontradas anteriormente.
- c) Se ordena los datos de menor a mayor de la columna de valor absoluto.
- d) Se le asigna rangos empezando desde 1, cuando ningún valor se repite, los rangos serán los mismos que los valores de la posición que se encuentre el dato; caso contrario, los datos los sumamos y los dividimos para el número de veces que se repite. No deben considerarse las diferencias que da como resultado cero.

- e) Colocamos los datos de las situaciones en su posición original.
- f) Para finalizar con las columnas de la tabla, necesitamos determinar las columnas:

Rango con signo (W+) aquí van todos los valores de la columna diferencia con signo positivo.

Rango con signo (W-) aquí van todos los valores de la columna diferencia con signo negativo.

- g) Obtener la sumatoria para la columna rango con signo **(W+)** y para la columna rango con signo **(W-)**.
- h) Se restan los valores de las sumatorias, para obtener el valor de **W** (valor de Wilcoxon).
- i) Se plantea si ha dado resultado la alternativa o si sigue igual que antes, para ello se considera lo siguiente:
 - a. (X = Y) la alternativa no ha dado resultado.
 - (Y > X) la alternativa sirvió como herramienta metodológica para el aprendizaje.
- j) Se determina la desviación estándar y el valor de Z, debido a que existen datos mayores a 25.
- k) Con los resultados obtenidos procedemos a concluir para ello utilizamos la regla de decisión que indica que si la calificación Z es mayor o igual a 1.96 (sin tomar en cuenta el signo) se rechaza que la alternativa no ha dado resultado (X = Y), esto es porque este valor equivale al 95% del área bajo la curva normal (nivel de significancia de 0.05). Con un valor menor no podemos rechazar X = Y; por lo tanto se acepta que la alternativa sirvió como herramienta metodológica para el aprendizaje Y > X. (Buenas tareas, 2000).

A continuación las fórmulas que se utilizarán para este método estadístico:

Valor estadístico

$$W = (\sum R^+) - (\sum R^-)$$

$\mu_w =$ Media del estadístico

$$u_w = w^+ - \frac{N(N+1)}{4}$$

Desviación estándar

de Wilcoxon

Clasificación Z

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$

$$Z = \frac{W - u_w}{\sigma_w}$$

$$Z = \frac{595 - 93.5}{58.49}$$

$$Z = 8,57$$

f. METODOLOGÍA

DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

El trabajo está enmarcado en la investigación pre experimental, ya que se desarrollará una propuesta basada en una alternativa didáctica como el método de Pólya con el fin de mejorar el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en los estudiantes de Primero Año de Bachillerato General Unificado del Colegio Pio Jaramillo Alvarado, mediante un escenario didáctico mediador del proceso de transformación primeramente recopilando información sobre la metodología y estrategias que utilizan los docentes para así aplicar el método.

MÉTODOS

Como métodos se utilizaron los siguientes:

Método Científico: Partiendo que es un método utilizado para la producción del conocimiento de la ciencia se lo aplicará en la realización de la observación sistemática de los diferentes problemas de aprendizaje, en la medición de los datos, en la ejecución del método de Pólya y la evaluación del mismo

Método Deductivo: Se utilizará en la formulación de resultados y conclusiones, iniciando con un análisis previo de la realidad del aprendizaje en la que se encuentran los estudiantes y el entorno que se desenvuelven, aplicando diferentes instrumentos de investigación como son la encuesta, la guía de observación y el pre test y post test.

Método Analítico: Se lo utilizará para fundamentar la efectividad del método de Pólya para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, a través de la Prueba Signo Rango de Wilcoxon, analizando una serie de postulados que expresan relaciones entre las variables estudiadas de forma deductiva.

Método Sintético: Permitirá recopilar información sobre funciones lineales y cuadráticas y el método de Pólya las mismas que nos servirá para el desarrollo de los talleres y en la formulación de conclusiones y recomendaciones.

TÉCNICA:

Encuesta: para determinar los diferentes métodos o estrategias didácticas que utilizan tanto el docente como los estudiantes.

POBLACIÓN Y MUESTRA

Para la aplicación del método de Pólya se contará por conveniencia con una población de 32 estudiantes perteneciente al Primer Año de Bachillerato General Unificado paralelo "B" debido que la rectora del colegio Pio Jaramillo Alvarado me dispuso del permiso correspondiente para realizar los respectivos talleres solo en este paralelo y con la ayuda de la docente de Matemáticas del mismo paralelo.

