



Universidad
Nacional
de Loja

Universidad Nacional de Loja

Facultad de la Educación, el Arte y la Comunicación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

La enseñanza del movimiento parabólico a través del software Tracker en estudiantes del nivel de bachillerato

Trabajo de Integración Curricular o de Titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física.

AUTOR:

Jostin Jasmany Martínez Sarango

DIRECTOR:

Fabricio Vladimir Vines Vines

Loja – Ecuador

2025

Certificación

Lic. Fabricio Vladimir Vinces Vinces, Mg. Sc.
DIRECTOR DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR

C E R T I F I C A:

Que el presente Trabajo de Integración Curricular, cuyo tema es **La enseñanza del movimiento parabólico a través del software Tracker en estudiantes del nivel de bachillerato**, de autoría del señor **Jostin Jasmany Martínez Sarango**, con cédula de identidad Nro. **1150069431** previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física, ha sido dirigido, orientado y monitoreado en todo el proceso de elaboración y una vez verificado que el trabajo cumple con las normas del proceso de graduación vigentes en la Universidad Nacional de Loja, certifico que el aspirante ha culminado y ha aprobado su trabajo; en consecuencia, autorizo proseguir con los trámites legales pertinentes para su presentación y sustentación.

Loja, 6 de febrero de 2025



Fabricio Vladimir Vinces Vinces
DIRECTOR DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR

Autoría

Yo, **Jostin Jasmany Martínez Sarango**, declaro ser autor del presente Trabajo de Integración Curricular y eximo expresamente a la Universidad Nacional de Loja y a sus representantes jurídicos de posibles reclamos o acciones legales, por el contenido del mismo. Adicionalmente acepto y autorizo a la Universidad Nacional de Loja, la publicación de mi Trabajo de Integración Curricular en el Repositorio Digital Institucional – Biblioteca Virtual.

Firma:



Cedula de identidad: 1150069431

Fecha: Loja, 04 de abril de 2025

Correo electrónico: jostin.martinez@unl.edu.ec

Teléfono: +593 979977839

Carta de autorización por parte del autor para consulta, reproducción parcial o total y/o publicación electrónica del texto completo, del Trabajo de Integración Curricular.

Yo, **Jostin Jasmany Martínez Sarango**, declaro ser autor del Trabajo de Integración Curricular , denominado: **La enseñanza del movimiento parabólico a través del software Tracker en estudiantes del nivel de bachillerato**, como requisito para obtener el título de **Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física**, autorizo al Sistema Bibliotecario de la Universidad Nacional de Loja, para que, con fines académicos, muestre la producción intelectual de la Universidad, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera en el Repositorio Institucional.

Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo en el Repositorio Institucional, en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad.

La Universidad Nacional de Loja, no se responsabiliza por el plagio o copia del Trabajo de Integración Curricular que realice un tercero.

Para la constancia de esta autorización, en la ciudad de Loja, a los 4 días del mes de abril de dos mil veinticinco, firma el autor.

Firma:  _____

Autor: Jostin Jasmany Martínez Sarango

Cedula: 1150069431

Dirección: Loja, Ciudad Alegría

Correo electrónico: jostin.martinez@unl.edu.ec

Teléfono: +593 979977839

DATOS COMPLEMENTARIOS:

Director del Trabajo de Integración Curricular:

Fabricio Vladimir Vines Vines

Dedicatoria

Dedico este trabajo de titulación, principalmente, a Dios, quien ha sabido de mis sufrimientos y ha sido mi fortaleza en los momentos más difíciles. Su guía y apoyo han sido esenciales para llegar hasta aquí.

A mi mamá Liliana Sarango, por su constante apoyo en mis estudios y por estar siempre pendiente de mí, asegurándose de que lograra mis sueños. Su amor y dedicación han sido fundamentales en este camino.

A mi compañera de vida Damaris Solano, cuya voz de aliento me ha motivado a seguir adelante en los momentos de duda. Su compromiso y ánimo han sido invaluable.

A mi hijo Eithan Martínez, motivo por el cual no he renunciado en este camino, desde que llego a nuestras vidas ha llenado cada hueco de felicidad y de buenos recuerdos.

A mis hermanos Crithian, Johanna, Alhex y Erika Martínez, quienes han puesto sus esperanzas en mí, apoyándome en todo momento. Su amor y aliento han sido motivo para seguir adelante.

A mis suegros, quienes me han apoyado en cada momento, a pesar del poco tiempo que llevamos como familia, han demostrado ser guías y personas de bien, motivándome en cada momento para que no renuncie en esta lucha.

A mis amigos Jhuleidy Espinoza, Cristian Arias y Steven Cueva quienes han demostrado lealtad y compromiso, ayudándome a sobresalir en mis estudios y brindándome apoyo necesario para alcanzar mis metas.

Y a todas las personas que han sido parte de mi entorno educativo, especialmente a los docentes, por su dedicación y apoyo constante. Su compromiso con mi educación ha sido clave para mi éxito.

Jostin Jasmany Martínez Sarango

Agradecimiento

En primera instancia quiero expresar mis infinitas gracias a Dios por haberme brindado el coraje de salir adelante frente a las adversidades de la vida, por la salud, el bienestar y la sabiduría, además, por permitirme tener una grandiosa experiencia de formación en esta carrera que tanto me apasiona.

Un agradecimiento muy especial a mi director de Tesis, Fabricio Vladimir Vines Vines, quien por su experiencia y conocimiento me ha sabido orientar durante la elaboración y culminación del presente trabajo de investigación. Gracias por su tiempo, por compartir su conocimiento y por motivarme a dar siempre lo mejor.

A la Ph.D. Flor Celi, por su apoyo incondicional y sus consejos que me permitieron mejorar como persona. Al Ph.D. Angel Orellana, por su apoyo y disposición para ayudarme en distintos tramites que necesité para llevar a cabo con esta investigación. Al Lic. Jonathan Machuca, por su orientación, conocimiento e ideas que me ayudaron a enriquecer este trabajo.

Al rector de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, Dr. Willan Espinosa Ordoñez, por brindarme su valiosa colaboración para la ejecución del presente trabajo de investigación. A toda mi familia, en especial a mi madre por todo su apoyo y motivación constante, a mis amigos y compañeros que han sido participes durante todo este proceso de formación académica.

Eternamente agradecido,

Jostin Jasmany Martínez Sarango

Índice de contenidos

Portada	i
Certificación	ii
Autoría	iii
Dedicatoria	v
Agradecimiento	vi
Índice de contenidos	vii
Índice de tablas:.....	viii
Índice de figuras:.....	viii
Índice de anexos:.....	ix
1. Título	1
2. Resumen	2
<i>Abstract</i>	3
3. Introducción	4
4. Marco Teórico	6
Movimiento parabólico	6
<i>Histórico-epistémico</i>	6
<i>Magnitudes del Movimiento Parabólico</i>	15
<i>Descripción Matemática de las Magnitudes del Movimiento Parabólico</i>	16
<i>Tópicos de Física que se Enseñan en el nivel de Bachillerato</i>	21
Enseñanza de la Física.....	22
<i>Paradigmas Pedagógicos en la Enseñanza de la Física</i>	23
<i>Dificultades de la Enseñanza de la Física</i>	25
<i>Estrategias para la enseñanza de Física</i>	26
<i>Las TIC en la enseñanza de la Física</i>	31
<i>Simuladores para la Enseñanza de la Física</i>	32
Software Tracker	33
Fundamentación Teórica	33
<i>Descripción</i>	34
<i>Aplicación</i>	35
Software Tracker en la enseñanza del movimiento parabólico.....	36
<i>Investigaciones Relevantes</i>	37
<i>Limitaciones</i>	38
<i>Proceso Metodológico</i>	39

5.	Metodología.....	40
6.	Resultados	43
7.	Discusión.....	49
8.	Conclusiones.....	51
9.	Recomendaciones.....	52
10.	Bibliografía.....	53
11.	Anexos.....	62

Índice de tablas:

Tabla 1.	Ecuaciones del MRU y MRUA aplicadas al movimiento parabólico	16
Tabla 2.	Paradigmas pedagógicos más representativos	23
Tabla 3.	Estrategias didácticas para la enseñanza de Física	29
Tabla 4.	Simuladores que son fuente potencial para la enseñanza de Física	32
Tabla 5.	Procesos metodológicos-didácticos que potencian la enseñanza del movimiento parabólico	43
Tabla 6.	Resultados de análisis estadístico entre las puntuaciones de satisfacción y el trabajo de cierre	47

Índice de figuras:

Figura 1.	Ilustraciones de movimiento parabólico simétrico y asimétrico.....	6
Figura 2.	Representación gráfica de la trayectoria "tripartita" según Tartaglia	10
Figura 3.	Experiencia de Galileo en la torre de Pisa	11
Figura 4.	Síntesis de los máximos exponentes del movimiento parabólico	14
Figura 5.	Diagrama de cuerpo libre del movimiento parabólico con una trayectoria simétrica.....	16
Figura 6.	Descomposición de la velocidad inicial en sus dos componentes	17
Figura 7.	Ilustración de uno de los casos del movimiento parabólico asimétrico.....	20
Figura 8.	Procesos metodológicos-didácticos que potencian la enseñanza del movimiento parabólico	45
Figura 9.	Satisfacción de los estudiantes con el uso de Tracker	46

Figura 10. Calificaciones obtenidas en una tarea de cierre	47
Figura 11. Correlación entre las puntuaciones de satisfacción y la tarea de cierre	48

Índice de anexos:

