



1859



Universidad  
Nacional  
de Loja

# Universidad Nacional de Loja

Facultad de la Educación, el Arte y la Comunicación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

La enseñanza aprendizaje de geometría analítica y el desarrollo del  
pensamiento lógico matemático

Trabajo de Integración Curricular,  
previo a la obtención del título de  
Licenciado en Pedagogía de las  
Matemáticas y la Física.

**AUTOR:**

Anthony Fernando Becerra Montalván

**DIRECTOR:**

Ing. Rut Marcela Merino Alberca Mg. Sc.

Loja – Ecuador

2025

Educamos para **Transformar**

## Certificación



unl

Universidad  
Nacional  
de Loja

Sistema de Información Académico  
Administrativo y Financiero - SIAAF

### CERTIFICADO DE CULMINACIÓN Y APROBACIÓN DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR

Yo, **MERINO ALBERCA RUT MARCELA**, director del Trabajo de Integración Curricular denominado **La enseñanza aprendizaje de geometría analítica y el desarrollo del pensamiento lógico matemático**, perteneciente al estudiante **ANTHONY FERNANDO BECERRA MONTALVAN**, con cédula de identidad N° **1104818347**.

#### Certifico:

Que luego de haber dirigido el **Trabajo de Integración Curricular**, habiendo realizado una revisión exhaustiva para prevenir y eliminar cualquier forma de plagio, garantizando la debida honestidad académica, se encuentra concluido, aprobado y está en condiciones para ser presentado ante las instancias correspondientes.

Es lo que puedo certificar en honor a la verdad, a fin de que, de así considerarlo pertinente, el/la señor/a docente de la asignatura de **Integración Curricular**, proceda al registro del mismo en el Sistema de Gestión Académico como parte de los requisitos de acreditación de la Unidad de Integración Curricular del mencionado estudiante.

Loja, 31 de Enero de 2025



RUT MARCELA MERINO  
ALBERCA

F)

**DIRECTOR DE TRABAJO DE INTEGRACIÓN  
CURRICULAR**



Certificado TIC/TT.: UNL-2025-000126

1/1  
Educamos para Transformar

## Autoría

Yo, **Anthony Fernando Becerra Montalván**, declaro ser autor del presente Trabajo de Integración Curricular y eximo expresamente a la Universidad Nacional de Loja y a sus representantes jurídicos, de posibles reclamos o acciones legales, por el contenido del mismo. Adicionalmente acepto y autorizo a la Universidad Nacional de Loja, la publicación de mi Trabajo de Integración Curricular, en el Repositorio Digital Institucional - Biblioteca Virtual.

Firma:



**Cédula de identidad:** 1104818347

**Fecha:** Loja, 01 de abril de 2025

**Correo electrónico:** anthony.becerra@unl.edu.ec

**Teléfono:** 0962622539

**Carta de autorización por parte del autor para consulta, reproducción parcial o total y/o publicación electrónica del texto completo, del Trabajo de Integración Curricular.**

Yo, **Anthony Fernando Becerra Montalván**, declaro ser autor del Trabajo de Integración Curricular, denominado: **La enseñanza aprendizaje de geometría analítica y el desarrollo del pensamiento lógico matemático**, como requisito para optar el título de **Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física**, autorizo al Sistema Bibliotecario de la Universidad Nacional de Loja, para que, con fines académicos, muestre la producción intelectual de la Universidad, a través de la visibilidad de su contenido en el Repositorio Institucional.

Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo en el Repositorio Institucional, en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad.

La Universidad Nacional de Loja, no se responsabiliza por el plagio o copia del Trabajo de Integración Curricular que realice un tercero.

Para constancia de esta autorización, suscribo, en la ciudad de Loja, al primer día del mes de abril de dos mil veinticinco.

**Firma:**



**Autor:** Anthony Fernando Becerra Montalván

**Cédula de Identidad:** 1104818347

**Dirección:** Loja, las pitas II, calles Nogoya y corrientes

**Correo electrónico:** [anthony.becerra@unl.edu.ec](mailto:anthony.becerra@unl.edu.ec)

**Celular:** +593 962622539

**DATOS COMPLEMENTARIOS:**

**Directora del Trabajo de Integración Curricular:** Ing. Rut Marcela Merino Alberca. Mg. Sc.

## **Dedicatoria**

El presente Trabajo está dedicado a toda mi familia, principalmente a mi madre Dolores Montalván y hermano Byron Becerra por su gran apoyo moral y económico en todo el trayecto de mi formación académica, por siempre velar por mi bienestar y enseñarme a nunca rendirme a pesar de las dificultades que se presenten a lo largo del camino.

***Anthony Fernando Becerra Montalván***

## **Agradecimiento**

Expreso mis más sinceros agradecimientos a la Universidad Nacional de Loja, a la Facultad de Educación, el Arte y la Comunicación y a la Carrera de Pedagogía en las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física, por darme la oportunidad de formarme académicamente. A la planta docente por brindarme sus conocimientos y vivir grandes experiencias durante este transcurso de mi carrera profesional.

De igual agradezco a la Ing. Rut Merino por su adecuada dirección del trabajo y por las orientaciones que me brindó en la elaboración de mi investigación para cumplir con los objetivos propuestos, sin su tutela no podría llegar al lugar en el que me encuentro.

Por último y menos importante quiero agradecer a todas las personas que conocí en el transcurso de mi carrera profesional, por su apoyo y amistad que me brindaron a diario ya que sin ellos mi camino hacia este momento no sería el mismo, su presencia fue parte esencial para crecer y ser la persona que soy ahora.

Gracias a todas las personas que de alguna manera u otra han aportado en el desarrollo de mi investigación.

***Anthony Fernando Becerra Montalván***

## Índice de contenidos

Certificación.....	ii
Autoría.....	iii
Dedicatoria.....	v
Agradecimiento.....	vi
Índice de contenidos.....	vii
<i>Índice de tablas:</i> .....	viii
<i>Índice de figuras:</i> .....	ix
<i>Índice de anexos:</i> .....	x
<b>1. Título.....</b>	<b>1</b>
<b>2. Resumen.....</b>	<b>2</b>
<i>Abstract</i> .....	3
<b>3. Introducción.....</b>	<b>4</b>
<b>4. Marco Teórico.....</b>	<b>6</b>
<i>Geometría y Geometría Analítica</i> .....	13
<b>5. Metodología.....</b>	<b>28</b>
<b>6. Resultados.....</b>	<b>30</b>
<b>7. Discusión.....</b>	<b>37</b>
<b>8. Conclusiones.....</b>	<b>40</b>
<b>9. Recomendaciones.....</b>	<b>41</b>
<b>10. Bibliografía.....</b>	<b>42</b>
<b>11. Anexos.....</b>	<b>48</b>

## **Índice de Tablas:**

<b>Tabla 1.</b> Elementos del Proceso de Enseñanza Aprendizaje .....	<b>10</b>
<b>Tabla 2.</b> Estrategias para la enseñanza aprendizaje de Matemática.....	<b>12</b>
<b>Tabla 3.</b> Estrategias para la enseñanza aprendizaje de Geometría analítica .....	<b>19</b>
<b>Tabla 4.</b> Resultados de preguntas 1,2 y 3 de encuesta a docentes .....	<b>30</b>
<b>Tabla 5.</b> Resultados de encuestas aplicadas a docentes y estudiantes sobre estrategias didácticas utilizadas para la enseñanza de cónicas .....	<b>31</b>
<b>Tabla 6.</b> Resultados generales de las estrategias didácticas aplicadas por los docentes y su frecuencia (f) .....	<b>32</b>
<b>Tabla 7.</b> Resultados de la segunda parte de la encuesta a estudiantes con su respectiva frecuencia (f) que busca evaluar sus aprendizajes con relación al desarrollo del pensamiento lógico matemático .....	<b>35</b>



## Índice de Figuras:

<b>Figura 1.</b> Secciones cónicas del cono de Apolonio.....	<b>21</b>
<b>Figura 2.</b> Circunferencia de radio $r$ con centro en el origen .....	<b>22</b>
<b>Figura 3.</b> Parábola con centro en el origen y eje de simetría $x$ .....	<b>23</b>
<b>Figura 4.</b> Elipse con centro en el origen y eje de simetría $x$ .....	<b>24</b>
<b>Figura 5.</b> Hipérbola con vértice en el origen y eje focal $x$ .....	<b>26</b>

## **Índice de Anexos:**

<b>Anexo 1.</b> Propuesta .....	<b>48</b>
<b>Anexo 2.</b> Bitácora de búsqueda .....	<b>92</b>
<b>Anexo 3.</b> Informe de estructura, coherencia y pertinencia .....	<b>110</b>
<b>Anexo 4.</b> Instrumento aplicado a docentes.....	<b>111</b>
<b>Anexo 5.</b> Instrumento aplicado a estudiantes.....	<b>114</b>
<b>Anexo 6.</b> Tabulación de encuesta a docentes .....	<b>118</b>
<b>Anexo 7.</b> Tabulación de encuesta a estudiantes .....	<b>123</b>
<b>Anexo 8.</b> Oficio de asignación de director.....	<b>130</b>
<b>Anexo 9.</b> Traducción del resumen .....	<b>131</b>

## **1. Título**

La enseñanza aprendizaje de geometría analítica y el desarrollo del pensamiento lógico matemático

## 2. Resumen

El pensamiento lógico matemático dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, aporta significativamente al razonamiento de los estudiantes, favorece el juicio crítico respecto de cosas que observan. El objetivo de la investigación fue analizar la enseñanza aprendizaje de geometría analítica en el desarrollo del pensamiento lógico matemático, en los estudiantes que han cursado segundo año de bachillerato general unificado. Tuvo un enfoque mixto de tipo no experimental con alcance descriptivo, con diseño de campo, método de la encuesta con el cuestionario como instrumento. Los resultados obtenidos demuestran una enseñanza tradicional con estrategias mayoritariamente magistrales y pocas veces aplican como estrategia el Aprendizaje Cooperativo, lo cual influye en el aprendizaje y grado de desarrollo del pensamiento lógico matemático que tienen los estudiantes. Tomando como referencia el estudio de las cónicas, se concluye que el desarrollo del pensamiento lógico matemático es limitado ya que no logran contextualizar las cónicas en problemas reales o relacionar sus conocimientos empíricos con los teóricos mucho menos transformar dichos problemas en lenguaje matemático.

**Palabras clave:** pensamiento lógico matemático, estrategias didácticas, cónicas, enseñanza aprendizaje.

**Abstract**

Mathematical logical thinking within the teaching-learning process contributes significantly to the students' reasoning, favors critical judgment regarding things that they observe. The objective of the research was to analyze the teaching-learning of analytical geometry in the development of mathematical logical thinking in students who have completed the second year of unified general baccalaureate. It had a mixed approach of non-experimental type with descriptive scope, with field design, survey method with the questionnaire as instrument. The results obtained show a traditional teaching with mostly magisterial strategies and seldom apply Cooperative Learning as a strategy, which influences the learning and degree of development of mathematical logical thinking of the students. Taking the study of conics as a reference, it is concluded that the development of mathematical logical thinking is limited since they do not manage to contextualize conics in real problems or to relate their empirical knowledge with theoretical knowledge much less to transform such problems into mathematical language.

**Key words:** *Mathematical logical thinking, Didactic strategies, Conics, Teaching-learning.*

### 3. Introducción

En el proceso de enseñanza aprendizaje, los estudiantes a más de aprender conocimientos científicos, es fundamental que pueda razonar de manera crítica y lógica. Si bien es cierto que en el área de la Matemática es necesario conocer algoritmos y procesos de resolución de ejercicios, también se busca que el estudiante tenga un juicio crítico, razone, investigue y piense de manera lógica frente a problemas que pueden existir en su entorno.

Navarro y Soto (2012) citados por Díaz y Neira (2018) definen al pensamiento lógico matemático como una actividad propia del ser humano capaz de adquirir conocimientos a través de la relación que realiza entre sus saberes previos y las experiencias obtenidas a través del razonamiento lógico y abstracto.

Hacer que un estudiante logre razonar y tenga juicio crítico es un camino complejo de seguir, Orrantia (2006), en su investigación menciona que las dificultades que presentan los estudiantes frente a resolución de problemas pueden surgir por dos factores: “bien puede no comprender la situación problemática, o bien puede no contar con el conocimiento conceptual necesario para resolverla” (p. 175). Por otro lado, Ulloa y Solórzano (2013), señalan que gran parte de los estudiantes presentan dificultades en el dominio de los temas de Matemáticas, además, parte de su aprendizaje se da de manera mecánica y repetitiva. (pp. 91-92), por lo cual se limita el pensamiento lógico matemático, siendo este una herramienta muy importante que se necesita aplicar momento a momento desde diferentes ámbitos y contextos.

Por lo antes mencionado se planteó la siguiente interrogante: ¿La enseñanza de la geometría analítica en estudiantes que han cursado segundo año de bachillerato contribuye al desarrollo del pensamiento lógico matemático?

Dávila et al. (2016), mencionan que el limitado enfoque que dan los docentes a la enseñanza y aprendizaje de las Cónicas, han dado como resultado un estudio aburrido y difícil para los estudiantes (p. 50). Si bien es cierto que el estudiante aprende las ecuaciones de las Cónicas, esto se realiza de manera mecánica y no se lo acerca a una realidad de su entorno, por tal motivo, puede llegar a limitarse el pensamiento lógico matemático en cuanto a la resolución de problemas reales. En la actualidad el entorno en el que se encuentra el estudiante presenta varios rasgos que podemos relacionar con la geometría analítica, sin embargo, el que no se les dé suficiente atención a estas peculiaridades ni mucho menos se las analice puede ser un error ya que lo que se busca en los estudiantes no es simplemente identificar estas figuras, sino analizarlas desde el punto de vista matemático.

Es por ello que, para responder a la problemática de esta investigación se planteó como objetivos específicos:

- Identificar las estrategias aplicadas por los docentes de Matemática de segundo de bachillerato de la Unidad Educativa Fiscomisional “La Dolorosa”, para la enseñanza de geometría analítica sección cónicas;

- Valorar el aprendizaje en estudiantes que han cursado el segundo año de bachillerato en geometría analítica con relación al desarrollo del pensamiento lógico matemático y;
- Diseñar una propuesta alternativa para la enseñanza de las cónicas, de manera que contribuya al desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Al ser una investigación de campo, permitió reflejar la realidad del objeto de estudio en una institución educativa, tener información verídica sobre las estrategias utilizadas en la enseñanza de cónicas y si estas a su vez permiten que el estudiante desarrolle su pensamiento lógico matemático. Además, con los resultados devenidos se espera proporcionar información valiosa para futuros investigadores del ámbito educativo, especialmente de naturaleza matemática, de igual manera, garantizar y facilitar un aprendizaje significativo en los estudiantes junto a un buen desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Es preciso indicar que, una de las limitaciones que hubo en esta investigación fue encontrar al inicio pocas investigaciones sobre el proceso de desarrollo del pensamiento lógico matemático en estudiantes de nivel de Bachillerato. Si bien es cierto que este pensamiento debe ser trabajado en toda la formación académica de los estudiantes, gran parte de las investigaciones se realizaron en el nivel de Educación Básica, sin embargo, al realizar una búsqueda selectiva y exhaustiva se logró encontrar información relevante para superar esta limitación.

Por último, la organización de este trabajo se conforma con los siguientes elementos: título; resumen; abstract; introducción, donde se describe brevemente el tema de investigación; marco teórico, donde se fundamenta el objeto de estudio o variables de investigación; metodología, donde se detalla el proceso que se siguió para la investigación, es decir, el enfoque, diseño, método, técnicas e instrumentos utilizados; resultados, donde se detalla la información obtenida de los instrumentos aplicados en la institución investigada; discusión, conclusiones; recomendaciones y por último los anexos donde se encuentra la propuesta de mejora, bitácora de búsqueda, fichas bibliográfica y la tabulación de los instrumentos aplicados.

#### 4. Marco Teórico

Durante el proceso de formación, es fundamental la interacción entre docente y estudiantes ya que cada parte juega un papel importante para la construcción de conocimientos del estudiante, es decir su aprendizaje. Así mismo, en esta construcción es necesario que el estudiante sea capaz de razonar y de pensar de manera lógica frente a las dificultades que se le presenten; al ser una investigación de naturaleza matemática, se enfatiza que el estudiante aprenda a resolver problemas de su entorno que estén relacionados con esta ciencia, ya que el pensamiento lógico matemático aporta recursos para la toma de decisiones, fortalecer el pensamiento crítico, entre otras bondades.

Navarro y Soto (2012) citados por Díaz y Neira (2018) definen al pensamiento lógico matemático como la “actividad humana construida al relacionar los saberes previos con las nuevas experiencias obtenidas y mediante la manipulación de objetos; mediante el razonamiento mental y abstracto se construye partiendo de lo más simple hasta lo más complejo” (p. 24). Por otro lado, Medina (2018) menciona que este pensamiento “está relacionado con la habilidad de trabajar y pensar en términos de números y la capacidad de emplear el razonamiento lógico” (p. 128). Siguiendo esta línea, Tares y Fernández (2022) mencionan que “no se limita al trabajo con números o con nociones matemáticas, sino que trasciende a otros conocimientos y contextos de la vida cotidiana” (p. 12).

De lo cual, se puede definir al pensamiento lógico matemático como el tipo de pensamiento que integra tanto el pensamiento lógico como el pensamiento abstracto para dar solución y sentido lógico, en lenguaje matemático, a problemas contextualizados en el entorno del ser humano a través de conocimientos previos, es decir, relacionando sus conocimientos empíricos con el problema en cuestión. Es por ello por lo que, el desarrollo del pensamiento lógico matemático resulta fundamental en los estudiantes ya que contribuye en su aprendizaje de manera significativa.

Medina (2018), citado por Tares y Fernández (2022) menciona que desarrollar el pensamiento lógico matemático implica también desarrollar la inteligencia matemática, argumentando que al hacerlo no solo se potencia su capacidad de trabajar numéricamente sino también comprender mejor varios conceptos y lograr relacionarlos a través de la lógica. Cabe mencionar que, de acuerdo con Arias (2013) la inteligencia forma parte del pensamiento ya que no puede existir por sí misma al carecer de contenido; el pensamiento por su parte es la capacidad de relacionar objetos, personas o situaciones a través de operaciones como la categorización, discriminación o generalización.

Por otra parte, en el proceso de formación, el docente es quien expone los conocimientos científicos y el estudiante quien debe recibir y comprender estos conceptos, a esta relación se la conoce como proceso de enseñanza aprendizaje. Para Hernández e Infante (2017), el proceso de enseñanza aprendizaje es “un proceso integral, desarrollador de



la personalidad, que se expresa en la unidad entre instrucción, enseñanza, aprendizaje, educación y desarrollo” (p. 371). Siguiendo esta línea, la enseñanza aprendizaje permite formar a la persona y este proceso se da por dos partes: la que enseña, quien debe tener experiencia en lo que se quiere dar a conocer y el que aprende, quien está dispuesto a conocer y asimilar conceptos o conocimientos nuevos.

En esta investigación es fundamental conocer la relación que hay entre el proceso de enseñanza aprendizaje y el desarrollo del pensamiento lógico matemático. Sin embargo, ya que este proceso viene dado por la interacción entre maestro y aprendiz, es necesario conocer estos términos por separado e identificar los roles de estos protagonistas debido a que su participación es muy importante en el proceso de formación de los estudiantes, además, se debe conocer cómo influye el pensamiento lógico matemático en cada uno de los actores del proceso didáctico.

Para Tintaya (2016), la enseñanza “es un proceso de creación de condiciones externas o socioculturales que facilitan la construcción de las estructuras internas o personales del sujeto” (p. 80). En un ámbito general, la enseñanza la acuña con acomodar las condiciones externas a una persona para crear en él una condición apta para su comportamiento o conducta, atribuyéndole también a su aprendizaje. Dicho de otra manera, presta atención a todo su entorno para un solo objetivo, aprovechar lo que está a su disposición para crear en la otra persona una condición que le favorezca a sí mismo, vale decir que desea influir en él para cambiar sus actitudes ya sean para bien o para mal, sin embargo, al tratarse de la educación, estos cambios siempre se los alude para su mejoramiento.

Centrándose más en la educación, Pérez (2005), menciona que la enseñanza no debe ser presentada directamente, sino que debe dirigirse de forma implícita para que sea el estudiante quien a través de su propia capacidad crítica deduzca lo que se le está presentando. De igual forma, Fernández (2001) citado por Palacio y Chacón (2022) menciona que para desarrollar el pensamiento lógico es necesario proponer acciones que generen una idea y no solamente por medio de actividades de contenido lógico.

Siendo así que, el estudiante es quien asume un rol principal y sobre todo activo en su aprendizaje ya que lo que se busca en él es impulsar su desarrollo personal, activar su pensamiento crítico y potenciar su pensamiento lógico y para ello, es necesario que se generen una situación que le permita al estudiante razonar y formar una idea que dé solución a esta situación. Por otra parte, el docente cumple un papel menos activo al presentar las herramientas necesarias para incitar al estudiante a explorar nuevos conocimientos que están presentes dentro o fuera de un aula de clases.

Si bien es cierto, el docente tiene un papel menos activo en este proceso, eso no conlleva a que no influya en el aprendizaje del estudiante. Un docente al estar semanalmente en contacto directo con los estudiantes influye en ellos, su papel como guía también llega a

ser importante y, al ser considerado como tal, su interacción con los educandos será activa. Es por ello por lo que, al verse involucrado en esta interacción, presenta emociones tanto positivas como negativas. Al respecto, Buitrago (2020), menciona que las emociones que normalmente surgen dentro del docente son la alegría y el miedo, la alegría es más común debido a que al ver que puede servir a los estudiantes, se llena de dicha y busca la manera de ayudar a quienes requieran de su ayuda, entre otras cuestiones como la confianza en sí mismo y sus estudiantes o la relación docente estudiante.

Del mismo modo, así como presenta alegría, también siente emociones como el miedo, una emoción compleja de gestionar ya que como menciona Chacón (2016) citado por Buitrago (2020), “el miedo se transforma, como casi todo en la vida. Puede llegar a ser adaptativo, si es real; pero también a deshumanizar, si es ilógico” (p. 11). El miedo que puede sentir el docente puede llegar por algunos factores tales como, sentirse insuficiente, no cumplir con las expectativas que tenía en sí mismo o en sus estudiantes, cometer errores que lo expongan frente a sus estudiantes o en la mira de toda la institución educativa, sentirse amenazado o acosado, entre otros.

En conclusión, un docente junto con la enseñanza, juegan un papel muy importante en la construcción de conocimientos y desarrollo del pensamiento lógico matemático ya que son ellos quienes se encargan de que el estudiante procese toda la información requerida para su formación, desde tener en cuenta estrategias pedagógicas que le permitan poner en consideración su entorno para adaptarlo al estudiante y que estas le permitan generar ideas lógicas para su conocimiento, hasta gestionar las emociones del docente y tener presente que su papel como guía será influenciada de distintas maneras a los demás, por este motivo debe estar preparado y mentalizado que su función como repartidor de conocimientos es importante y fundamental para preparar a las futuras generaciones de la sociedad.

Por otro lado, el aprendizaje llega a ser igual de importante que la enseñanza ya que es en esta donde se dirige toda la atención del docente y del estudiante. Echeverría (2017), define al aprendizaje como “aquella acción que nos conduce a un cambio de la acción” (p. 37). Es decir, realizar acciones que permitan mejorar otra determinada acción, sin embargo, estas mejoras no pueden realizarse en un solo momento, una mejora viene dada por la continua práctica que le permita desechar sus errores y mejorar las operaciones en su conducta o su aprendizaje. Como menciona Sáez (2018), el aprendizaje es “un cambio de comportamiento relativamente permanente que se produce como resultado de la experiencia o la práctica” (p. 10).

Este mismo autor revela siete condiciones que deben estar presentes para garantizar un buen aprendizaje:

1. **Motivación:** Un docente debe asegurarse que a sus estudiantes les interese aprender, tener una fuente de motivación que les permita despertar su interés

y hacer que esta motivación sea duradera para captar con mayor atención los contenidos y que esto asegure su aprendizaje.

2. **Seguridad Psicológica:** Para que el aprendizaje sea efectivo, los estudiantes deben comprender los contenidos con ayuda del docente, por ello, no debe enseñar mediante amenazas, al contrario, debe crear un ambiente propicio para que los estudiantes entren en confianza con él y puedan preguntar sobre alguna duda que exista en ellos.
3. **Experimentación:** El estudiante no debe centrarse únicamente en el conocimiento teórico, debe poner en práctica todo lo que aprendió y para ello es necesario la experimentación, poner a prueba o situarse en una problemática que le permita aplicar y asimilar lo que está estudiando.
4. **Retroalimentación:** Es una parte fundamental en el proceso de aprendizaje ya que es necesario retroalimentar todo lo que el estudiante ha estado practicando, no con el afán de menospreciarlo, sino de ayudarlo a mejorar y mantener su interés en el contenido.
5. **Práctica:** Como se mencionó anteriormente, la práctica produce el aprendizaje, por tanto, esta condición es sumamente importante para el estudiante y es el docente quien asume el papel de planificar que los estudiantes practiquen sus contenidos.
6. **Pertenencia y Configuración:** Es necesario que el estudiante pueda adaptar lo que está aprendiendo con una experiencia que ha vivido, reestructurar sus vivencias con el fin de permitirle integrar el contenido y así generar su aprendizaje.
7. **Integración:** Solamente perfeccionando el proceso de aprendizaje se lo puede integrar, una cualidad de la integración es llegar a una solución de los problemas planteados sobre los contenidos en menor tiempo cada vez.

Por otro lado, Salazar (2023) menciona que los estudiantes deben estar en la capacidad de resolver problemas matemáticos ya que esto les permite potenciar sus habilidades de razonar e interpretar estos problemas correctamente. Al respecto, para el pensamiento lógico matemático, Cámac et al. (2023) mencionan que “Al nutrir este tipo de pensamiento, los educadores tienen como objetivo cultivar habilidades de pensamiento crítico y equipar a los estudiantes con herramientas valiosas para el aprendizaje permanente” (p. 8).

Siendo así que, para asegurar el aprendizaje de los estudiantes, es necesario no solo impartir el contenido teórico, sino también percatarse que el estudiante se interese por conocer cómo funciona en la realidad, con este primer paso se podrá incitar al estudiante a repasar y tener su interés despierto; a través de la práctica y su aplicación en problemas reales que activen sus procesos cognitivos toda acción que ha estado realizando el estudiante

quedará grabado en su memoria no de una manera mecánica, sino con un pensamiento o razonamiento crítico al entender por qué y cómo puede aplicar ese conocimiento al mundo real.

Por otro lado, la enseñanza aprendizaje como proceso es sistemático, Para Osorio et al. (2021), los principales elementos de la enseñanza aprendizaje son: docente, estudiantes, planificación del aula, objetivos, currículo, contenidos, metodología, medios de enseñanza, evaluación y contexto. Siendo así que, el quehacer didáctico y pedagógico está ligado en todo el proceso de enseñanza aprendizaje. De esto se puede argumentar que este contiene dentro de sí varios elementos que le permite llevar a cabo su ejecución.

**Tabla 1**

*Elementos del Proceso de Enseñanza Aprendizaje*

<b>Elementos de PEA</b>	<b>Descripción PEA</b>	<b>Autores</b>
<b>Contenidos, competencias y el currículo</b>	Responden a la interrogante: ¿Qué enseñar? Son el conjunto de temáticas, informaciones o tópicos (datos, sucesos, conocimientos, habilidades, conductas actitudes...) que se enseñan y se aprenden a lo largo del proceso educativo.	Medina y Salvador (2009).
<b>Metodología</b>	Responde a la interrogante ¿Cómo enseñar? Es el camino por el cual se consiguen los objetivos previstos, incluyen actividades que los estudiantes deben cumplir para alcanzar los objetivos.	Medina y Salvador (2009).
<b>Objetivos</b>	Responde a la interrogante ¿Para qué? Es decir, lo que debe alcanzar o lograr el estudiante.	Medina y Salvador (2009).
<b>Medios</b>	Permiten la facilitación del proceso a través de objetos reales, sus representaciones e instrumentos, que sirven de apoyo material para la apropiación del contenido.	Rodríguez y Pando (2011).
<b>Planificación</b>	Implica trazar un plan de acción sobre qué se enseñará y cómo se enseñará considerando los conocimientos previos que posee el estudiante.	Córdoba (2021)
<b>Evaluación</b>	Responde a las preguntas qué, cuándo y cómo evaluar. Tiene como finalidad tomar	Medina y Salvador (2009).

	decisiones en torno a una determinada intervención docente con un grupo concreto de alumnos, para comprobar su eficacia.	
<b>Protagonistas del PEA</b>	Docentes, estudiantes y la relación que guardan entre sí.	Osorio et al. (2021)
<b>Contexto</b>	Se refiere al medio geográfico, económico, cultural y social. Permiten la facilitación del proceso a través de objetos reales, sus representaciones e instrumentos.	Rodríguez y Pando (2011), Torres y Girón (2009).

---

*Nota:* adaptación de la tabla elaborada por Osorio et al. (2021).

Respecto a los elementos del proceso de enseñanza aprendizaje expuestos en la Tabla 1, se puede decir que, los docentes y estudiantes quienes son los protagonistas tienen papeles dinámicos cada uno de manera determinada; un docente tiene un rol no tan activo en un aula de clases, sin embargo, se destaca en la planificación de esta ya que determina los objetivos que quiere alcanzar, analiza a sus estudiantes y ejecuta esta planificación con metodologías y estrategias aptas para sus estudiantes, teniendo en cuenta los o el estilo de aprendizaje que se adapte mejor a ellos ya sea mediante recursos tangibles, tecnológicos, visuales, audiovisuales, entre otros.

Sin embargo, en este proceso de enseñanza, no es adecuado centrarse únicamente en la transmisión de conocimientos puesto que al hacerlo generaría una grabación mecánica de conceptos y algoritmos que ayudan en la resolución de ejercicios matemáticos. Conforme y Mendoza (2022) mencionan que “Fortalecer el pensamiento es primordial en el proceso de enseñanza en los estudiantes, ya que contribuye a adquirir conocimientos y les ayuda a apropiarse de la resolución de operaciones lógicas” (p. 410). Es por ello por lo que, enseñar no solo implica transmitir conceptos al estudiante para que él los grabe en su memoria, sino también generar en ellos procesos cognitivos que le permitan operar y razonar de manera lógica y no mecánica.

Al contrario, los estudiantes tienen un papel más activo ya que son ellos quienes necesitan adquirir estos conocimientos que el docente pretende impartir, requieren de una participación más activa en todo proceso que genere su aprendizaje y con ello una interacción constante entre docente y estudiantado, de esta forma este proceso no llega a convertirse en algo monótono, al contrario, es más interactivo, integrador e influenciado ya que al estar en constante comunicación los unos con los otros, todos los protagonistas se verán influenciados entre sí y esta influencia determinará el contexto y ambiente que se encuentre el aula de clases.

Una vez establecidos los elementos del proceso de enseñanza aprendizaje también es necesario conocer la forma de hacer llegar los contenidos teóricos a los estudiantes. Este proceso viene dado por el docente y para llevarlo a cabo es necesario saber la manera de hacer que el estudiantado adquiera este conocimiento, para ello recurrimos a las estrategias didácticas las cuales, para Gutiérrez et al. (2018) son “un procedimiento pedagógico que contribuye a lograr el aprendizaje en los alumnos, en sí, se enfoca a la orientación del aprendizaje” (pp. 2-3). Por otro lado, Medina y Salvador (2009) conciben las estrategias didácticas como “estructuras de actividad en las que se hacen reales los objetivos y contenidos” (p. 179). Sin embargo, también es necesario identificar qué es una estrategia didáctica y qué características tienen estas.