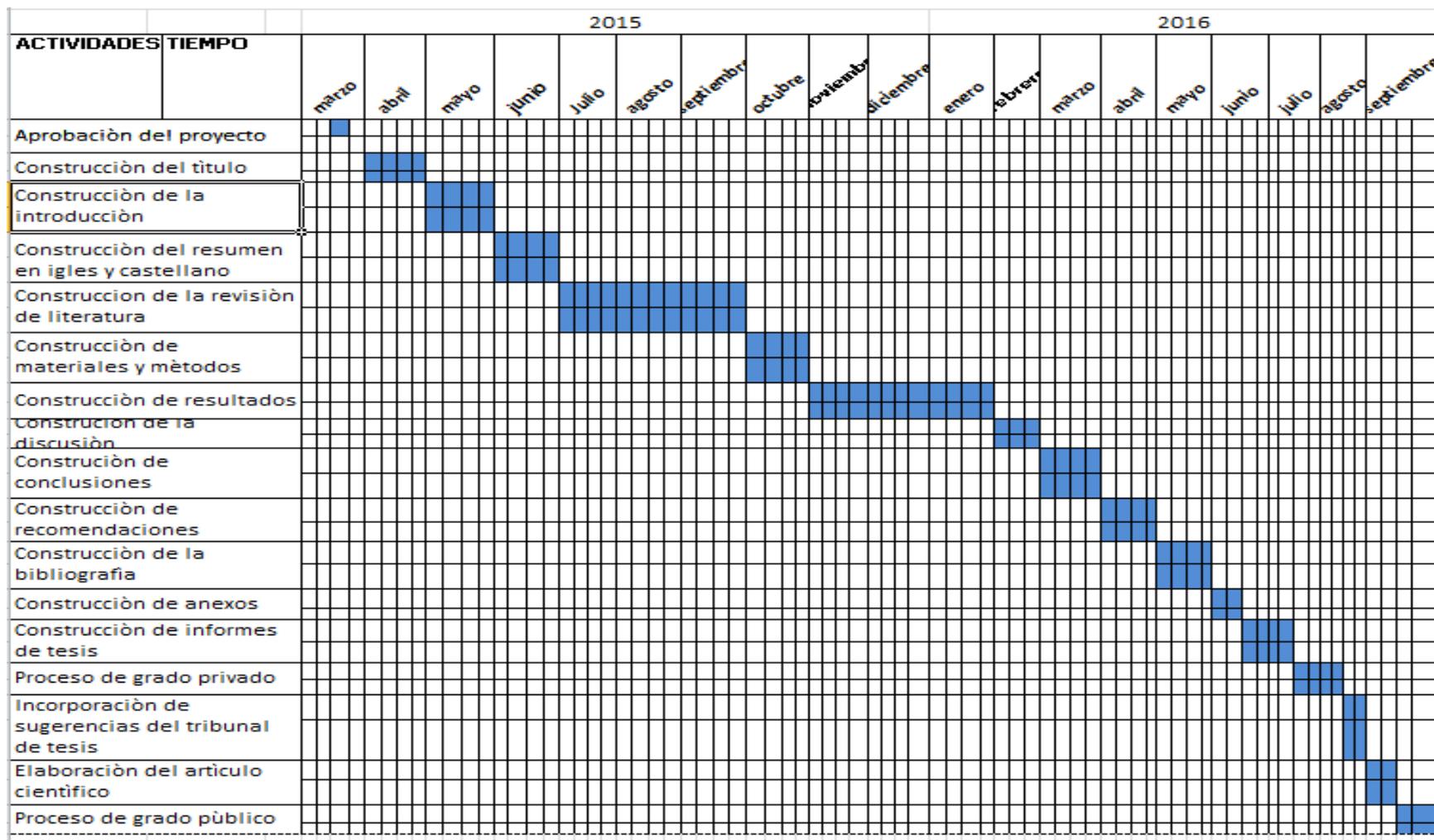
Tabla 1: POBLACIÓN Y MUESTRA

Docente	1
Estudiantes	32

Fuente: Colegio Pio Jaramillo Alvarado

Elaborado: Mariuxi Cecibel Ramos Ramos

g. CRONOGRAMA



h. PRESUPUESTO Y FINANCIAMIENTO

Cantidad	Descripción	Valor unitario	Valor total
1	Computador	\$900,00	\$ 900,00
1	Cámara digital	\$150,00	\$ 150,00
330	Copias Test y Encuesta	\$ 0,03	\$ 10,00
1000	Hojas de papel bond A4	\$ 0,01	\$ 10,00
5	Impresiones del proyecto (borradores)	\$ 5,00	\$ 25,00
5	Anillado del proyecto	\$2,00	\$10,00
5	Impresiones tesis (borradores)	\$ 10,00	\$ 50,00
5	Anillado de tesis (borradores)	\$3,00	\$15,00
5	Impresiones tesis	\$ 20,00	\$ 100,00
5	Empastado de tesis	\$10,00	\$50,00
1	Flash USB	\$15,00	\$15,00
4	Impresiones de Libros	\$ 10,00	\$ 40,00
	Transporte	\$15,00	\$150,00
	Varios	\$100,00	\$100,00
	TOTAL		\$ 1625

i. BIBLIOGRAFÍA

- Amei-waece. (2003). *hermex*. Obtenido de <http://waece.org/diccionario/index.php>
- Angelica, F. M. (2006). *Metodología de la investigación* . Hidalgo: Lases Print.
- Aponte, G. (1998). *Fundamentos de Matemáticas Básicas* . Naucalpan de Juárez: Addison Wesley Longman de México S.A, de C.V.
- Básicas, F. d. (1998). *Gladys Aponte* . Naucalpan de Juárez : Addison Wesley Longman de México S.A.
- Borragán, S. (2006). *Descubrir, investigar, experimentar, iniciación a las ciencias* . España : Secretaria General de Educación .
- Chavéz, H. (2000). *Matemática 11 Guía de recursos* . Bogotá : Santillana
- Cide@d. (s.f.). *Recursos* . Obtenido de Recursos : http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_3eso_funciones_lineales/3eso_quincena10.pdf
- Cliford, A. (2010). *La maravilla de los números* . España: Robinbook, S.L.
- Engler, A. (2005). *Funciones* (1° edición ed.). Santa Fe: Universidad Nacional del Litoral.
- G, C. (2003). *Método Pólya. El Pensamiento de la Entrega* . México : Plaza y Valdéz, S.A de C.V .
- G, K. (1962). *Diccionario Filosofico* .