Anexo 1. Propuesta Didáctica	62
Anexo 2: Bitácora de búsqueda.....	123
Anexo 3: Proceso metodológico para abordar la cinemática con el uso del software Tracker	125
Anexo 4: Encuesta de Satisfacción a estudiantes.....	129
Anexo 5: Tabulación de resultados aplicando Baremos	131
Anexo 6: Oficio de solicitud y apertura a la Institución	134
Anexo 7: Informe de pertinencia.....	136
Anexo 8: Designación de director de Trabajo de Integración Curricular	137
Anexo 9: Certificación de traducción del resumen	138

1. Título

La enseñanza del movimiento parabólico a través del software Tracker en estudiantes del nivel de bachillerato

2. Resumen

La enseñanza del movimiento parabólico presenta desafíos debido a la gran cantidad de magnitudes físicas que involucra y la relación entre estas. Por lo que esta investigación tuvo como objetivo determinar los procesos que mejoran la enseñanza del movimiento parabólico en estudiantes del nivel de bachillerato. Se empezó con un proceso de revisión documental sistemática en Scopus, Dialnet, Scielo, Redalyc, en el motor de búsqueda, Google, y para el proceso de selección y organización de información se realizó con el apoyo de bitácoras de búsqueda, fichas bibliográficas y de contenido. A partir de los resultados teóricos, se empleó una fase de campo, partiendo con la planificación de seis seminarios-talleres enmarcados en movimiento parabólico mediado con el software Tracker, dirigidos a estudiantes de Segundo de Bachillerato de una institución educativa pública de la ciudad de Loja. Estos se ejecutaron en seis sesiones de clase de 80 minutos cada una. Finalmente, se aplicó a los estudiantes un cuestionario para medir el nivel de satisfacción respecto a la metodología implementada. Como resultado documental sistemático se obtuvo que el proceso metodológico para enseñanza de Física, más común, consiste en tres fases cíclicas, inicio, desarrollo y cierre. En el desarrollo incluyen herramientas digitales como Tracker. De la experiencia áulica con Tracker, se obtuvo un alto nivel de satisfacción de los estudiantes y buena calificación en un taller de cierre, surgiendo una correlación significativa de 0,783 entre estas magnitudes, por lo que se concluye que, ejecutar seminarios-talleres mediados con Tracker para enseñar movimiento parabólico, se convierte en un proceso didáctico recomendado.

Palabras clave: Tracker, herramientas digitales, propuesta didáctica de Física, experiencia áulica

Abstract

The teaching of parabolic motion presents challenges due to the large number of physical quantities involved and the relationship between them. Therefore, the objective of this research was to determine the processes that improve the teaching of parabolic motion in high school students. It began with a systematic documentary review process in Scopus, Dialnet, Scielo, Redalyc, in the search engine, Google, and for the process of selection and organization of the information it was carried out with the support of search logs, bibliographic and content files. Based on the theoretical results, a field phase was used, starting with the planning of six seminars-workshops framed in parabolic movement mediated with Tracker software, aimed at high school students of a public educational institution in the city of Loja. These were executed in six class sessions of 80 minutes each. Finally, a questionnaire was applied to the students to measure the level of satisfaction with the implemented methodology. As a systematic documentary result, it was obtained that the most common methodological process for teaching Physics consists of three cyclical phases: beginning, development and closing. In development phase, it is included digital tools such as tracker. From the classroom experience with Tracker, it was obtained a high level of satisfaction of the students and a good qualification in one closing workshop, showing a significant correlation of 0.783 between these magnitudes, so it is concluded that, to execute seminars-workshops mediated with Tracker to teach parabolic motion, becomes a recommended didactic process.

Keywords: *Tracker, digital tools, Physics teaching proposal, classroom experience.*

3. Introducción

La enseñanza del movimiento parabólico forma parte del estudio de la cinemática en la asignatura de Física. Este fenómeno describe la trayectoria que sigue un objeto bajo la acción de la gravedad cuando se lanza con una velocidad inicial en dos dimensiones. Su comprensión requiere la articulación de conceptos como desplazamiento, velocidad, aceleración, componentes vectoriales y tiempo, lo cual representa un desafío didáctico en el nivel de bachillerato. El objeto de estudio de esta investigación se centra en los procesos metodológicos y didácticos que inciden en la enseñanza del movimiento parabólico, específicamente a través del uso del software educativo Tracker.

Uno de los principales retos en la enseñanza de la Física es la ausencia de recursos experimentales que permitan al estudiante visualizar fenómenos complejos, como el movimiento parabólico. Duarte et al. (2022) señalan que la falta de materiales adecuados limita la posibilidad de relacionar la teoría con la práctica, lo cual afecta el interés de los estudiantes y su rendimiento académico.

Los datos del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL, 2023) revelan que solo el 27,7 % de los estudiantes de bachillerato alcanzan niveles satisfactorios en Ciencias Naturales, mientras que el 72,3 % se ubican en niveles inferiores al promedio. Esta situación refleja una problemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en el que predominan clases centradas en la teoría y resolución mecánica de ejercicios, como advierten Briceño et al. (2019). A ello se suma la falta de comprensión conceptual identificada por Rosales (2022), quien destaca que los estudiantes enfrentan dificultades para extraer información de los problemas, aplicar fórmulas y traducir unidades físicas. Ante este escenario, la presente investigación se pregunta: ¿cómo mejorar la enseñanza del movimiento parabólico en estudiantes del nivel de bachillerato?

La implementación del software Tracker como recurso didáctico innovador puede contribuir a transformar la enseñanza de la Física, haciendo posible la visualización, análisis y comprensión de trayectorias reales mediante el análisis de videos. Esto facilitaría el aprendizaje significativo, permitiría vincular los conceptos con situaciones reales, y podría motivar a los estudiantes a involucrarse activamente en su proceso formativo. Los beneficiarios directos serán los estudiantes de bachillerato, pero también los docentes, quienes contarán con una estrategia pedagógica alternativa fundamentada en la experimentación virtual.

En los últimos años, diversas investigaciones han explorado la integración de tecnologías digitales en la enseñanza de la Física, resaltando el valor de herramientas como simuladores y analizadores de video para cerrar la brecha entre la teoría y la práctica. Por

ejemplo, el software Tracker ha sido identificado como una herramienta eficaz para modelizar trayectorias y analizar movimientos, facilitando la comprensión de conceptos cinemáticos complejos (López et al., 2020; Pantoja et al., 2017). Además, estudios han demostrado que el uso de simuladores interactivos en la enseñanza del movimiento parabólico mejora la comprensión conceptual y promueve un aprendizaje más significativo entre los estudiantes (Castillo Rodríguez et al., 2021). Sin embargo, aún existen pocos trabajos que exploren la aplicación específica del software Tracker en la enseñanza del movimiento parabólico en contextos educativos latinoamericanos, lo que señala una oportunidad para investigaciones futuras en esta área.

En este estudio se plantearon como objetivos: describir los procesos metodológicos-didácticos que potencian la enseñanza del movimiento parabólico en estudiantes del nivel de bachillerato; determinar el nivel de satisfacción de los estudiantes al estudiar este tema con el software Tracker; y diseñar actividades metodológicas-didácticas basadas en Tracker para fortalecer la enseñanza del movimiento parabólico. Este trabajo no formula una hipótesis, ya que su enfoque responde a una perspectiva exploratoria y de diseño didáctico.

El presente trabajo se enfoca exclusivamente en el análisis del proceso de enseñanza del movimiento parabólico en un grupo de estudiantes de bachillerato, por lo que sus resultados no son generalizables a otros niveles o áreas de la Física. Entre sus limitaciones se incluye la no disponibilidad de recursos tecnológicos en el entorno escolar y tiempo reducido para la aplicación de las actividades. Sin embargo, ofrece un aporte concreto en el diseño de estrategias innovadoras basadas en el uso de software libre y accesible como Tracker.

Esta investigación se estructura conforme a los lineamientos establecidos en el Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja, e incluye los siguientes apartados: portada; título; resumen, donde se sintetizan las ideas más relevantes del estudio y se presentan las palabras clave; introducción; marco teórico, que constituye el sustento conceptual de las categorías analizadas; metodología, en la que se describen los procedimientos, técnicas e instrumentos empleados; resultados, basados en la revisión documental y el trabajo de campo; discusión, donde se triangula la información obtenida; conclusiones; recomendaciones derivadas de las conclusiones; bibliografía, elaborada conforme a las normas APA en su séptima edición; y anexos, que presentan la propuesta didáctica e información complementaria al marco teórico.

4. Marco Teórico

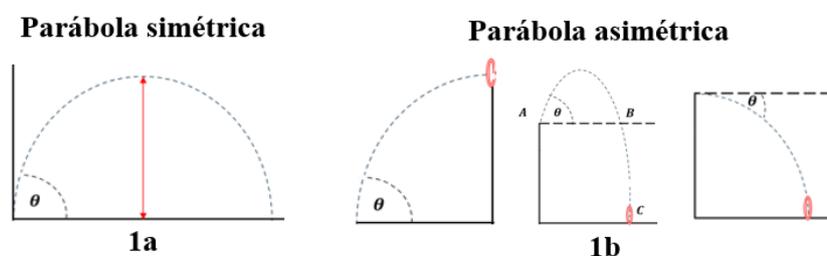
Movimiento parabólico

El movimiento parabólico o también conocido como tiro parabólico, es la trayectoria de un proyectil que describe una parábola cuando este es lanzado a una determinada velocidad inicial (v_0), con un ángulo (θ) respecto al eje horizontal y es sometido por efectos de la fuerza gravitacional y la resistencia del aire. Hewitt (2016), describe que la trayectoria en forma de curva resulta de la combinación de dos tipos de movimiento: el movimiento horizontal constante y el movimiento vertical acelerado, sumando a esto, González-Vázquez et al. (2020), mencionan que la componente horizontal en (x) corresponde al Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU), un tipo de movimiento en línea recta, con aceleración nula para todo valor de tiempo, dando como resultado una velocidad (v_x) constante; la componente vertical (y) hace referencia al Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA), un movimiento cuya característica principal es que su aceleración (a) es constante y diferente de cero.