Respecto a lo anterior, las estrategias didácticas son acciones realizadas por el docente que permite tanto impartir, explicar y detallar sus contenidos, como adquirir, procesar y almacenar información por parte de los estudiantes. Dividiéndolas así en dos categorías: estrategias de enseñanza y estrategias de aprendizaje.

Las estrategias de enseñanzas son actividades que plantea el docente con el propósito de crear en los estudiantes su aprendizaje, por otro lado, las estrategias de aprendizaje son los proceso que realizar el estudiante para retener la información brindada por el docente (Gutiérrez et al., 2018).

En la asignatura de Matemática, autores como Montaluisa et al. (2019), Diaz y Hernández (2010) citados por Montaluisa et al. (2019), Rosales (2007), Cárdenas (2017) y Litardo (2023), proponen algunas estrategias didácticas para el proceso de enseñanza aprendizaje de esta asignatura:

**Tabla 2**

*Estrategias para la enseñanza aprendizaje de Matemática*

<b>Estrategias didácticas para la enseñanza aprendizaje de Matemática</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Mapas conceptuales</li> <li>● Mentefactos</li> <li>● Mapas mentales</li> <li>● Analogías</li> <li>● Preguntas intercaladas</li> <li>● Ilustraciones</li> <li>● Esquemas</li> <li>● Resumen</li> <li>● Resolución de Problemas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)</li> <li>● Aprendizaje Basado en Proyectos</li> <li>● Repetición (simple, parcial, acumulativa)</li> <li>● Aprendizaje Cooperativo</li> <li>● Gamificación</li> <li>● Modelación en las Matemáticas escolares</li> </ul>

De acuerdo con la información obtenida de la Tabla 2, existen diversas estrategias que facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, unas centradas en el docente y otras en el estudiante, sin embargo es importante rescatar que toda estrategia didáctica que se realice en un aula de clases tiene un mismo objetivo, permitir que el estudiante alcance los conocimientos requeridos para su aprendizaje y para ello, el docente debe tener en cuenta cuál estrategia se adapta mejor al contenido que se vaya a proporcionar.

García et al. (2023) mencionan que en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, es importante desarrollar funciones cognitivas como la atención, la memoria, la orientación y el conocimiento para el desarrollo del pensamiento lógico matemático puesto que estos son procesos que contribuyen significativamente a este pensamiento. De esto resulta decir que, un docente además de impartir clases también debe considerar otros aspectos que contribuyan en el aprendizaje de los estudiantes, por mencionar un ejemplo la motivación, ya que esta despierta la curiosidad del estudiante y logra captar su atención.

### **Geometría y Geometría Analítica**

Dentro del Currículo Nacional del Ecuador (2016), en la asignatura de Matemática, existen 3 bloques curriculares que se denominan de la siguiente manera: Bloque 1. Álgebra y funciones; Bloque 2. Geometría y medida; y bloque 3. Estadística y probabilidad. En el bloque 2 geometría y medida se estudian las siguientes secciones: en el plano  $R^2$  se encuentra el espacio vectorial en  $R^2$ ; rectas y cónicas en el plano y aplicaciones geométricas en  $R^2$ ; por otro lado, en el espacio vectorial  $R^3$  están vectores, rectas y planos en el espacio.

El interés de esta investigación está centrado en el bloque 2, concretamente en la sección de las cónicas en el plano, por lo que, para su fundamentación se partirá desde la geometría, la geometría analítica y su origen y se finaliza con las secciones cónicas junto a las estrategias didácticas que se aplican para su proceso de enseñanza aprendizaje al igual que sus aplicaciones en contextos reales.

La geometría es una rama de la matemática que estudia el plano y espacio geométrico, proviene del griego γεωμετρία que se divide en γεω como gueo, "tierra" y μετρία como metría, "medida", uniendo los dos vocablos da sentido al significado de la palabra siendo que, geometría significa "medir la tierra". Para Salazar y Washburn (2017), la geometría "es una rama de la matemática que se ocupa del estudio de las propiedades de las figuras en el plano (geometría plana) o el espacio (geometría del espacio), incluyendo: puntos, rectas y planos" (p. 7).

La geometría nace en Babilonia, Mesopotamia 3000 años a.C. su origen se relaciona con la invención de la rueda con la curiosidad de los aldeanos por querer conocer las propiedades de la circunferencia. Simultáneamente a Mesopotamia se encuentra la India, en este lugar la civilización aplica geometría respecto a triángulos rectángulos en la construcción de sus altares con forma de trapecios isósceles. Luego está la Geometría Egipcia donde se

relaciona con el significado de la geometría ya que esta civilización se caracterizaba por la agricultura y su buen dominio sobre las pirámides. Gracias a los anudadores que utilizaban para medir la tierra, lograron observar que uniéndolas en formas triangulares se obtendría un ángulo recto (Fernández, 2018).

Siguiendo esta línea, datos históricos de la geometría se encuentran en Grecia donde ya actúa como ciencia al ser perfeccionada y enseñanza en sus escuelas. Si bien es cierto que en Egipto era dada de manera práctica, en Grecia personajes como Tales de Mileto consideraban que era necesario conocerla para el razonamiento lógico. Es en Grecia donde surgen aportaciones muy importantes en la geometría. Sin embargo, dos acontecimientos importantes de la geometría griega es la publicación del libro “Los Elementos” de Euclides, con el cual se lo acuña como el padre de la Geometría dando origen a la llamada geometría euclidiana y con Apolonio quien escribió ocho libros para su “Tratado de las cónicas” (Fernández, 2018).

De ello resulta decir que, antes de establecer a la geometría como ciencia y enseñarla en las antiguas escuelas, las diferentes civilizaciones manejaban las situaciones que parecían problemáticas a través de un pensamiento y razonamiento lógico. A pesar de no tener una preparación o fundamentación teórica de lo que se necesitaba, tenían conocimientos empíricos que les permitían dar solución a las diferentes dificultades que se presentaba en su entorno como es el caso de la civilización en India y Egipto.

Este tipo de conocimientos son los que componen al pensamiento lógico matemático ya que como bien se mencionó, una manera de desarrollarlo es a través de la transformación de los contextos conocidos por el individuo a contextos matemáticos que se quieren conocer y dar solución. Al respecto, Archer (2003) citado por Vargas (2017) menciona algunos elementos importantes del pensamiento lógico matemático, entre ellos están:

- Identificar elementos de naturaleza matemática relevantes para la solución del problema que se presente
- Encontrar regularidades, relaciones o patrones del problema
- Traducir el problema a un modelo matemático y,
- Utilizar las herramientas y recursos adecuados

Por ello, es importante tener un criterio sólido que permita al ser humano pensar de manera lógica, dar solución a algo con las herramientas que se tenga a la disposición. En las civilizaciones de India y Egipto, cuestiones cotidianas como la agricultura o labores un poco más profesionales como la creación de altares o pirámides (en otras palabras, arquitectura), es necesario pensar de forma lógica, pero, al tratarse de dimensiones como altura, ancho o profundidad también es necesario pensar matemáticamente. Así, resulta importante utilizar un pensamiento lógico matemático para actividades diarias que regularmente no indican tener en su naturaleza lo lógico o lo matemático pero que están presentes de manera implícita.



Como menciona Cámac et al. (2023) pensar lógica y matemáticamente no es una habilidad simple, lleva consigo una serie de procesos cognitivos que le permiten al ser humano de formar parte e interactuar con la sociedad cuando se desea afrontar una dificultad que tiene en su vida cotidiana. Además, no se trata únicamente de cálculos numéricos o la conceptualización de términos matemáticos, sino de la capacidad que una persona tiene para realizar procesos analíticos con el propósito de comprender, deducir y plantear soluciones a problemas dentro de contextos reales.

Por otro lado, la geometría analítica es una rama de la geometría que se destaca por la utilización del álgebra para problemas geométricos, entre ellos curvas en el plano y espacio. Yam et al. (2023) mencionan que la geometría analítica “se encarga de analizar, mediante el uso de ecuaciones: distancias, ángulos, áreas y volúmenes entre otras propiedades geométricas” (p. 1).

Para hablar de la geometría analítica, es necesario conocer sobre sus orígenes, usualmente esto se le atribuye a René Descartes por su contribución en su creación, sin embargo, autores como Toledano (2017), Celestino (2017) y Colombo et al. (2016) también aluden su origen a Pierre de Fermat. De ello, surge una interrogante importante sobre los principios de la geometría analítica: ¿Por qué se le atribuye en gran parte el origen de la geometría analítica a René Descartes y no tanto a Pierre de Fermat?

La geometría analítica se originó de forma independiente pero casi simultáneamente con Descartes y Fermat. Cada personaje trabajaba con la geometría de una forma única, Descartes por su parte tenía en cuenta que estaba transformando la geometría que estudiaba, por otro lado, Fermat lo tomó como una reformulación de la geometría griega. Sin embargo, ambos concordaban en algo, a las cónicas de Apolonio les faltaba una generalidad (Toledano, 2017).

El surgimiento de la geometría analítica de Descartes y Fermat comenzó con el problema de Pappus el cual, señala lo siguiente:

Dadas tres (respectivamente cuatro) rectas en un plano, encuéntrase el lugar geométrico de un punto que se mueve de forma que el cuadrado de la distancia a una de las tres rectas es proporcional al producto de las distancias a las otras dos (respectivamente el producto de las distancias a dos de ellas es proporcional al producto de las distancias a las otras dos), si las distancias se miden en direcciones tales que formen ángulos dados con las líneas correspondientes (González Urbaneja, 2007, citado por Colombo et al. 2017p. 106).

Para dar respuesta a este problema, Descartes y Fermat realizan trabajos opuestos pero complementarios, Descartes por un lado partió desde la geometría clásica para arribar al álgebra mientras que Fermat utiliza un concepto llamado “propiedad específica” que concibe las curvas por ecuaciones representativas. De esta forma, Fermat en sus obras

emplea el álgebra de Viète como el propósito de recuperar la obra Las Cónicas de Apolonio, pero en consecuencia a esto, desarrolla la geometría analítica. Descartes por otro lado, el desarrollo de la geometría analítica la realizó mediante notaciones propias adaptadas del álgebra (Colombo et al., 2017, p. 106).

Es así como Descartes en 1637 publicaría 3 libros donde habla desde el inicio sobre la unificación del álgebra y la geometría y Fermat en ese mismo año envía sus investigaciones a Paris sobre los Lugares planos de Apolonio con complementos sobre los puntos de vista de Descartes. Sin embargo, no se publica hasta más tarde por su hijo quien realiza algunas correcciones a sus trabajos. Este retraso podría ser la causa por la que no se asocia el surgimiento de la geometría analítica con Fermat, así como se hizo con Descartes (Toledano, 2017).

En síntesis, debido a Descartes y Fermat la geometría analítica permite encontrar solución al plano geométricos que usualmente no se puede resolver con la geometría clásica. Cabe recalcar la importancia del pensamiento matemático que existía en los dos autores ya que permitieron no crear una nueva geometría sino más bien integrar la Matemática dentro de esta generando así nuevas formas matemáticas de entender y dar solución al mundo. Morales et al. (2022) mencionan que “Desde el punto de vista lógico, demostrar es una cadena finita de inferencias lógicas, que llevan de una situación conocida a una desconocida, utilizando un método o vía desconocida” (p. 1213).

Por ello, centrándonos en la educación, es importante que un estudiante esté en la capacidad de razonar sobre lo que se le presenta en su entorno, con las matemáticas junto al pensamiento lógico matemático podrá dar sentido lógico a diversas problemáticas que se le presenten. Siguiendo este hilo, la geometría analítica tiene varias aplicaciones en el mundo real, algunas de ellas fueron aplicadas en la antigüedad que se describieron como en la agricultura o la arquitectura, sin embargo, existen más aplicaciones de estas que resultan necesarias mencionar.

Continuando con la arquitectura, Porras y Pérez (2020) mencionan su aplicación en diseños que se pueden observar a diario como son en los puentes, ventanas, cúpulas o diferentes partes de una edificación; y otras en lugares más conocidos como la Torre Eiffel, el Coliseo Romano o la Capilla Sixtina. Estas aplicaciones son el claro ejemplo de que el uso de la geometría analítica en nuestro entorno a pesar de no ser percibida conscientemente se encuentra presentes, de hecho, estas aplicaciones no se limitan únicamente a la geometría analítica sino también a otras ramas de la matemática o inclusive de otras áreas.

Por poner un ejemplo, las puertas de una iglesia. Estas en la parte superior contienen la forma de la gráfica de una parábola invertida, sin embargo, esta estructura se puede analizar desde 3 puntos de vista diferentes. Primero, la geométrica ya que le permite tener esa forma; segundo, desde una perspectiva histórica: cómo y con qué se creó esta puerta; y

tercero, desde una perspectiva física ya que la distribución del peso en la estructura le permite mantenerse firme y no desmoronarse. En conclusión, aprender de geometría analítica, no se limita únicamente a esta área de conocimiento, sino que lleva consigo un aprendizaje interdisciplinar el cual, le permite al estudiante desarrollar un pensamiento lógico y/o crítico.

Otra aplicación de la geometría analítica se encuentra en la investigación de Trujillo et al. (2015), titulado “Potencial del techo verde, para ahorrar electricidad por aire acondicionado en la edificación” quienes tuvieron como objetivo evaluar el aspecto térmico y la eficiencia en el consumo de electricidad de dos aires acondicionados. Utiliza los conocimientos de la geometría analítica sobre los planos cartesianos y ecuación de una recta relacionando la ecuación con el consumo de energía eléctrica por la característica de los medidores utilizados. Así mismo relaciona en el eje de las abscisas el tiempo en el que los aires acondicionados trabajan y en el eje de las ordenadas el consumo eléctrico, obteniendo la ecuación de la recta  $y = mx + b$  destacando que los resultados obtenidos fueron favorables para la investigación. Esto demuestra una vez más que la aplicación de la geometría analítica apoya el aprendizaje interdisciplinar, además, presenta un desarrollo del pensamiento matemático ya que relaciona la terminología matemática con términos físicos como tiempo o consumo eléctrico.

Ahora bien, para enseñar geometría analítica es necesario realizarla de formas que le permitan al estudiante razonar de manera crítica, pensar lógica y matemáticamente, no depender demasiado de estrategias tradicionales donde se involucren únicamente recursos como el pizarrón, cuaderno, esferos, entre otros. De ello resulta decir que para la enseñanza aprendizaje de la geometría analítica, existen diferentes estrategias didácticas que ayudan en la asimilación de los contenidos, sin embargo, como el tema de estudio se centra en las cónicas y el desarrollo del pensamiento lógico matemático, se detallarán estrategias que se basan en investigaciones de esta índole y tienen resultados efectivos en su aplicación.

Barrios (2016), en su investigación “Aplicación de las Leyes de Kepler como Alternativa Pedagógica para la Enseñanza de las Secciones Cónicas” elabora una secuencia didáctica de 6 guías donde integra y relaciona la mecánica celeste y movimientos de los astros con las secciones cónicas con el objetivo de facilitar el aprendizaje de los estudiantes. Para la elaboración de estas secuencias didácticas, en palabras del mismo autor, se basa en la estrategia Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Los resultados obtenidos con la aplicación de esta estrategia con su respectiva secuencia didáctica fueron realmente positivos ya que los estudiantes lograron la comprensión de las secciones cónicas relacionándolas con aplicaciones reales, además que su aplicación también logró en cierto grado la integración de otra estrategia que es el Aprendizaje Cooperativo mediante trabajos grupales.

En cuanto al desarrollo del pensamiento lógico matemático, Leiva (2016) en su investigación “ABP como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico matemático en alumnos de educación secundaria” parte de sus conclusiones menciona que esta estrategia

contribuye a las competencias y habilidades del pensamiento abstracto representando situaciones reales a contextos matemáticos, identificando lo que necesita para resolver el problema matemático y desechando lo que no le es relevante.

Del mismo modo, Morales (2018) menciona que para promover el pensamiento crítico a través del ABP son necesarios dos componentes: primero, el diseño del problema. Se divide en el contexto que se va a realizar, es decir, el problema debe ser real o si el propósito es generar un problema desde 0, entonces ser lo más realista posible; el contenido que debe formar parte del currículo, en otras palabras, que no se extienda a más de lo que debería ser así como asegurar que el estudiante vaya razonando y analizando las posibles soluciones que puede tener el problema mientras lo va fragmentando en partes más pequeñas; y la conexión que busca conectar los conocimientos del estudiante los conceptos del tema.

El segundo componente es el desarrollo del proceso. Aquí los estudiantes toman total protagonismo sobre su propio aprendizaje pues es donde deben seguir ciertas etapas que le permitan resolver el problema propuesto, empezando por una lluvia de ideas, organizando la información que tienen y quieren tener hasta llegar al último paso donde deben aplicar y argumentar los nuevos conocimientos con el fin de dar solución al problema.

Por otro lado, Brito (2017) para clases de refuerzo sobre la sección Cónicas, la utilización de material concreto les permitió a sus estudiantes comprender mejor esta temática añadiendo como parte de sus conclusiones que la manipulación y visualización de este material ayuda a los tipos de inteligencia auditivo, visual o kinestésico de los estudiantes. De esta forma, el uso de material concreto facilitó el aprendizaje de los estudiantes, por lo tanto, de acuerdo con la autora este recurso resulta muy útil en cuanto a la enseñanza aprendizaje de cónicas.

Castillo (2017) en su investigación, elabora una guía didáctica con la integración de herramientas tecnológicas que le permiten al estudiante ya no tener un aprendizaje repetitivo y tradicional a través de clases magistrales sino uno más activo e interactivo. Esta guía permitió que los estudiantes sean más activos en su aprendizaje y mejoraran su rendimiento académico. Con ello, resulta justo decir que la integración de estrategias y recursos tecnológicos permite al estudiante ser un protagonista más participativo en su aprendizaje, además de dejar la metodología tradicional del dictado o resolución de ejercicios.

Por otro lado, Flores (2015) tuvo una idea más innovadora, para que los estudiantes identifiquen las características y elementos de las Cónicas, realizó actividades lúdicas como crucigramas y juegos de sopa de letras. Estas actividades le permitieron tener resultados satisfactorios ya que gran parte de los estudiantes lograron identificar los elementos mencionados. De esta manera, la integración de actividades lúdicas permite al estudiante aprender de una manera diferente razonar de forma diferentes y contextualizarse de una forma diferente. No está de más decir que la gamificación es una estrategia que admite la

integración de juegos o actividades lúdicas que le permitan al estudiante aprender y de acuerdo con la autora, estas actividades resultan favorables para el aprendizaje de los estudiantes.

Así mismo, Chicay (2022) integra la gamificación y herramientas TIC para desarrollar el pensamiento lógico matemático en estudiantes de tercero de bachillerato concluyendo que diseñar una planificación con la estrategia de gamificación complementa su aprendizaje con el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

En resumidas palabras, existen estrategias activas donde el estudiante es el protagonista de su propio aprendizaje, las estrategias tradicionales ya no resultan ser muy efectivas puesto que los avances que se vienen generando en el transcurso de los años permite a los jóvenes adquirir nuevas habilidades y competencias, por ello, un docente debe estar en la capacidad de enseñar con estrategias que le permita aprovechar estas nuevas habilidades del estudiante.

Sintetizando las investigaciones anteriormente descritas, para la enseñanza aprendizaje de las cónicas y el desarrollo del pensamiento lógico matemático se tienen las siguientes estrategias:

### **Tabla 3**

*Estrategias para la enseñanza aprendizaje de Geometría analítica.*

---

<b>Estrategias didácticas activas para la enseñanza aprendizaje de Geometría analítica, sección Cónicas y el desarrollo del pensamiento lógico matemático</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>● Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)</li><li>● Aprendizaje Cooperativo</li><li>● Gamificación</li><li>● Estrategias Tecnológicas</li></ul>

---

Enlistando las estrategias didácticas utilizadas en la enseñanza de la asignatura de Geometría analítica, específicamente en la sección de cónicas, se obtienen cuatro estrategias activas donde el estudiante tiene un rol activo para su aprendizaje, por lo que se necesita profundizar un poco más sobre estas.

En primer lugar, el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Es una estrategia que, para el aprendizaje de los estudiantes, demanda la resolución de problemas aplicados a la vida real o se relacione con su entorno. Frola y Velásquez (2011) mencionan que esta estrategia consta de ocho pasos, primero, el diseño del problema, segundo análisis del problema, tercero la generación de lluvias de ideas para resolver el problema, cuarto indagación de lo conocido y desconocido del problema, quinto generar un procedimiento lógico pero permita resolver el problema, sexto dividir las tareas para la resolución de

problemas, séptimo la comunicación del resultado obtenido y octavo la evaluación del proceso que siguió para la resolución del problema. Por otro lado, Las características del ABP según Fernández y Fonseca (2016) citados en Cadena y Nuñez (2020) son:

- El estudiante es protagonista de su propio aprendizaje.
- Su aplicación permite trabajar en equipos y este a su vez genera debates entre compañero para la resolución de problemas.
- Es una estrategia que permite el aprendizaje interdisciplinar.
- Los problemas permitirán su aprendizaje y habilidades útiles para su resolución.

Aprendizaje Cooperativo. Como el nombre lo indica, esta estrategia se caracteriza por los trabajos cooperativos, es decir, grupales. En palabras de Jácome et al. (2018) “implica aprender mediante la conformación de equipos bien estructurados, quienes tienen roles bien definidos, con el fin de resolver tareas específicas” (p. 9). Siendo así que, el aprendizaje cooperativo se basa en la resolución de problemas o ejercicios mediante grupos pequeños, estos grupos, menciona Frola y Velásquez (2011) no deben ser mayores a 5 ya que con esta cantidad el docente puede identificar los roles y la participación que tiene cada estudiante en su trabajo grupal.

Seguidamente se tiene a la Gamificación. Holguín et al. (2020), define a la gamificación como una “técnica que hace referencia al uso de elementos de diseño de juegos en contextos que no son de juego” (p. 63). Por otro lado, Kapp (2012) y Zichermann y Cunningham (2011) citados por Ramos y Ramos (2021) señalan algunas características sobre la gamificación: la base del juego, la posibilidad de aprender a través del juego, las recompensas que se obtendrán al ganar o participar, relación del juego con lo que se desea conseguir, entre otros. Siendo así que, la gamificación no se trata únicamente de integrar juegos en un aula de clases, sino que estos juegos motiven al estudiante y que su aplicación se relacione con el objetivo que se busca en su aprendizaje, así como también que le permitan razonar y potenciar sus habilidades tanto académicas como sociables.

Por último, las estrategias Tecnológicas. Espinoza et al. (2020), mencionan que las Tecnologías de Información y las Comunicaciones (TIC) “son un factor que motiva y favorece procesos de participación individual y colectiva, por lo que se consideran una estrategia educativa” (p. 67). En concordancia, Vargas (2020), menciona que la integración de las estrategias educativas con las TIC fortalece el proceso de enseñanza aprendizaje ya que permite alcanzar los objetivos planteados y la interacción entre docente, estudiante y estudiantes es más activa debido al trabajo colaborativo en el aula de clases.

Por otro lado, la Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación [MEJOREDU] (2022) menciona algunos aspectos a considerar para diseñar estrategias didácticas mediadas por la tecnología:

- Formas de Conocer y Aprender

- Necesidades Educativas Actuales
- Materiales para el Aprendizaje
- Prácticas Pedagógicas Innovadoras
- Vínculo con la comunidad escolar y,
- Formación de Valores

Dicho lo anterior, integrar las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje resulta beneficioso para los dos protagonistas de este proceso ya que cada parte desarrollará nuevas competencias y habilidades afines a la evolución que se va generando poco a poco en la sociedad. Además, incorporar las TIC en las estrategias didácticas ocupadas en clases permite una mayor interacción entre los participantes y, por consiguiente, el entorno que se brinde en ellos será satisfactorio.

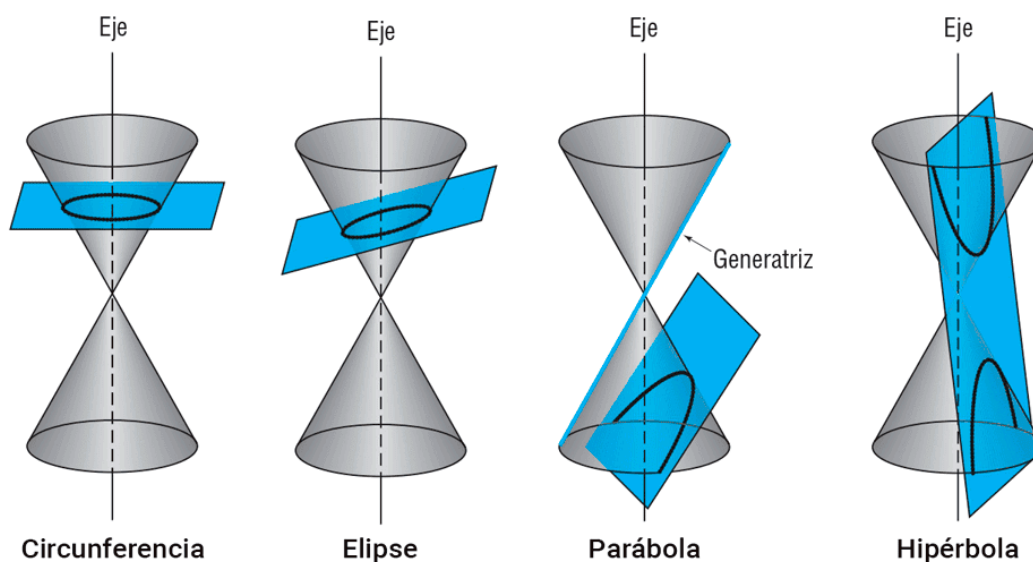
Una vez establecidas las estrategias que presentan resultados favorables en el proceso de enseñanza aprendizaje es necesario fundamentar los contenidos para la investigación que, en este caso, resultan ser las Cónicas.

De acuerdo con Raichman y Totter (2016), las cónicas son curvas que se generan por un corte que se ha realizado en un cono circular recto con un plano el cual no pasa por el vértice del primero. Estas curvas dependiendo del corte que se realice, pueden llegar a generarse cuatro:

- **Circunferencia:** Cuando el plano es perpendicular al eje del cono.
- **Parábola:** Cuando el plano es paralelo a la generatriz.
- **Elipse:** El corte del plano debe ser oblicuo a la base del cono.
- **Hipérbola:** El plano debe cortar ambas secciones del cono.

**Figura 1**

*Secciones cónicas del cono de Apolonio*



*Nota:* Imagen tomada de Machado, 2024, <https://exponty.com/secciones-conicas>

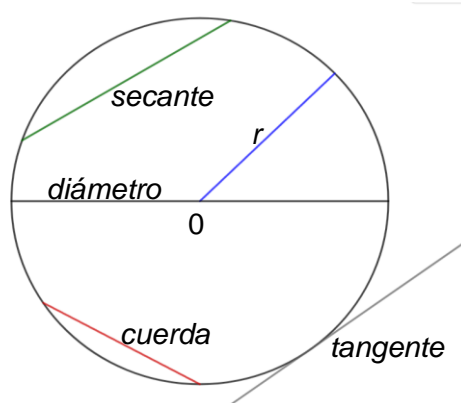
Por otro lado, la ecuación general de una cónica viene dada por:

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (1)$$

Para Yam et al. (2023) una circunferencia es “el lugar geométrico de un punto  $(x, y)$  que se mueve sobre un punto de tal forma que, su distancia a un punto fijo es siempre igual a una constante  $r$ ” (p. 47). Esta constante  $r$  y punto fijo, menciona el autor, se denominan radio y centro de la circunferencia respectivamente. Su gráfica viene dada de la siguiente manera:

## Figura 2

*Circunferencia de radio  $r$  con centro en el origen.*



De acuerdo con el Mineduc (2016) esta cónica, dependiendo de la posición y características que posea, se expresa a través de las siguientes ecuaciones:

- Ecuación canónica de la circunferencia con radio  $r$  y centro en el origen:

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (2)$$

- Ecuación canónica de la circunferencia con centro en  $(h, k)$ :

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \quad (3)$$

- La ecuación general (ecuación 1) representa una circunferencia cuando:

$$A^2 + B^2 - 4C > 0 \quad (4)$$

Por otro lado, es necesario considerar los elementos que tiene la cónica, siendo que, de acuerdo con la figura 1, existe:

- **Centro ( $C$ ):** Punto interior equidistante a los puntos de la circunferencia.
- **Radio ( $r$ ):** Segmento de medida constante que une el centro de la circunferencia con cualquier punto de ella.
- **Cuerda:** Segmento interno de la circunferencia que une dos puntos de ella.
- **Diámetro ( $d$ ):** Es el doble del radio. Para por el centro de la circunferencia.
- **Tangente:** Recta que intercepta un solo punto de la circunferencia
- **Secante:** Recta que corta la circunferencia e intercepta dos puntos de ella.



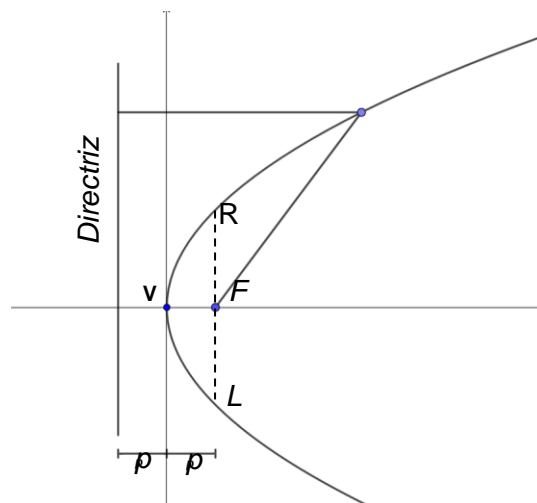
Al igual que en la figura 1, la circunferencia es un lugar geométrico que se puede observar en muchos objetos o esculturas de nuestro entorno: está en los CD, en las monedas, relojes, anillos, inclusive en las llantas de los automóviles. En la enseñanza de las cónicas es necesario que el estudiante se familiarice con su entorno y pueda distinguirlos para apoyar su aprendizaje, de acuerdo con las estrategias vistas con anterioridad, que un estudiante logre identificar o aplicar estas secciones cónicas en su entorno le permitirá tener un buen aprendizaje de esta temática.

### Parábola

La parábola de acuerdo con Yam et al. (2023) es “el lugar geométrico de todos los puntos de un plano que equidistan de una recta fija  $l$  y de un punto fijo  $F$  que no pertenece a la recta fija ni a la parábola” (p. 61). Esta recta y punto fijo llevan consigo un nombre el cual es directriz y foco respectivamente siendo así que, su gráfica viene dada por:

#### Figura 3

*Parábola con centro en el origen y eje de simetría  $x$*



De acuerdo con la gráfica 2 y el Mineduc (2016), los elementos de la parábola son:

- **Eje focal:** Recta que pasa por el foco e intercepta perpendicularmente a la directriz.
- **Directriz:** Recta cuya distancia a cualquier punto de la parábola es equidistante a la distancia de ese mismo punto al foco.
- **Vértice:** Punto en el que se une la parábola con el eje focal
- **Foco:** Punto fijo que se encuentra sobre el eje de simetría
- **Lado recto:** Cuerda paralela a la directriz que pasa por el foco, su distancia es  $|4p|$
- **Parámetro:** Distancia que existe entre el vértice y el foco y es igual a la distancia entre el vértice y la directriz.