- Guzmán, A. (2012). *Pasos para la resolución de problemas* . México : Plaza y Valdés, S.A.
- Hernández, V. .. (1994). *El método de los cuatro pasos de Pólya*. Obtenido de El método de los cuatro pasos de Pólya: <http://fractus.uson.mx/Papers/Polya/Polya.pdf>
- Kisnerman, N. (1977). *Los talleres,ambientes de Formación Profesional. El taller, Integración de Teoría y Práctica*. Buenos Aires: Humanitas.
- Klaus, G. (1996). *Diccionario Filosofico*.
- Miller, V. (2006). *Razonamiento y aplicaciones* . México : Pearson Matemático .
- Mora, J. F. (6 de Junio de 2012). *La Guía*. Obtenido de La Guía: <http://filosofia.laguia2000.com/diccionario-de-filosofia/el-metodo>

- Pérez, A. (2006). *Propuestas pedagógicas para la enseñanza de la matemática* . España: Hurope, S.L.
- Proaño, M. R. (2010). *La línea recta*. Obtenido de La línea recta : <http://publiespe.espe.edu.ec/librosvirtuales/funciones/funciones-matematicas-y-matrices/funciones-matematicas03.pdf>
- Rodriguez, A. (1982). *Investigación experimental en psicología e investigación*. Trillas México .
- Santiago, C. I. (2009). *Funciones Cuadráticas* . Obtenido de Funciones Cuadráticas:<http://facultad.bayamon.inter.edu/csantiago/math1500/funciones%20cuadr%C3%A1ticas.pdf>
- Serentill, P. L. (22 de 04 de 2010). *Tesis doctorales* . Obtenido de Tesis doctorales : <http://www.tdx.cat/handle/10803/1328>
- Sescovich, S. (2007). *El taller como proceso de enseñanza aprendizaje* Obtenido de: <http://www.fder.edu.uy/contenido/rrll/contenido/licenciatura/documentos/modalidad-de-ensenanza-taller.pdf>
- Taha, H. (2007). *Investigación de operaciones* . México : Pearson educación.
- Trejo, J. d. (2003). *Matemáticas, Algebra 2*. México: Umbral S.A.
- W.Barbe. (1979). *Enseñanza a través de Fortalezas* .
- Zayas, C. A. (2005). *Métodos y Técnicas de Aprendizaje Activo* . México : Columbia.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA
ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN
CARRERA FÍSICO DE MATEMÁTICAS