Al hablar del movimiento parabólico, muchas de las veces se considera que su trayectoria siempre será una parábola completa, es decir, perfectamente simétrica (Figura 1a), pero en realidad, no es así, en algunos ejemplos prácticos su trayectoria toma una forma de parábola asimétrica (Figura 1b), puesto que, dependerá desde donde empieza y acaba el movimiento del cuerpo. Al respecto, Sears y Zemansky (2013) describen al movimiento parabólico en dos tipos: movimiento parabólico simétrico, cuando la trayectoria del proyectil empieza y termina en el mismo nivel de altura, es decir, la posición y_0 coincide con la posición en y_f ($y_0 = y_f$); y el movimiento parabólico asimétrico, cuando la trayectoria del proyectil puede empezar desde una cierta altura y subir a una altura más alta, o comenzar desde una altura elevada y descender a una más baja, su altura inicial no coincide con la final ($y_0 \neq y_f$).

Figura 1

Ilustraciones de movimiento parabólico simétrico y asimétrico



Histórico-epistémico

A lo largo de los años, el estudio de la Física ha permitido explicar los diversos fenómenos que surgen en el ámbito social, académico y cultural, si bien, el concepto del

movimiento parabólico (MP) hoy en día, es definido como el desplazamiento de un objeto que describe una trayectoria en forma de parábola, su interpretación, comprensión y explicación ha experimentado diversas formas de ser analizado. La necesidad de estudiar sobre el comportamiento que siguen las piedras de catapultas, balas de cañones o flechas de arco, fue lo que generó curiosidad para que muchos filósofos y científicos a lo largo de la historia se vieran interesados en analizar y explicar este movimiento en particular (Peña, 2014).

Bajo esta perspectiva, el MP guarda una historia relevante que tiene sus orígenes en la antigua Grecia, donde se le da lugar a las ideas y trabajos que realizó Aristóteles, las cuales perduraron por bastante tiempo, hasta las descripciones o principios de algunos científicos destacados como Galileo y Newton, que contribuyeron con fundamentos más convincentes en el desarrollo de este fenómeno cotidiano.

Aristóteles (384 a. C. – 322 a. C.)

Basándose únicamente en su enfoque empírico y deductivo, propuso algunas explicaciones sobre cómo funcionaban las cosas en la naturaleza. De acuerdo con el relato de varios autores, Aristóteles fue uno de los primeros en formular teorías sobre el movimiento; para él, el movimiento de los cuerpos era originado por dos tipos de fuerza: la fuerza interna (alma) que correspondía a todos los seres vivos que podían moverse por sí mismos y la fuerza externa (forzada) correspondiente a los seres inertes que necesitaban ser empujados o lanzados por un agente motor (actividad natural o impuesto por una causa externa) para mantenerse en movimiento. Estas ideas respaldaban a uno de los principios de la concepción aristotélica: “Todo lo que se mueve es movido por algo” (Crombie, 1974; Villar, 2012).

En este sentido, Aristóteles formuló una teoría sobre la caída de los cuerpos, basándose en sus concepciones del movimiento y en la naturaleza de los elementos: tierra, aire, agua y fuego, explicó que una piedra tiende a caer en línea recta con dirección al centro de la Tierra a menos de que una fuerza externa actuara sobre ella, consideró a este movimiento como “natural”; mientras que aquellos producidos por una fuerza externa eran “no naturales” (March, 1983). Este pensamiento le llevó a refutar que “la velocidad de un cuerpo era directamente proporcional a la fuerza motriz e inversamente proporcional a la resistencia del medio en el que tenía lugar el movimiento” (Crombie, 1974, p. 51); con relación a esto, argumentó que, en un mismo medio, dos cuerpos con diferente peso, pero igual forma y tamaño, caen con una velocidad proporcional a sus pesos, señalando que el más pesado cae con mayor rapidez que el más liviano.

Sin embargo, desde el punto de vista de Crombie (1974), Aristóteles rechazaba la idea del vacío, puesto que, el filósofo sostenía su concepción de que todo espacio debía estar ocupado por la materia, es decir, que un vacío los cuerpos no podían moverse ni tener un lugar natural donde caer. En este contexto, Villar (2012) menciona que a pesar de que el filósofo se basaba en la observación directa de los fenómenos cotidiano, buscó dar explicaciones lógicas a otros problemas, como el lanzamiento de proyectiles; para él, el desplazamiento de un proyectil se debía al impulso del aire, debido que, el movimiento de un cuerpo creaba un vacío que era ocupado por el aire, empujando al cuerpo en su trayectoria, dicho de otra manera, para Aristóteles, el aire era el culpable de mover un proyectil a partir de su posición natural.

De acuerdo con Crombie (1974), a pesar de que las ideas aristotélicas daban una explicación lógica para su época, presentaban algunas limitaciones al no considerar la aceleración uniforme ni la fuerza motriz que surgía después de que un cuerpo dejaba de estar en contacto con el agente externo; al no reconocer esto, se reflejó en Aristóteles la incapacidad para analizar el movimiento en términos de velocidades que continúan en un periodo de tiempo. Aunque sus ideas prevalecieron por casi 2000 años, las contribuciones de este filósofo sentaron las bases para futuros científicos en el Renacimiento.

Escuela Atomista

Representada por filósofos como Leucipo y Demócrito, pioneros en el estudio de los átomos durante el siglo V a. C., ya habían desarrollado algunas ideas sobre la naturaleza de la realidad (esencia de la existencia) que diferían con las explicaciones de Aristóteles respecto al vacío. De hecho, antes de que Aristóteles formulara sus teorías, estos dos representantes ya habían propuesto la existencia del vacío (Leucipo, *lugar finito*) y la composición de la materia a partir de átomos indivisibles; aceptaban la existencia del vacío como un espacio donde los átomos podían moverse libremente sin necesidad de un agente externo (Bueno, 1974). Además, consideraron como un axioma el hecho de que todos los cuerpos caerían con la misma velocidad dentro de ese medio, pues según su filosofía, el vacío es un espacio sin resistencia.

Epicuro de Samos (340 – 270 a.C.)

Fue un filósofo griego que se valió de la teoría atómica para desarrollar su propia filosofía, explicó algunas concepciones sobre el movimiento, usando las teorías de los atomistas, y aunque no poseía un claro entendimiento sobre la resistencia del aire o la fricción, ni conocimiento de las fuerzas que actuaban en los cuerpos como, la gravedad, explicó que en un medio determinado (aire, agua) la diferencia de velocidades de los cuerpos, se debían

únicamente a la resistencia de las proporciones que tienen sus pesos (Crombie, 1974; Portolés y Moreno, 1997).

Arquímedes de Siracusa (287 – 212 a.C.)

Reconocido como uno de los grandes matemáticos de la antigüedad, Arquímedes analizó las propiedades geométricas de las parábolas, demostrando que el área de un segmento parabólico equivale a dos tercios del área de un triángulo con igual base y altura. Desde el punto de vista del autor, gracias a este trabajo que realizó Arquímedes, aunque es estrictamente matemático, contribuyó en cierta medida en el desarrollo del análisis del movimiento de los cuerpos (Fernández, 2012).

Juan Filopón de Alejandría (siglo VI d. C.)

La caída de los cuerpos y el movimiento en diferentes medios era tema de debate entre los filósofos durante la Edad Media y el Renacimiento, mientras algunos creían en la igualdad de velocidad en el vacío y la desigualdad de velocidad en un medio diferente (aire, agua) y viceversa, había otros como Filopón, que cuestionaban y proponían nuevas concepciones con respecto a la caída de los cuerpos y el movimiento, desafinando así las creencias aceptadas sobre el movimiento de los cuerpos.

Filopón argumentaba que en el vacío los cuerpos caerían con una velocidad finita determinada por su gravedad, mientras que un medio diferente la resistencia afectaría dicha velocidad; también sostenía que la fuerza motriz del proyectil era prestada y disminuía con el tiempo debido a la resistencia del medio. Negaba que todo lo que se mueve antinaturalmente debía ser movido por un agente externo en contacto con él; sostenía que, en los proyectiles, la velocidad era solamente proporcional a la fuerza motriz y que la resistencia del medio solo era la culpable de reducir esta velocidad (Crombie, 1974).

No obstante, las concepciones de Filopón fueron debatidas y cuestionadas por diferentes escuelas de pensamiento, algunas rechazándolas, puesto que seguían aferrados a las enseñanzas de Aristóteles y otras aceptándolas, dispuestos a explorar perspectivas diferentes, marcando así un momento de cambio y debate en la comprensión del movimiento de los cuerpos.