De igual manera, de acuerdo con la posición y características de la elipse que encuentre o se desee encontrar, existen las siguientes ecuaciones

- Ecuación canónica de la parábola con vértice en el origen con eje de simetría  $y$ :

$$4px = y^2 \quad (5)$$

- Ecuación canónica de la parábola con vértice en el origen con eje de simetría  $x$ :

$$4py = x^2 \quad (6)$$

- Ecuación canónica de la parábola con vértice en  $(h, k)$  y eje focal paralelo al eje  $y$ :

$$(y - k)^2 = 4p(x - h) \quad (7)$$

- Ecuación canónica de la parábola con vértice en  $(h, k)$  y eje focal paralelo al eje  $x$ :

$$(x - h)^2 = 4p(y - k) \quad (8)$$

- Ecuación general de la parábola con eje de simetría  $y$ :

$$x^2 + Ax + By + F = 0, A \neq 0 \quad (9)$$

- Ecuación general de la parábola con eje de simetría  $x$

$$y^2 + Ax + By + F = 0, A \neq 0 \quad (10)$$

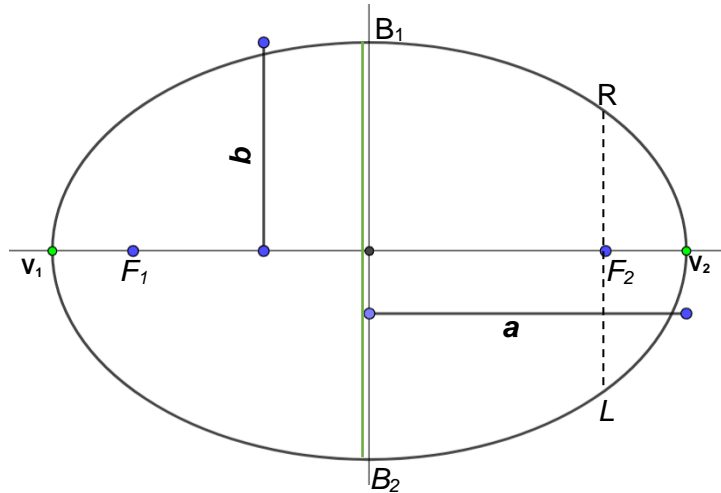
De la misma manera, así como es necesario conocer las características y ecuaciones de esta cónica, también lo es el saber identificar dónde se encuentra dentro de nuestro entorno, la ayuda de la figura 2, podemos deducir dónde podemos observarla. Muñoz (2015), menciona que la parábola está presente en la curvatura que realiza un lanzamiento de cualquier objeto al aire, como por ejemplo: lanzamiento de un balón de baloncesto, tiro de un golfista o inclusive la sombra en la pared que surge de una lámpara puede llegar a producir una cónica con la inclinación adecuada.

## Elipse

Raichman y Totter (2016) mencionan que la elipse “es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de las distancias a dos puntos fijos llamados **focos**, es una constante igual a  $2a$  y esa constante es mayor que la distancia entre los focos llamada  $2c$ ” (p. 116). Así mismo, su gráfica viene dada por:

### Figura 4

*Elipse con centro en el origen y eje de simetría  $x$*



De acuerdo con la figura 3 y el libro del Mineduc (2016), la elipse presenta los siguientes elementos:

- **Centro (C):** Punto de intersección de los ejes que unen los focos.
- **Vértices:** Puntos de intersección de la cónica con los ejes. ( $v_1$  y  $v_2$ )
- **Focos:** Puntos fijos de la elipse. ( $F_1$  y  $F_2$ )
- **Eje Focal:** Recta que pasa por los focos.
- **Eje normal o secundario:** Recta perpendicular al eje de simetría.
- **Eje mayor:** Segmento más largo de la elipse. Une los vértices  $v_1$  y  $v_2$  denominado también  $2a$ .
- **Eje menor:** Segmento más pequeño de la elipse. Une los puntos  $B_1$  y  $B_2$  denominado también  $2b$ .
- **Lado Recto:** Segmento de recta paralela al eje menor que pasa por uno de los focos y une dos puntos cualesquiera de la cónica.

De igual manera, de acuerdo con la posición y características de la elipse que encuentre o se desee encontrar, existen las siguientes ecuaciones

- Ecuación canónica de la elipse con centro  $(0,0)$  y eje focal  $x$ :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a \text{ tiene el valor mayor en la ecuación} \quad (11)$$

- Ecuación canónica de la elipse con centro  $(0,0)$  y eje focal  $y$ :

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad (12)$$

- Ecuación canónica de la elipse con centro  $(h, k)$  y eje de simetría paralelo al eje  $x$ :

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1 \quad (13)$$

- Ecuación canónica de la elipse con centro  $(h, k)$  y eje de simetría paralelo al eje  $y$ :

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1, a > b > 0 \quad (14)$$

- Ecuación general de la elipse:

$$x^2 + Ax + By + F = 0, \quad (15)$$

*Si A y B son del mismo signo*

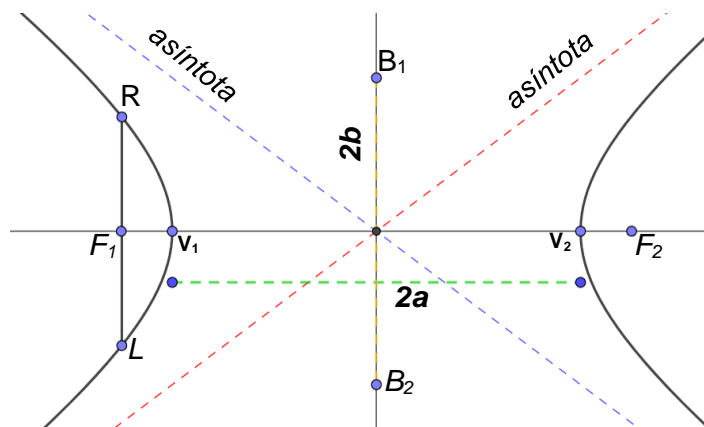
En un contexto real, Muñoz (2015) menciona que la gráfica de la elipse es muy común, se encuentra al inclinar diagonalmente un vaso con agua, la sombra de algún objeto circular o esférico proyecta una elipse o un corte oblicuo a cualquier barra cilíndrica. De igual manera, también se encuentran en lugares como las órbitas de los planetas alrededor del sol o el Coliseo Romano.

### Hipérbola

La hipérbola “es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de las distancias a dos puntos fijos llamados *focos*, es una constante igual a  $2a$  y esa constante es menor que la distancia entre los focos llamada  $2c$ ” (Raichman y Totter, 2016, p. 128). Su gráfica es:

**Figura 5**

*Hipérbola con vértice en el origen y eje focal  $x$*



De acuerdo con la figura 4 y el libro del Mineduc (2016), la elipse presenta los siguientes elementos:

- **Centro:** Punto de intersección de los ejes ( $C$ ).
- **Vértices:** Puntos de intersección de la cónica ( $v_1$  y  $v_2$ ).
- **Focos:** Puntos fijos sobre el eje de simetría de la hipérbola ( $F_1$  y  $F_2$ ).
- **Asíntotas:** Rectas que se acercan a la hipérbola sin tocarla ( $y = \frac{b}{a}x$ ;  $y = -\frac{b}{a}x$ ).
- **Eje Focal:** Recta que pasa por los focos.
- **Eje normal:** Recta perpendicular al eje de simetría.

- **Eje conjugado:** Segmento perpendicular al eje transverso. Su distancia es  $2b$ .
- **Eje transverso:** Segmento que une los puntos  $v_1$  y  $v_2$  de la hipérbola. Su distancia es  $2a$ .
- **Lado Recto:** Segmento de recta que pasa por uno de los focos y une dos puntos cualesquiera de la cónica.

Así mismo, de acuerdo con la posición y características de la hipérbola se desee encontrar, existen las siguientes ecuaciones

- Ecuación canónica de la hipérbola con centro  $(0,0)$  y eje focal  $x$ :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (16)$$

- Ecuación canónica de la hipérbola con centro  $(0,0)$  y eje focal  $y$ :

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad (17)$$

- Ecuación canónica de la hipérbola con centro  $(h,k)$  y eje focal paralelo al eje  $x$ :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1, \text{ donde } a, b, c > 0; c > a \quad (18)$$

- Ecuación canónica de la hipérbola con centro  $(h,k)$  y eje de simetría paralelo al eje  $y$ :

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1, \text{ donde } a, b, c > 0; c > a \quad (19)$$

- Ecuación general de la hipérbola:

$$x^2 + Ax + By + F = 0, \quad (20)$$

*Si A y B son del mismo signo*

Muñoz (2015) menciona que la hipérbola se puede observar en la sombra de una pared que proyecta una lámpara con pantalla cónica. Así mismo, se encuentran en los relojes de sol o incluso al momento de sacar punta a un lápiz, la forma que se crea entre la parte pintada del lápiz y la parte marrón que se sacó punto, representa a la hipérbola.

En síntesis, las cónicas están presentes en cualquier actividad que haya realizado el ser humano, se encuentra en objetos de uso diario como relojes, monedas, lápices, lanzamiento de un balón, y también en partes mucho más complejas y lugares que se han visto como puentes, la órbita de los planetas, coliseos, estadios, entre otros. Identificar estas cónicas en diferentes contextos es importante para un buen desarrollo del pensamiento lógico matemático y para la resolución de problemas contextualizados.

## 5. Metodología

El estudio denominado la enseñanza aprendizaje de geometría analítica y el desarrollo del pensamiento lógico matemático, se realizó en la Unidad Educativa Fiscomisional “La Dolorosa”. El enfoque que tuvo esta investigación para cumplir los objetivos propuestos fue mixto con un alcance descriptivo. Para Hernández (2018) el enfoque mixto “implican la recolección y el análisis de datos tanto cuantitativos como cualitativos, así como su integración y discusión conjunta” (p. 10). El enfoque cualitativo contribuyó en la redacción del marco teórico, mismo que contribuye en la fundamentación teórica de las variables de estudio, por otro lado, el enfoque cuantitativo contribuyó plenamente al primer y segundo objetivo específico ya que al momento de dirigirse a la institución educativa se pudo identificar las estrategias de enseñanza aplicadas por los docentes de Matemática lo cual buscó el primer objetivo específico y, seguido a esto, evaluar si estas estrategias contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes que han cursado geometría analítica en segundo año de bachillerato, tal como menciona el segundo objetivo específico.

El trabajo investigativo fue de tipo descriptivo, para Guevara et al. (2020), este tipo de investigación se efectúa cuando queremos describir una realidad. (p. 165), siendo este el caso, en esta investigación se trató de exponer el objeto de estudio tal como se presenta en la institución educativa. Conforme con sus finalidades se trató de una investigación básica ya que tuvo el propósito de ampliar el conocimiento. Del mismo modo, la investigación tuvo un diseño no experimental ya que no se manipuló las variables del objeto de estudio, además fue transversal debido a que la recopilación de datos se realizó en un único momento mediante encuestas dirigidas a docentes y estudiantes.

Esta investigación utilizó el método inductivo ya que nos permitió crear conclusiones generales a través de hechos particulares al momento de analizar la información de campo.

Para la recolección de datos se elaboró una encuesta estructurada como instrumento, implementando preguntas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las cónicas. Así mismo, se utilizó como técnica de investigación el guion estructurado acorde al problema de investigación que radica en la determinación de estrategias aplicadas por los docentes para la enseñanza de la geometría analítica y el desarrollo del pensamiento lógico matemático. Este proceso se hizo desde el anonimato para respetar la privacidad de la muestra informante.

Para la recolección de datos se empleó la técnica de la encuesta, para lo cual se diseñó un instrumento que incluyó preguntas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las cónicas, este instrumento fue aplicado a dos docentes de Matemática. Así mismo, se utilizó como técnica de investigación el guion estructurado acorde al problema de investigación que radica en la determinación de estrategias aplicadas por los docentes para la enseñanza de la geometría analítica y el desarrollo del pensamiento lógico matemático. Este proceso se hizo desde el anonimato para respetar la privacidad de la muestra informante.

La población estuvo constituida por estudiantes de tercero de bachillerato, considerando una muestra no probabilística que consistió en tomar los docentes que impartieron esta asignatura con sus respectivos estudiantes de los diferentes paralelos. A partir de ellos se obtuvo información empírica importante basada en el objeto de estudio, con lo cual fue factible contrastar la teoría con la práctica para diseñar una propuesta alternativa en la enseñanza de geometría analítica, sección cónicas y así fortalecer el pensamiento lógico matemático.

Para el cumplimiento de los objetivos específicos se procedió de la siguiente manera:

El primer objetivo buscó identificar las estrategias aplicadas por los docentes de Matemática de segundo de bachillerato de la Unidad Educativa Fiscomisional “La Dolorosa”, para la enseñanza de geometría analítica sección cónicas. Siendo este el caso, se requirió ir a la institución educativa y se aplicó el instrumento a docentes, con el cual se pudo identificar las estrategias con las que se ha enseñado la temática en estudio. Por su parte, el segundo objetivo específico estuvo dirigido a valorar el aprendizaje logrado por los estudiantes que han cursado el segundo año de bachillerato en geometría analítica con relación al desarrollo del pensamiento lógico matemático; para esto, se aplicó el instrumento con sus respectivos indicadores. Además, con la información recabada de los estudiantes también permitió contrastar la información obtenida de los docentes.

Una vez aplicados los instrumentos, los métodos: inductivo, estadístico y analítico apoyaron la sistematización de la información para ambos objetivos ya que estos permitieron organizar los resultados devenidos de los instrumentos aplicados a docentes y estudiantes; es así que el método estadístico se lo empleó para organizar la información de campo en tablas y gráficos que se obtuvo de la muestra de estudio; el método deductivo permitió arribar a conclusiones específicas a partir de la información general recabada, del mismo modo, ayudó a establecer la relación lógica entre las estrategias aplicadas por los docentes de Matemáticas para la enseñanza de las cónicas y el desarrollo del pensamiento lógico.

Por último, se utilizó el método analítico que permitió profundizar en el análisis e interpretación de los resultados obtenidos formando una conclusión general que sirvió para la elaboración de una propuesta alternativa en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica específicamente de las cónicas, mismas que se encuentra en el libro de Matemática de segundo de bachillerato, bloque 5 denominado Cónicas.

Para cumplir el tercer objetivo propuesto, luego de analizar e interpretar los datos se elaboró una propuesta de mejora con la finalidad de fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica, sección cónicas y el logro del pensamiento matemático.

## 6. Resultados

Para responder el objetivo específico uno relacionado con la identificación de las estrategias didácticas utilizadas por los docentes de segundo de bachillerato para la enseñanza de geometría analítica, sección cónicas, se encuestó a dos docentes que han enseñado el contenido en bachillerato en ciencias y en bachillerato técnico. La encuesta inició con tres preguntas sobre el tipo de estrategia, recursos y forma de evaluar que utiliza el docente dentro del aula, luego continua con preguntas cerradas. Además, para consolidar este cumplimiento, se aplicó una encuesta a los estudiantes que se dividió en dos partes: la primera hace mención a la perspectiva de los estudiantes frente a las estrategias que utilizan los docentes para enseñar las cónicas. Se refieren a las preguntas desde el numeral 1 hasta el 9, con estas preguntas se corrobora lo que mencionan los docentes con los estudiantes. De ahí se tienen los siguientes resultados:

**Tabla 4**

*Resultados de preguntas 1,2 y 3 de encuesta a docentes*

Indicadores	Enfoque	Opciones	%	
			Si	No
1. Estrategias didácticas utilizadas por los docentes para la enseñanza de cónicas.	Tradicional	Mapas conceptuales	0	0
		Clases Magistrales	50	0
		Resúmenes	0	0
	Metodología activa	Gamificación	0	0
		Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)	50	0
		Aprendizaje Cooperativo	0	0
		Estrategias con TIC	0	0
2. Recursos didácticos para la enseñanza de cónicas.	Tradicional	Libros	33	0
		Pizarrón, marcadores	33	0
		Carteles	0	0
	Metodología activa	Material Concreto	33	0
		Vídeos	0	0
		Recursos Tecnológicos	0	0
		Otros	0	0



Indicadores	Enfoque	Opciones	%	
			Si	No
3. Formas de evaluar el aprendizaje de las cónicas dentro del aula de los estudiantes.	Tradicional	Preguntas y respuestas en el aula de clases	0	0
		Lecciones orales o escritas	50	0
	Metodología activa	Trabajos colaborativos	0	0
		Resolución de problemas	50	0
		Actividades recreativas	0	0
		Aplicaciones móviles o tecnológicas	0	0
Otros	0	0		

Nota: Visualizar Anexo 4 donde se detalla la tabulación de cada ítem.

Siguiendo esta línea, para determinar con mayor exactitud las estrategias utilizadas por los docentes para la enseñanza de cónicas se obtuvieron los siguientes resultados de las encuestas aplicadas tanto a docentes como a estudiantes:

**Tabla 5**

*Resultados de encuestas aplicadas a docentes y estudiantes sobre estrategias didácticas utilizadas para la enseñanza de cónicas.*

Enfoque	Estrategias didácticas	Indicadores de encuesta a docentes	%		Ítems de encuesta a estudiantes	%	
			Si	No		Si	No
Tradicional	Clases magistrales	4. Resolución de ejercicios con el libro del Ministerio de Educación.	50	50	1. El docente utiliza dictados, resúmenes o resolución de ejercicios para enseñar cónicas.	89	11
		10. Utiliza ejercicios para evaluar los contenidos.	100		7. El docente utiliza el pizarrón y cuadernos para enseñar cónicas.	76	24
Metodología activa	Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)	5. El docente relaciona las gráficas con el entorno.	100		2. El docente utiliza ilustraciones y problemas sobre cónicas.	86	14
		9. Utiliza problemas para evaluar los contenidos dentro del aula.	100		8. El docente plantea problemas de las cónicas en el mundo real.	54	46
					9. El docente conceptualiza las cónicas con ejemplos cotidianos.	41	59

Enfoque	Estrategias didácticas	Indicadores de encuesta a docentes	%		Ítems de encuesta a estudiantes	%	
			Si	No		Si	No
	Gamificación	6. Utiliza estrategias lúdicas para la enseñanza de cónicas	50	50	3. El docente realiza actividades o desafíos en la enseñanza de cónicas.	42	58
	Aprendizaje Cooperativo	7. El docente enseña a través de trabajos grupales.	100		4. El docente realiza trabajos grupales para resolver ejercicios	82	18
					5. El docente realiza trabajos grupales para resolver problemas	79	21
	Estrategias Tecnológicas	8. Utiliza recursos tecnológicos en la enseñanza de cónicas	50	50	6. Utiliza recursos tecnológicos para enseñar cónicas.	62	38

*Nota:* Visualizar Anexo 6 donde se detalla la tabulación de cada ítem.

Como se observa en la Tabla 5, los resultados obtenidos sobre las diferentes estrategias utilizadas por los docentes se encuentran mayormente dispersas en las estrategias con una metodología activa, esto corroborando con lo que mencionan los estudiantes en sus encuestas. De esta manera, al igual que en la Tabla 4, se visualiza una mayor inclinación a la aplicación de estrategias didácticas con enfoque tradicional, sin embargo, también se demuestra una buena aplicación del Aprendizaje Cooperativo ya que la aplicación de estas concuerda tanto en docentes como en estudiantes. Estrategias como el ABP presenta una gran dispersión de opiniones entre docentes y estudiantes respecto a su aplicación en preguntas que se ven relacionadas entre sí, por otro lado, en lo que concierne a la Gamificación no se refleja una aplicación al igual que las Estrategias Tecnológicas.

Para sintetizar la información anterior de las Tablas 4 y 5, se elaboró la siguiente matriz:

### **Tabla 6**

*Resultados generales de las estrategias didácticas aplicadas por los docentes y su frecuencia (f)*

<b>Estrategia didáctica</b>	<b>Ítems de encuesta para docentes</b>	<b>f</b>	<b>Ítems de encuesta para estudiantes</b>	<b>f</b>	<b>Resultados generales</b>
Estrategias con un Modelo Tradicional	1. Estrategias didácticas utilizadas por los docentes para la enseñanza de cónicas.	1			Los docentes utilizan técnicas y recursos tradicionales como clases magistrales, lecciones orales o escritas, pizarrón, marcadores, resolución de ejercicios entre otros.
	2. Recursos didácticos para la enseñanza de cónicas.	2	1. El docente utiliza dictados, resúmenes o resolución de ejercicios para enseñar cónicas.	6 8	
	3. Formas de evaluar el aprendizaje de las cónicas dentro del aula de los estudiantes.	1	7. El docente solo utiliza el pizarrón y cuadernos para enseñar cónicas.	5 8	
	4. Resolución de ejercicios con el libro del Ministerio de Educación.	1			
	10. Utiliza ejercicios para evaluar los contenidos.	2			
Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)	1. Estrategias didácticas utilizadas por los docentes para la enseñanza de cónicas.	1		6	Los docentes mencionan que realizan resolución de problemas y relacionan las gráficas de las cónicas con su entorno, sin embargo, las respuestas de los estudiantes no concuerdan con sus docentes al decir que no utilizan problemas donde relacionan las gráficas de las cónicas con ejemplos cotidianos por lo cual se deduce que no se aplica efectivamente el ABP como estrategia didáctica.
	2. Recursos didácticos para la enseñanza de cónicas.	1	2. El docente utiliza ilustraciones y problemas sobre cónicas	5	
	3. Formas de evaluar el aprendizaje de las cónicas dentro del aula de los estudiantes.	1	8. El docente plantea problemas de las cónicas en el mundo real.	4 1	
	5. El docente relaciona las gráficas con el entorno.	2	9. El docente conceptualiza las cónicas con ejemplos cotidianos.	3 1	
	9. Utiliza problemas para evaluar los contenidos.	2			

<b>Estrategia didáctica</b>	<b>Ítems de encuesta para docentes</b>	<b>f</b>	<b>Ítems de encuesta para estudiantes</b>	<b>f</b>	<b>Resultados generales</b>
Gamificación	1. Estrategias didácticas utilizadas por los docentes para la enseñanza de cónicas.	0	3. El docente realiza actividades o desafíos en la enseñanza de cónicas	4 2	La gamificación no es utilizada para enseñar esta temática ya que, si bien se realizan actividades para relacionar las gráficas, no refleja una buena aplicación como estrategia didáctica
	2. Recursos didácticos para la enseñanza de cónicas.	0			
	3. Formas de evaluar el aprendizaje de las cónicas dentro del aula de los estudiantes.	0			
	6. Estrategias lúdicas para la enseñanza de cónicas.	1			
Aprendizaje Cooperativo	1. Estrategias didácticas utilizadas por los docentes para la enseñanza de cónicas.	0	4. Trabajos grupales para realizar ejercicios	6 2	Los docentes utilizan trabajos colaborativos ya que es necesaria para desarrollar de mejor manera la comprensión de la clase. Sin embargo, su aplicación no se menciona como estrategia didáctica por lo que se deduce que su aplicación se refleja más como técnica.
	2. Recursos didácticos para la enseñanza de cónicas.	0			
	3. Formas de evaluar el aprendizaje de las cónicas dentro del aula de los estudiantes.	0	5. Trabajos grupales para realizar problemas	6 0	
	7. Enseña a través de trabajos grupales.	2			
Estrategias tecnológicas	1. Estrategias didácticas utilizadas por los docentes para la enseñanza de cónicas.	0	6. Utiliza recursos tecnológicos para enseñar cónicas.	4 7	1 de cada 2 docentes ocupa recursos tecnológicos para el aprendizaje de los estudiantes siendo este GeoGebra, sin embargo, contrastando con los resultados de las estrategias tradicionales, los docentes no se ven apoyados en su totalidad por estrategias tecnológicas.
	2. Recursos didácticos para la enseñanza de cónicas.	0			
	3. Formas de evaluar el aprendizaje de las cónicas dentro del aula de los estudiantes.	0			
	8. Utiliza recursos tecnológicos para enseñar cónicas.	1			

*Nota:* Resumen extraído de la tabulación gráfica de la encuesta a docentes y estudiantes (Anexo 6 y Anexo 7).

Por otro lado, para cumplir del segundo objetivo específico que busca evaluar el aprendizaje de los estudiantes en geometría analítica con relación al desarrollo del pensamiento lógico matemático se toma en cuenta la segunda parte de la encuesta a estudiantes, estas se refieren del numeral 10 hasta el 15 (Anexo 5). Los resultados obtenidos se presentan en la siguiente matriz:

**Tabla 7**

*Resultados de la segunda parte de la encuesta a estudiantes con su respectiva frecuencia (f) que busca evaluar sus aprendizajes con relación al desarrollo del pensamiento lógico matemático.*

Categoría	Contexto	Ítems	Opciones	f	%
<b>Pensamiento Lógico Matemático</b>	<b>Conocimiento empírico</b>	10. De la siguiente lista, ¿dónde consideras que se pueden observar las gráficas de las cónicas?	Canchas de fútbol	53	70
			Cama	9	12
			Ventana de iglesias	51	67
			Columpios	15	20
			Arcos	46	61
			Piletas	32	42
			Árboles	8	11
			La forma que tienen los cables para sostener los puentes	26	34
			Cuaderno	9	12
			Otros	3	4
	<b>Lógica</b>	13. Observa y deduce qué figura completa el cubo	Opción 1	8	11
			Opción 2	2	3
			Opción 3	4	5
			Opción 4	3	3
	14. Observa la imagen y deduce cuántos triángulos hay	Opción 5	52	68	
		Opción 6	8	11	
		Opción a	25	33	
		Opción b	19	25	
		Opción c	3	4	
		Opción d	15	20	
		Opción e	14	18	

Categoría	Contexto	Ítems	Opciones	f	%	
Cónicas	Conocimientos empíricos	Imagen 1	Óvalo	8	11	
			Parábola	11	14	
			Elipse	9	12	
			Hipérbola	6	8	
			No existe	42	55	
		Imagen 2	Óvalo	56	74	
	Lógica	11. En las siguientes imágenes identifica si existe una cónica y encierra en un círculo	Imagen 2	Círculo	4	5
				Elipse	12	16
				Hipérbola	4	5
				No existe	0	0
				Imagen 3	Óvalo	4
			Círculo	5	7	
Lógica	12. De las siguientes figuras, encierre en un círculo las que considere que contienen cónicas	Imagen 3	Elipse	14	18	
			Parábola	45	59	
			No existe	8	11	
			Opción a	3	4	
			Opción b	67	88	
		Opción c	18	24		
Lógica	15. De la siguiente imagen ¿Observa alguna cónica?, si la respuesta es sí, cuál/cuáles son y donde se encuentran		Opción d	48	63	
			Lámpara (Círculo)	20	26	
			Sombra de la lámpara (Parábola)	22	29	

*Nota:* Resumen extraído de la tabulación gráfica de la segunda parte del instrumento aplicado a estudiantes sobre los conocimientos de los estudiantes con relación al desarrollo del pensamiento lógico matemático (Anexo 7).

## 7. Discusión

De acuerdo con los datos obtenidos y, para responder la primera pregunta derivada del problema general de investigación que consiste en la identificación de estrategias aplicadas por los docentes en la enseñanza de geometría analítica, se encuentra una mayor aplicación de estrategias didácticas con enfoque tradicional, que las que tienen una metodología activa ya que estas no se emplean con mucha frecuencia, a excepción del Aprendizaje Cooperativo. Este último, en cierta medida concuerda su efectividad con la investigación de Hernández et al. (2024) quienes aplicaron formularios junto a trabajos grupales en la enseñanza de geometría analítica y obtuvieron resultados positivos en cuanto a una mejor conceptualización y rendimiento académico de los estudiantes.

Por ello, es necesario que el Aprendizaje Cooperativo se dé con rigurosidad, Calzadillas et al. (2019) mencionan que para desarrollar una clase con el Aprendizaje Cooperativo se deben presentar tres características esenciales: interdependencia positiva, responsabilidad individual y habilidades cooperativas. Siendo así que, es necesario cumplir las fases con las que se realiza esta estrategia para evidenciar estas tres características, mismas que sirven para una buena consolidación del aprendizaje de los estudiantes, de esta manera no se convierte solo en un trabajo grupal sino en un proceso más sistemático, es decir, las estrategias didácticas serán las adecuadas para cumplir con los objetivos de aprendizaje.

Por otra parte, la aplicación de la estrategia didáctica denominada Aprendizaje Basado en Problemas en la investigación de Barrios (2016) demuestra resultados significativos en la planta estudiantil, sin embargo, en esta investigación al ser seleccionada como tal en las respuestas de los docentes no refleja una buena aplicación de esta ya que los estudiantes no la observan debido a que no existen problemas contextualizados. Guanche (1997), citado por Casimiro et al. (2020) menciona que esta estrategia permite desarrollar autonomía y procesos cognitivos en el estudiante para llegar a la solución de un determinado problema, lo que en consecuencia lleva consigo un aprendizaje significativo.

De lo anterior vale decir que si el docente tiene una inadecuada aplicación de una estrategia didáctica, esto afecta al aprendizaje de los estudiantes, lo cual, para esta estrategia es sumamente importante saber aplicarla adecuadamente ya que como mencionan Martínez y Cravioto (2002) citados por Molina (2013) el ABP no solo garantiza un aprendizaje por descubrimiento sino también desarrolla el pensamiento crítico con base en la autonomía de los estudiantes, es decir, no solo aprenden a resolver problemas sino también fomenta en él habilidades que permiten desarrollar el razonamiento lógico a través de la identificación y resolución de problemas contextualizados.

En cuanto a la aplicación de estrategias tecnológicas los estudiantes mencionaron que el docente aplica la herramienta GeoGebra en la enseñanza de cónicas, sin embargo, solo lo

hace por momentos, concretamente para realizar la gráfica de cada sección cónica. En este mismo contexto, de acuerdo con Espinoza et al. (2020) “Las TIC aportan también un espacio que puede integrarse y complementar las tareas del aula, especialmente en la experimentación y aprendizaje sobre modos de expresarse, de comunicarse y de hacerse visible” (p. 69). Por ello, la aplicación de estos recursos en el proceso de enseñanza aprendizaje no supone una mala forma de explicar un tema en concreto, al contrario, contribuye en la consolidación de una sección del tema. Por otro lado, si se debe observar su aplicación como estrategia didáctica, en los resultados obtenidos en esta investigación no se presentan de esta manera sino como un recurso didáctico.

Continuando con la discusión, en cuanto a la segunda pregunta derivada del problema general de investigación que consiste en evaluar el aprendizaje de los estudiantes relacionado con el quinto bloque denominado cónicas, respecto al desarrollo del pensamiento lógico matemático, es adecuado decir que gran parte de los estudiantes no reconocen las secciones cónicas ya que se ve reflejado principalmente en contextos específicos que hay confusión entre la elipse y la figura geométrica óvalo.

En este sentido, para aclarar y diferenciar una elipse de un óvalo, Naz-Gomez et al. (2023) las definen de la siguiente manera: “Óvalo viene de huevo, es una curva convexa, cerrada, formada por al menos cuatro arcos de circunferencia tangentes y la elipse es una sección cónica, cerrada, con ejes principales, uno mayor y otro menor, ortogonales entre sí” (p. 1771). Siendo así que, la confusión de los estudiantes puede deberse a la similitud que existe en la gráfica de estas dos, sin embargo, esto también conlleva a decir que no solo no reconocen la gráfica de una cónica, sino que tampoco tienen clara su definición.