ENCUESTA SOBRE EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES

OBJETIVO

Obtener información sobre las dificultades que los estudiantes presentan en el aprendizaje de funciones lineales.

1. Encierre con un círculo la definición correcta de función lineal

- a) Son polinomios de primer grado
- b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = ax+b$ donde a y b son números reales, es una función lineal.
- c) Es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuyo codominio son también todos los números reales
- d) Función lineal es aquella que en su grafica denota una parábola

2. Señale con una X dentro del paréntesis la característica de una función lineal

- a) Línea recta ()
- b) Pendiente ()
- c) Vértice ()
- d) Raíz ()
- e) Parábola ()

3. Si la pendiente m de una función lineal es positiva, la función es:

- a) Creciente ()
- a) Decreciente ()
- b) Constante ()

4. Si la pendiente m de una función lineal es negativa, la función es:

- a) Creciente ()

b) Decreciente ()

c) Constante ()

5. Si la pendiente m de una función es cero, la función es:

a) Creciente ()

b) Decreciente ()

c) Constante ()



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA
ÁREA DE LA EDUCACIÓN EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN
CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

ENCUESTA PARA DOCENTE

Estimado docente del Colegio Pio Jaramillo Alvarado. Con la finalidad de realizar un Trabajo de Investigación previo al proyecto de tesis recurro hacia Ud. para que me brinde información sobre las dificultades de resolución de problemas en el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas, se le solicita respetuosamente contestar las preguntas que se detallan a continuación.

Encierre en un círculo según su criterio.

1. ¿Qué es para usted un problema matemático?

- a. La búsqueda de un dato desconocido
- b. Una situación que requiere una solución
- c. La aplicación de operaciones matemáticas
- d. Una ecuación donde no se conoce un valor

2. ¿Qué elementos encuentra usted en un problema matemático?

- a. Datos, despejes, transformaciones
- b. Datos y una incógnita para encontrar
- c. Signos matemáticos y formulas
- d. Una serie de ejercicios

3. ¿Cuándo considera usted que el planteamiento de un problema es adecuado?

- a. Cuando se tiene todos los datos del problema
- b. Cuando se tiene claridad en el planeamiento del problema
- c. Cuando se facilita la identificación de la incógnita

4. ¿Qué pasos ejecuta usted cuando resuelve un problema de funciones lineales y cuadráticas?

- a. Leer detenidamente el problema
- b. Identificar los datos y la incógnita
- c. Aplicar formulas despejes y transformaciones
- d. Hallar el valor desconocido

5. ¿Con qué frecuencia usa la resolución de problemas durante el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas?

- a. Siempre
- b. A veces
- c. Nunca

6. ¿Con que frecuencia usted promueve que los estudiantes construyan un plan de ayuda durante la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas?

- a. Siempre
- b. A veces
- c. Nunca

7. ¿Con que frecuencia comprueba los pasos que aplican los estudiantes en la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas?

- a. Siempre
- b. A veces
- c. Nunca

8. ¿Cuándo aplica usted la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas evidencia dificultad de comprensión y dominio en los estudiantes?

- a. Siempre
- b. A veces
- c. Nunca



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA
ÁREA DE LA EDUCACIÓN EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN
CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

ENCUESTA PARA ESTUDIANTE

Estimado (a) estudiante del Colegio Pio Jaramillo Alvarado. Con la finalidad de realizar un Trabajo de Investigación previo al proyecto de tesis recurro hacia Ud. para que me brinde información sobre las dificultades de resolución de problemas en el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas, se le solicita respetuosamente contestar las preguntas que se detallan a continuación.

ENCUESTA PARA ESTUDIANTE

Encierre en un círculo según su criterio.

1. ¿Qué es para usted un problema matemático?