Niccolo Tartaglia (1499 – 1557)

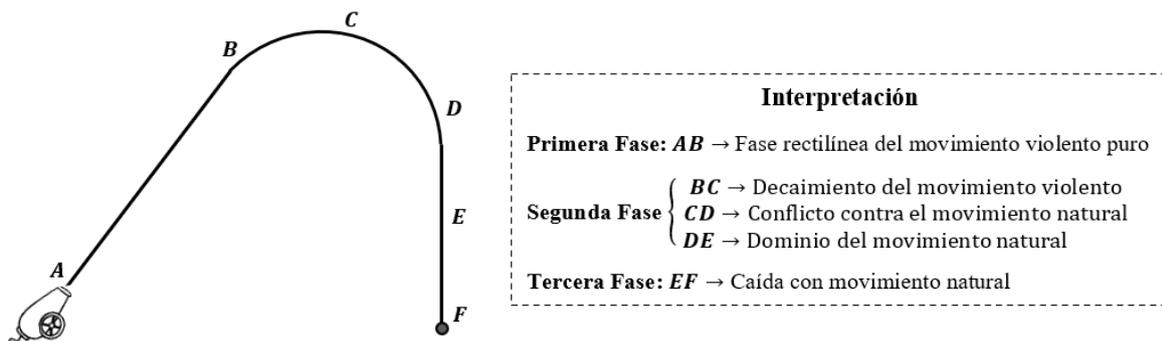
La comprensión del movimiento de los proyectiles aún era un tema sin resolver, su interpretación y comprensión seguía siendo un desafío para los científicos e ingenieros de esa época; fue en este contexto que, en el siglo XVI, Tartaglia influenciado por los conceptos aristotélicos se interesó por buscar una explicación científica al comportamiento de los

proyectiles como, las balas de cañones, y su contribución en el campo de la balística fue fundamental para el desarrollo de la Física. Tartaglia era considerado como uno de los primeros teóricos en sistematizar el estudio del movimiento de los proyectiles, pues, a diferencia de otros artilleros, él se empeñó por estudiar la trayectoria de este movimiento como un fenómeno físico y matemático.

Él proponía que los proyectiles seguían una trayectoria “tripartita” que, para su parecer, el proyectil comenzaba con una fase rectilínea que es parte del movimiento violento que se mantiene puro, seguida de una fase donde ese movimiento se desvanecía y entraba en conflicto con el movimiento natural y finalmente terminaba cayendo al suelo con ese último movimiento. Esta interpretación fue representada gráficamente por Tartaglia, siendo el primero de los científicos en ilustrar la trayectoria que seguía un proyectil, pero con base a sus concepciones; la Figura 2 es una imitación del trabajo que hizo Tartaglia, para tratar de explicar su concepto y su influencia en el avance del pensamiento científico (Saldaña, 2006).

Figura 2

Representación gráfica de la trayectoria "tripartita" según Tartaglia



Johannes Kepler (1571 – 1630)

Por casi 2000 años las ideas aristotélicas sobre el movimiento en general, dominaron el pensamiento científico hasta la época del Renacimiento, cuando las nuevas perspectivas comenzaron a desafiar y rechazar este enfoque aristotélico; Kepler un astrónomo alemán, fue uno de los primeros personajes que desafió las creencias aristotélicas al demostrar a través de sus leyes del movimiento planetario que las órbitas no eran círculos perfectos como se pensaba, sino elipses. Este descubrimiento revolucionario reemplazó directamente una de las concepciones principales de Aristóteles con base al movimiento celeste, inspirando así a la comunidad científica a reconsiderar las teorías tradicionales y abrir nuevas puertas a la comprensión del universo (Villar, 2012).

Aunque Kepler no estudió directamente el movimiento de los cuerpos en la Tierra, sus investigaciones sobre las trayectorias elípticas en el espacio fueron de gran ayuda para que otros

científicos como Galileo y Newton consideraran esa perspectiva y logren describir el movimiento de los proyectiles.

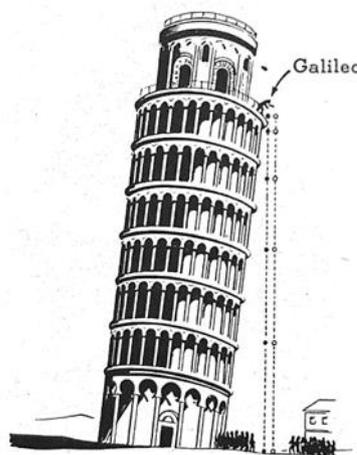
Galileo Galilei (1564 - 1642)

Con base a los fragmentos narrativos de Hewitt (2016), el físico y astrónomo italiano Galileo Galilei desafió y desacreditó las ideas aristotélicas sobre el movimiento de los cuerpos a través de un riguroso método científico, al centrarse en el “cómo” en el lugar del “por qué” se mueven las cosas, cuestionó el punto de vista intuitivo de los griegos y demostró que la observación superficial y el razonamiento lógico no bastan para comprender la complejidad de los fenómenos naturales. Al contradecir las afirmaciones aristotélicas sobre la caída de los cuerpos, Galileo concluyó que todos los objetos caen con la misma velocidad desde una misma altura, refutando así las creencias tradicionales y estableciendo principios científicos fundamentales para el estudio del movimiento.

En este contexto, para comprobar que su razonamiento era el correcto, el italiano atrajo una gran multitud a la torre de Pisa, tal como se ve en la Figura 3, donde demostró con éxito que dos cuerpos de diferentes pesos caen a la misma velocidad desde una cierta altura, esta experiencia causó asombro entre los presentes, pero, a pesar de la evidencia algunos adversarios cuestionaban su teoría al plantear la discrepancia de velocidad entre una pluma y un martillo. Galileo explicó que las causas se debían a la resistencia del aire y las diferencias en su forma y densidad, puesto que, en condiciones normales esto afectaría en la velocidad de la caída de los cuerpos, pero también argumentó que un vacío donde no hay resistencia del aire, todos los cuerpos caerían con la misma velocidad, debido a la influencia de la única fuerza que actúa en este medio, la gravedad (Maiztegui y Sabato, 1979).

Figura 3

Experiencia de Galileo en la torre de Pisa



Nota. Representación del experimento de Galileo desde la Torre de Pisa, que ilustra la caída simultánea de dos esferas de diferente masa, pero de igual tamaño. Tomada de (Maiztegui y Sabato, 1979).

Maiztegui y Sabato (1979) mencionan que la hipótesis de la pluma y el martillo no pudo ser comprobado por Galileo, pero con el tiempo, alrededor del año de 1960 se comprobó a través de una bomba de vacío que su teoría era correcta. Adicional a esto, la hipótesis también fue verificada en el año de 1971 por el astronauta David R. Scott, comandante de la misión Apolo 15, cuando ejecutó este experimento sencillo, pero con gran trascendencia histórica, soltó ambos objetos en la Luna, y documentó que ambos caían al mismo tiempo a la superficie lunar (Corcho, 2012, p. 7).

Por otra parte, Galileo realizó experimentos con objetos esféricos en superficies planas inclinadas, observando que los cuerpos rodaban más rápido en pendientes descendientes debido a la aceleración y perdían velocidad en pendientes ascendientes; también, concluyó que en superficies planas sin inclinación los cuerpos mantienen un movimiento constante hasta llegar a un estado de reposo debido a la fricción, y al probar en otras superficies más lisas con menos fricción notó que el movimiento persistía por más tiempo (Corcho, 2012; Hewitt, 2016).

Galileo analizó ese experimento detalladamente, puesto que, al estudiar el movimiento de una esfera en un plano inclinado seguido de un horizontal sin fricción, le permitió descubrir el principio de la inercia: “si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza y está en reposo, permanece en reposo; y si está en movimiento continúa moviéndose indefinidamente en línea recta y con movimiento uniforme” (Loedel, 1941). Esta idea, contradecía las teorías aristotélicas y despertó en el italiano un interés por describir el comportamiento de los objetos en movimiento como, los proyectiles. Galileo observó como los proyectiles seguían trayectorias complejas al ser lanzadas en distintos ángulos, combinando el movimiento horizontal y vertical; se dio cuenta que el proyectil avanzaba horizontalmente con velocidad constante y descendía aumentando su aceleración, debido a la gravedad (Hewitt, 2016).

Basándose en sus observaciones, Galileo dedujo que la trayectoria de un proyectil se forma por la combinación de dos movimientos, y que debido a la influencia de la gravedad se describe una curva parabólica (Corcho, 2012); este análisis reveló que la distancia horizontal recorrida es proporcional al tiempo, mientras que, la vertical sigue una relación cuadrática. Aunque carecía de recursos Galileo utilizó las ecuaciones de cada movimiento y las combinó para corroborar sus descubrimientos, demostrando que un proyectil alcanza su máxima distancia lanzado a 45° y que la altura máxima depende de la velocidad inicial y el ángulo de lanzamiento (Villar, 2012).

En este contexto, Hewitt (2016), pone en manifiesto que, gracias a los avances que logró Galileo, mediante su enfoque experimental estableció que el lanzamiento de proyectiles en definitiva resulta del movimiento compuesto (MRU y MRUA), demostrando que en ausencia

de factores como, la resistencia del aire, y si estuviera bajo la influencia de una gravedad constante y uniforme, el comportamiento de un proyectil tiende a seguir una trayectoria curva, predecible y matemáticamente describible.

Isaac Newton (1642 – 1727)

Newton inspirado por Galileo, desarrolló sus leyes del movimiento y de la gravitación universal, detallando como la gravedad afecta a todos los cuerpos en la Tierra, además, explicó que todos los cuerpos en el universo se atraen entre sí cuando la fuerza es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre los cuerpos. En este sentido, unificó las teorías de Galileo y Kepler para demostrar que todos los cuerpos experimentan la misma gravedad.