Añadiendo a esto, si el contexto es mucho más complejo, gran parte de los estudiantes no logra reconocer las gráficas de las secciones cónicas menos lo hará en contextos reales, lo que corrobora lo anteriormente descrito. En consecuencia, el desarrollo del pensamiento lógico matemático se ve afectado ya que como mencionan García et al. (2023) procesos cognitivos como la atención, memoria, orientación y conocimiento son funciones importantes para el desarrollo de este pensamiento y es el docente quien debe idear la manera de que estas funcionen correctamente para lograr los objetivos que se proponen en esta área de la Matemática.

Siendo así que, si el docente no logra que el estudiante involucre su razonamiento al momento de realizar problemas matemáticos, el estudiante no puede desarrollar efectivamente su pensamiento lógico ya que al realizar ejercicios la resolverían a través de un proceso mecánico mediante la aplicación de fórmulas de las cónicas y nada más, lo que conlleva a tener un pensamiento de esta índole, caso que ocurre en esta investigación al no poder identificar apropiadamente las secciones cónicas en contextos complejos y no tan complejos.



En cuanto a la aplicación de estrategias para la enseñanza de geometría analítica que ocupan los docentes, en esta investigación se encontraron las clases magistrales y el Aprendizaje Cooperativo, sin embargo, no son suficientes para impulsar el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes a través de procesos cognitivos ya que no logra que el estudiante razone en situaciones contextualizadas donde se pueden presentar las cónicas y por consecuencia no consiguen identificarlas. Como mencionan Jaramillo y Puga (2016) no es lo mismo que un docente utilice las clases magistrales y sea él quien tiene mayor protagonismo en el proceso de enseñanza aprendizaje, a que sea el estudiante quien busque por sí mismo, investigue e idee una manera de cómo resolver y cómo aprender algo nuevo a través de lo que ya conoce. En palabras de estos autores “lo importante, no es que el maestro enseñe, [...] sino que el alumno/a aprenda” (Jaramillo y Puga, 2016, p. 45)

En la investigación de Aguilar et al. (2019) titulada “Aprendizaje Basado en Problemas a través de la plataforma Moodle para desarrollar el pensamiento lógico-matemático” el ABP menciona que es una estrategia apropiada para desarrollar el pensamiento lógico matemático ya que esta parte de la formulación de un problema y el estudiante debe darle solución a través de procesos lógicos y sistematizados, por lo que, su aplicación influye significativamente en el desarrollo de la capacidad de comprender conceptos abstractos a través de números, es decir están correlacionadas directa y significativamente. Siendo así que, a diferencia de las estrategias con enfoque tradicional, aplicar el ABP en la enseñanza de geometría analítica resulta factible y permite al estudiante desarrollar este pensamiento. Si bien es cierto que esta estrategia no demuestra ser bien aplicada por los docentes involucrados en la investigación, el lograr hacerlo adecuadamente permitirá tener resultados positivos a los que se obtuvieron con la aplicación de la encuesta.

Del mismo modo, Morales (2018) menciona que para promover el pensamiento crítico a través del ABP son necesarios dos componentes: el diseño del problema y el desarrollo del proceso. Estos componentes son necesarios puesto que ayudan a generar en el estudiante procesos cognitivos necesarios para su pensamiento crítico ya que al diseñar un problema se está acercando al estudiante a su propia realidad y mientras trata de darle solución va razonando y analizando sobre posibles caminos que puede llegar a elegir. Como menciona Vargas (2021) el pensamiento lógico matemático está directamente relacionado con la Matemática y es la resolución de problemas un punto clave para su desarrollo dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de esta área.

## 8. Conclusiones

Una vez culminado el proceso de investigación se concluye que:

- La enseñanza de los docentes de Matemáticas de segundo año de bachillerato, geometría analítica, sección cónicas, con mayor frecuencia está basada en la aplicación de estrategias didácticas de tipo tradicional, como clases magistrales y resolución de ejercicios, utilizándose como recursos didácticos pizarrón, cuaderno, y muy esporádicamente se utiliza GeoGebra para la representación gráfica, en menor magnitud se opta por el trabajo colaborativo.
- La enseñanza aprendizaje de la geometría analítica no logra un buen desarrollo del pensamiento lógico matemático en los estudiantes ya que las estrategias aplicadas por los docentes no exponen la resolución de problemas contextualizados, es decir, no parten de un problema relacionado con su entorno lo que a su vez no generan procesos mentales significativos en el estudiante.
- El aprendizaje de los estudiantes que han cursado el segundo año de BGU en geometría analítica con relación al desarrollo del pensamiento lógico matemático es limitado ya que no cuentan con un buen nivel de conocimientos sobre cónicas, no logran identificarlas por su nombre, definición o gráfica, siendo así que al formularles problemas contextualizados no consiguen relacionar los conocimientos empíricos o de su contexto con sus conocimientos teóricos, menos aún transformar en un lenguaje matemático; al no poder generar estos procesos no se puede desarrollar el pensamiento lógico matemático.

## 9. Recomendaciones

- Se recomienda a los docentes de institución educativa investigada emplear estrategias didácticas y recursos que le permitan al estudiante tener un aprendizaje activo, es decir, generar en los estudiantes procesos cognitivos que le permitan razonar frente a un problema que se le presente, esto con el propósito de generar mejores situaciones en cuanto a su aprendizaje y esté en la capacidad de aplicarlo en situaciones cotidianas.
- Se recomienda que se evalúe el proceso de aprendizaje de los estudiantes no solo de manera teórica sino hacer comparaciones con el entorno que le rodea esto con el fin de consolidar su aprendizaje y desarrollar e impulsar su pensamiento lógico matemático al momento de tener que resolver problemas contextualizados donde se involucren curvas como las cónicas.
- Se recomienda que los docentes de Matemática incorporen estrategias didácticas donde el estudiante tenga mayor participación en su aprendizaje como el ABP, en el que se pueda familiarizar con su entorno y le permita resolver problemas que involucren curvas como las secciones cónicas. Esto con el propósito de que a través de la transformación a un lenguaje matemático y su resolución se impulse y desarrolle su pensamiento lógico matemático.

## 10. Bibliografía

- Aguilar, J., Andrade, O., Ávila, F., Castillo, M., y Galaz, V. (2019). Aprendizaje basado en problemas a través de la plataforma Moodle para desarrollar el pensamiento lógico-matemático. *Cosfac*. [Archivo PDF]. [https://cosfac.sems.gob.mx/Proyectos\\_apoyados/Art%C3%ADculos\\_ejercicio\\_2019/DGETAyCM/150.19-P03.pdf](https://cosfac.sems.gob.mx/Proyectos_apoyados/Art%C3%ADculos_ejercicio_2019/DGETAyCM/150.19-P03.pdf)
- Arias, W. (2013). Teoría de la Inteligencia: una aproximación neuropsicológica desde el punto de vista de Lev Vigotsky. *Cuadernos de neuropsicología*, 7(1), 22-37.
- Barrios, H. (2016). *Aplicación de las Leyes de Kepler como alternativa pedagógica para la enseñanza de las secciones cónicas. Estudio de caso: IE Ismael Perdomo Borrero*. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/57199>
- Brito Ochoa, C. J. (2018). *Laboratorio de Material Concreto Aplicado a Cónicas en Clases de Refuerzo para estudiantes de Tercero de Bachillerato, sin Necesidades Especiales, en una Unidad Educativa de Guayaquil* (Master's thesis, Espol). <http://www.dspace.espol.edu.ec/handle/123456789/42476>
- Buitrago, R. E. (2020). El aprendizaje, la enseñanza, los pensamientos y las interacciones en la escuela. *Praxis & Saber*, 11(25), 9–20. <https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n25.2020.10580>
- Cadena, V., y Nuñez, A. (2020). ABP: Estrategia didáctica en las matemáticas. *593 Digital Publisher CEIT*, 5(1), 69-77. <https://doi.org/10.33386/593dp.2020.1.184>
- Calzadillas, S., Moreno, M., y Pizarro, F. (2019). Efectos Del Aprendizaje Cooperativo, Utilizando La Teoría De Las Situaciones Didácticas, En El Desempeño De Estudiantes De Un Programa De Nivelación De Matemática. *Paradigma*, 40(2), 121–152. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2019.p121-152.id762>
- Cámac, M., Delgado, M., Reyes, T., Silva, E., Urbina, R., y Ramos, A. (2023). El pensamiento lógico matemático: Concepciones y enseñanza en el aula de clases. <https://doi.org/10.31219/osf.io/6qwqv>
- Cárdenas, W. (2017). *Estrategias didácticas de aprendizaje en matemáticas* Recuperado de: <http://hdl.handle.net/10654/16136>
- Casimiro Urcos, W. H., Casimiro Urcos, C. N., Ramos Ticlla, F., y Casimiro Urcos, J. F. (2020). Estrategias didácticas utilizadas por los docentes y actitudes investigativas de los estudiantes. *Revista Conrado*, 16(76), 175-183.
- Castillo, I. (2017). *Diseño e implementación de guía didáctica y evaluación formativa en la enseñanza de secciones cónicas, en los estudiantes de tercero de bachillerato, de una unidad educativa de la ciudad de Quevedo* (Master's thesis, Espol). <http://www.dspace.espol.edu.ec/handle/123456789/38593>

- Celestino, M. (2017). Pierre de Fermat, René Descartes y el surgimiento de la Geometría analítica. *Revista Vinculando*, 15(1). <https://vinculando.org/articulos/pierre-fermat-rene-descartes-geometria-analitica.html>
- Chicay, M. (2023). *Utilización de la gamificación en el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los estudiantes de tercero de Bachillerato General Unificado* (Master's thesis, Quito: Universidad Tecnológica Indoamérica). <https://repositorio.uti.edu.ec/handle/123456789/5624>
- Colombo, E., Llanos, V., y Otero, M. (2016). La génesis histórica de la Geometría Analítica y la enseñanza en la Escuela Secundaria. <http://hdl.handle.net/11336/181111>
- Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (2022). *Estrategias didácticas mediadas por la tecnología en la nueva cotidianidad. Desarrollo del currículo de la educación media superior en la nueva cotidianidad.*
- Conforme Holguín, S. T., & Mendoza Moreira, F. S. (2022). El pensamiento lógico-matemático del estudiantado. ¿Un asunto didáctico?. *Mendive. Revista de Educación*, 20(2), 408-421.
- Córdoba, C. (2021). Procesos de enseñanza de las matemáticas en las instituciones educativas municipales de Chigorodo, Antioquia. <https://doi.org/10.33996/franztamayo.v3i6.314>
- Dávila, M., De Alba, A., Hernández, P., y Antolín, A. (2016). Secuencia didáctica para el aprendizaje de las figuras cónicas y sus diferentes representaciones. *Cultura Científica Y Tecnológica*, (50). <https://erevistas.uacj.mx/ojs/index.php/culcyt/article/view/918>
- Díaz, N. y Neria, K. (2018). Pensamiento Lógico matemático en niños de 5 años del nivel inicial estatales del Pueblo Joven Nueve de Octubre- Chiclayo. [Tesis de maestría, Universidad César Vallejo]. [https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/34555/diaz\\_sm.pdf?sequence=1](https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/34555/diaz_sm.pdf?sequence=1)
- Echeverría, R. (2017). *Escritos sobre aprendizaje*. Ediciones Granica SA.
- Espinoza Freire, E. E., Villacrés Arias, G. E., & Granda Ayabaca, D. M. (2020). Influencia de las didácticas tecnológicas en el desarrollo del aprendizaje de los estudiantes. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, 3(3), 63-70. <https://remca.umet.edu.ec/index.php/REMCA/article/view/204/205>
- Fernández-Nieto, E. L. (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. *AiBi Revista De Investigación, Administración E Ingeniería*, 6(1), 33–61. <https://doi.org/10.15649/2346030X.475>
- Frola, P., y Velásquez, J. (2011). Estrategias didácticas por competencias. Diseños eficientes de intervención pedagógica. *Centro de investigación Educativa y Capacitación Institucional SC México DF.*

- Flores, S. (2015). La actividad lúdica como estrategia para el aprendizaje geométrico de las secciones cónicas en bachillerato. <http://hdl.handle.net/20.500.11777/2000>
- García, J., García, E., y Jama, V. (2023). Funciones cognitivas superiores para el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes de bachillerato. *Dominio de las Ciencias*, 9(2), 2021-2033.
- Guevara Alban, G. P., Verdesoto Arguello, A. E., y Castro Molina, N. E. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). *RECIMUNDO*, 4(3), 163–173. [https://doi.org/10.26820/recimundo/4.\(3\).julio.2020.163-173](https://doi.org/10.26820/recimundo/4.(3).julio.2020.163-173)
- Gutiérrez-Delgado, J., Gutiérrez-Ríos, C., y Gutiérrez-Ríos, J. (2018). Estrategias metodológicas de enseñanza y aprendizaje con un enfoque lúdico. *Revista de educación y desarrollo*, 45(1), 37-46. [Archivo PDF] [https://www.cucs.udg.mx/revistas/edu\\_desarrollo/anteriores/45/45\\_Delgado.pdf](https://www.cucs.udg.mx/revistas/edu_desarrollo/anteriores/45/45_Delgado.pdf)
- Hernández-Sampieri, R. & Mendoza, C (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Editorial Mc Graw Hill Education.
- Hernández Arriaga, B. M., Briseño, H., Hernández, V. C., Contreras, M. C. G., Arriaga, C. A. H., y Milagros, M. (2024). Innovación En El Aula: Aprendizaje Significativo De La Geometría Analítica Mediante Formularios Y Competencias Grupales, En Los Alumnos De Bachillerato. [Archivo PDF]. [https://revista.grupocieg.org/wp-content/uploads/2024/07/Ed.68114-123-Hernandez\\_Arriaga\\_etal.pdf](https://revista.grupocieg.org/wp-content/uploads/2024/07/Ed.68114-123-Hernandez_Arriaga_etal.pdf)
- Hernández, R., e Infante, M. (2017). Aproximación al proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador. *Uniandes Episteme*, 4(3), 365–375. <https://revista.uniandes.edu.ec/ojs/index.php/EPISTEME/article/view/642>
- Holguín, F., Holguín, E., y García, N. (2024). Gamificación en la enseñanza de las matemáticas: una revisión sistemática. *Telos: Revista De Estudios Interdisciplinarios En Ciencias Sociales*, 22(1), 62-75. <https://doi.org/10.36390/telos221.05>
- Jácome, G., Morán, S., Jordán, A., y Ramos, J. (2018). Estrategias didácticas aplicadas en la formación de competencias. Estudiantes-Ingeniería Comercial-FAFI-Universidad Técnica de Babahoyo. *Dilemas contemporáneos: Educación, Política y Valores*. <https://dilemascontemporaneoseduccionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/492>
- Jaramillo, L., y Puga, L. (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. *Sophía, colección de Filosofía de la Educación*, 2(21), 31–55. <https://doi.org/10.17163/soph.n21.2016.01>
- Leiva, F. (2016). ABP como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico matemático en alumnos de educación secundaria. *Sophía, colección de Filosofía de la Educación*, 2(21), pp. 209-224. <https://doi.org/10.17163/soph.n21.2016.09>

- Litardo-Muñoz, A. (2023). Las estrategias didácticas y el aprendizaje de las matemáticas en educación general básica. *CIENCIAMATRIA*, 9(2), 477-491. <https://doi.org/10.35381/cm.v9i2.1191>
- Machado, D. (2024, July 16). *Cónicas: ¿Qué son? Tipos, Ecuaciones y Ejemplos*. Exponty. <https://exponty.com/secciones-conicas>
- Medina, A. y Salvador, F. (2009). *Didáctica General*. España: Pearson, Educación.
- Medina, M. (2018). Estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 9(1), 125-132. <https://doi.org/10.47230/unsum-ciencias.v1.n3.2017.28>
- Ministerio de Educación. (2016). *Currículo de los niveles de educación obligatoria*. [Archivo PDF]. <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/Curriculo1.pdf>
- Ministerio de Educación (2016). Libro de Matemática del Segundo Año de Bachillerato General Unificado. [Archivo PDF]. [https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/curriculo/Matematica/Matematica\\_BGU\\_2.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/curriculo/Matematica/Matematica_BGU_2.pdf)
- Montaluisa, A., Salas, E., y Garcés, L. (2019). Los estilos de aprendizaje según Honey y Mumford y su relación con las estrategias didácticas para Matemáticas. *REIRE Revista d'Innovació i Recerca en Educació*, 12(2), 1–16. <http://doi.org/10.1344/reire2019.12.222233>
- Morales, P. (2018). Aprendizaje basado en problemas (ABP) y habilidades de pensamiento crítico ¿una relación vinculante? *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 21(2), 91--108. <https://doi.org/10.6018/reifop.21.2.323371>
- Morales, Y., Rojas, R., y Arnaiz, I. (2022). La formación del pensamiento lógico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría. *Mendive. Revista de Educación*, 20(4), 1207-1218.
- Muñoz González, A. (2015). Curvas cónicas desde su origen hasta sus aplicaciones en la actualidad. <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/15013>
- Naz-Gómez, C., de-Miguel-Sánchez, M. y Lastra-Sedano, A. (2023). Chapter Transición desde el cuadrado a la elipse. La cripta barroca del Convento de San Francisco de Guadalajara. In *Transizioni= Transitions*. FrancoAngeli. <https://doi.org/10.3280/oa-1016-c377>
- Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Revista psicopedagogía*, 23(71), 158-180. [http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-84862006000200010&lng=pt&nrm=iso](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862006000200010&lng=pt&nrm=iso)

- Osorio, L., Vidanovic, A., y Finol, M., (2021). ELEMENTOS DEL PROCESO DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE Y SU INTERACCIÓN EN EL ÁMBITO EDUCATIVO. *Revista Qualitas*, 23(23), 001 - 011. <https://doi.org/10.55867/qual23.01>
- Palacio, A. y Chacón, J. (2022). Desarrollo del pensamiento lógico-matemático para la resolución de problemas mediante estrategias lúdico-pedagógicas. En Cifuentes, J. y Chacón, J. (coord). *Recursos didácticos para la enseñanza de la matemática*. (pp. 9-40). Editorial UPTC
- Pérez, E. (2005) Enseñanza y evaluación: lo uno y lo diverso. *Revista electrónica educare*, 9(31), p. 473-479. <http://erevistas.saber.ula.ve/index.php/educere/article/view/11823>
- Pérez, Z. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. *Revista electrónica educare*, 15(1), 15-29. <http://doi.org/10.15359/ree.15-1.2>
- Porras, S., y Pérez, F. (2020). Proyecto Del Puerto: aplicación de las cónicas en la infraestructura puntarenense. *Revista Arjé*, 3(2), 60–72. <https://revistas.utn.ac.cr/index.php/arje/article/view/301>
- Raichman, S. R., y Totter, E. (2016). *Geometría analítica para ciencias e ingenierías*. <https://repositorio.upn.edu.pe/handle/11537/32356>
- Ramos, R., y Ramos, P. (2021). Gamificación: estrategia didáctica para el desarrollo de competencias en matemática. *Alpha Centauri*, 2(3), 91-105. <https://doi.org/10.47422/ac.v2i3.51>
- Rodríguez, I. y Pando A. (2012). El Proceso de Enseñanza – Aprendizaje en la Formación de la Fuerza de Trabajo Calificada de Nivel Medio: Sus Componentes. *Revista Varela*, 11(29), 27-42. <https://revistavarela.uclv.edu.cu/index.php/rv/article/view/752>
- Rosales, J. (2007). Estrategias didácticas. *Universidad Nacional Autónoma de México*. [Archivo PDF]. [http://dcb.fi-c.unam.mx/Eventos/Foro4/Memorias/Ponencia\\_17.pdf](http://dcb.fi-c.unam.mx/Eventos/Foro4/Memorias/Ponencia_17.pdf)
- Salazar, E. (2023). Tecnología, creatividad y pensamiento lógico-matemático: una triada para repensar. *Mendive. Revista de Educación*, 21(1).
- Salazar, J., y Washburn, C. (2017). Elementos Básicos de Geometría Analítica para Economía. <http://repositorio.cidecuador.org/jspui/handle/123456789/58>
- Sáez, J. (2018). *Estilos de aprendizaje y métodos de enseñanza*. Editorial Uned.
- Tares, M., y Fernández, M. (2022). Concepciones sobre el pensamiento lógico matemático: una revisión teórica. *Impacto Científico*, 17(1), 123-138. Recuperado a partir de <https://produccioncientificaluz.org/index.php/impacto/article/view/38340>
- Tintaya, P. (2016). Enseñanza y desarrollo personal. *Revista de investigación Psicológica*, 75.
- Toledano, M. (2017). El nacimiento de la geometría analítica. *Lecturas matemáticas*, 38(2), 93-124. [Archivo PDF]. <https://scm.org.co/archivos/revista/Articulos/1223.pdf>



- Torres, G. y Girón, D. (2009). *Didáctica General. Colección Pedagógica en Formación Inicial de Docentes Centroamericanos de Educación Primaria o Básica*. Costa Rica: Editorama, S. A.
- Trujillo, R., Rangel, Y., y Castañeda, G. (2015). Potential green roof, to save electricity by air conditioning in the building. *Nova Scientia*, 7(15), 577–596. <https://doi.org/10.21640/ns.v7i15.389>
- Ulloa, R., y Solórzano, L. E. (2013). Texto dinámico para el aprendizaje de las secciones cónicas. *AMIUTEM*, 1(1), 91-101. <https://revista.amiutem.edu.mx/relecamiutem/article/view/9>
- Vargas, G. (2013). *El desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes costarricenses de undécimo año de colegios académicos diurnos y su nivel de logro en el aprendizaje de las matemáticas*. San José, Costa Rica: V. Salazar G.
- Vargas, G. (2020). Estrategias educativas y tecnología digital en el proceso enseñanza aprendizaje. *Cuad. Hosp. Clín*, 15-15. <https://pesquisa.bvsalud.org/portal/resource/esSiqueira/biblio-1118974>
- Vargas, W. (2021). La resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Horizontes. Revista De Investigación En Ciencias De La Educación*, 5(17), 230–251. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i17.169>
- Yam, J., Palacios, M., y Luna, A. (2023). *Geometría analítica universitaria*. Universidad de Quintana Roo

Anexo 1

Propuesta



unl

Universidad  
Nacional  
de Loja

# GUÍA DIDÁCTICA

ENSEÑANZA DE CÓNICAS  
PARA EL DESARROLLO DEL  
PENSAMIENTO LÓGICO  
MATEMÁTICO



*Anthony Fernando Becerra Montalván*

2025

# ÍNDICE

01	PRESENTACIÓN
02	OBJETIVOS
03	JUSTIFICACIÓN
04	DESARROLLO
05	RESULTADOS ESPERADOS
06	BIBLIOGRAFÍA
07	ANEXOS




# PRESENTACIÓN

La presente propuesta titulada “Guía didáctica. Enseñanza de las cónicas para la construcción del pensamiento lógico matemático” es una herramienta que guía a los docentes a enseñar una temática en concreto de la geometría analítica sin embargo no solo es con el propósito de que el estudiante aprenda a resolverlas sino también a que logre identificar en su entorno y a través de ella genere procesos cognitivos lo que a su vez nutra y desarrolle el pensamiento lógico matemático.

El desarrollo de la propuesta se centra en la temática de las cónicas y se realizará a través de la estrategia didáctica del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) con estructuras y formas realistas de cada una de las cónicas donde el estudiante analizará y razonará para encontrar cada uno de sus elementos. Cabe decir que, teniendo en cuenta la realidad que existe dentro de las diferentes instituciones educativas, para estas actividades se toma en consideración la disponibilidad de sus herramientas es por ello que las actividades serán realizadas para instituciones que tienen como las que no tienen en sus instalaciones herramientas tecnológicas. Estas actividades pueden ejecutarse una vez se haya realizado el respectivo contenido teórico que se encuentra en el Currículo Nacional.

La estructura de la guía está dada de la siguiente manera: presentación, objetivos, justificación, desarrollo, resultados esperados, bibliografía y anexos.





# OBJETIVOS

## **Objetivo General**

- Fortalecer el desarrollo del pensamiento lógico matemático a través de la implementación del Aprendizaje Basado en Problemas en la enseñanza de cónicas.

## **Objetivos Específicos**

- Diseñar una planificación microcurricular sobre la temática cónicas del libro de 2 BGU de Matemática para el desarrollo del pensamiento lógico matemático.
- Desarrollar la planificación microcurricular propuesta para el desarrollo del pensamiento lógico matemático en clases sobre cónicas.




# JUSTIFICACIÓN



La educación es importante durante el proceso de formación de las personas y de la sociedad ya que los guía por el camino del descubrimiento y ayuda a despertar el interés por conocer algo nuevo. Este interés es un punto fuerte para de la educación ya que es el principio que nos permite querer conocer más sobre algo y, en consecuencia, descubrir cosas nuevas.

En la investigación realizada se encontró la utilización de clases magistrales y Aprendizaje Cooperativo, sin embargo, no son suficientes para impulsar el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes a través de procesos cognitivos ya que no logra que estos razonen en situaciones contextualizadas donde se pueden presentar las cónicas. En consecuencia, no consiguen identificarlas.

Además, si el docente no logra que el estudiante involucre su razonamiento al momento de realizar problemas matemáticos, el estudiante no puede desarrollar efectivamente su pensamiento lógico ya que la resolución del problema sería realizada a través de un proceso mecánico lo que conlleva a tener un pensamiento de esta índole, caso que ocurre en esta investigación al no poder identificar apropiadamente las secciones cónicas en contextos complejos y no tan complejos.





# DESARROLLO

# APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS (ABP)

El Aprendizaje Basado en Problemas es una estrategia que le permite al estudiante ser más responsable, autónomo y crítico. Parte específicamente desde la planteamiento de un problema y es el estudiante quien debe razonar sobre el proceso para resolverlo, sin embargo, al plantearlo, se debe realizar de acuerdo al contenido que se esta viendo y con conocimientos previos que ha obtenido el estudiante. De igual manera, lo que busca en realidad es que el estudiante se interese por saber su funcionamiento y desafiarse a solucionarlo. Esta estrategia puede ser trabajada de manera individual y/o grupal.

El aprendizaje basado en la resolución de problemas es una herramienta que aporta beneficios a los estudiantes, entre ellos:

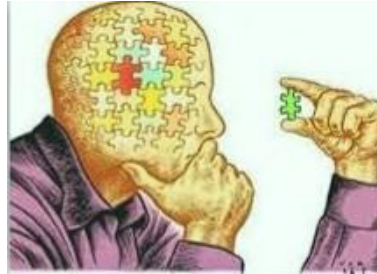
- Aprenden a analizar información, interpretarlos y relacionarlos con los que ya tenían.
- Son autónomos y responsables. Buscar información implica aprender a tomar decisiones, determinar qué información les será más útil, qué cuestiones quedan por resolver...
- La implicación aumenta la motivación y las ganas de aprender.
- Se trabajan habilidades que les serán útiles en la vida profesional y personal, como adaptarse a los cambios, el pensamiento crítico, el razonamiento, la deducción...
- El trabajo en equipo fomenta la empatía, la colaboración y el respeto hacia las opiniones de los demás.
- Se puede usar en cualquier materia y etapa escolar. El papel del docente será clave para saber adaptarlo.





# APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS (ABP)

Si bien es cierto que el ABP ayuda en el juicio crítico de los estudiantes, también lo hace con el pensamiento lógico matemático. Como menciona Aguilar et al. (2019) la resolución de problemas mediante procesos lógicos y sistematizados influye significativamente en el desarrollo de la capacidad de comprender conceptos abstractos a través de números. Por lo cual, implementar esta estrategia en la enseñanza de cónicas resultará beneficioso no solo para comprender de mejor manera conceptos teóricos de la geometría analítica sino también en el desarrollo del pensamiento lógico matemático.



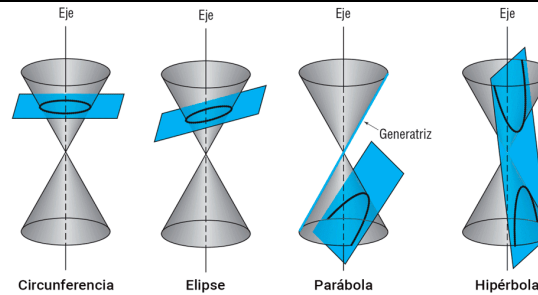
## CÓMO IMPLEMENTAR EL ABP

De acuerdo con Reina, Gómez, Felizzola y Hualpa, (2016) citados por Cadena y Nuñez (2020) Para la implementación del ABP en las Matemáticas se siguen los siguientes pasos:



PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR SEMANAL			
<b>DATOS INFORMATIVOS</b>			
<b>Nombre de la Institución:</b> ...		<b>Nombre del docente:</b> Anthony Becerra	
<b>Grado/Curso:</b> Segundo BGU		<b>Fecha:</b> ...	
<b>Tema:</b> Cónicas			
SEMANA 1			
APRENDIZAJE DISCIPLINAR:			
<b>OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:</b>			
Valorar, sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, la vinculación de los conocimientos matemáticos con los de otras disciplinas científicas, para así plantear soluciones a problemas de la realidad basadas en las cónicas y contribuir al desarrollo del entorno social y natural. (Ref. O.M.5.5.)			
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	INDICADORES DE EVALUACIÓN	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE	ACTIVIDADES EVALUATIVAS

<p><b>M.5.2.16.</b> Describir la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola como lugares geométricos en el plano.</p>	<p>I.M.5.6.2. Realiza operaciones en el espacio vectorial <math>R^2</math>; calcula la distancia entre dos puntos, el módulo y la dirección de un vector; reconoce cuando dos vectores son ortogonales; y aplica este conocimiento en problemas físicos, apoyado en las TIC. (I.3.)</p>	<p><b>Cónicas</b></p> <p>Saludo de bienvenida</p> <p>Registro de asistencia</p> <p>Exposición del objetivo de clase:</p> <p><b>Objetivo:</b> Comprender las propiedades de la circunferencia, parábola, elipse e hipérbola e identificarlas como lugares geométricos mediante su definición y en contextos reales a través de sus características.</p> <p><b>ANTICIPACIÓN</b></p> <p>Relacionar el tema con experiencias previas y generar interés. Como preguntas iniciales:</p> <p>Cuando pasan por la Puerta de la Ciudad y cruzan por debajo del puente, ¿A qué figura geométrica creen que se asemeja su forma?</p> <p>Qué me dicen de un reloj de pared, ¿qué figura geométrica observan alrededor de él?, ¿Tal vez en el contorno de una moneda observan alguna forma geométrica?</p> <p>¿En el entorno del estadio Reina del Cisne, observan alguna figura geométrica?</p> <p>Al igual que en los ejemplos anteriores, ¿En qué otros lugares creen que se ven estas formas?</p> <p>¿Qué saben sobre las cónicas?</p>	<p><b>Técnica</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observación</li> <li>• Interrogatorio</li> <li>• Análisis de desempeño</li> </ul> <p><b>Instrumento</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Registro Anecdótico</li> <li>• Cuestionario</li> <li>• Lista de cotejo</li> </ul>
		<p><b>CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO</b></p> <p>Introducir y explicar los conceptos fundamentales de las cónicas a través de las intersecciones de un cono con un plano.</p> <p>Cónicas: Origen, definición y conceptos básicos.</p>	<p>Fase 1 del ABP</p>
<p><b>P.L.M.</b> Activación de conocimientos empíricos y/o previos, relaciona lo que ya conoce con lo que va a conocer.</p>		<p>When passing through the City Gate and crossing under the bridge, do you think their shape resembles any geometric figure?</p> <p>What do you tell me about a wall clock, what geometric figure do you observe around it?, maybe in the outline of a coin do you observe any geometric form?</p> <p>In the surroundings of the Reina del Cisne stadium, do you observe any geometric figure?</p> <p>Just like in the previous examples, in what other places do you think you see these shapes?</p> <p>What do you know about conics?</p>	



Describir las 4 cónicas: Representación gráfica y principales elementos de cada una: centro, focos, ejes, etc.