- a. La búsqueda de un dato desconocido
- b. Una situación que requiere una solución
- c. La aplicación de operaciones matemáticas
- d. Una ecuación donde no se conoce un valor

2. ¿Qué elementos encuentra usted en un problema de matemática?

- a. Datos, despejes, transformaciones
- b. Datos y una incógnita para encontrar
- c. Signos matemáticos y formulas
- d. Una serie de ejercicios

3. ¿Cuándo considera usted que el planteamiento de un problema es adecuado?

- a. Cuando se tiene todos los datos del problema

- b. Cuando se tiene claridad en el planeamiento del problema
- c. Cuando se facilita la identificación de la incógnita

4. ¿Qué pasos ejecuta usted cuando resuelve un problema de funciones lineales y cuadráticas?

- a. Leer detenidamente el problema
- b. Identificar los datos y la incógnita
- c. Aplicar formulas despejes y transformaciones
- d. Hallar el valor desconocido

5. ¿Con que frecuencia la docente de matemática usa la resolución de problemas durante el desarrollo del contenido de funciones lineales y cuadráticas?

- a. Siempre
- b. A veces
- c. Nunca

6. ¿con que frecuencia la docente de matemáticas promueve la construcción de un plan que le ayude a la resolución de problemas de funciones lineales y cuadráticas?

- a. Siempre
- b. A veces
- c. Nunca

7. ¿Con que frecuencia la docente de matemáticas comprueba los pasos que aplica en la resolución de funciones lineales y cuadráticas?

- a. Siempre
- b. A veces
- c. Nunca

8. ¿Cuándo usted resuelve problemas de funciones lineales y cuadráticas presenta dificultad de comprensión y dominio?

- a. Siempre
- b. A veces

c. Nunca

Pre test y post test



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA ÁREA DE LA EDUCACIÓN EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

Estimado/a estudiante, de manera respetuosa le pido se digne a leer las siguientes preguntas y contestar con la mayor seriedad posible.

1. ¿Cuándo existe una relación de dependencia entre dos variables es una función?

Si ()

No ()

¿Porqué?.....

2. ¿Cómo se llaman las variables con las que se identifica una función?

a. independiente y constante ()

b. independiente y dependiente ()

c. independiente y lineal ()

d. lineal y constante ()

3. ¿Cuáles de las siguientes relaciones de dependencia son funciones?

a. la duración de una llamada provincial y su valor en dólares ()

b. A cada número natural se le asignan sus divisores ()

c. el volumen de una esfera y el valor de su radio ()

d. la edad en años de una persona y su masa ()

e. la longitud de una circunferencia y el valor de su diámetro ()

4. ¿Cuándo la función toma el conjunto de valores de la variable independiente se llama dominio?

Si ()

No ()

¿Por qué?.....

5. ¿Cuándo la función toma el conjunto de valores de la variable dependiente se llama recorrido?

Si ()

No ()

¿Por qué?.....

6. ¿Qué nombre reciben las funciones cuyas gráficas son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas?

a. funciones afines. ()

b. funciones constantes. ()

c. funciones lineales ()

7. ¿Qué nombre recibe la función de proporcionalidad directa?

a. función afín. ()

b. función lineal. ()

c. función proporcional. ()

8. ¿Qué expresión tiene la función lineal que pasa por el punto (3,6)?.

a. $y = 3x+6$ ()

b. $y = 6x-3$ ()

c. $y = 2x$ ()

9. Si $m = 0$ lo cual implica $y = b$. En este caso ¿qué tipo de función se presenta?

a. constante ()

b. en el origen de coordenadas ()

c. identidad ()

10. Si $b = 0$ lo cual implica $y = mx$. En este caso ¿Qué tipo de función se presenta?

a. constante ()

- b. en el origen de coordenadas ()
- c. identidad ()

11. Si $m=1$ y $b=0$ lo cual implica $y=x$. En este caso ¿qué tipo de función se presenta?

- a. constante ()
- b. en el origen de coordenadas ()
- c. identidad ()

11. ¿Cómo es la pendiente de una recta si asciende de izquierda a derecha?

- a. positiva
- b. negativa
- c. cero
- d. no está definida

12. ¿Cómo es la pendiente de una recta si desciende de izquierda a derecha?