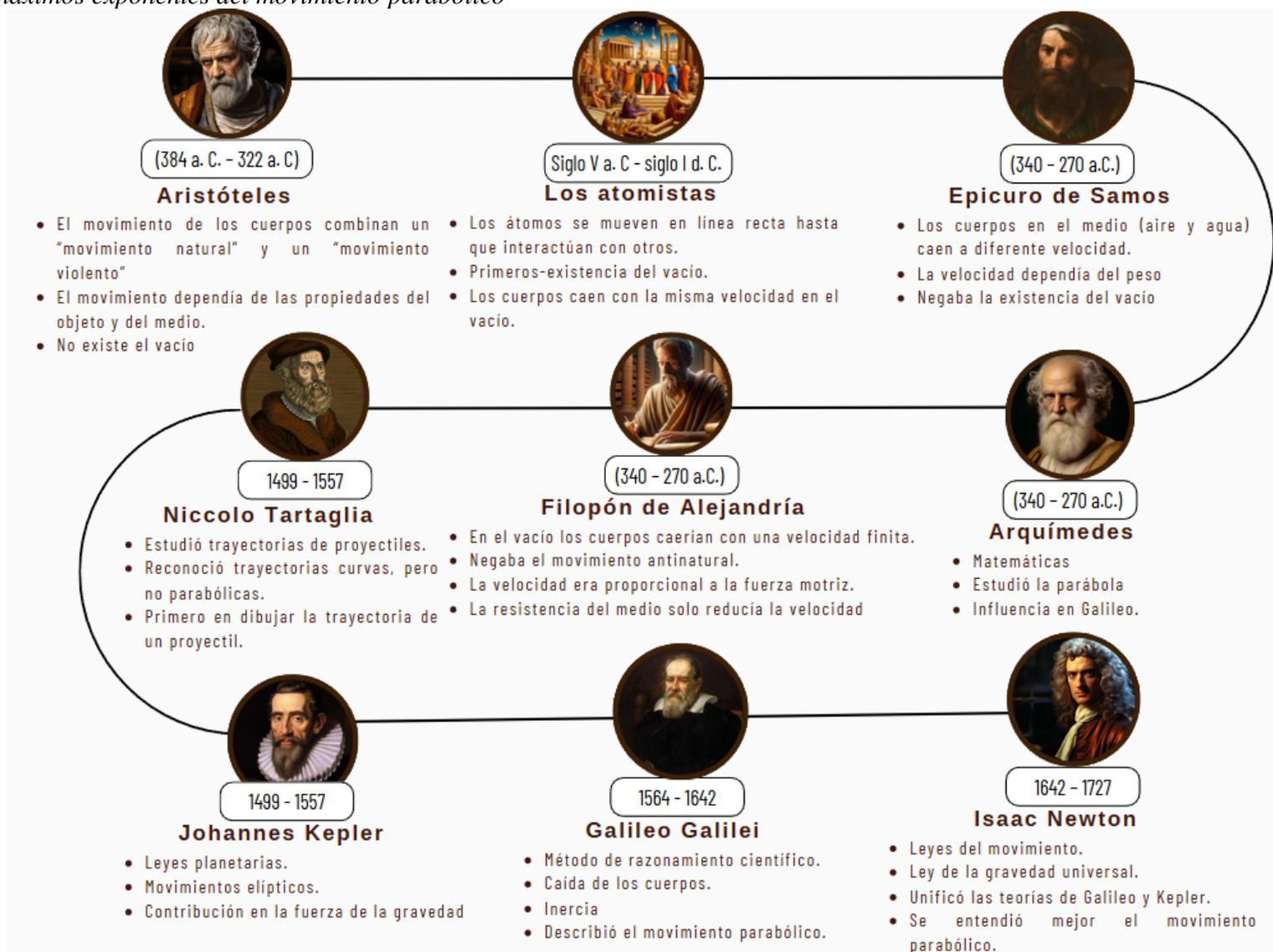
A través, de su la segunda ley del movimiento y sobre todo de su ley de la gravedad universal, junto con el análisis que dejó Galileo, se logró desarrollar ecuaciones que predicen la posición de un proyectil en función del tiempo. Esta demostración permitió entender que los proyectiles bajo condiciones ideales siguen una trayectoria parabólica debido a la atracción de la gravedad, y que además de la velocidad horizontal constante junto a la aceleración vertical se puede determinar el recorrido que siguen las piedras de catapultas, balas de cañones (Hewitt, 2016; Villar, 2012).

En la Figura 4, se resume de manera gráfica y sistematizada el desarrollo del movimiento parabólico, desde las concepciones de Aristóteles, hasta las teorías del movimiento y la gravedad universal de Newton, las mismas que ayudaron a perfeccionar los trabajos de Galileo, proporcionando una explicación completa del movimiento parabólico.

En consecuencia, este recorrido histórico permitió analizar y conocer cómo ha evolucionado el movimiento parabólico a lo largo de los años, pero, a pesar de los avances que ha tenido, existen algunas limitaciones que persisten hasta el día de hoy, puesto que los modelos ideales que normalmente se utilizan para enseñar este fenómeno no siempre coinciden con las situaciones que se presentan en el mundo real.

Figura 4

Síntesis de los máximos exponentes del movimiento parabólico



Magnitudes del Movimiento Parabólico

Según Sears y Zemansky (2013), el movimiento parabólico se describe por una serie de magnitudes que son fundamentales para determinar su trayectoria y comportamiento, estas magnitudes son la velocidad inicial, el ángulo de lanzamiento, el tiempo de vuelo, la altura máxima, el alcance máximo y la aceleración debida a la gravedad.

A continuación, se hablarán brevemente cada uno de estas magnitudes para entender su importancia dentro de la aplicación en el MP; la velocidad inicial (\vec{v}_0) es una cantidad vectorial que describe una magnitud (la rapidez inicial) y una dirección (se representa por el ángulo de lanzamiento) con la que un objeto empieza su movimiento inicial, este vector se puede descomponer en dos componentes: horizontal y vertical (v_{0x}, v_{0y}); el ángulo de lanzamiento (θ) puede ser definido tanto por las componentes de la velocidad inicial como por las componentes de la dirección con respecto a los ejes (x, y), influye en la forma de la trayectoria de un proyectil, además, influye en gran parte en la distancia que recorre y altura que alcanza; tiempo de vuelo (t_v) es el periodo que registra cuánto tarda en recorrer un cuerpo durante su vuelo, desde su lanzamiento hasta que vuelve al suelo.

Otra magnitud del MP es la altura máxima ($y_{\text{máx}}$) la cual depende de la componente vertical de la velocidad inicial (v_{0y}), se define como el punto más alto que alcanza un objeto durante su lanzamiento, este punto se determina cuando la velocidad vertical se reduce a cero y el cuerpo deja de ascender e inicia el descenso al suelo. El alcance máximo ($x_{\text{máx}}$) depende de la componente horizontal de la velocidad inicial (v_{0x}), es la distancia total que recorre un cuerpo durante su trayectoria, cabe mencionar que este alcance máximo se da sobre todo cuando ($\theta = 45^\circ$). Finalmente, la aceleración debida a la gravedad (g) influye constantemente en la dirección vertical, tiene un valor aproximado de $9,8 \text{ m/s}^2$ cerca de la superficie terrestre y es la responsable de que un cuerpo realice una trayectoria parabólica, cabe mencionar, que la gravedad disminuye la velocidad vertical del cuerpo mientras este sube y la aumenta mientras empieza a caer (Sears y Zemansky, 2013; Serway y Jewett, 2019).

Cada una de las magnitudes que corresponden al movimiento parabólico son necesarias para describir y predecir su comportamiento bajo la influencia de la gravedad, pero, no basta con solo conocer el significado de cada una de ellas para poder analizar este fenómeno en particular. De acuerdo con Sears y Zemansky (2013), para comprender y resolver los problemas del MP, es necesario saber de dónde se derivan sus ecuaciones, además de entender “cómo” y “cuándo” aplicarlas en los diferentes casos del MP, puesto que, sus trayectorias son simétricas y asimétricas, pero con resoluciones que casi siempre siguen patrones similares a las demás.

Descripción Matemática de las Magnitudes del Movimiento Parabólico

Para describir matemáticamente las ecuaciones del MP se deben usar las ecuaciones de la Tabla 1 correspondientes al MRU y MRUA. Estas se presentan de forma escalar, sin embargo, se pueden utilizar para magnitudes vectoriales, cambiando su simbología y las reglas de operaciones con vectores.