Ecuación general de una cónica:

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Análisis y reflexión sobre los lugares donde se observan estas curvas: construcciones arquitectónicas, parques, objetos comunes, entre otros.

Formulación de un problema

En la ciudad de Loja están planificando construir nuevas calles para que los automóviles puedan transitar fácilmente, las formas que se han propuesto son: en forma de circunferencia para ir por diferentes direcciones con menor recorrido, en forma de elipse para ir en diferentes direcciones, pero con mayor recorrido, en forma de parábola para dirigirse en dos direcciones y, en forma de hipérbola para ir en 2 direcciones diferentes, una de ida y otra de vuelta, la una frente a otra. Desde su perspectiva ¿Cuál de estas formas creen que sería la más adecuada para que los automóviles transiten de manera segura y rápida?

Dividir a la clase en grupos pequeños de 3 a 4 integrantes para solucionar el problema planteado:

- Crear una lluvia de ideas en cada grupo sobre las cónicas que podrían servir para el problema
- Clasificar las ideas y analizar cuál ayudaría en la solución

**P.L.M.**  
Relación lógica entre conocimientos empíricos y la matemática. Analiza y busca la relación matemática con objetos abstractos.

**P.L.M.**  
Transformación del lenguaje coloquial a lenguaje matemático.

Fase 2 del ABP

Fase 3 del ABP

Fase 4 y 5 del ABP

	<p><b>P.L.M.</b> Uso del razonamiento lógico y juicio crítico</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dibujar la o las cónicas que consideren apropiadas</li> </ul> <p><b>CONSOLIDACIÓN</b></p> <p>Poner en práctica los conceptos aprendidos.</p> <p>Cada grupo presentará y explicará la solución que ha propuesto para el problema:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La cónica elegida.</li> <li>• Por qué eligió esa cónica y el concepto individual con la que la comprenden.</li> <li>• ¿Cómo utilizarían la cónica en las nuevas carreteras? Hacia qué dirección iría cada automóvil.</li> </ul>	<p>Fase 6 del ABP</p> <p>Fase 7 del ABP</p>
<b>SEMANA 2</b>			
<p><b>M.5.2.17.</b> Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas (por ejemplo, en física: órbitas planetarias, tiro parabólico, etc.), identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.</p>	<p><b>I.M.5.6.2.</b> Realiza operaciones en el espacio vectorial <math>R^2</math>; calcula la distancia entre dos puntos, el módulo y la dirección de un vector; reconoce cuando dos vectores son ortogonales; y aplica este conocimiento en problemas físicos, apoyado en las TIC. (I.3.)</p> <p><b>P.L.M.</b> Activación de conocimientos empíricos y/o previos, relaciona lo que ya conoce con lo que va a conocer.</p>	<p style="text-align: center;"><b>LA CIRCUNFERENCIA</b></p> <p>Saludo de bienvenida</p> <p>Registro de asistencia</p> <p>Exposición del objetivo de clase:</p> <p><b>Objetivo:</b> Comprender las propiedades y ecuaciones canónicas de la circunferencia en contextos reales.</p> <p><b>ANTICIPACIÓN</b></p> <p>Relacionar el tema con experiencias previas y generar interés.</p> <p>Preguntas iniciales:</p> <p>¿Cómo definirían a una circunferencia?</p> <p>¿Dónde han observado una circunferencia?</p> <p><b>CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO</b></p> <p>Explorar conocimientos previos y aclarar ideas básicas.</p> <p><b>Definición de una circunferencia:</b> lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal forma que la distancia a un punto fijo permanece constante. El punto fijo</p>	<p><b>Técnica</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observación</li> <li>• Interrogatorio</li> <li>• Análisis de desempeño</li> </ul> <p><b>Instrumento</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Registro Anecdótico</li> <li>• Cuestionario</li> <li>• Lista de cotejo</li> </ul> <p>Fase 1 del ABP</p>

**P.L.M.**

Relación lógica entre conocimientos empíricos y la matemática. Analiza y busca la relación matemática con objetos abstractos.

**P.L.M.**

Relación lógica entre conocimientos empíricos y la matemática. Analiza y busca la relación matemática con objetos abstractos.

se denomina centro de la circunferencia y la distancia fija, radio ( $r$ ).



Definición de los elementos de una circunferencia: Centro, radio, cuerda, entre otros.

Relacionar la circunferencia en contextos reales

Ecuaciones de la circunferencia

**Ecuación canónica con centro en el origen:**

$$x^2 + y^2 = r^2$$

**Ecuación canónica con centro en  $(h, k)$**

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$


**Ecuación general de la circunferencia**

$$A^2 + B^2 - 4C > 0$$

Formulación del problema

En un parque existe la siguiente rueda que tiene un radio desconocido, sin embargo, se sabe que su área es de  $1.57 \text{ m}^2$ , ¿Cómo determinarían el radio y perímetro de la rueda utilizando la ecuación canónica de la circunferencia?

Fase 2 del ABP

	<p><b>P.L.M.</b> Transformación del lenguaje coloquial a lenguaje matemático.</p> <p><b>P.L.M.</b> Uso del razonamiento lógico y juicio crítico</p>	 <p>Relacionar el problema dado inicialmente con la fórmula del área de una circunferencia</p> $\text{Área} = 2\pi r^2$ <p>Dividir a la clase en grupos pequeños de 3 a 4 integrantes para solucionar el problema planteado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Crear una lluvia de ideas en cada grupo para la solución del problema.</li> <li>• Dibujar la circunferencia en un plano cartesiano</li> <li>• Brindar a los grupos términos y conceptos claves para la solución del problema</li> </ul> <p><b>CONSOLIDACIÓN</b></p> <p>Los estudiantes resuelven el problema explicando</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Valores obtenidos, cómo solucionaron el problema, las fórmulas ocupadas y cómo definen individualmente a una circunferencia</li> <li>• La gráfica realizada y como la elaboraron (medidas del radio, área, etc.)</li> <li>• Resumir conceptos claves de la cónica y preguntar a los estudiantes dónde y cómo podrían aplicar la circunferencia en la vida diaria.</li> </ul> <p><b>LA ELIPSE</b></p> <p>Saludo de bienvenida</p> <p>Registro de asistencia</p>	<p>Fase 3 del ABP</p> <p>Fase 4 y 5 del ABP</p> <p>Fase 6 del ABP</p> <p>Fase 7 del ABP</p>
--	---	--	---

**P.L.M.**

Activación de conocimientos empíricos y/o previos, relaciona lo que ya conoce con lo que va a conocer.

**P.L.M.**

Relación lógica entre conocimientos empíricos y la matemática. Analiza y busca la relación matemática con objetos abstractos.

Exposición del objetivo de clase:

**Objetivo:** Comprender las propiedades y ecuaciones canónicas de la elipse en contextos reales.

**ANTICIPACIÓN**

Relacionar el tema con experiencias previas y generar interés.

Preguntas iniciales:

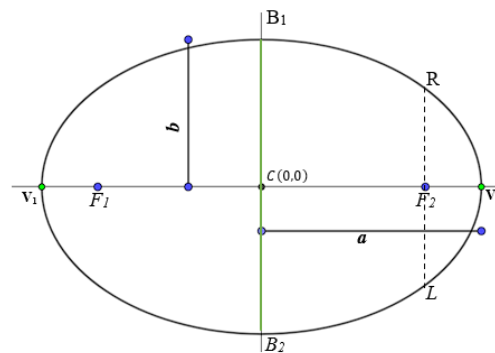
¿Cómo definirían a una elipse?

¿Dónde han observado una elipse?

**CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO**

Explorar conocimientos previos y aclarar ideas básicas.

**Definición de una elipse:** lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de las distancias a dos puntos fijos llamados focos, es una constante igual a  $2a$  y esa constante es mayor que la distancia entre los focos llamada  $2c$ .



Definición de los elementos de una elipse: Centro, vértices, Focos, entre otros.

Relacionar la elipse en contextos reales

Ecuaciones de la elipse.

Fase 1 del ABP



**Ecuación canónica con vértice en el origen y eje focal  $x$ :**

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a \text{ tiene el valor mayor en la ecuación}$$

**Ecuación canónica con vértice en el origen y eje focal  $y$ :**

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

**Ecuación canónica con vértice en  $(h, k)$  y eje de simetría paralelo al eje  $x$**

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

**Ecuación canónica con vértice en  $(h, k)$  y eje de simetría paralelo al eje  $y$**

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1, a > b > 0$$

**Ecuación general de la elipse**

$$x^2 + Ax + By + F = 0, \text{ Si } A \text{ y } B \text{ son del mismo signo}$$

Planteamiento del problema

Un estadio tiene una forma elíptica con un eje mayor de 220 m y un eje menor de 140 m. El equipo de diseño necesita calcular los focos de la elipse para colocar dos focos que iluminen el estadio de forma uniforme. ¿Cómo puede determinar las posiciones de los focos y justificar su utilidad?



**P.L.M.**

Relación lógica entre conocimientos empíricos y la matemática. Analiza y busca la relación matemática con objetos abstractos.

Fase 2 del ABP

	<p><b>P.L.M.</b> Transformación del lenguaje coloquial a lenguaje matemático.</p> <p><b>P.L.M.</b> Uso del razonamiento lógico y juicio crítico</p>	<p>Dividir a la clase en grupos pequeños de 3 a 4 integrantes para solucionar el problema planteado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Crear una lluvia de ideas en cada grupo para la solución del problema.</li> <li>• Clasificar las ideas y analizar cómo pueden ayudar en la resolución del problema.</li> <li>• Orientar a los grupos con que los focos están en <math>(\pm c, 0)</math> y para obtenerlo se necesita de: <math display="block">c = \sqrt{a^2 - b^2}</math> </li> <li>• Dibujar la elipse en un plano cartesiano con sus respectivos elementos</li> </ul> <p><b>CONSOLIDACIÓN</b></p> <p>Los estudiantes solucionan el problema explicando</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Valores obtenidos, cómo solucionaron el problema, las fórmulas ocupadas y cómo definen individualmente a una elipse.</li> <li>• La gráfica realizada y como la elaboraron (coordenadas de los vértices, focos, etc.)</li> <li>• Resumir conceptos claves de la cónica y preguntar a los estudiantes dónde y cómo podrían aplicar la elipse en la vida diaria.</li> </ul>	<p>Fase 3 del ABP</p> <p>Fase 4 y 5 del ABP</p> <p>Fase 6 del ABP</p> <p>Fase 7 del ABP</p>
<b>SEMANA 3</b>			
<p><b>M.5.2.17.</b> Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas (por ejemplo, en física: órbitas planetarias, tiro parabólico, etc.), identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.</p>	<p><b>I.M.5.6.2.</b> Realiza operaciones en el espacio vectorial <math>R^2</math>; calcula la distancia entre dos puntos, el módulo y la dirección de un vector; reconoce cuando dos vectores son ortogonales; y aplica este conocimiento en problemas físicos, apoyado en las TIC. (I.3.)</p>	<p style="text-align: center;"><b>LA PARÁBOLA</b></p> <p>Saludo de bienvenida</p> <p>Registro de asistencia</p> <p>Exposición del objetivo de clase:</p> <p><b>Objetivo:</b> Comprender las propiedades y ecuaciones canónicas de la parábola en contextos reales.</p> <p><b>ANTICIPACIÓN</b></p> <p>Relacionar el tema con experiencias previas y generar interés.</p>	<p><b>Técnica</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observación</li> <li>• Interrogatorio</li> <li>• Análisis de desempeño</li> </ul> <p><b>Instrumento</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Registro Anecdótico</li> <li>• Cuestionario</li> <li>• Lista de cotejo</li> </ul>

**P.L.M.**  
 Activación de conocimientos empíricos y/o previos, relaciona lo que ya conoce con lo que va a conocer.

**P.L.M.**  
 Relación lógica entre conocimientos empíricos y la matemática. Analiza y busca la relación matemática con objetos abstractos.

Preguntas iniciales:

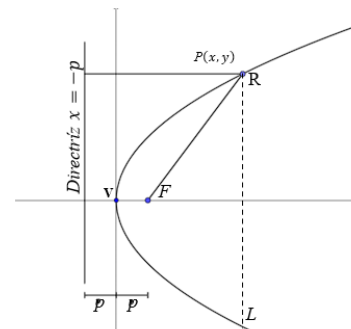
¿Cómo definirían a una parábola?

¿Dónde han observado una parábola?

**CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO**

Explorar conocimientos previos y aclarar ideas básicas.

**Definición de una parábola:** lugar geométrico de todos los puntos de un plano que tienen una distancia igual a una recta fija, denominada directriz, y a un punto fijo, llamado foco.



Definición de los elementos de una circunferencia: Eje focal, vértice, Foco, entre otros.

Relacionar la parábola en contextos reales

Ecuaciones de la parábola

**Ecuación canónica con vértice en el origen y eje de simetría y:**

$$4px = y^2$$

**Ecuación canónica con vértice en el origen y eje de simetría x:**

$$4py = x^2$$

**Ecuación canónica con vértice en (h, k) y eje focal paralelo al eje y:**

Fase 1 del ABP

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

**Ecuación canónica con vértice en  $(h, k)$  y eje focal paralelo al eje  $x$ :**

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

**Ecuación general de la parábola con eje de simetría  $y$**

$$x^2 + Ax + By + F = 0, \quad A \neq 0$$

**Ecuación general de la parábola con eje de simetría  $x$**

$$y^2 + Ax + By + F = 0, \quad A \neq 0$$

Planteamiento del problema

La iglesia de la Catedral diseñó sus puertas en forma de parábola, sin embargo, quieren colocar un foco que ilumine uniformemente toda la puerta principal. Si la puerta tiene un ancho de 6 m y una altura de 4 metros desde el vértice, ¿Qué elemento de la parábola necesitan conocer para colocar el foco y cómo determinarían la ecuación de la parábola junto a la posición del foco?



Dividir a la clase en grupos pequeños de 3 a 4 integrantes para solucionar el problema planteado:

- Crear una lluvia de ideas en cada grupo para la solución del problema.
- Brindar a los grupos términos y conceptos claves para la solución del problema (posición del vértice, elemento que deben encontrar para la posición del foco)

**P.L.M.**

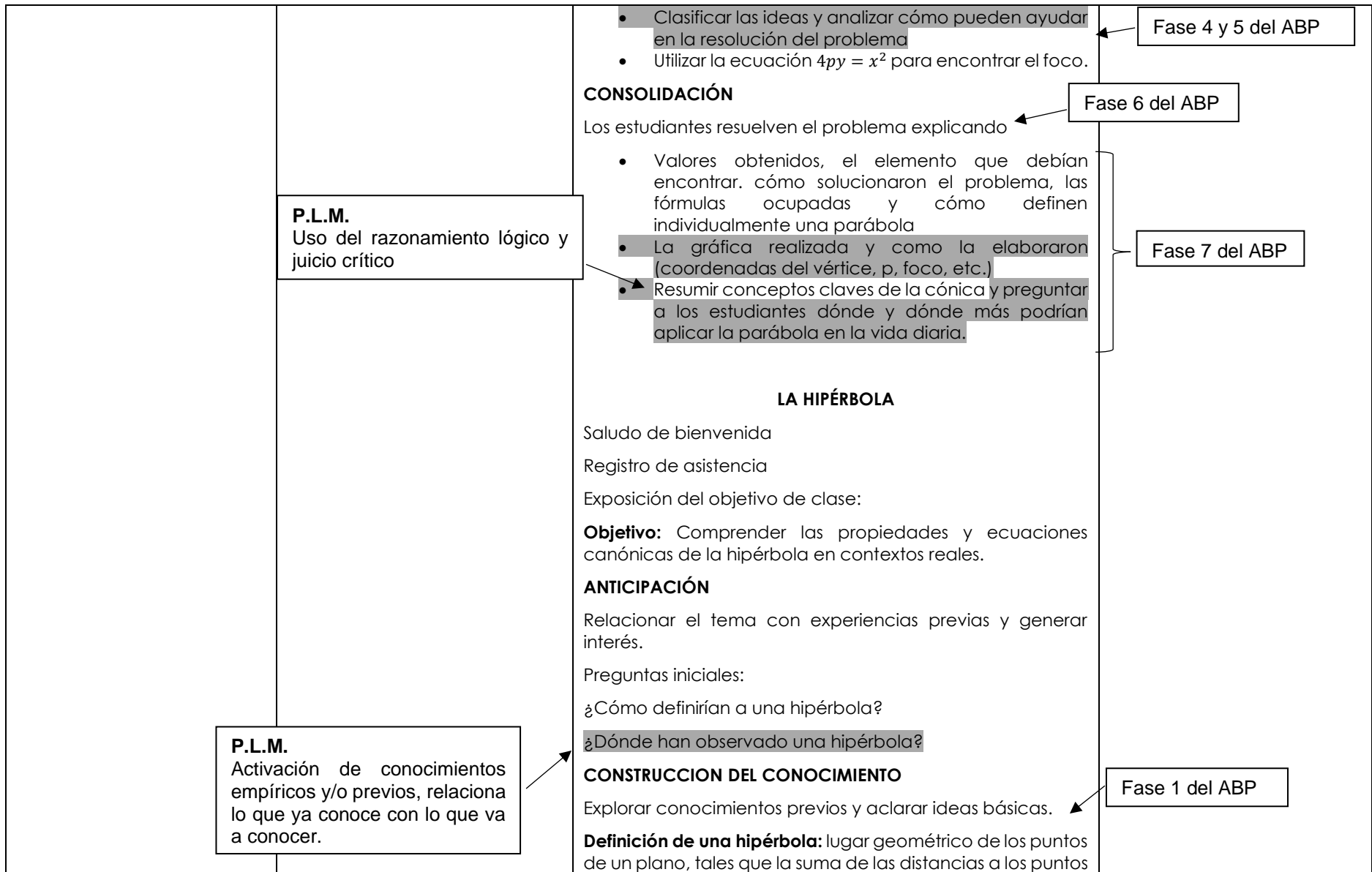
Relación lógica entre conocimientos empíricos y la matemática. Analiza y busca la relación matemática con objetos abstractos.

**P.L.M.**

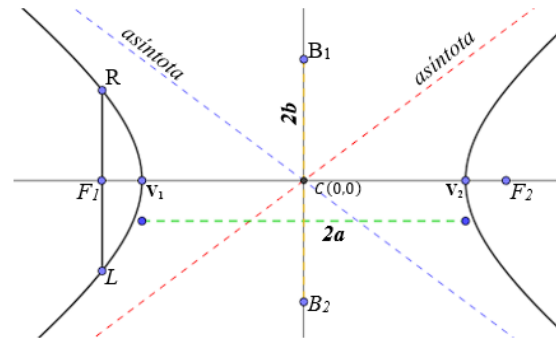
Transformación del lenguaje coloquial a lenguaje matemático.

Fase 2 del ABP

Fase 3 del ABP



fijos denominados focos ( $F_1$  y  $F_2$ ) no cambia. Así, tenemos que un punto cualesquiera  $P(x, y)$  pertenece a la hipérbola si  $d(P, F_1) - d(P, F_2) = 2a$  en donde  $a$  es un número real positivo.



Definición de los elementos de una elipse: Centro, vértices, Focos, entre otros.

Ecuaciones de la hipérbola.

**Ecuación canónica con centro en el origen y eje focal  $x$ :**

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

**Ecuación canónica con vértice en el origen y eje focal  $y$ :**

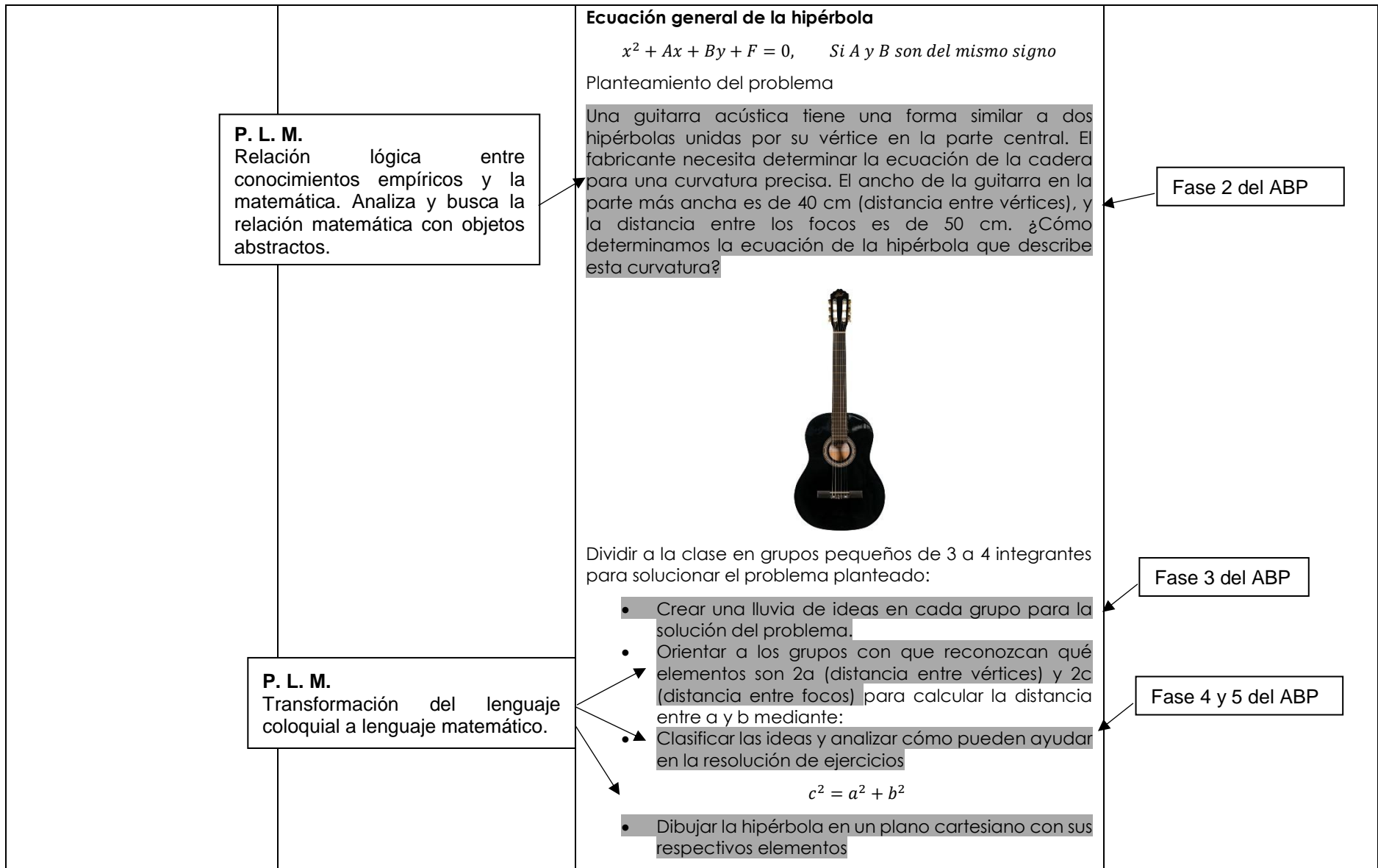
$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

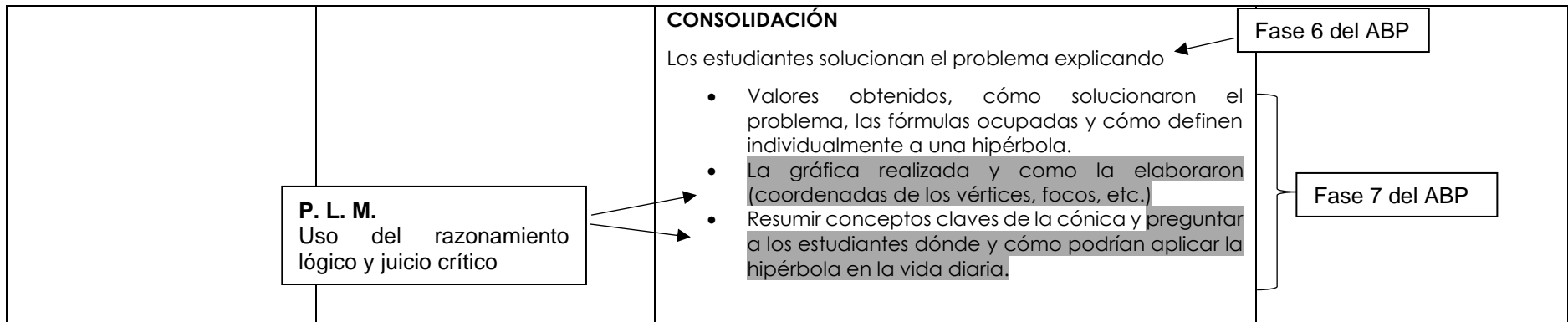
**Ecuación canónica con vértice en  $(h, k)$  y eje de simetría paralelo al eje  $x$**

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1, \text{ donde } a, b, c > 0; c > a$$

**Ecuación canónica con centro en  $(h, k)$  y eje de simetría paralelo al eje  $x$**

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} + \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1, \text{ donde } a, b, c > 0; c > a$$






---

**Docente.**

**Nombre:** Anthony Becerra



# TEMA: CÓNICAS

## **Objetivo:**

Valorar, sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, la vinculación de los conocimientos matemáticos con los de otras disciplinas científicas, para así plantear soluciones a problemas de la realidad basadas en las cónicas y contribuir al desarrollo del entorno social y natural . (Ref. O.M.5.5.)

## **Destrezas:**

M.5.2.16. Describir la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola como lugares geométricos en el plano.

M.5.2.17. Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas

(por ejemplo, en física: órbitas planetarias, tiro parabólico, etc.), identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.

# DESARROLLO

## CÓNICAS

**Objetivo de clase:** Comprender las propiedades de la circunferencia, parábola, elipse e hipérbola e identificarlas como lugares geométricos mediante su definición y en contextos reales a través de sus características.

### FASE DE ANTICIPACIÓN

Cuando pasan por la Puerta de la Ciudad y cruzan por debajo del puente, ¿A qué figura geométrica creen que se asemeja su forma? Qué me dicen de un reloj de pared, ¿qué figura geométrica observan alrededor de él? ¿Tal vez en el contorno de una moneda observan alguna forma geométrica?

¿En el entorno del estadio Reina del Cisne, observan alguna figura geométrica?

Al igual que en los ejemplos anteriores, ¿En qué otros lugares creen que se ven estas formas?

¿Qué saben sobre las cónicas?

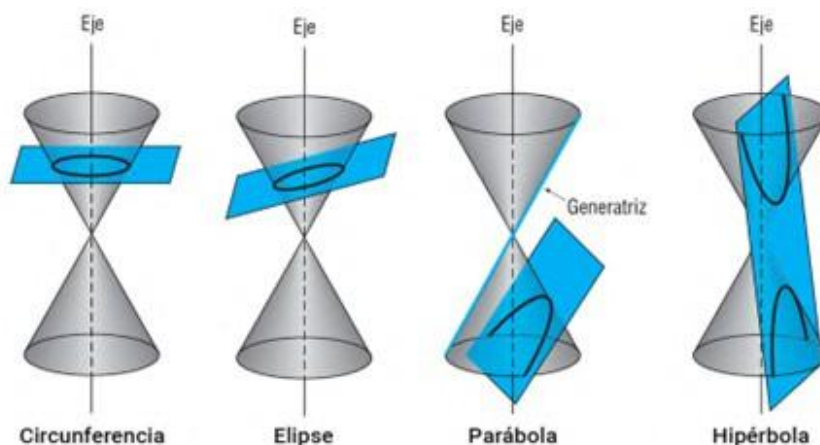


## FASE DE CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

### Contenido

Las cónicas son curvas que se general por un corte que se ha realizado en un cono circular recto con un plano el cual no pasa por el vértice del primero. Estas curvas dependiendo del corte que se realice, pueden llegar a generarse cuatro:

- **Circunferencia:** Cuando el plano es perpendicular al eje del cono.
- **Parábola:** Cuando el plano es paralelo a la generatriz.
- **Elipse:** El corte del plano debe ser oblicuo a la base del cono.
- **Hipérbola:** El plano debe cortar ambas secciones del cono.



### Ecuación general de una cónica:

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

### Elementos que puede tener una Cónica

- **Focos:** Puntos fijos a partir de los cuales se define la curva.
- **Vértices:** Intersección de la curva con los ejes.
- **Ejes mayor:** Segmento de la recta que contiene a los focos.
- **Eje menor:** Sobre la perpendicular al eje mayor por el centro de la curva.

Lugares Observables:



## Actividad

### Se plantea la siguiente situación problemática

En la ciudad de Loja están planificando construir nuevas calles para que los automóviles puedan transitar fácilmente, las formas que se han propuesto son: en forma de circunferencia para ir por diferentes direcciones con menor recorrido, en forma de elipse para ir en diferentes direcciones, pero con mayor recorrido, en forma de parábola para dirigirse en dos direcciones y, en forma de hipérbola para ir en 2 direcciones diferentes, una de ida y otra de vuelta, la una frente a otra. Desde su perspectiva ¿Cuál de estas formas creen que sería la más adecuada para que los automóviles transiten de manera segura y rápida?



- Dividir a la clase en grupos pequeños de 3 a 4 integrantes para solucionar el problema planteado

- Crear una lluvia de ideas en cada grupo sobre las cónicas que podrían servir para el problema

- **Clasificar las ideas y analizar cuál ayudaría en la solución**
- **Dibujar la o las cónicas que consideren apropiadas**

### CONSOLIDACIÓN

Poner en práctica los conceptos aprendidos.

Cada grupo presentará y explicará la solución que ha propuesto para el problema:

- La cónica elegida.
- Por qué eligió esa cónica y el concepto individual con la que la comprenden.
- ¿Cómo utilizarían la cónica en las nuevas carreteras? Hacia qué dirección iría cada automóvil

# CIRCUNFERENCIA

**Objetivo de clase:** Comprender las propiedades y ecuaciones canónicas de la circunferencia en contextos reales.

## FASE DE ANTICIPACIÓN

¿Cómo definirían a una circunferencia?

¿Dónde han observado una circunferencia?

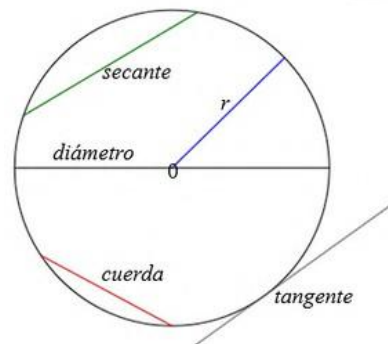
¿Es posible encontrar una circunferencia en un reloj?

## FASE DE CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

### Contenido:

La circunferencia es el lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal forma que la distancia a un punto fijo permanece constante. El punto fijo se denomina centro de la circunferencia y la distancia fija, radio de la circunferencia ( $r$ ).