- a. positiva
- b. negativa
- c. cero
- d. no está definida

13. ¿Cómo es la recta si la pendiente es cero?

- a. ascendente
- b. paralela al eje Y
- c. descendente
- d. paralela al eje X

14. ¿Cómo es la pendiente de dos recta paralelas?

- a. pendiente igual a cero
- b. igual pendiente
- c. distinta pendiente
- d. ninguna de las anteriores

15. ¿Cuál es la fórmula de la ecuación de la recta punto pendiente?

- a. $y = mx+b$
- b. $y - y_1 = m(x - x_1)$
- c. $y + y_1 = m(x - x_1)$
- d. $y - y_1 = m(x + x_2)$

16. la pendiente de la recta $2x - 3y = 4$ es:

- a. $-3/4$
- b. $-4/3$
- c. $1/2$
- d. $2/31$

17. La función cuadrática tiene tres parámetros a, b, c. ¿Qué nombre reciben estos parámetros?

- a. coeficiente cuadrático, coeficiente lineal y término independiente
- b. coeficiente cuadrático, coeficiente exponencial y término independiente
- c. coeficiente cuadrático, coeficiente lineal y término dependiente
- d. coeficiente cuadrático, coeficiente exponencial y término dependiente

18. Si el discriminante es menor que cero. ¿Cuántas raíces tiene la función cuadrática?

- a. tiene dos raíces reales y distintas
- b. tiene una única solución real; diremos que es una raíz doble
- c. no tiene raíces reales; tiene dos raíces complejas conjugadas

19. Si el discriminante es igual a cero. ¿Cuántas raíces tiene la función cuadrática?

- a. Tiene dos raíces reales y distintas.
- b. Tiene una única solución real; diremos que es una raíz doble
- c. no tiene raíces reales; tiene dos raíces complejas conjugadas.

20. ¿Cuáles son los elementos de una función cuadrática?

- a. Coeficientes
- b. Simetría

- c. vértice
- d. raíces
- e. Orientación o concavidad
- f. Puntos de corte con los ejes

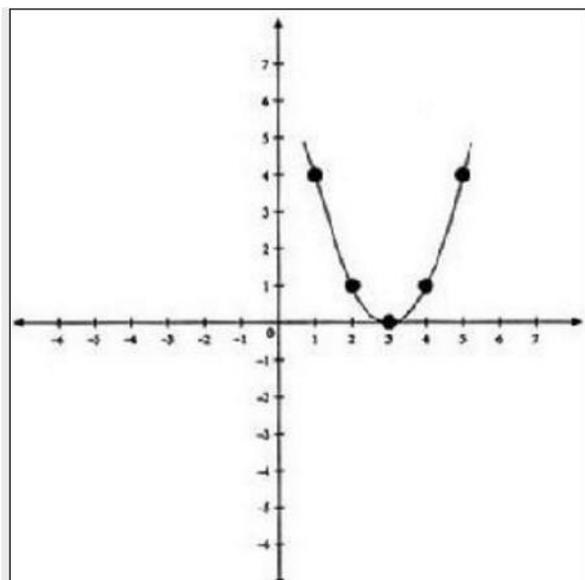
21. ¿Qué es el vértice de una función cuadrática?

- a. Es el punto en el cual la gráfica alcanza su valor mínimo o máximo
- b. Es una recta que nos permite observar claramente que las parábolas son curvas simétricas
- c. Cada uno de los lugares en los que la gráfica corta al eje X
- d. La representación gráfica de una función cuadrática
- e. Los parámetros de una ecuación cuadrática

22. ¿Qué es el eje de simetría de una función cuadrática?

- a. Es el punto en el cual la gráfica alcanza su valor mínimo o máximo
- b. Es una recta que nos permite observar claramente que las parábolas son curvas simétricas.
- c. Cada uno de los lugares en los que la gráfica corta al eje X
- d. La representación gráfica de una función cuadrática
- e. Los parámetros de una ecuación cuadrática.