Tabla 1

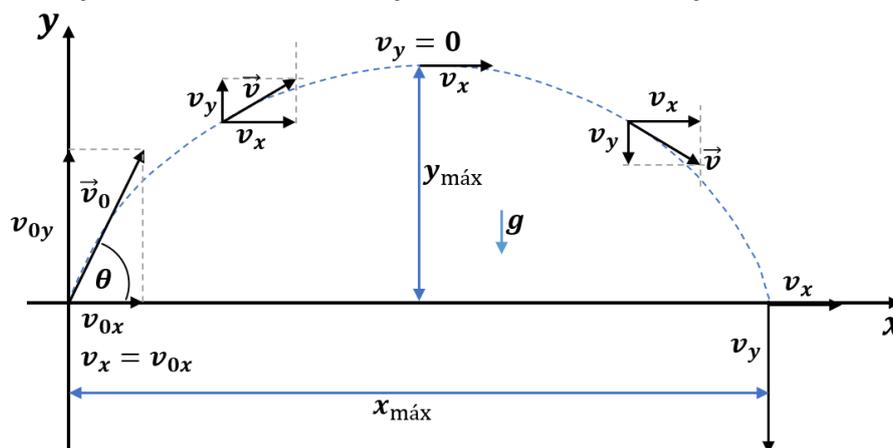
Ecuaciones del MRU y MRUA aplicadas al movimiento parabólico

MRU	MRUA
Desplazamiento en el eje x	Desplazamiento en el eje y
$x = x_0 + v_{0x} \times t$	(1) $y = y_0 + v_{0y} \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2$ (3)
$v_x = v_{0x}$	(2) $v_y = v_{0y} + a \times t$ (4)

Con base a lo expuesto, el Ministerio de Educación del Ecuador [MINEDUC] (2020), tiende a explicar que a partir de las ecuaciones (1, 2, 3 y 4) se pueden derivar las ecuaciones que permiten profundizar el análisis del MP; en este sentido, asumiendo que el objeto es lanzado desde el origen (0, 0) se considera que la posición de sus componentes es $x = 0$ y $y = 0$, como se ve en la Figura 5. Tomando como referencia las indicaciones anteriores y con base a las investigaciones que realizó Galileo junto a la interpretación que le dieron varios autores, se describirán las ecuaciones que corresponden a una trayectoria simétrica (Sears y Zemansky, 2013; Serway y Jewett, 2019; Tippens, 2011).

Figura 5

Diagrama de cuerpo libre del movimiento parabólico con una trayectoria simétrica

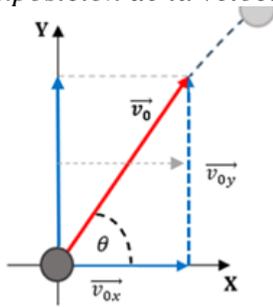


Velocidad inicial \vec{v}_0

Es una magnitud vectorial, puesto que, \vec{v}_0 indica la dirección de la rapidez hacia donde moverse, en la Figura 6, se puede observar como este vector se descompone en dos componentes (v_{0x}, v_{0y}) formando un ángulo θ con respecto al eje horizontal x.

Figura 6

Descomposición de la velocidad inicial en sus dos componentes



Aplicando las funciones trigonométricas con magnitudes físicas se calculan las componentes de la $\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})$:

$$\cos(\theta) = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{v_{0x}}{v_0}$$

Despejando v_{0x} :

$$v_{0x} = v_0 \times \cos(\theta) \quad (5)$$

$$\text{sen}(\theta) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

Despejando v_{0y} :

$$v_{0y} = v_0 \times \text{sen}(\theta) \quad (6)$$

Conociendo v_{0x} y v_{0y} se puede determinar la rapidez del cuerpo v_0 a través del teorema de Pitágoras:

$$v_0 = \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2}$$

Ángulo de lanzamiento θ

Haciendo el mismo razonamiento de las componentes de \vec{v}_0 , se calcula el ángulo θ :

$$\tan(\theta) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}$$

Despejando θ :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)$$

Tiempo de vuelo t_v

Se comienza por calcular el tiempo de subida (t_s):

- Como el tiempo es una magnitud escalar, a la velocidad inicial se la trabajará en términos de magnitud escalar y no vectorial, es decir, como rapidez v_0 .

Utilizando la Ecuación 4, se encuentra t_s :

$$v_y = v_{0y} + (a \times t)$$

Se sustituye la aceleración a por la gravedad g :

$$v_y = v_{0y} + (g \times t)$$

Como el objeto sube, se trabaja a la gravedad como negativa:

$$v_y = v_{0y} + (-g \times t_s)$$

La velocidad final v_y se reduce a cero, puesto que llega a una altura máxima:

$$0 = v_{0y} + (-g \times t_s)$$

Reorganizando:

$$v_{0y} + (-g \times t_s) = 0$$

Despejando t_s :

$$t_s = \frac{-v_{0y}}{-g} = \frac{v_{0y}}{g}$$

Remplazando v_{0y} por la Ecuación 6:

$$t_s = \frac{v_0 \times \text{sen}(\theta)}{g} \quad (7)$$

El tiempo que tarda en subir es el mismo que tarda en caer:

$$t_v = 2 \times t_s$$

Por lo tanto:

$$t_v = \frac{2 \times v_0 \times \text{sen}(\theta)}{g} \quad (8)$$

Altura máxima $y_{\text{máx}}$

Utilizando la Ecuación 3, se encuentra la Ecuación de $y_{\text{máx}}$:

$$y = y_0 + v_{0y} \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

Se conoce que $\vec{y}_0 = 0$, puesto que parte desde el origen (0, 0):

$$y = 0 + v_{0y} \times t + \left(\frac{1}{2} \times -g \times t^2\right)$$

Remplazando v_{0y} por la Ecuación 6 y t por la Ecuación 7:

$$y = (v_0 \times \text{sen } \theta) \left(\frac{v_0 \times \text{sen } \theta}{g}\right) - \frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{v_0 \times \text{sen } \theta}{g}\right)^2$$

Resolviendo y simplificando:

$$y = \frac{(v_0)^2 \times \text{sen}^2(\theta)}{g} - \frac{1}{2} \times \frac{(v_0)^2 \times \text{sen}^2(\theta)}{g}$$

Aplicando un artificio:

$$1x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x$$

Se encuentra $y_{\text{máx}}$:

$$y_{\text{máx}} = \frac{(v_0)^2 \times \text{sen}^2(\theta)}{(2 \times g)} \quad (9)$$

Alcance máximo $x_{\text{máx}}$

Haciendo uso de la Ecuación 1, se determina la ecuación de $x_{\text{máx}}$:

$$x = x_0 + (v_x \times t)$$

Se entiende que $x_0 = 0$

$$x = 0 + (v_x \times t)$$

- En el MRU v_x es *ctte.*, de modo que, $v_x = v_{0x}$

Remplazando v_{0x} por la Ecuación 5 y t por la Ecuación 8:

$$x = [v_0 \times \cos(\theta)] \times \left[\frac{2 \times v_0 \times \text{sen}(\theta)}{g} \right]$$

Resolviendo:

$$x = \frac{(v_0)^2 \times 2[\text{sen}(\theta) \times \cos(\theta)]}{g}$$

Aplicando una identidad trigonométrica:

$$\text{sen}(2\theta) = 2[\text{sen}(\theta) \times \cos(\theta)]$$

Se encuentra la ecuación de $x_{\text{máx}}$:

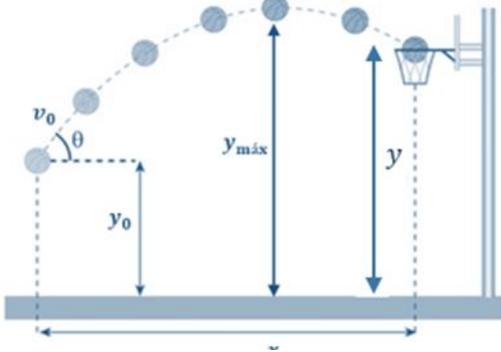
$$x_{\text{máx}} = \frac{(v_0)^2 \times \text{sen}(2\theta)}{g} \quad (10)$$

Con base a la explicación anterior, se resalta que estas ecuaciones solo son válidas cuando se observa que el proyectil sigue una trayectoria simétrica. Al respecto, Sears y Zemansky (2013) mencionan que las expresiones que se describieron anteriormente solo pueden utilizarse en ocasiones cuando las alturas de lanzamiento y aterrizaje son iguales, es decir, $y_0 = y_f$. Sin embargo, también hace referencia que, en muchos problemas de este movimiento, las ecuaciones (7, 8, 9 y 10) no deben aplicarse, puesto que, el proyectil sigue una trayectoria asimétrica, describiendo una parábola con particularidades diferentes que cambian de acuerdo al análisis de las diversas situaciones, donde $y_0 \neq y_f$.

A partir de las indicaciones anteriores, se describirán las ecuaciones de $y_{\text{máx}}$ y t_v , de uno de los casos particulares del movimiento parabólico asimétrico (Figura 7), esta vez resumiendo algunos pasos que ya se explicaron anteriormente.

Figura 7

Ilustración de uno de los casos del movimiento parabólico asimétrico



Altura máxima $y_{\text{máx}}$

Partiendo de la Ecuación 7:

$$t_s = \frac{v_0 \times \text{sen}(\theta)}{g} = \frac{v_{0y}}{g}$$

Se reemplaza t_s en la Ecuación 3:

$$y = y_0 + v_{0y} \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

$$y = y_0 + v_{0y} \times \left(\frac{v_{0y}}{g}\right) + \frac{1}{2} \times a \times \left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2$$

Resolviendo:

$$y = y_0 + \frac{v_{0y}^2}{g} - \left(\frac{1}{2} \times \frac{v_{0y}^2}{g}\right)$$

Aplicando un artificio:

$$1x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x$$

Se determina la ecuación:

$$y_{\text{máx}} = y_0 + \frac{(v_0)^2 \times \text{sen}^2(\theta)}{(2 \times g)} \tag{9.1}$$

Tiempo de vuelo t_v

Usando la Ecuación 3:

$$y = y_0 + v_{0y} \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

Se Iguala a cero:

$$\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_{0y} \times t - (y - y_0) = 0$$

Se aplica la fórmula general en función del tiempo t :

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(a \times c)}}{(2 \times a)}$$

Se da valores para a , b y c

$$a = \frac{1}{2} \times g \quad ; \quad b = v_{0y} \quad ; \quad c = -(y - y_0)$$

Remplazando:

$$t = \frac{-v_{0y} \pm \sqrt{(v_{0y})^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times g\right) \times -(y - y_0)}}{(2 \times \frac{1}{2} \times g)}$$

Resolviendo:

$$t = \frac{-v_{0y} \pm \sqrt{(v_{0y})^2 + 2 \times g - (y - y_0)}}{g}$$

Sustituyendo v_{0y} por la Ecuación 5:

$$t = \frac{-v_0 \times \text{sen}(\theta) \pm \sqrt{(v_0 \times \text{sen}(\theta))^2 + 2 \times g - (y - y_0)}}{g} \quad (8.1)$$

Las ecuaciones (8.1 y 9.1) son algunas demostraciones que surgen de las ecuaciones iniciales, estas pueden derivarse de acuerdo al problema que se presente, para ello, se necesita analizar el tipo de movimiento, luego despejar y aplicar correctamente las ecuaciones.