- **Centro (C):** Punto interior equidistante a los puntos de la circunferencia.
- **Radio (r):** Segmento de medida constante que une el centro de la circunferencia con cualquier punto de ella.
- **Cuerda:** Segmento interno de la circunferencia que une dos puntos de ella.
- **Diámetro (d):** Es el doble del radio. Para por el centro de la circunferencia.
- **Tangente:** Recta que intersecta un solo punto de la circunferencia
- **Secante:** Recta que corta la circunferencia e intersecta dos puntos de ella.



**Enlace gráfica con la herramienta  
GeoGebra**

<https://www.geogebra.org/classic/fk9zqvm2>



## Lugares Observables:



## ECUACIONES DE LA CIRCUNFERENCIA

Ecuación canónica con centro en el origen

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Ecuación canónica con centro en (h,k)

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Ecuación general

$$A^2 + B^2 - 4C > 0$$

## Actividad 1

### Se plantea la siguiente situación problemática

En un parque existe la siguiente rueda que tiene un radio desconocido, sin embargo, se sabe que su área es de 1.57 m<sup>2</sup>, ¿Cómo determinarían el radio y perímetro de la rueda utilizando la ecuación canónica de la circunferencia?



- Dividir a la clase en grupos pequeños de 3 a 4 integrantes para solucionar el problema planteado

- ♦ **Crear una lluvia de ideas en cada grupo para la solución del problema.**
- ♦ **Dibujar la circunferencia en un plano cartesiano**
- ♦ **Brindar a los grupos términos y conceptos claves para la solución del problema**

Relacionar el problema dado inicialmente con la fórmula del área de una circunferencia

$$\text{Área} = \pi r^2$$

### FASE DE CONSOLIDACIÓN

Poner en práctica los conceptos aprendidos.

Los estudiantes resuelven el problema explicando

- Valores obtenidos, cómo solucionaron el problema, las fórmulas ocupadas y cómo definen individualmente a una circunferencia
- ♦ **La gráfica realizada y como la elaboraron (medidas del radio, área, etc.)**
- ♦ **Resumir conceptos claves de la cónica y preguntar a los estudiantes dónde y cómo podrían aplicar la circunferencia en la vida diaria**

**Enlace problema con herramienta GeoGebra**

<https://www.geogebra.org/classic/pssfcenu>



# ELIPSE

**Objetivo de clase:** Comprender las propiedades y ecuaciones canónicas de la elipse en contextos reales.

## FASE DE ANTICIPACIÓN

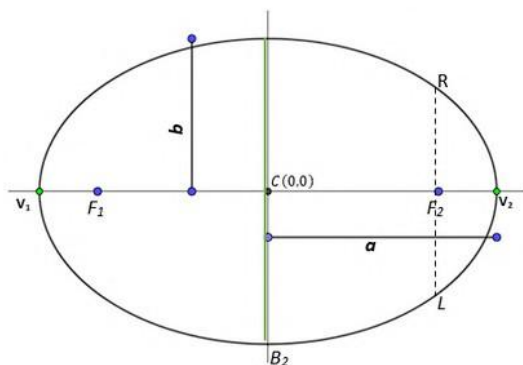
¿Dónde han observado una elipse?

¿Cómo definirían a una elipse?

## FASE DE CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

### Contenido:

La elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de las distancias a dos puntos fijos llamados focos, es una constante igual a  $2a$  y esa constante es mayor que la distancia entre los focos llamada  $2c$ .



Enlace gráfica con herramienta

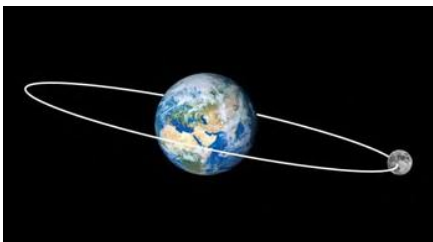
GeoGebra:

<https://www.geogebra.org/classic/>

[k6fcymg8](https://www.geogebra.org/m/k6fcymg8)

- **Centro:** Punto de intersección de los ejes que unen los focos.
- **Vértices:** Puntos de intersección de la cónica con los ejes. ( $v_1$  y  $v_2$ )
- **Focos:** Puntos fijos de la elipse. ( $F_1$  y  $F_2$ )
- **Eje Focal:** Recta que pasa por los focos.
- **Eje normal o secundario:** Recta perpendicular al eje de simetría.
- **Eje mayor:** Segmento más largo de la elipse. Une los vértices ( $v_1$  y  $v_2$ ) denominado también  $2a$ .
- **Eje menor:** Segmento más pequeño de la elipse. Une los puntos ( $B_1$  y  $B_2$ ) denominado también  $2b$ .
- **Lado Recto:** Segmento de recta paralela al eje menor que pasa por uno de los focos y une dos puntos cualesquiera de la cónica

## Lugares Observables:



**Ecuación canónica con centro en el origen y eje focal x**

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a \text{ tiene el valor mayor en la ecuación}$$

**Ecuación canónica con centro en el origen y eje focal y**

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

**Ecuación canónica con centro en (h,k) y eje de simetría paralelo al eje**

**X**

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

**Ecuación canónica con centro en (h,k) y eje de simetría paralelo al eje**

**Y**

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1, a > b > 0$$

## Actividad

Se plantea la siguiente situación problemática

Un estadio tiene una forma elíptica con un eje mayor de 220 m y un eje menor de 140 m. El equipo de diseño necesita calcular los focos de la elipse para colocar dos focos que iluminen el estadio de forma uniforme. ¿Cómo puede determinar las posiciones de los focos y justificar su utilidad?



-Dividir a la clase en grupos pequeños de 3 a 4 integrantes para solucionar el problema planteado:

- ♦ **Crear una lluvia de ideas en cada grupo para la solución del problema.**
- ♦ Orientar a los grupos con que los focos están en y para obtenerlo se necesita de:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

- ♦ **Dibujar la elipse en un plano cartesiano con sus respectivos elementos**

### FASE DE CONSOLIDACIÓN

Poner en práctica los conceptos aprendidos.

Los estudiantes resuelven el problema explicando

- Valores obtenidos, cómo solucionaron el problema, las fórmulas ocupadas y cómo definen individualmente a una elipse
- ♦ **La gráfica realizada y como la elaboraron (coordenadas de los vértices, focos, etc.)**
- ♦ **Resumir conceptos claves de la cónica y preguntar a los estudiantes dónde y cómo podrían aplicar la elipse en la vida diaria**

**Enlace problema con herramienta GeoGebra**

<https://www.geogebra.org/classic/vfc7uz9k>

# PARÁBOLA

**Objetivo de clase:** Comprender las propiedades y ecuaciones canónicas de la parábola en contextos reales.

## FASE DE ANTICIPACIÓN

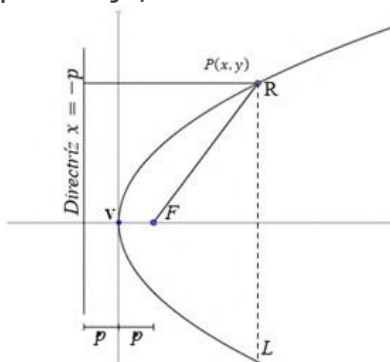
¿Dónde han observado una parábola?

¿Cómo definirían a una parábola?

## FASE DE CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

### Contenido:

La parábola es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano que tienen una distancia igual a una recta fija, denominada directriz, y a un punto fijo, llamado foco.



Enlace gráfica con herramienta  
GeoGebra

<https://www.geogebra.org/classic/e7rvdc2>

- **Eje focal:** Recta que pasa por el foco e intersecta perpendicularmente a la directriz.
- **Directriz:** Recta cuya distancia a cualquier punto de la parábola es equidistante a la distancia de ese mismo punto al foco.
- **Vértice:** Punto en el que se une la parábola con el eje focal
- **Foco:** Punto fijo que se encuentra sobre el eje de simetría
- **Lado recto:** Cuerda paralela a la directriz que pasa por el foco, su distancia es  $|4p|$
- **Parámetro:** Distancia que existe entre el vértice y el foco y es igual a la distancia entre el vértice y la directriz.

**Lugares Observables:**



**Ecuación canónica con vértice en el origen y eje de simetría x**

$$4py = x^2$$

**Ecuación canónica con vértice en el origen y eje de simetría y**

$$4px = y^2$$

**Ecuación canónica con vértice en (h,k) y eje de simetría paralelo al eje x**

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

**Ecuación canónica con vértice en (h,k) y eje de simetría paralelo al eje y**

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

**Ecuación general de la parábola con eje de simetría x**

$$y^2 + Ax + By + F = 0, \quad A \neq 0$$

**Ecuación general de la parábola con eje de simetría y**

$$x^2 + Ax + By + F = 0, \quad A \neq 0$$



## Actividad

Se plantea la siguiente situación problemática

La iglesia de la Catedral diseñó sus puertas en forma de parábola, sin embargo, quieren colocar un foco que ilumine uniformemente toda la puerta principal. Si la puerta tiene un ancho de 6 m y una altura de 4 metros desde el vértice, ¿Qué elemento de la parábola necesitan conocer para colocar el foco y cómo determinarían la ecuación de la parábola junto a la posición del foco?



-Dividir a la clase en grupos pequeños de 3 a 4 integrantes para solucionar el problema planteado:

- Transformación del lenguaje coloquial a lenguaje matemático.
- Crear una lluvia de ideas en cada grupo para la solución del problema.
- Brindar a los grupos términos y conceptos claves para la solución del problema (posición del vértice, elemento que deben encontrar para la posición del foco)
- Utilizar la ecuación  $4py = x^2$  para encontrar el foco.

### FASE DE CONSOLIDACIÓN

Poner en práctica los conceptos aprendidos.

Los estudiantes resuelven el problema explicando

- Valores obtenidos, cómo solucionaron el problema, las fórmulas ocupadas y cómo definen individualmente a una elipse
- **La gráfica realizada y como la elaboraron (coordenadas del vértice, p, foco, etc.)**
- **Resumir conceptos claves de la cónica y preguntar a los estudiantes dónde y dónde más podrían aplicar la parábola en la vida diaria.**

**Enlace problema con herramienta GeoGebra**

<https://www.geogebra.org/classic/mf9tx8c3>

# HIPÉRBOLA

**Objetivo de clase:** Comprender las propiedades y ecuaciones canónicas de la hipérbola en contextos reales.

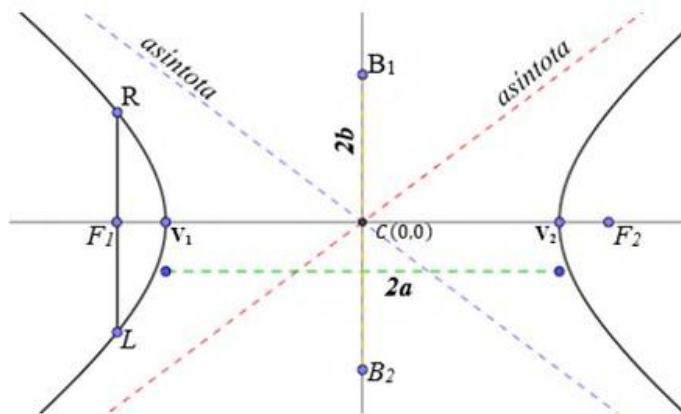
## FASE DE ANTICIPACIÓN

¿Dónde han observado una hipérbola?  
¿Cómo definirían a una hipérbola?

## FASE DE CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

### Contenido:

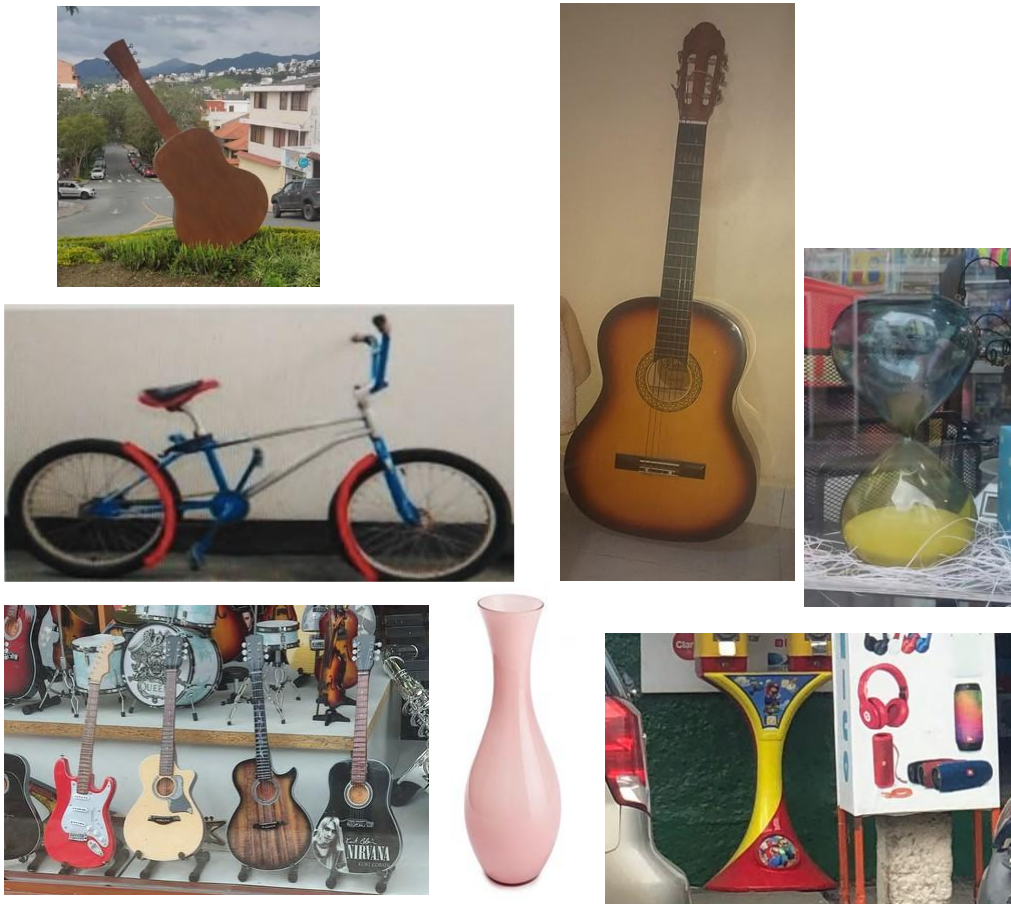
La hipérbola es el lugar geométrico de los puntos de un plano, tales que la suma de las distancias a los puntos fijos denominados focos ( $F_1$  y  $F_2$ ) no cambia. Así, tenemos que un punto cualesquiera  $P(x, y)$  pertenece a la hipérbola si  $d(P, F_1) - d(P, F_2) = 2a$  en donde  $a$  es un número real positivo.



Enlace gráfica con  
herramienta GeoGebra  
<https://www.geogebra.org/cl/assic/h6j3bqcm>

- **Centro:** Punto de intersección de los ejes ( $C$ ).
- **Vértices:** Puntos de intersección de la cónica ( $V_1$  y  $V_2$ ).
- **Focos:** Puntos fijos sobre el eje de simetría de la hipérbola ( $F_1$  y  $F_2$ ).
- **Asíntotas:** Rectas que se acercan a la hipérbola sin tocarla  
 $y = (b/a)x$  ;  $y = (-b/a)x$ .
- **Eje Focal:** Recta que pasa por los focos.
- **Eje normal:** Recta perpendicular al eje de simetría.
- **Eje conjugado:** Segmento perpendicular al eje transverso. Su distancia es  $2b$ .
- **Eje transverso:** Segmento que une los puntos  $V_1$  y  $V_2$  de la hipérbola. Su distancia es  $2a$ .
- **Lado Recto:** Segmento de recta que pasa por uno de los focos y une dos puntos cualesquiera de la cónica.

## Lugares Observables:



**Ecuación canónica con vértice en el origen y eje focal x**

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

**Ecuación canónica con vértice en el origen y eje focal y**

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

**Ecuación canónica con vértice en (h,k) y eje focal paralelo al eje x**

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1, \text{ donde } a, b, c > 0; c > a$$

**Ecuación canónica con vértice en (h,k) y eje focal paralelo al eje y**

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1, \text{ donde } a, b, c > 0; c > a$$

**Ecuación general de la hipérbola**

$$x^2 + Ax + By + F = 0, \text{ Si } A \text{ y } B \text{ son del mismo signo}$$



## Actividad

Se plantea la siguiente situación problemática

Una guitarra acústica tiene una forma similar a dos hipérbolas unidas por su vértice en la parte central. El fabricante necesita determinar la ecuación de la cadera para una curvatura precisa. El ancho de la guitarra en la parte más ancha es de 40 cm (distancia entre vértices), y la distancia entre los focos es de 50 cm. ¿Cómo determinamos la ecuación de la hipérbola que describe esta curvatura?



-Dividir a la clase en grupos pequeños de 3 a 4 integrantes para solucionar el problema planteado:

- Transformación del lenguaje coloquial a lenguaje matemático.
- Crear una lluvia de ideas en cada grupo para la solución del problema.
- Orientar a los grupos con que reconozcan qué elementos son  $2a$  (distancia entre vértices) y  $2c$  (distancia entre focos) para calcular la distancia entre  $a$  y  $b$  mediante:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

- Dibujar la hipérbola en un plano cartesiano con sus respectivos elementos

### FASE DE CONSOLIDACIÓN

Poner en práctica los conceptos aprendidos.

Los estudiantes resuelven el problema explicando

- Valores obtenidos, cómo solucionaron el problema, las fórmulas ocupadas y cómo definen individualmente a una elipse
- La gráfica realizada y como la elaboraron (coordenadas de los vértices, focos, etc.)
- Resumir conceptos claves de la cónica y preguntar a los estudiantes dónde y cómo podrían aplicar la hipérbola en la vida diaria

Enlace problema con herramienta GeoGebra

<https://www.geogebra.org/classic/rhwmqvep>

## EVALUACIÓN

Para evaluar la comprensión de la temática se realizarán grupos de máximo 5 donde realizarán una maqueta en la que consten las cuatro cónicas. La maqueta será elaborada con estructuras y lugares reales que el/los estudiantes hayan observado. Además de eso, los estudiantes escogerán mínimo dos de las cuatro cónicas y recrearán mediciones a escala para identificar el nombre y posición de sus elementos con el fin de exponerlos frente a la clase. **La evaluación se realizará con la siguiente rúbrica:**

Criterios	Excelente (2)	Bueno (1.5)	Satisfactorio (1)	Insuficiente (0.5)
<b>Investigación y comprensión teórica</b>	Demuestra comprensión completa y detallada de las cuatro cónicas (elipse, hipérbola, parábola y círculo), incluyendo sus propiedades, ecuaciones y aplicaciones.	Demuestra comprensión adecuada de las cónicas, pero con algunos aspectos incompletos o imprecisos.	Demuestra comprensión parcial de las cónicas, con varias imprecisiones o falta de detalles clave.	No demuestra comprensión adecuada de las cónicas o hay confusión entre ellas.
<b>Selección y aplicación de las cónicas</b>	Escoge al menos dos cónicas, aplicando correctamente las propiedades y características en la recreación a escala.	Escoge dos cónicas, pero con algunos errores en la aplicación de sus propiedades.	Escoge menos de dos cónicas o presenta errores notables en la aplicación de las propiedades.	No escoge las cónicas adecuadas o no se muestra comprensión en su aplicación.
<b>Creatividad y presentación de la maqueta</b>	La maqueta es detallada, bien estructurada, con materiales bien escogidos y que reflejan de manera precisa las cónicas observadas en estructuras y lugares reales.	La maqueta es clara y bien estructurada, aunque puede tener detalles faltantes o ser menos precisa en la representación de las cónicas reales.	La maqueta está incompleta o tiene errores evidentes en la representación de las cónicas observadas.	La maqueta es incompleta, desorganizada o no refleja de manera adecuada las cónicas observadas.

<b>Exposición y presentación oral</b>	La exposición es clara, bien estructurada y muestra una comprensión profunda de las cónicas. Responde de manera precisa y con confianza a preguntas del público.	La exposición es clara y coherente, aunque puede tener algunos momentos de duda o falta de detalle. Responde adecuadamente a preguntas del público.	La exposición es confusa o desorganizada, y presenta dudas o falta de claridad al responder preguntas.	La exposición es incompleta o muy confusa, con dificultades al responder preguntas del público.
<b>Trabajo en equipo y colaboración</b>	El equipo trabaja de manera excepcionalmente colaborativa, distribuyendo tareas de manera equitativa y apoyándose mutuamente durante todo el proceso.	El equipo trabaja bien en conjunto, aunque en ocasiones la distribución de tareas no fue completamente equitativa.	El equipo tiene algunas dificultades para trabajar en conjunto o la distribución de tareas no fue clara.	El equipo presenta problemas significativos de comunicación o de distribución de tareas.

### Observaciones adicionales

- Se valorará la calidad y la precisión del trabajo, pero también la creatividad en la elección de estructuras y lugares reales para la representación de las cónicas.
- La exposición debe incluir una explicación clara de cómo cada cónica es representada en la maqueta y la forma en que se aplican sus propiedades en el mundo real.

# Resultados Esperados

Con la presente Guía Didáctica centrada en la enseñanza de cónicas para el desarrollo del pensamiento lógico matemático se espera:

- Que el estudiante desarrolle y fortalezca su pensamiento lógico matemático, que no vea a la Matemática como una asignatura aburrida o complicada donde se necesite conocer ciertos algoritmos para solucionar ejercicios sino todo lo contrario, que se interese y la vea de forma entretenida, razone sobre cómo funciona esta área en su entorno ya que es en la vida real donde las aplicaciones de toda la Matemática se observan. El estudiante debe estar en la capacidad de poder identificar y razonar sobre el funcionamiento y el rol que cumplen las cónicas en el entorno.
- Mejorar la práctica docente de las instituciones educativas a través de la adecuada implementación del ABP en sus clases para que sea el estudiante quien tenga un rol activo en su aprendizaje y el docente, con los conocimientos y la experiencia que lo caracteriza, esté en la capacidad de guiar al estudiante en la solución de problemas contextualizados con el fin de ayudar a fortalecer el pensamiento lógico matemático de sus estudiantes.

# Bibliografía

- Aguilar, J., Andrade, O., Ávila, F., Castillo, M., y Galaz, V. (2019). Aprendizaje basado en problemas a través de la plataforma Moodle para desarrollar el pensamiento lógico-matemático. Cosfac. [Archivo PDF]. [https://cosfac.sems.gob.mx/Proyectos\\_apoyados/Art%C3%ADculos\\_ejercicio\\_2019/DGETAyCM/150.19-P03.pdf](https://cosfac.sems.gob.mx/Proyectos_apoyados/Art%C3%ADculos_ejercicio_2019/DGETAyCM/150.19-P03.pdf)
- Cadena, V., y Nuñez, A. (2020). ABP: Estrategia didáctica en las matemáticas. 593 Digital Publisher CEIT, 5(1), 69-77. <https://doi.org/10.33386/593dp.2020.1.184>
- Ministerio de Educación (2016). Libro de Matemática del Segundo Año de Bachillerato General Unificado. [Archivo PDF]. [https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/curriculo/Matematica/Matematica\\_BGU\\_2.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/curriculo/Matematica/Matematica_BGU_2.pdf)

## Anexo 2

Bitácora de búsqueda

Enseñanza Aprendizaje De Geometría Analítica										
Fecha	Motor De Búsqueda	Ecuación De Búsqueda	Número Total De Resultados	Título De Los Resultados Más Relevantes	Año	Autor	Enlace		Tipo De Documento	Nombre Con El Que Se Descargó
							Original	Rectorado		
27/9/2024	Google Académico	"Geometría analítica"	11 700	Procedimientos De Estudiantes Egresados De Bachillerato Al Resolver Un Problema De Geometría Analítica	2024	López, Aparicio y Sosa	<a href="http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol36/1/04_REM_36-1.pdf">http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol36/1/04_REM_36-1.pdf</a>		Artículo	Procedimientos De Estudiantes Egresados De Bachillerato Al Resolver Un Problema De Geometría Analítica
				Conocimiento Matemático Para La Enseñanza De Geometría Analítica En Futuros Profesores	2020	Virginia y Sgreccia	<a href="https://www.scielo.org.ar/scielo.php?pid=S1850-66662020000100001&amp;script=sci_arttext">https://www.scielo.org.ar/scielo.php?pid=S1850-66662020000100001&amp;script=sci_arttext</a>		Artículo	Conocimiento Matemático Para La Enseñanza De Geometría Analítica En Futuros Profesores
				Introducción A La Geometría Analítica	2021	Cotrina y Escudero	<a href="https://hdl.handle.net/11354/3031">https://hdl.handle.net/11354/3031</a>		Libro	Introducción A La Geometría Analítica
30/9/2024	Google Académico	"geometría analítica" TITLE	1.640	La Génesis Histórica De La Geometría Analítica Y La Enseñanza En	2016	Colombo Rojas, Emmanuel, Llanos,	<a href="https://ri.conicet.gov.ar/handle/11336/181111?show=full">https://ri.conicet.gov.ar/handle/11336/181111?show=full</a>		Artículo	La Génesis Histórica De La Geometría Analítica Y La Enseñanza En

				La Escuela Secundaria		Viviana Carolina , Otero, Maria Rita				La Escuela Secundaria
				Aulas Abiertas Una Estrategia Para Aprender Trigonometría Y Geometría Analítica	2018	Andrea Damaris Hernández Allauca y Sandra Elizabeth Tenelanda Cudco	<a href="https://www.umed.net/rev/atlante/2018/02/aprender-trigonometria-geometria.html">https://www.umed.net/rev/atlante/2018/02/aprender-trigonometria-geometria.html</a>		Artículo	Aulas Abiertas Una Estrategia Para Aprender Trigonometría Y Geometría Analítica
				Elementos Básicos De Geometría Analítica Para Economía	2017	Salazar, Joel y Washburn, Christian	<a href="https://repositorio.cidecuador.org/bitstream/123456789/58/1/Elementos%20Basicos%20de%20Geometria%20Analitica%20para%20Economia.pdf">https://repositorio.cidecuador.org/bitstream/123456789/58/1/Elementos%20Basicos%20de%20Geometria%20Analitica%20para%20Economia.pdf</a>		Libro	Elementos Básicos De Geometría Analítica Para Economía
				Geometría Analítica Universitaria	2023	Yam Gamboa , Joel Omar Palacios Ramirez , Maria	<a href="http://hdl.handle.net/20.500.12249/3981">http://hdl.handle.net/20.500.12249/3981</a>		Libro	Geometría Analítica Universitaria

					Norma Luna Castellanos, Abraham				
				2021	Sandoval, Gismary Jerez, Juan	<a href="https://www.revistas.unp.edu.ar/index.php/rediunp/article/view/191">https://www.revistas.unp.edu.ar/index.php/rediunp/article/view/191</a>		Artículo	La Enseñanza De La Geometría Analítica En Estudiantes De Ingeniería Civil
				2016	Emmanuel Colombo Rojas, Viviana Carolina Llanos y María Rita Otero	<a href="https://ri.conicet.gov.ar/bitstream/handle/11336/181111/CONICET_Digital_Nro.d71284e9-2ae0-4a19-bf6f-d86f5c8e3e99_B.pdf?sequence=2&amp;isAllowed=y">https://ri.conicet.gov.ar/bitstream/handle/11336/181111/CONICET_Digital_Nro.d71284e9-2ae0-4a19-bf6f-d86f5c8e3e99_B.pdf?sequence=2&amp;isAllowed=y</a>		Artículo	La Génesis Histórica De La Geometría Analítica Y La Enseñanza En La Escuela Secundaria
		"Cónicas" TITLE	663	2017	CARMEN JACQUELINE BRITO OCHOA	<a href="https://www.dspace.espolec.edu.ec/handle/123456789/42476">https://www.dspace.espolec.edu.ec/handle/123456789/42476</a>		Tesis de maestría	Laboratorio De Material Concreto Aplicado A Cónicas En Clases De Refuerzo Para Estudiantes De Tercero Bachillerato, Sin Necesidades Especiales, En Una



				Sin Necesidades Especiales, En Una Unidad Educativa De Guayaquil				Unidad Educativa De Guayaquil	
				Aplicación De Las Leyes De Kepler Como Alternativa Pedagógica Para La Enseñanza De Las Secciones Cónicas	2016	HUMBERTO BARRIOS PEÑA	<a href="https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/57199?show=full">https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/57199?show=full</a>	Tesis de maestría	Aplicación De Las Leyes De Kepler Como Alternativa Pedagógica Para La Enseñanza De Las Secciones Cónicas
				Diseño E Implementación De Guía Didáctica Y Evaluación Formativa En La Enseñanza De Secciones Cónicas, En Los Estudiantes De Tercero De Bachillerato, De Una Unidad Educativa De La Ciudad De Quevedo	2017	IRIS ARACELY CASTILLO PLAZA	<a href="https://www.dspace.espol.edu.ec/handle/123456789/38593?mode=full">https://www.dspace.espol.edu.ec/handle/123456789/38593?mode=full</a>	Tesis de maestría	Diseño E Implementación De Guía Didáctica Y Evaluación Formativa En La Enseñanza De Secciones Cónicas, En Los Estudiantes De Tercero De Bachillerato, De Una Unidad Educativa De La Ciudad De Quevedo

			Geogebra En El Principio De Las Cónicas (Elipse): Esferas De Dandelin	2016	María Guadalupe Pérez Rivera	<a href="https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5377686">https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5377686</a>		Artículo	Geogebra En El Principio De Las Cónicas (Elipse): Esferas De Dandelin
			Proyecto Del Puerto: Aplicación De Las Cónicas En La Infraestructura Puntarenense	2020	Sofía Porras Villegas y Freyser Pérez Moya	<a href="https://revistas.utn.ac.cr/index.php/arje/article/view/301">https://revistas.utn.ac.cr/index.php/arje/article/view/301</a>		Artículo	Proyecto Del Puerto: Aplicación De Las Cónicas En La Infraestructura Puntarenense
			Fortalecimiento De Los Procesos De Pensamiento Matemático Y Geométrico De Las Secciones Cónicas En Estudiantes De Grado Décimo A Través De Las Aplicaciones Móviles	2020	CÉSAR ANDRÉS LEPINE UX ARIAS	<a href="https://repositorio.udes.edu.co/entities/publication/37f70aaf-9cd5-403c-ad22-9e476e23cf09">https://repositorio.udes.edu.co/entities/publication/37f70aaf-9cd5-403c-ad22-9e476e23cf09</a>		Tesis de Maestría	Fortalecimiento De Los Procesos De Pensamiento Matemático Y Geométrico De Las Secciones Cónicas En Estudiantes De Grado Décimo A Través De Las Aplicaciones Móviles
			La Actividad Lúdica Como Estrategia Para El Aprendizaje Geométrico De Las Secciones Cónicas En Bachillerato	2015	Flores Torres, Samuel	<a href="http://hdl.handle.net/20.500.11777/2000">http://hdl.handle.net/20.500.11777/2000</a>		Tesis de Maestría	La Actividad Lúdica Como Estrategia Para El Aprendizaje Geométrico De Las Secciones Cónicas En Bachillerato