23. Según la gráfica que punto corresponde al vértice



- a. (5,4)
- b. (3,0)
- c. (2,1)
- d. (1,4)
- e. (4,1)

MATRIZ DE CONSISTENCIA

TITULO: APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERÍODO 2015-2016

PROBLEMA	OBJETIVOS	VARIABLES	INDICADORES	METODOLOGÍA, TÉCNICA E INSTRUMENTOS
<p>¿Cómo la aplicación del método de Pólya influencia en el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en los estudiantes de Primer Año de Bachillerato General Unificado del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de</p>	<p>GENERAL</p> <p>Mejorar el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas mediante la aplicación del Método de Pólya en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado del colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado</p>	<p>VARIABLE INDEPENDIENTE:</p> <p>MÉTODO DE PÓLYA</p> <p>El método de Pólya, es un procedimiento que conduce a la resolución de problemas, de modo significativo en particular haciendo uso de las operaciones mentales sin tener</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Distingue cuales son los datos • Tiene suficiente información • El problema es similar a otro que haya resuelto antes • Busca un patrón • Busca una fórmula • Comprueba 	<p>Tipo de investigación:</p> <p>Pre experimental</p> <p>Técnicas:</p> <p>Prueba de pre test</p> <p>Prueba de post test</p> <p>Instrumento:</p>

<p>la ciudad de Loja, período 2015-2016?</p>	<p>de la ciudad de Loja, período 2015-2016</p> <p>ESPECÍFICOS</p> <p>4. Elaborar una perspectiva teórica del método de Pólya para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas</p> <p>5. Elaborar un diagnóstico de las deficiencias de métodos de enseñanza para el aprendizaje de funciones lineales</p>	<p>métodos rigurosos en su aplicación (Pólya 1989)</p> <p>VARIABLE DEPENDIENTE:</p> <p>APRENDIZAJE DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS</p> <p>El estudio de la función lineal y cuadrática constituye uno de los sustentos de la matemática actual. Se relaciona con la necesidad de considerar situaciones en las que distintas</p>	<p>cada uno de los pasos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mejora el aprendizaje • Plantea problemas de funciones lineales y cuadráticas • Entiende problemas de funciones lineales y cuadráticas • Configura un plan para resolución de problemas • Ejecuta el plan 	<p>Encuesta</p> <p>Población y muestra:</p> <p>32 estudiante de primer año de bachillerato general unificado paralelo "B" y una docente</p>
--	---	--	--	--

	<p>y cuadráticas</p> <p>6. Diseñar y valorar la efectividad de un modelo alternativo basado en el método de George Pólya mediante la aplicación del taller como estrategia didáctica en la potenciación del aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas</p>	<p>magnitudes variables están relacionadas entre sí, sabiendo que los valores que toman algunas de ellas dependen y están ligados a los valores de las demás. (Gascón, 1994)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Predice las posibles soluciones • Examina las soluciones 	
--	--	--	---	--

FOTOGRAFÍAS



ÍNDICE DE CONTENIDOS

PORTADA.....	i
CERTIFICACIÓN	ii
AUTORÍA.....	iii
CARTA DE AUTORIZACIÓN.	iv
AGRADECIMIENTO	v
DEDICATORIA	vi
MATRIZ DE ÁMBITO GEOGRÁFICO	vii
MAPA GEOGRÁFICO Y CROQUIS	viii
ESQUEMA DE TESIS	ix
a. TÍTULO.....	1
b. RESUMEN (CASTELLANO E INGLES) SUMMARY	2
c. INTRODUCCIÓN.....	4
d. REVISIÓN DE LITERATURA	6
MÉTODO DE PÓLYA	6
ORIGEN	7
EL MÉTODO DE LOS CUATRO PASOS DE PÓLYA.....	8
FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS	12
CONTENIDO DE FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS	13
FUNCIÓN LINEAL.....	14
FUNCIÓN AFÍN.....	15
PENDIENTE DE UNA RECTA	16
FUNCIÓN CUADRÁTICA.....	19
e. MATERIALES Y MÉTODOS.....	22
f. RESULTADOS.....	23

g. DISCUSIÓN	77
h. CONCLUSIONES	81
i. RECOMENDACIONES	82
j. BIBLIOGRAFÍA.....	83
k. ANEXOS	85
a. TEMA	86
b. PROBLEMÁTICA	87
c. JUSTIFICACIÓN.....	90
d. OBJETIVOS	91
e. MARCO TEÓRICO.....	92
f. METODOLOGÍA.....	135
g. CRONOGRAMA.....	137
h. PRESUPUESTO Y FINANCIAMIENTO	138
i. BIBLIOGRAFÍA.....	139
ÍNDICE	159