Tópicos de Física que se Enseñan en el nivel de Bachillerato

Luego de analizar las magnitudes y ecuaciones que describen el movimiento parabólico, es posible entender cómo este tema en particular se integra dentro del marco general de los contenidos que conforman el currículo de Física en el nivel de bachillerato; de acuerdo con el MINEDUC (2019), en el Currículo de los Niveles de Educación Obligatoria (Nivel Bachillerato) establece que la asignatura de Física contiene varios tópicos organizados en cinco bloques principales. Estos bloques contienen el estudio del movimiento y fuerza; energía, conservación y transferencia; ondas y radiación electromagnética; la Tierra y el universo; y finalmente la Física de hoy.

Cabe destacar que, la enseñanza de Física en el bachillerato está estructurada en tres años académicos: 1, 2 y 3 de Bachillerato General Unificado (BGU), y que, de acuerdo a estos niveles, los temas de esta asignatura se dividen según su relevancia y complejidad, comenzando

por los principios básicos de la cinemática como el estudio de la velocidad, la aceleración, el movimiento y las trayectorias, cada uno desarrollado a partir de los conceptos anteriores con el fin de cumplir con los objetivos curriculares garantizando así una comprensión profunda y secuencial.

En este sentido, es evidente que, el estudio del movimiento parabólico está relacionado con las temáticas del bloque uno (Movimiento y Fuerza), y con base al currículo, estos temas generalmente son desarrollados como parte introductoria de la Física en el primer año de BGU y a medida que se avanza al siguiente año escolar, se va aumentando el nivel de complejidad con el estudio de otros conceptos, cuyos contenidos proporcionan una estrecha relación y contextualización dentro del marco necesario para comprender temas, como la energía y su conservación, el movimiento armónico simple, la naturaleza de la luz, el magnetismo, entre otros, (MINEDUC, 2019).

Enseñanza de la Física

En relación con lo anterior, es preciso señalar que todos los contenidos de la Física son esenciales para describir y tratar de entender el mundo que nos rodea, por tal razón, su enseñanza es fundamental, porque ayuda a fomentar en el estudiante el conocimiento, la innovación y la comprensión de los sucesos naturales que ocurren diariamente en su entorno, además de potenciar el desarrollo del pensamiento lógico, crítico y complejo en las diversas áreas educativas, formando personas integrales, justas, libres, responsables, críticas, capaces de ejercer y defender sus derechos (MINEDUC, 2019)

En este contexto, la enseñanza de la Física debe ser activa y experimental, procurando que los estudiantes además de aprender, puedan participar y entender los conceptos teóricos, según Mora et al. (2022), “la enseñanza de la Física tiene como objetivo ayudar a los estudiantes a percibir esta disciplina como un sistema coherente de conceptos y principios relacionados con el mundo real” (p. 52).

Por su parte, Rojo (1990) indica que la enseñanza de esta ciencia tiene que estar encaminada desde la observación, experimentación y comprobación de un fenómeno para dar una explicación convincente basada en la parte experimental y no solo a la parte teórica o resolución de problemas que solo llenan las pizarras y no el conocimiento del mismo. Este enfoque permite que el estudiante esté involucrado directamente en su proceso de aprendizaje, pues a través de su participación activa se desarrollan aptitudes y habilidades para observar, analizar y aplicar los principios de esta disciplina.

Es relevante pensar cómo se está impartiendo la Física en las aulas de clase, dado que, al igual que cualquier otra ciencia, la Física posee particularidades metodológicas que hacen de su proceso de enseñanza aprendizaje algo diferente a las demás asignaturas. Con base a esto, el docente de esta disciplina tiene que tener un estilo de enseñanza adecuado a los diversos contenidos de la materia y al contexto de los estudiantes, además de buscar la mejor manera para enseñar a través de métodos, técnicas y estrategias que ayuden a mejorar el aprendizaje.

La enseñanza de la Física siempre ha sido un reto para los docentes debido a su naturaleza compleja y abstracta; esta asignatura, puede ser algo difícil de aprender dado que, como disciplina, exige el manejo de los conceptos abstractos y la capacidad de relacionarlos con los fenómenos cotidianos que suceden a diario (Mora et al., 2022). En este sentido, para potenciar la enseñanza de la Física, es fundamental que el docente de la asignatura esté en la capacidad de conocer y apropiarse de los paradigmas pedagógicos, conociendo su significado y aplicando el que considere apropiado para la enseñanza de esta ciencia.

Paradigmas Pedagógicos en la Enseñanza de la Física

Los paradigmas pedagógicos son las formas en que se entiende y se lleva a cabo el proceso educativo, pueden ir desde el enfoque tradicionalista, caracterizado por la transmisión directa del conocimiento por parte del docente, hasta los enfoques más recientes, que se centran en la participación activa de los estudiantes, además de que construyan su propio conocimiento y se desarrollen como personas críticas y autónomas (das Neves, 2013). En este sentido, Castellano et al. (2021) y Colina (2007) mencionan algunos paradigmas que son más representativos y populares del siglo XXI, véase en la Tabla 2:

Tabla 2

Paradigmas pedagógicos más representativos

Paradigma	Características
Tradicionalista	El docente asume el protagonismo, pues es el que transmite el conocimiento y el alumno es un ser pasivo, que recepta ese conocimiento, la metodología se basa en lo verbal y lo memorístico, el ambiente es rígido y autoritario.
Conductista	Está basado en el modelo “Estímulo-Respuesta”, considera que el aprendizaje se alcanza a través de la repetición y la recompensa, donde lo esencial es el cambio de conducta que es observable y el conocimiento es el resultado de los condicionamientos. El docente es el transmisor de conocimientos.
Humanista	Se enfoca en el crecimiento personal y emocional del estudiante, busca en formar una persona sana, libre y autónoma. El docente es un guía que ayuda a encontrar su propio camino.
Cognitivo	Esta centrado en que el aprendizaje se logra a través de la reflexión y resolución de problemas, considera al estudiante como un ser activo que posee conocimientos previos. El docente es un guía que enseña de manera afectiva y promueve el aprendizaje autodidacta.

Sociocultural	Se basa en que el aprendizaje se alcanza a partir de la interacción y la colaboración con otros, es decir, que para aprender se necesita de la cultura, el lenguaje y de la ayuda de un experto para desarrollar su habilidades y capacidades mentales. El docente actúa como un mediador.
Constructivismo	Se enfoca en la idea que los aprendices desarrollan su propio conocimiento, en lugar de recibirlos por el docente, considera al estudiante como un ser activo, que aprende, capta y asimila algo nuevo a partir de sus experiencias. El docente actúa como un guía que ayuda desarrollar el conocimiento.

A partir de lo expuesto en la Tabla 2, según los autores, el paradigma constructivista es ligeramente más relevante que los demás, puesto que es el que predomina en la época actual. Al respecto, el MINEDUC (2019) enfatiza que, dentro del proceso educativo, el paradigma constructivista, ha desempeñado un papel fundamental en la enseñanza de la Física, dado que busca que el estudiante sea capaz de reflexionar y ofrecer explicaciones coherentes, basadas en su propio razonamiento.

Ordoñez et al. (2020), mencionan que el enfoque constructivista está fundamentado principalmente de las teorías de Vygotsky, Piaget, entre otros autores, que enfatizan el papel activo del estudiante y su estructura cognitiva; asimismo, destacan que dentro del constructivismo el aprendizaje es propio de cada estudiante, y puede cambiar de acuerdo a sus intereses, se enfatiza la actividad mental, la resolución problemas y la construcción de aprendizajes basados en la experiencia. Por otra parte, Jaramillo et al. (2020) recalcan que, en este paradigma, la labor del docente es de moderador, coordinador, facilitador y guía que promueve el desarrollo y la autonomía de los estudiantes.

Con base a esta información se rescata la idea de que la enseñanza de la Física debe partir actividades y problemas que potencien la autonomía de aprendizaje y que a su vez permitan su posterior aplicación e integración de la complejidad que caracterizan las situaciones en la vida real. Jaramillo et al. (2020) mencionan que, dentro del constructivismo, las tecnologías desempeñan un papel importante dado que el estudiante puede aprender de forma autodidacta, impulsado por sus gustos e intereses; en este contexto, señalan que el docente además de conocer los modelos, métodos y técnicas pedagógicas de enseñanza deben presentar un manejo óptimo de las nuevas tecnologías que le permitirán adaptarlas posteriormente a los diferentes contextos educativos.