11/10/2024	Google Académico	enseñanza aprendizaje "metodologías"	33200	Metodologías Activas En El Proceso De Enseñanza-Aprendizaje: Implicaciones Y Beneficios	2023	Gutiérrez Curipoma, C. N., Narváez Ocampo, M. E., Castillo Cajilima, D. P., & Tapia Peralta, S. R.	<a href="https://doi.org/10.37811/cl_r cm.v7i3.6409">https://doi.org/10.37811/cl_r cm.v7i3.6409</a>	Artículo	Metodologías Activas En El Proceso De Enseñanza-Aprendizaje: Implicaciones Y Beneficios
				Calidad Educativa Y Nuevas Metodologías De Enseñanza-Aprendizaje: Retos, Necesidades Y Oportunidades Para Una Visión Disruptiva De La Profesión Docente	2021	Avalos Dávila, C., Arbaiza Lecue, N. Z., & Ajenjo Servia, P.	<a href="https://doi.org/10.22458/ie.v23i35.3477">https://doi.org/10.22458/ie.v23i35.3477</a>	Artículo	Calidad Educativa Y Nuevas Metodologías De Enseñanza-Aprendizaje: Retos, Necesidades Y Oportunidades Para Una Visión Disruptiva De La Profesión Docente
				Análisis Documental De Las Metodologías De Enseñanza	2018	Gabriel A y Bernal Ibarra	<a href="http://ciinsev.com/web/revistas/2017-2018/primeraEdicion/REVI STA4/03.pdf">http://ciinsev.com/web/revistas/2017-2018/primeraEdicion/REVI STA4/03.pdf</a>	Artículo	Análisis Documental De Las Metodologías De Enseñanza

				Metodologías Activas Para La Enseñanza Y El Aprendizaje	2017	Bernal María y Martínez Mariel	<a href="https://biblat.unam.mx/es/revista/revista-panamericana-de-pedagogia-saberes-y-quehaceres-del-pedagogo/articulo/metodologias-activas-para-la-ensenanza-y-el-aprendizaje">https://biblat.unam.mx/es/revista/revista-panamericana-de-pedagogia-saberes-y-quehaceres-del-pedagogo/articulo/metodologias-activas-para-la-ensenanza-y-el-aprendizaje</a>	Artículo	Metodologías Activas Para La Enseñanza Y El Aprendizaje
12/10/2024	Redalyc	la enseñanza AND "el aprendizaje"	25037	El Aprendizaje, La Enseñanza, Los Pensamientos Y Las Interacciones En La Escuela	2020	Rafael Enrique Buitrago	<a href="https://revistas.uptc.edu.co/index.php/praxis_saber/articulo/view/10580/8858">https://revistas.uptc.edu.co/index.php/praxis_saber/articulo/view/10580/8858</a>	Artículo	El Aprendizaje, La Enseñanza, Los Pensamientos Y Las Interacciones En La Escuela
				Aproximación Al Proceso De Enseñanza-Aprendizaje Desarrollador	2017	Hernández, R. e Infante Miranda	<a href="https://revista.uniandes.edu.ec/ojs/index.php/EPISTEME/article/view/642">https://revista.uniandes.edu.ec/ojs/index.php/EPISTEME/article/view/642</a>	Artículo	Aproximación Al Proceso De Enseñanza-Aprendizaje Desarrollador

				Enseñanza Aprendizaje: Síntesis Del Análisis Conceptual Desde El Enfoque Centrado En Procesos	2022	Nelly Ampuero Ramírez	<a href="https://revista.uniandes.edu.ec/ojs/index.php/EPISTEME/article/view/642">https://revista.uniandes.edu.ec/ojs/index.php/EPISTEME/article/view/642</a>		Artículo	Enseñanza Aprendizaje: Síntesis Del Análisis Conceptual Desde El Enfoque Centrado En Procesos
				Estrategias De Enseñanza, Metodologías De Evaluación Y Desempeño Estudiantil En Negocios Internacionales: Un Estudio Exploratorio	2022	Danielle Pozzo, Katherin e Reales, Diana García e Isamar Gutiérrez	<a href="http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062022000600001">http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062022000600001</a>		Artículo	Estrategias De Enseñanza, Metodologías De Evaluación Y Desempeño Estudiantil En Negocios Internacionales: Un Estudio Exploratorio
				Elementos Del Proceso De Enseñanza – Aprendizaje Y Su Interacción En El Ámbito Educativo	2021	Osorio, L.; Vidanovic, A. & Finol, M.	<a href="https://doi.org/10.55867/qual23.01">https://doi.org/10.55867/qual23.01</a>		Artículo	Elementos Del Proceso De Enseñanza – Aprendizaje Y Su Interacción En El Ámbito Educativo
Google Académico	"definición" AND "enseñanza"	138 000	Enseñanza Y Desarrollo Personal	2016	Porfidio Tintaya Condori	<a href="http://revistas.bolivianas.unmsa.bo/scielo.php?pid=S2223-30322016000200005&amp;script=sci_arttext&amp;tlng=es">http://revistas.bolivianas.unmsa.bo/scielo.php?pid=S2223-30322016000200005&amp;script=sci_arttext&amp;tlng=es</a>		Artículo	Enseñanza Y Desarrollo Personal	

			Enseñanza Y Evaluación: Lo Uno Y Lo Diverso	2005	Enrique Pérez Luna	<a href="https://www.reDALYC.org/pdf/356/35603107.pdf">https://www.reDALYC.org/pdf/356/35603107.pdf</a>		Artículo	Enseñanza Y Evaluación: Lo Uno Y Lo Diverso
			Planteamiento De Los Estilos De Enseñanza Desde Un Enfoque Cognitivo-Constructivista	2018	Paula Renés Arellano	<a href="https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6383446">https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6383446</a>		Artículo	Planteamiento De Los Estilos De Enseñanza Desde Un Enfoque Cognitivo-Constructivista
			Estilos De Aprendizaje Y Métodos De Enseñanza	2018	Sáez José Manuel	<a href="https://books.google.es/books?hl=es&amp;lr=&amp;id=fGVgDwAAQBAJ&amp;oi=fnd&amp;pg=PP1&amp;dq=%22aprendizaje%22+&amp;ots=fTD7LVkJ96&amp;sig=YfIZGfUOmaaQIKW96SYaW-VBT8#v=onepage&amp;q=%22aprendizaje%22&amp;f=false">https://books.google.es/books?hl=es&amp;lr=&amp;id=fGVgDwAAQBAJ&amp;oi=fnd&amp;pg=PP1&amp;dq=%22aprendizaje%22+&amp;ots=fTD7LVkJ96&amp;sig=YfIZGfUOmaaQIKW96SYaW-VBT8#v=onepage&amp;q=%22aprendizaje%22&amp;f=false</a>		Libro	Estilos De Aprendizaje Y Métodos De Enseñanza
			Escritos Sobre Aprendizaje	2017	Rafael Echeverría	<a href="https://books.google.es/books?hl=es&amp;lr=&amp;id=lwgX3OYsE6MC&amp;oi=fnd&amp;pg=PA5&amp;dq=%22aprendizaje%22+&amp;ots">https://books.google.es/books?hl=es&amp;lr=&amp;id=lwgX3OYsE6MC&amp;oi=fnd&amp;pg=PA5&amp;dq=%22aprendizaje%22+&amp;ots</a>		Libro	Escritos Sobre Aprendizaje

							<a href="#">=M_G4Ysj6Yz&amp;sig=C0MdU54sKdVB9gS_O-W9_sttsjY4#v=onepage&amp;q=%22aprendizaje%22&amp;f=false</a>		
15/10/2024	Google Académico	estrategias "cónicas" "enseñanza"	3210	Entornos Virtuales De Aprendizaje Para El Fortalecimiento De La Enseñanza-Aprendizaje De La Geometría Analítica En Educación Básica Superior	2023	Sanchez, et al, (2023)	<a href="https://doi.org/10.56712/lata.m.v4i1.397">https://doi.org/10.56712/lata.m.v4i1.397</a>	Artículo	Entornos Virtuales De Aprendizaje Para El Fortalecimiento De La Enseñanza-Aprendizaje De La Geometría Analítica En Educación Básica Superior
				Experiencia de la incorporación del aprendizaje colaborativo, doblado de papel y TICs en la enseñanza de las secciones cónicas	2018	Alvarado y Molina	<a href="https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cienciaytecnologia/article/view/36623">https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cienciaytecnologia/article/view/36623</a>	Artículo	Experiencia de la incorporación del aprendizaje colaborativo, doblado de papel y TICs en la enseñanza de las secciones cónicas

			Contribución A La Enseñanza De Las Cónicas Mediante El Uso De La Astronomía.	2013	Jesus Murillo	<a href="https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/11822">https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/11822</a>		Tesis de Maestría	Contribución A La Enseñanza De Las Cónicas Mediante El Uso De La Astronomía.
			Propuesta Didáctica Para La Enseñanza De Las Propiedades De Reflexión De Las Cónicas Por Medio De La Metodología De Resolución De Problemas	2013	Angélica Lorena Garzón Muñoz	<a href="https://doi.org/10.14483/23448350.5960">https://doi.org/10.14483/23448350.5960</a>		Tesis de Maestría	Propuesta Didáctica Para La Enseñanza De Las Propiedades De Reflexión De Las Cónicas Por Medio De La Metodología De Resolución De Problemas
			Aprovechamiento De Las Herramientas TIC Para Contribuir Al Mejoramiento De La Enseñanza De Las Secciones Cónicas	2022	Marizta Gómez	<a href="https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81953">https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81953</a>		Tesis de Maestría	Aprovechamiento De Las Herramientas TIC Para Contribuir Al Mejoramiento De La Enseñanza De Las Secciones Cónicas
			Estrategia Metodológica Para Mejorar El Aprendizaje De Las Cónicas Basado En Problemas Por Niveles	2017	Camatón, S., Prieto, Y., y Llaguno, I.	<a href="https://doi.org/10.33970/eete.s.v1.n4.2017.25">https://doi.org/10.33970/eete.s.v1.n4.2017.25</a>		Tesis de Maestría	Estrategia Metodológica Para Mejorar El Aprendizaje De Las Cónicas Basado En Problemas Por Niveles



Desarrollo Del Pensamiento Lógico Matemático										
Fecha	Motor De Búsqueda	Ecuación De Búsqueda	Número Total De Resultados	Título De Los Resultados Más Relevantes	Año	Autor	Enlace		Tipo De Documento	Nombre Con El Que Se Descargó
							Original	Recortado		
1/10/2024	Scopus	pensamiento lógico matemático	6	ABP como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico matemático en alumnos de educación secundaria	2016	Felipe Leiva Sánchez	<a href="https://doi.org/10.17163/soph.n21.2016.09">https://doi.org/10.17163/soph.n21.2016.09</a>		Artículo	ABP como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico matemático en alumnos de educación secundaria
				Estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático	2018	Marcelo Iván Medina Hidalgo	<a href="https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6595073">https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6595073</a>		Artículo	Estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático
2/10/2024	Google Académico	"pensamiento lógico matemático"	907	El pensamiento lógico-matemático	2014	José Miguel Sagüillo Fernández-Vega	<a href="https://books.google.com.cu/books?id=dlijD8jAEDsC&amp;printsec=frontcover#v=onepage&amp;q&amp;f=false">https://books.google.com.cu/books?id=dlijD8jAEDsC&amp;printsec=frontcover#v=onepage&amp;q&amp;f=false</a>		Libro	El pensamiento lógico-matemático

o" TITLE								
		Metodología para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático desde la demostración por inducción completa	2019	Serdaniel Nieves Pupo, Carlos Manuel Caraballo Carmona, Carlos Luis Fernández Peña	<a href="http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S1815-76962019000300393">http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S1815-76962019000300393</a>		Artículo	Metodología para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático desde la demostración por inducción completa
		Concepciones sobre el pensamiento lógico matemático: una revisión teórica	2022	Marta Nube Tares Quiridumbai y Mariana Fernández-Reina	<a href="https://produccioncientificaluz.org/index.php/impacto/article/view/38340">https://produccioncientificaluz.org/index.php/impacto/article/view/38340</a>		Artículo	Concepciones sobre el pensamiento lógico matemático: una revisión teórica
		El pensamiento lógico matemático: Concepciones y enseñanza en el aula de clases	2023	María Cámac, Marisol Delgado, Teodulo Reyes, Edith Silva, Robert Urbina, Angelino Abad	<a href="https://doi.org/10.31219/osf.io/6qwgq">https://doi.org/10.31219/osf.io/6qwgq</a>		Libro	El pensamiento lógico matemático: Concepciones y enseñanza en el aula de clases

				La resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático	2021	Wilver Vargas Rojas	<a href="http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S2616-79642021000100230&amp;lng=es&amp;tlng=es">http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S2616-79642021000100230&amp;lng=es&amp;tlng=es</a>		Artículo	La resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático
				Fortalecimiento del Pensamiento Lógico-Matemático en Estudiantes de Transición Mediante la Incorporación de las tic en los Procesos de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas	2023	Peñaranda-Cárdenas, Diana Carolina	<a href="https://repositorio.udes.edu.co/handle/001/9718">https://repositorio.udes.edu.co/handle/001/9718</a>		Tesis de Maestría	Fortalecimiento del Pensamiento Lógico-Matemático en Estudiantes de Transición Mediante la Incorporación de las tic en los Procesos de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas
6/10/2024	Google Académico	"desarrollo del pensamiento lógico matemático"	147	Utilización de la gamificación en el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los estudiantes de tercero de Bachillerato General Unificado	2023	Chicay Lema Mercy Maritza	<a href="https://repositorio.uti.edu.ec/handle/123456789/5624">https://repositorio.uti.edu.ec/handle/123456789/5624</a>		Tesis de Maestría	Utilización de la gamificación en el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los estudiantes de tercero de Bachillerato General Unificado

		o" AND "BGU"	Funciones cognitivas superiores para el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes de bachillerato	2023	Jonathan Jair García Guadamud, Erick Antonio García Solorzano y Víctor Jama Zambrano.	<a href="https://dominodelasciencias.com/ojs/index.php/es/articulate/view/3389">https://dominodelasciencias.com/ojs/index.php/es/articulate/view/3389</a>		Artículo	Funciones cognitivas superiores para el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes de bachillerato
			Alternativas didácticas creativas y su incidencia en la resolución de problemas de los estudiantes de octavo año básico de la UEF "Juan León Mera" del cantón Montecristi.	2021	Janeth Mendoza Cevallos	<a href="http://repositorio.sangregorio.edu.ec/handle/123456789/2473">http://repositorio.sangregorio.edu.ec/handle/123456789/2473</a>		Tesis de Maestría	Alternativas didácticas creativas y su incidencia en la resolución de problemas de los estudiantes de octavo año básico de la UEF "Juan León Mera" del cantón Montecristi.
			Gamification in education: An overview on the state of the art. Educacao e Pesquisa	2018	Ortiz-Colón, A. M., Jordán, J., y Agredai, M.	<a href="https://doi.org/10.1590/S1678-4634201844173773">https://doi.org/10.1590/S1678-4634201844173773</a>		Artículo	Gamification in education: An overview on the state of the art. Educacao e Pesquisa

				La gamificación como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico en la resolución de problemas matemáticos	2023	Romero-Solano, F. E., y Quevedo-Rojas, X. D. C.	<a href="https://doi.org/10.56048/MQ-R20225.7.4.2023.169-187">https://doi.org/10.56048/MQ-R20225.7.4.2023.169-187</a>		Artículo	La gamificación como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico en la resolución de problemas matemáticos
				El uso de la herramienta de gamificación Educaplay y su incidencia en el desarrollo de habilidades matemáticas	2021	CRISTINA EMPERATRIZ VÁSQUEZ CHOEZ	<a href="https://repositorio.unemi.edu.ec/xmlui/handle/123456789/5438">https://repositorio.unemi.edu.ec/xmlui/handle/123456789/5438</a>		Tesis de Maestría	El uso de la herramienta de gamificación Educaplay y su incidencia en el desarrollo de habilidades matemáticas
10/10/2024	Google Académico	pensamiento lógico matemático	712	El pensamiento lógico, psicológico y social: su contribución a la resolución de problemas geométricos	2019	Osmany Carmenates y Kirya Tarrío	<a href="http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S1990-86442019000400362">http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S1990-86442019000400362</a>		Artículo	El pensamiento lógico, psicológico y social: su contribución a la resolución de problemas geométricos
				El ajedrez en el desarrollo cognitivo	2023	Guerrero Ángel	<a href="https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=673775410003">https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=673775410003</a>		Artículo	El ajedrez en el desarrollo cognitivo
				ABP Como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico matemático en alumnos de educación secundaria	2016	Felipe Leiva	<a href="https://doi.org/10.17163/soph.n21.2016.09">https://doi.org/10.17163/soph.n21.2016.09</a>		Artículo	ABP Como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico matemático en alumnos de educación secundaria

			Desarrollo del Pensamiento Lógico-Matemático y su relación con las Prácticas Pedagógicas	2024	Mariela Muñoz	<a href="https://doi.org/10.37811/cl_r cm.v8i1.9794">https://doi.org/10.37811/cl_r cm.v8i1.9794</a>		Artículo	Desarrollo del Pensamiento Lógico-Matemático y su relación con las Prácticas Pedagógicas
			Desarrollo del pensamiento lógico-matemático para la resolución de problemas mediante estrategias lúdico-pedagógicas	2022	Ana Palacio y José Chacón	<a href="https://librosacesoabierto.uptc.edu.co/index.php/editorial-uptc/catalog/download/208/245/5018?inline=1">https://librosacesoabierto.uptc.edu.co/index.php/editorial-uptc/catalog/download/208/245/5018?inline=1</a>		Libro	Desarrollo del pensamiento lógico-matemático para la resolución de problemas mediante estrategias lúdico-pedagógicas
	pensamiento lógico matemático AND ABP	853	Impacto de la aplicación de estrategias innovadoras para fomentar en los normalistas el pensamiento lógico matemático en la resolución de problemas	2023	Gómez Segura, E.	<a href="https://doi.org/10.37811/cl_r cm.v7i2.6199">https://doi.org/10.37811/cl_r cm.v7i2.6199</a>		Artículo	Impacto de la aplicación de estrategias innovadoras para fomentar en los normalistas el pensamiento lógico matemático en la resolución de problemas

			El desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes costarricenses de undécimo año de colegios académicos diurnos y su nivel de logro en el aprendizaje de las matemáticas	2017	Archer (2003) citado por Vargas (2017)	<a href="https://core.ac.uk/reader/84689440">https://core.ac.uk/reader/84689440</a>		Tesis de Doctorado	El desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes costarricenses de undécimo año de colegios académicos diurnos y su nivel de logro en el aprendizaje de las matemáticas
--	--	--	---	------	--	---	--	--------------------	---

## Anexo 3

Informe de estructura, coherencia y pertinencia.



Carrera de Pedagogía de las  
Ciencias Experimentales:  
Matemáticas y la Física

Loja, 26 de septiembre de 2024

Ph.D.  
Ángel Klever Orellana Malla  
**DIRECTOR DE CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:  
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**  
Ciudad

De mi consideración:

En atención al **Memorando Nro.: UNL-FEAC-CPCEMF-2024-0168**, de fecha Loja, 12 de agosto de 2024, mediante el cual, se solicita que se emita el informe de estructura, coherencia y pertinencia para el proyecto de investigación previo al Trabajo de Integración Curricular, de autoría de la aspirante **Becerra Montalván Anthony Fernando**, cuyo tema **Enseñanza de la geometría analítica y su aporte en el desarrollo del pensamiento lógico matemático en estudiantes de Bachillerato General Unificado**, me permito exponer a su autoridad lo siguiente:

Luego de haber analizado la propuesta de investigación en el marco de los lineamientos que constan en el Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja y demás normativa vigente, el tema quedó de la siguiente manera:

**La enseñanza aprendizaje de geometría analítica y el desarrollo del pensamiento lógico matemático**

Informe que pongo a su consideración luego de que la postulante ha incorporado las correcciones y sugerencias para fortalecer el proyecto de investigación, por lo tanto, me permito emitir el **INFORME FAVORABLE DE ESTRUCTURA, COHERENCIA Y PERTINENCIA** a fin de que se continúe con el trámite correspondiente.

Sin otro particular, me suscribo de usted.  
Atentamente,



Ing. Rut Marcela Merino Alberca, Mg Sc.  
**DOCENTE DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS  
CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**

Página 1 de 1

Educamos para **Transformar**



## Anexo 4

Instrumento aplicado a docentes

**Universidad Nacional de Loja**  
**Facultad de la Educación, el Arte y la Comunicación**  
**Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física**

---

**La enseñanza aprendizaje de geometría analítica y el desarrollo del pensamiento  
lógico matemático**  
**Encuesta a docentes**

Con el propósito de obtener información sobre la enseñanza de las Cónicas y su aprendizaje se ha elaborado la presente encuesta. El objetivo de esta investigación es: identificar las estrategias aplicadas por los docentes de Matemática de segundo de BGU, para la enseñanza de geometría analítica, sección cónicas.

Para responderla se requiere que marque con una **X** la opción que mejor se adapte a su estilo de enseñanza. Así mismo, se solicita de la manera más comedida se digno responder cada interrogante con la mayor seriedad posible.

**1.Cuál de estas estrategias didácticas utiliza para impartir clases sobre Cónicas**

- |                                 |        |
|---------------------------------|--------|
| Mapas conceptuales              | (    ) |
| Clases magistrales              | (    ) |
| Gamificación (juegos)           | (    ) |
| Resúmenes                       | (    ) |
| Aprendizaje Basado en Problemas | (    ) |
| Aprendizaje Cooperativo         | (    ) |
| Estrategias con TIC             | (    ) |

**2. ¿Qué recursos didácticos utiliza para impartir sus clases sobre Cónicas?**

- |                       |        |
|-----------------------|--------|
| Libros                | (    ) |
| Pizarrón, marcadores  | (    ) |
| Material concreto     | (    ) |
| Carteles              | (    ) |
| Videos                | (    ) |
| Recursos tecnológicos | (    ) |
| Otros                 | (    ) |

**Especifique cuáles**

.....

**3. ¿De qué manera evalúa en los estudiantes la comprensión de los aprendizajes en el proceso de enseñanza de las cónicas en el aula de clases?**

Preguntas y respuestas en el aula de clases	( )
Trabajos colaborativos	( )
Resolución de problemas	( )
Lecciones orales o escritas	( )
Actividades recreativas	( )
Aplicaciones móviles o tecnológicas	( )
Otros	( )
Especifique cuáles	

.....

**4. Para esta temática, ¿Utiliza ejercicios que se encuentran dentro del libro de Matemática del Ministerio de Educación?**

Si ( )

No ( )

¿Por qué?

.....

**5. Para explicar esta temática, ¿Relaciona las gráficas de las Cónicas con su entorno?**

Si ( )

No ( )

¿De qué manera?

.....

**6. Para la clase de cónicas, ¿Utiliza estrategias lúdicas que involucren su aplicación para el aprendizaje de los estudiantes?**

Si ( )

No ( )

¿Cuáles?

.....

**7. En la enseñanza de Cónicas, ¿Utiliza formularios y trabajos colaborativos para su aprendizaje?**

Si ( )

No ( )

¿Por qué?

.....

**8. En la enseñanza de Cónicas, ¿Utiliza recursos tecnológicos para el aprendizaje de los estudiantes?**

Si ( )

No ( )

¿Cuáles?

.....  
**9. En el proceso de enseñanza aprendizaje, para evaluar la comprensión de los contenidos en los estudiantes, ¿Plantea problemas?**

Si ( )

No ( )

**10. En el proceso de enseñanza aprendizaje, para evaluar la comprensión de los contenidos en los estudiantes, ¿Plantea ejercicios?**

Si ( )

No ( )

**Gracias por su colaboración**

## Anexo 5

Instrumento aplicado a estudiantes

**Universidad Nacional de Loja**  
**Facultad de la Educación, el Arte y la Comunicación**  
**Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física**

---

**La Enseñanza Aprendizaje de Geometría Analítica y el Desarrollo del Pensamiento**

**Lógico Matemático**

**Encuesta a estudiantes**

Con el propósito de obtener información sobre la enseñanza de las Cónicas y el desarrollo del pensamiento lógico matemático, se ha elaborado la presente encuesta dividida en dos partes, la primera tiene como objetivo: identificar las estrategias aplicadas por los docentes de Matemática de segundo de BGU, para la enseñanza de geometría analítica sección cónicas. Para responderla se pide que marque con una **X** la opción que considere que se adapte mejor a su aprendizaje. Así mismo, se solicita de la manera más comedida se digne a responder cada interrogante con la mayor seriedad posible.

- 1. En la enseñanza de cónicas, ¿El docente de Matemática aplica dictados, resúmenes o resolución de ejercicios?**  
Si (    )  
No (    )
- 2. En la enseñanza de cónicas, ¿El docente de Matemática aplica ilustraciones y problemas donde estas se puedan observar?**  
Si (    )  
No (    )
- 3. En la enseñanza de cónicas, ¿El docente propone actividades y/o desafíos que implican una recompensa (por ejemplo, puntos extras) al ganador?**  
Si (    )  
No (    )
- 4. En la enseñanza de cónicas, ¿El docente realiza trabajos grupales para resolver ejercicios sobre cónicas?**  
Si (    )  
No (    )
- 5. En la enseñanza de cónicas, ¿El docente realiza trabajos grupales para resolver problemas sobre cónicas?**  
Si (    )  
No (    )
- 6. Para la enseñanza de las cónicas, ¿El docente utiliza recursos tecnológicos?**

Si ( )

No ( )

**7. ¿El docente utiliza únicamente el pizarrón y cuadernos para enseñar cónicas?**

Si ( )

No ( )

**8. ¿El docente plantea problemas que le ayudan a identificar las cónicas en el mundo real?**

Si ( )

No ( )

**9. ¿El docente utiliza ejemplos cotidianos en la conceptualización de las cónicas?**

Si ( )

No ( )

A partir de la pregunta 10 en adelante se tiene como objetivo: valorar el aprendizaje en estudiantes que han cursado el segundo año de BGU en geometría analítica con relación al desarrollo del pensamiento lógico matemático. Por lo tanto, conteste y subraye la opción que crea correcta. De igual forma, se pide responder con la mayor seriedad posible.

**10. De la siguiente lista, ¿dónde consideras que se pueden observar las gráficas de las cónicas?**

- a. Canchas de fútbol
  - b. Cama
  - c. Ventana de iglesias
  - d. Columpios
  - e. Arcos
  - f. Piletas
  - g. Árboles
  - h. La forma que tienen los cables para sostener los puentes
  - i. Cuaderno
- Otro (especifique)

.....  
.....

**11. En las siguientes imágenes identifica si existe una cónica y encierra en un círculo.**



- a. Óvalo
- b. Parábola
- c. Elipse
- d. Hipérbola
- e. No existe



- a. Óvalo
- b. Círculo
- c. Elipse
- d. Hipérbola
- e. No existe



- a. Óvalo
- b. Círculo
- c. Elipse
- d. Parábola
- e. No existe

12. De las siguientes figuras, encierre en un círculo las que considere que contienen cónicas

a)



b)



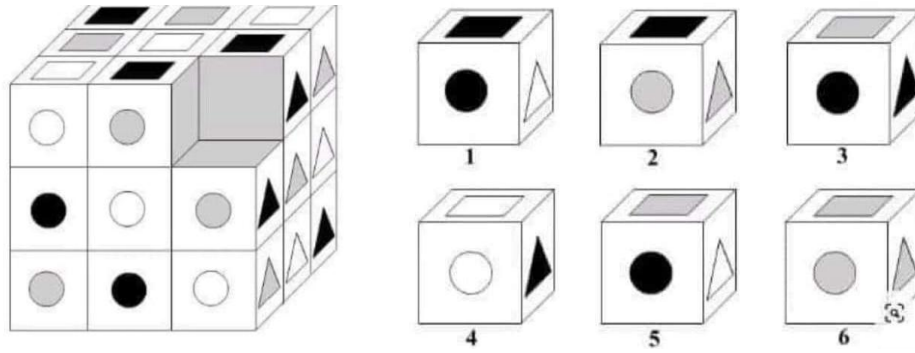
c)



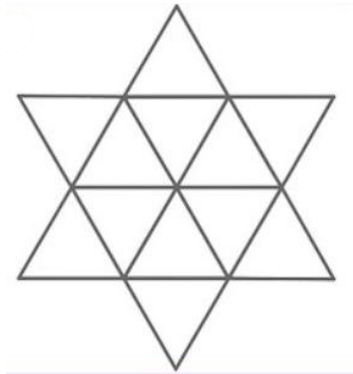
d)



13. Observa y deduce qué figura completa el cubo



14. Observa la imagen y deduce cuántos triángulos hay.



- a. 18
- b. 20
- c. 21
- d. 22
- e. 24

15. De la siguiente imagen, ¿observa alguna cónica?, si la respuesta es sí, cuál/cuáles son y dónde se encuentran



.....

.....

.....

.....

.....

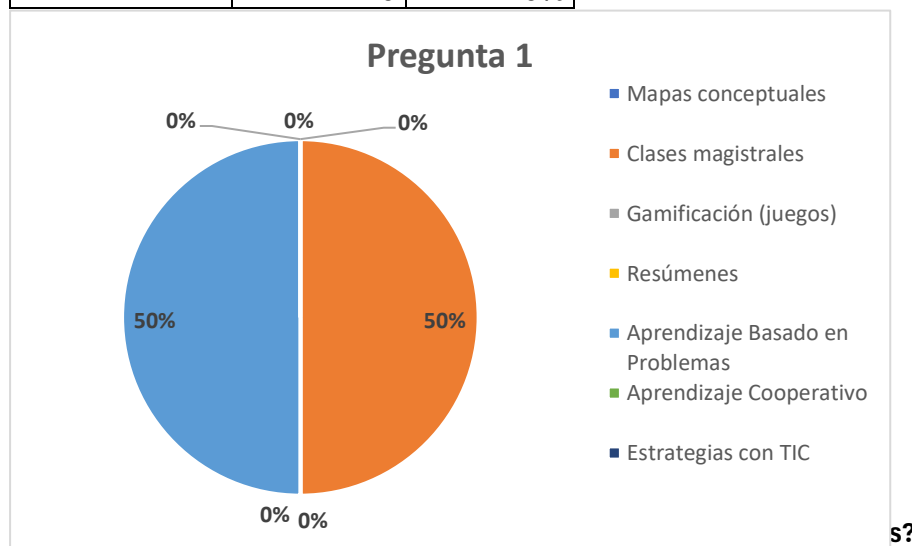
Se agradece su colaboración

## Anexo 6

Tabulación de encuesta a docentes

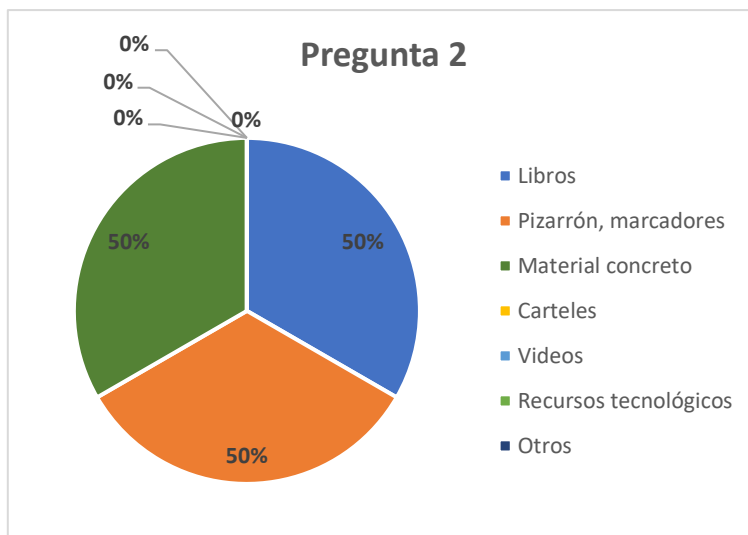
### 1. Cuál de estas estrategias didácticas utiliza para impartir clases sobre Cónicas

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Mapas conceptuales	0	0%
Clases magistrales	1	50%
Gamificación (juegos)	0	0%
Resúmenes	0	0%
Aprendizaje Basado en Problemas	1	50%
Aprendizaje Cooperativo	0	0%
Estrategias con TIC	0	0%



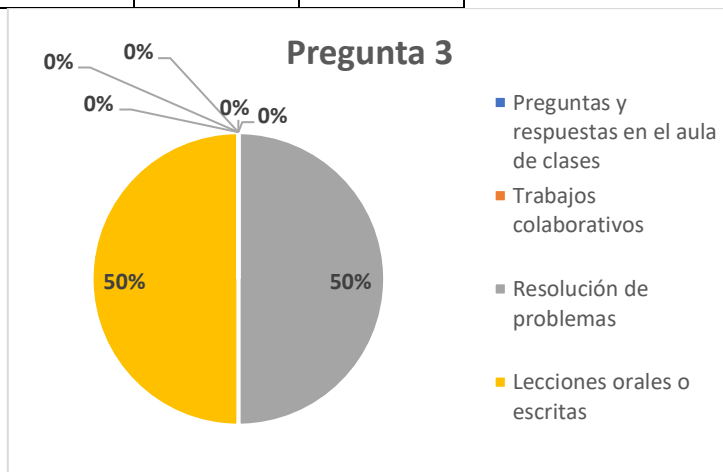
Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Libros	1	50%
Pizarrón, marcadores	1	50%
Material concreto	1	50%
Carteles	0	0%
Videos	0	0%
Recursos tecnológicos	0	0%
Otros	0	0%





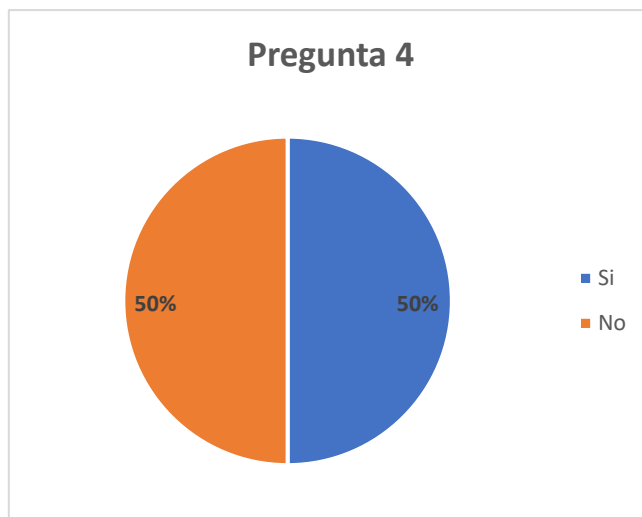
**3. ¿De qué manera evalúa en los estudiantes la comprensión de los aprendizajes en el proceso de enseñanza de las cónicas en el aula de clases?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Preguntas y respuestas en el aula de clases	0	0%
Trabajos colaborativos	0	0%
Resolución de problemas	1	50%
Lecciones orales o escritas	1	50%
Actividades recreativas	0	0%
Aplicaciones móviles o tecnológicas	0	0%
Otros	0	0%



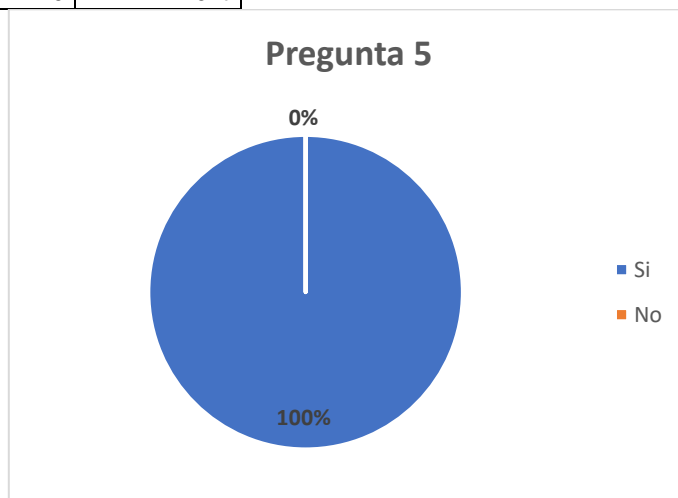
**4. Para esta temática, ¿Utiliza ejercicios que se encuentran dentro del libro de Matemática del Ministerio de Educación?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Si	1	50%
No	1	50%



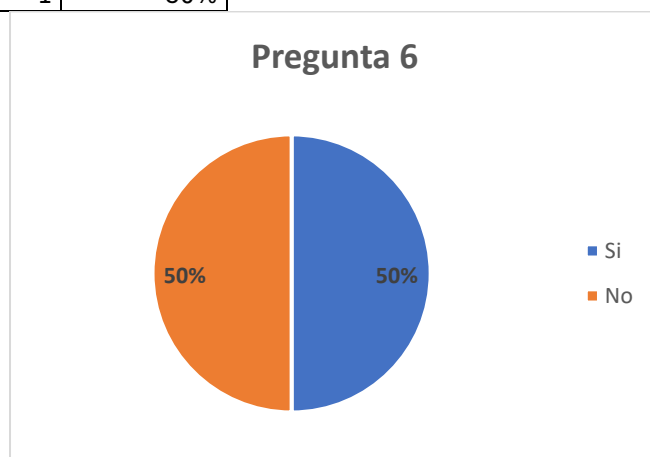
**5. Para explicar esta temática, ¿Relaciona las gráficas de las Cónicas con su entorno?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Si	2	100%
No	0	0%



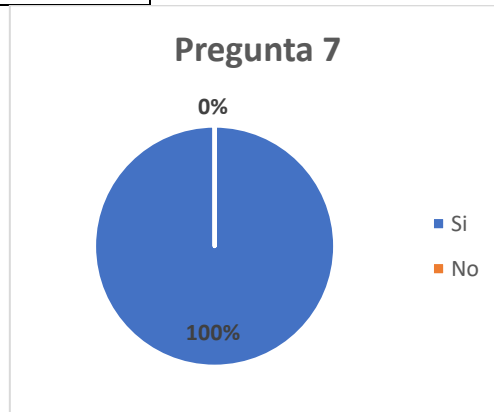
**6. Para la clase de cónicas, ¿Utiliza estrategias lúdicas que involucren su aplicación para el aprendizaje de los estudiantes?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Si	1	50%
No	1	50%



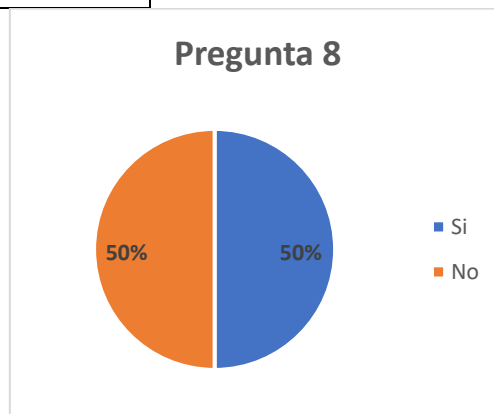
**7. En la enseñanza de Cónicas, ¿Utiliza formularios y trabajos colaborativos para su aprendizaje?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Si	2	100%
No	0	0%



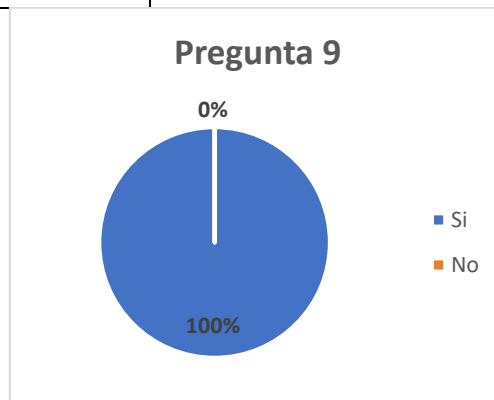
**8. En la enseñanza de Cónicas, ¿Utiliza recursos tecnológicos para el aprendizaje de los estudiantes?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Si	1	50%
No	1	50%



**9. En el proceso de enseñanza aprendizaje, para evaluar la comprensión de los contenidos en los estudiantes, ¿Plantea problemas?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Si	2	100%
No	0	0%



10. En el proceso de enseñanza aprendizaje, para evaluar la comprensión de los contenidos en los estudiantes, ¿Plantea ejercicios?

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Si	2	100%
No	0	0%

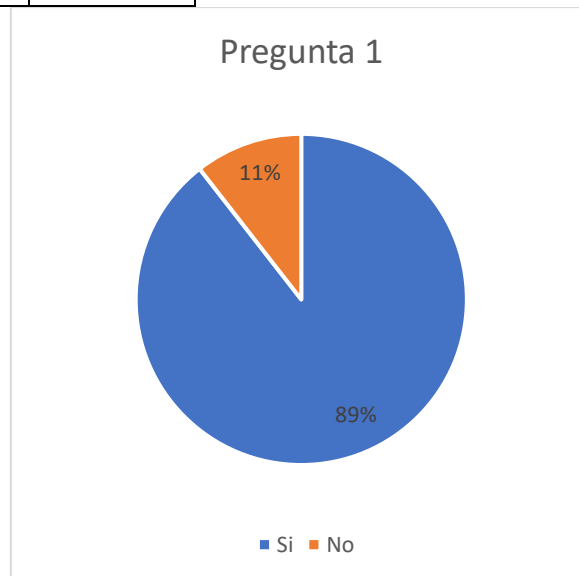


## Anexo 7

Tabulación de encuesta a estudiantes

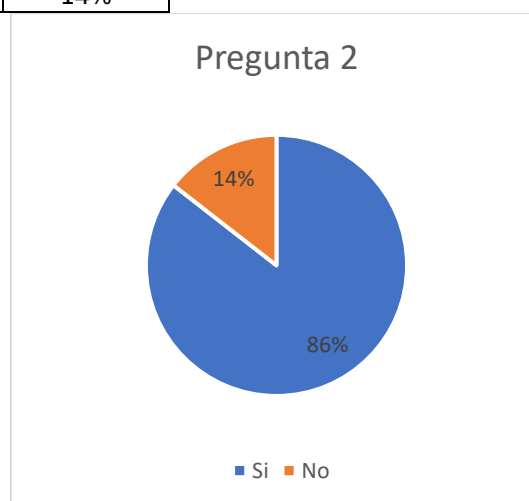
**1. En la enseñanza de cónicas, ¿El docente de Matemática aplica dictados, resúmenes o resolución de ejercicios?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
<b>Si</b>	68	89%
<b>No</b>	8	11%



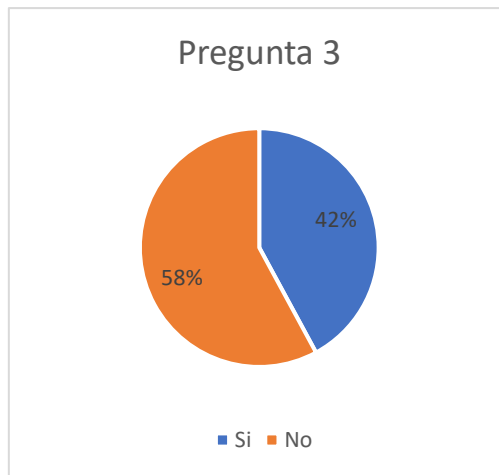
**2. En la enseñanza de cónicas, ¿El docente de Matemática aplica ilustraciones y problemas donde estas se puedan observar?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
<b>Si</b>	65	86%
<b>No</b>	11	14%



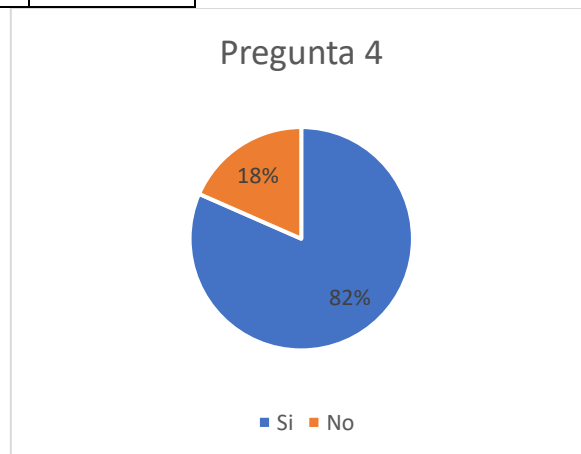
**3. En la enseñanza de cónicas, ¿El docente propone actividades y/o desafíos que implican una recompensa (por ejemplo, puntos extras) al ganador?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
<b>Si</b>	32	42%
<b>No</b>	44	58%



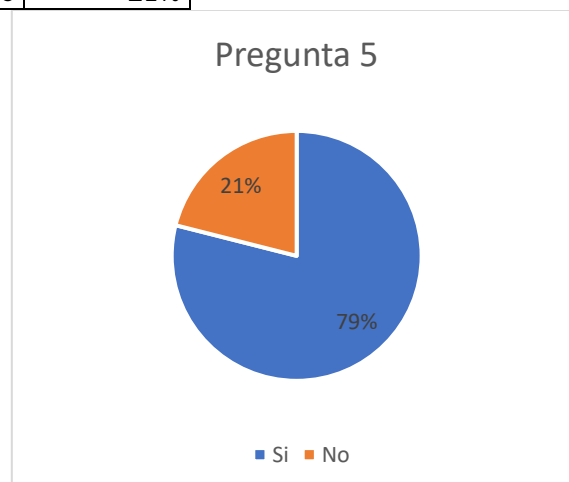
4. En la enseñanza de cónicas, ¿El docente realiza trabajos grupales para resolver ejercicios sobre cónicas?

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Si	62	82%
No	14	18%



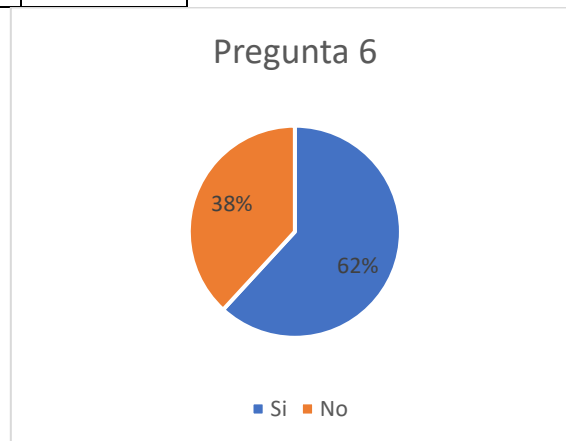
5. En la enseñanza de cónicas, ¿El docente realiza trabajos grupales para resolver problemas sobre cónicas?

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Si	60	79%
No	16	21%



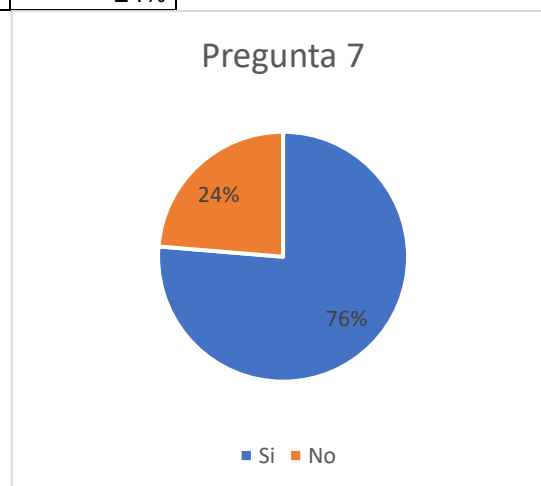
**6. Para la enseñanza de las cónicas, ¿El docente utiliza recursos tecnológicos?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
<b>Si</b>	47	62%
<b>No</b>	29	38%



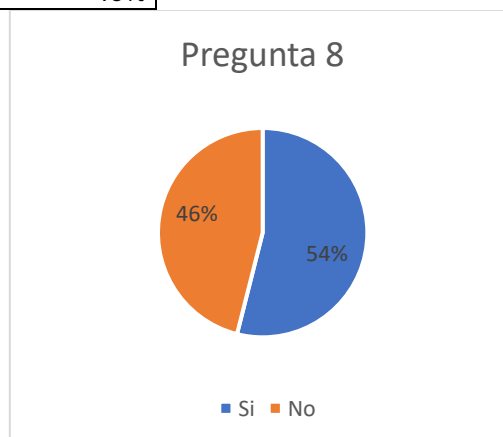
**7. ¿El docente utiliza únicamente el pizarrón y cuadernos para enseñar cónicas?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
<b>Si</b>	58	76%
<b>No</b>	18	24%



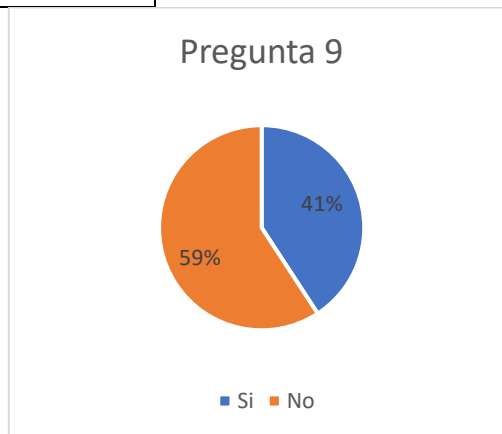
**8. ¿El docente plantea problemas que le ayudan a identificar las cónicas en el mundo real?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
<b>Si</b>	41	54%
<b>No</b>	35	46%



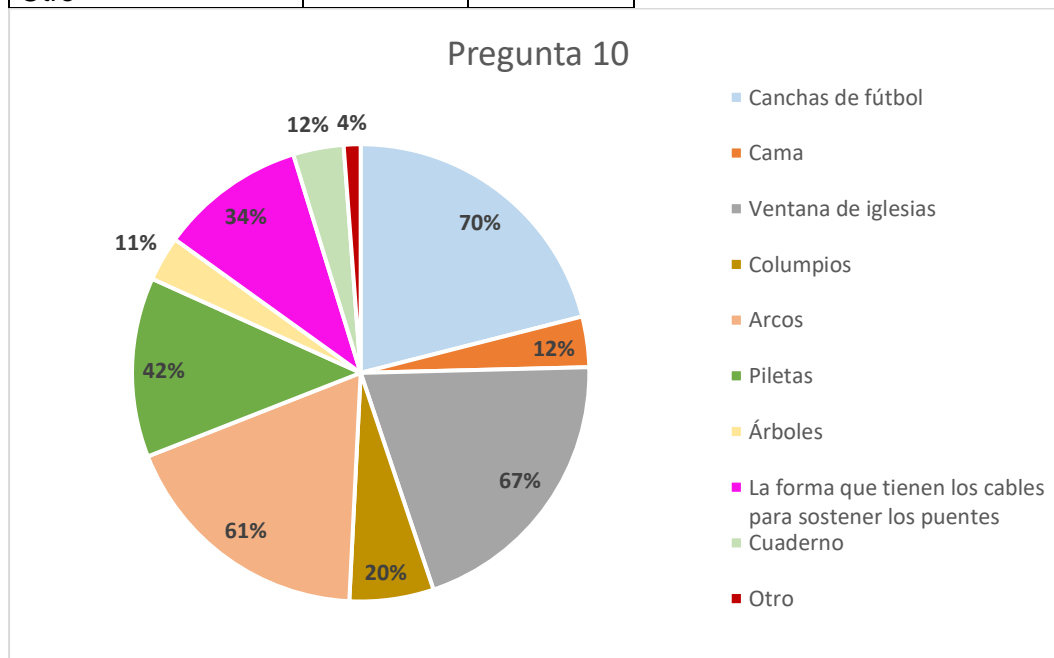
**9. ¿El docente utiliza ejemplos cotidianos en la conceptualización de las cónicas?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Si	31	41%
No	45	59%



**10. De la siguiente lista, ¿dónde consideras que se pueden observar las gráficas de las cónicas?**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Canchas de fútbol	53	70%
Cama	9	12%
Ventana de iglesias	51	67%
Columpios	15	20%
Arcos	46	61%
Piletas	32	42%
Árboles	8	11%
La forma que tienen los cables para sostener los puentes	26	34%
Cuaderno	9	12%
Otro	3	4%





11. En las siguientes imágenes identifica si existe una cónica y encierra en un círculo.

Imagen 1		
Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Óvalo	8	11%
Parábola	11	14%
Elipse	9	12%
Hipérbola	6	8%
No existe	42	55%

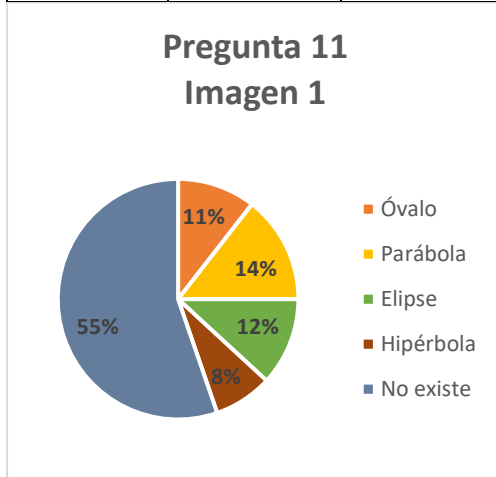


Imagen 2		
Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Óvalo	56	74%
Círculo	4	5%
Elipse	12	16%
Hipérbola	4	5%
No existe	0	0%

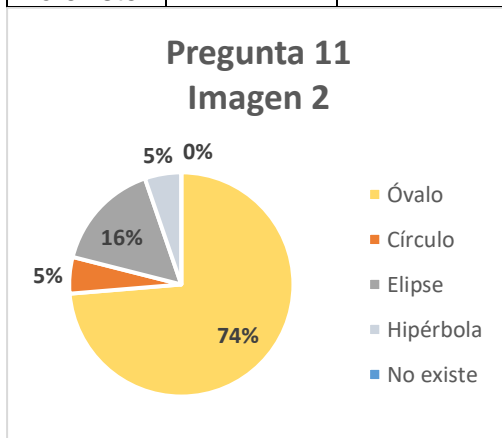
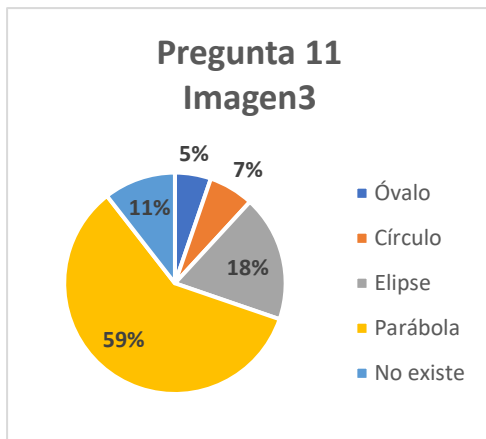
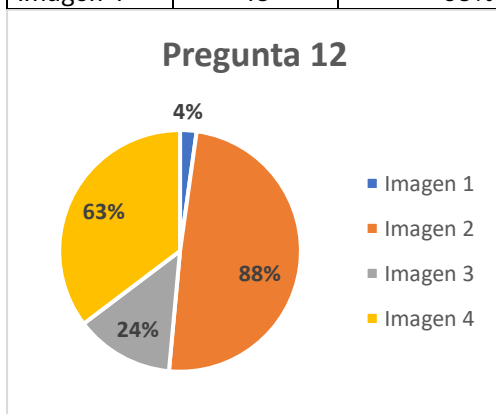


Imagen 3		
Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Óvalo	4	5%
Círculo	5	7%
Elipse	14	18%
Parábola	45	59%
No existe	8	11%



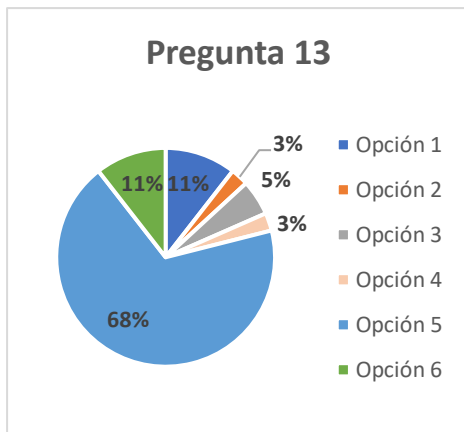
**12. De las siguientes figuras, encierre en un círculo las que considere que contienen cónicas**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Imagen 1	3	4%
Imagen 2	67	88%
Imagen 3	18	24%
Imagen 4	48	63%



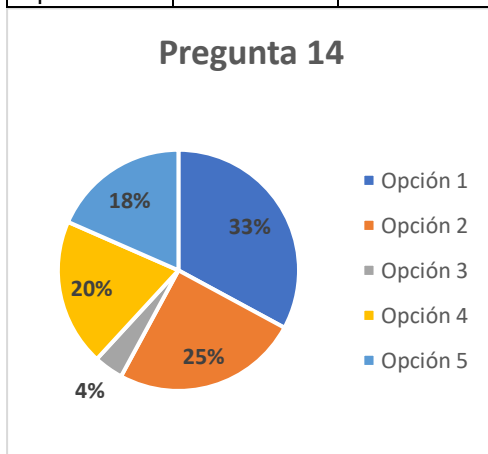
**13. Observa y deduce qué figura completa el cubo**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Opción 1	8	11%
Opción 2	2	3%
Opción 3	4	5%
Opción 4	2	3%
Opción 5	52	68%
Opción 6	8	11%



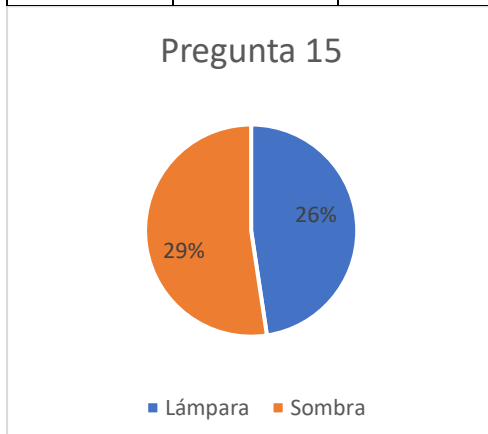
**14. Observa la imagen y deduce cuántos triángulos hay.**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Opción 1	25	33%
Opción 2	19	25%
Opción 3	3	4%
Opción 4	15	20%
Opción 5	14	18%



**15. De la siguiente imagen, ¿observa alguna cónica?, si la respuesta es sí, cuál/cuáles son y dónde se encuentran**

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Lámpara	20	26%
Sombra	22	29%



## Anexo 8

### Oficio de asignación de director



Carrera de Pedagogía de las  
Ciencias Experimentales:  
Matemáticas y la Física

Memorando Nro.: UNL-FEAC-CPCEMF-2024-0200  
Loja, 03 de octubre de 2024

**PARA:** Ing. Ruf Marcela Merino Alberca, Mg. Sc.  
**DOCENTE DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA DE LA FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.**

**ASUNTO** Designación.

Es grato dirigirme a usted y desearte éxitos en sus funciones, en beneficio de la Carrera y de la institución.

El presente tiene la finalidad de poner a su conocimiento que, de conformidad al informe favorable, en el orden de analizar la estructura, coherencia y pertinencia del Proyecto de Investigación del Trabajo de Integración Curricular o de Titulación de Licenciatura titulado: **La enseñanza aprendizaje de geometría analítica y el desarrollo del pensamiento lógico matemático**, del aspirante Becerra Montalván Anthony Fernando, alumno de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física, modalidad de estudios presencial, cúmplome designarlo como **DIRECTORA** del trabajo de investigación antes indicado, debiendo cumplir con lo que establece el Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja, es su Art. 139, que dice: **"El Director de Tesis tiene la obligación de asesorar y monitorear con pertinencia y rigurosidad científica la ejecución de la tesis, así como revisar oportunamente los informes de avance de la investigación, devolviéndolos al aspirante con las observaciones, sugerencias, y recomendaciones necesarias para asegurar la calidad de la misma"**.

A partir de la fecha, la aspirante trabajará en las tareas investigativas para el desarrollo de la misma, bajo su asesoría y responsabilidad.

Particular que hago de su conocimiento para los fines consiguiente, no sin antes expresarle los sentimientos de consideración y estima personal.  
Atentamente,

PHD. Ángel Kepler Orellana Mata,  
**DIRECTOR DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**



AKOM/rfp  
c.c. aptitud Legal.  
Archivo.

Página 1 de 1

Educamos para Transformar

## Anexo 9

### Traducción del resumen



Loja, 20 de enero de 2024

Lic. Denys Hypatia Lozano Guailas  
**LICENCIADA EN PEDAGOGÍA DEL IDIOMA INGLÉS**

#### **CERTIFICO:**

Que el resumen del Trabajo de Integración Curricular cuyo título es: **La enseñanza aprendizaje de geometría analítica y el desarrollo del pensamiento lógico matemático**, del aspirante **Anthony Fernando Becerra Montalván** con cédula de identidad Nro. **1104818347** ha sido traducido al inglés y cumple con las características propias del idioma extranjero.

#### **Resumen:**

El pensamiento lógico matemático dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, aporta significativamente al razonamiento de los estudiantes, favorece el juicio crítico respecto de cosas que observan. El objetivo de la investigación fue analizar la enseñanza aprendizaje de geometría analítica en el desarrollo del pensamiento lógico matemático, en los estudiantes que han cursado segundo año de bachillerato general unificado. Tuvo un enfoque mixto de tipo no experimental con alcance descriptivo, con diseño de campo, método de la encuesta con el cuestionario como instrumento. Los resultados obtenidos demuestran una enseñanza tradicional con estrategias mayoritariamente magistrales y pocas veces aplican como estrategia el Aprendizaje Cooperativo, lo cual influye en el aprendizaje y grado de desarrollo del pensamiento lógico matemático que tienen los estudiantes. Tomando como referencia el estudio de las cónicas, se concluye que el desarrollo del pensamiento lógico matemático es limitado ya que no logran contextualizar las cónicas en problemas reales o relacionar sus conocimientos empíricos con los teóricos mucho menos transformar dichos problemas en lenguaje matemático.

**Palabras clave:** pensamiento lógico matemático, estrategias didácticas, cónicas, enseñanza aprendizaje

*Educamos para Transformar*





UNL

Universidad  
Nacional  
de Loja

**Abstract:**

Mathematical logical thinking within the teaching-learning process contributes significantly to the students' reasoning, favors critical judgment regarding things that they observe. The objective of the research was to analyze the teaching-learning of analytical geometry in the development of mathematical logical thinking in students who have completed the second year of unified general baccalaureate. It had a mixed approach of non-experimental type with descriptive scope, with field design, survey method with the questionnaire as instrument. The results obtained show a traditional teaching with mostly magisterial strategies and seldom apply Cooperative Learning as a strategy, which influences the learning and degree of development of mathematical logical thinking of the students. Taking the study of conics as a reference, it is concluded that the development of mathematical logical thinking is limited since they do not manage to contextualize conics in real problems or to relate their empirical knowledge with theoretical knowledge much less to transform such problems into mathematical language.

**Key words:** *Mathematical logical thinking, Didactic strategies, Conics, Teaching-learning.*

Lo certifico en honor a la verdad.

Lic. Denys Hyppatia Lozano Guailas  
**LICENCIADA EN PEDAGOGÍA DEL IDIOMA INGLÉS**

*Educamos para Transformar*