Modelo TPACK

Tomando en cuenta que el paradigma constructivista enfatiza la importancia de la construcción del conocimiento y de la utilización de las tecnologías dentro de las horas de clase, es necesario explorar modelos que se alineen a este enfoque pedagógico y que además permitan

diseñar experiencias de aprendizaje significativas. En este sentido, se pone en manifiesto que para integrar las nuevas tecnologías dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, el docente tiene que sustentarse en el modelo denominado Technological Pedagogical And Content Knowledge, traducido al español, Conocimiento Técnico Pedagógico y Contenido, conocido más por sus siglas, TPACK (Jaramillo et al., 2020).

Este modelo resulta de la intersección de tres tipos de conocimiento: los contenidos, la pedagogía y la tecnología. Con base a las investigaciones y estudios realizadas por Cabero et al. (2015), García et al. (2014), Gómez (2014), Jaramillo et al. (2020), Morán Peña et al. (2017) y Salas-Rueda (2018), estos tipos de conocimiento se definen como:

- **Conocimiento de contenido (CK):** Se refiere a los conceptos, teorías o ideas que el docente debe conocer y comprender de la asignatura que enseña, se podría decir que a este conocimiento le prioriza el “Qué” se enseña.
- **Conocimiento pedagógico (PK):** Se refiere a las habilidades, fortalezas, estrategias y métodos de enseñanza que los docentes utilizan para facilitar el aprendizaje, esto incluye todo desde el diseño de actividades hasta la evaluación de aprendizajes, se prioriza el “Cómo” se enseña.
- **Conocimiento tecnológico (TK):** Se centra en las herramientas digitales y los recursos disponibles que pueden ser utilizados para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, el docente tiene que reconocer cuándo las tecnologías le pueden ayudar o no, además debe ser capaz de adaptarse a los cambios constantes de estas.

En consecuencia, este modelo ofrece un marco teórico valioso para la enseñanza de la Física, visto que, al integrar de manera efectiva el conocimiento del contenido, la pedagogía y la tecnología, permite que su aplicación pueda transformar las experiencias de aprendizaje, facilitando una comprensión más profunda de conceptos complejos, además de promover un ambiente activo y participativo en el aula. Sin embargo, para que su implementación sea exitosa, es fundamental abordar los desafíos asociados al proceso enseñanza aprendizaje de esta disciplina, dado que, al explorar estas dificultades se puede maximizar el potencial del modelo para enriquecer la enseñanza de la Física.

Dificultades de la Enseñanza de la Física

En este sentido, dentro del proceso de enseñanza de la Física se presentan algunas dificultades que afectan el aprendizaje del estudiante. Sinarcas y Solbes (2013), mencionan que una de las posibles causas es la naturaleza abstracta de muchos de los conceptos de la Física, que a menudo requieren que los estudiantes visualicen algunos fenómenos que son complejos

de observar directamente. Por otra parte, Elizondo (2013) da a conocer algunas dificultades que incluyen la carencia del desarrollo de habilidades comunicativas que son correspondientes de las matemáticas y necesarias para la Física, así como, analizar los enunciados de los problemas físicos y deficiencias para comprender los conceptos matemáticos que están presente en los ejercicios (Cuesta-Beltrán, 2018).

Por su parte, Pesantez et al. (2017) menciona que otra de las razones, son las estrategias pedagógicas, visto que, muchos de los docentes tienden a centrarse en la transmisión de información a través de conferencias y resolución de problemas a manera estándar. Así mismo, Carranza et al. (2011) y Orjuela (2011), enfatizan que la evaluación de esta disciplina también puede presentar desafíos para los estudiantes con dificultades de aprendizaje, dado que, las pruebas tradicionales, se basan en la memorización y aplicación mecánica de fórmulas; en este contexto, Elizondo (2013) indica que todas estas dificultades de enseñanza también se reflejan en el aprendizaje del estudiante, porque vienen a olvidar con facilidad algunos de los conocimientos que ya fueron adquiridos.

Estrategias para la enseñanza de Física

A partir de las diversas dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza de Física surge la necesidad de implementar las estrategias innovadoras y métodos didácticos dentro del proceso educativo, los cuales garantizan que los estudiantes comprendan y apliquen los conceptos científicos de manera significativa. En este sentido, para lograr superar aquellas barreras, los docentes deben organizar y planificar de manera lógica, innovadora y sistemática los contenidos, las estrategias y técnicas de enseñanza a través de procesos metodológicos-didácticos que permitan planificar, ejecutar y evaluar el aprendizaje de manera efectiva, pero antes de ello, se deben conocer qué son los procesos metodológicos-didácticos.

Por un lado, los procesos metodológicos según Llanga y López (2019) son todas las técnicas y estrategias que los docentes implementan con la finalidad de que los estudiantes logren aprendizajes de calidad, por ende, es indispensable su adecuada elección para lograr una fácil transmisión de conocimientos, motivar a los estudiantes a aprender, y aprovechar bien los recursos educativos. Además, estos procesos buscan crear un ambiente activo y colaborativo, donde los estudiantes no solo adquieran información, sino que también puedan comprenderla y aplicarla para construir nuevos conocimientos.

Por otra parte, los procesos didácticos para Muñoz et al. (2024) son las actividades y pasos que realiza cada docente para la planificación, ejecución y evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje con la finalidad de facilitar la adquisición de conocimientos, habilidades

y competencias en los estudiantes, en consecuencia, estos procesos didácticos aseguran un aprendizaje estructurado y orientado a cumplir objetivos establecidos. Es así, que los procesos metodológicos-didácticos indican la manera o forma en la que un docente lleva a cabo su práctica pedagógica, dicho de otra manera, estos procesos son todas las actividades, pasos, técnicas y estrategias que el docente emplea para planificar, ejecutar y evaluar el aprendizaje de manera efectiva; de hecho, algunos autores explican diversas maneras de llevar a cabo eficazmente la enseñanza de cualquier tema de Física tal como el movimiento parabólico.

Sears y Zemansky (2013), en su libro “Física universitaria” utilizan un proceso metodológico-didáctico estructurado y accesible para la enseñanza de la Física, comenzando con una introducción que contextualiza el tema en situaciones prácticas, luego, presentan los conceptos teóricos en relación con analogías basadas en situaciones reales, representaciones visuales, diagramas de cuerpo libre, y enlaces que vinculan el contenido con videos tutoriales, explicaciones, simulaciones, entre otras. Explican las ecuaciones a utilizar, además de señalar algunas advertencias a considerar; incluyen ejemplos resueltos paso a paso basados en estrategias de resolución que guían al lector en la solución de problemas; para evaluar la comprensión del tema, incorporan ejercicios variados, con diferentes niveles de complejidad basados en situaciones reales y otros idealizados, además de preguntas conceptuales.

En el libro “Física para Ciencias e Ingeniería” de Serway y Jewett (2019) utilizan un proceso metodológico-didáctico algo similar al anterior, comienzan por introducir el tema con ejemplos cotidianos buscando captar la atención del lector, utilizan algunos cuadros de precauciones; a la par utilizan gráficos y diagramas de cuerpo libre para introducir a los conceptos, haciendo énfasis en suposiciones para simplificar el análisis del tema. Explican las ecuaciones y realizan una descripción matemática; incluyen una estrategia para resolución de problemas (conceptualizar, categorizar, analizar y finalizar), seguidamente demuestran varios ejemplos resueltos paso a paso basados en la estrategia, relacionan los problemas con situaciones reales e idealizadas. Y para evaluar la comprensión del tema, recurren a la resolución de problemas con diferentes niveles de dificultad.

Hewitt (2016), en su libro “Física conceptual” comienza por introducir los conceptos enfatizando la importancia de experiencias directas, utiliza diagramas de cuerpo libre como apoyo para explicar los conceptos y enlaces que vinculan el contenido con videos y screencast, también hace uso de analogías con situaciones reales y metáforas que tratan de explicar los principios físicos, añaden preguntas conceptuales que buscan incentivar el razonamiento del lector. Presentan algunos ejemplos sin resolver, pero brindan un apoyo teórico que

retroalimenta las soluciones; para evaluar, presentan algunas preguntas conceptuales y problemas con un nivel de dificultad promedio.

Pérez (2015), en su libro “Física para bachilleratos tecnológicos” introducción conceptual, explica el tema vinculándolo con ejemplos de objetos realizando trayectorias curvas, para explicarlo mejor descompone el tema en dos subtemas, relacionándolos con representaciones visuales de ejemplos prácticos y diagramas de cuerpo libre. aplica la resolución de problemas indicando como resolverlos paso a paso, a la par, mientras los resuelve explica las fórmulas que describen al tema de estudio, además, plantea la resolución de algunos ejercicios como parte de la comprensión del contenido. Para evaluar aplica una actividad experimental, donde realizan preguntas, montan un prototipo y llenan un cuestionario, esto es reforzado con una retroalimentación de la actividad.

El libro “Física para 1 BGU” del Ministerio de Educación, consideran que la enseñanza de los temas de Física tal como el movimiento parabólico deben seguir un proceso metodológico-didáctico estructurado y detallado, se empieza por presentar los conceptos teóricos relacionando la teoría con analogías de situaciones reales, representaciones visuales, luego plantean preguntas para incentivar el razonamiento conceptual, asimismo vinculan el contenido con recursos interactivos. Indican recuadros de información que ayudan a comprender el tema, explican las ecuaciones que se deben usar, y explican varios ejemplos de cómo resolver problemas empleando las ecuaciones, finalmente sugiere la resolución de problemas como parte evaluativa del conocimiento, además de los trabajos extraclase.

En el trabajo titulado “Unidad didáctica: tiro parabólico” realizado por Cerón et al. (2019), utilizan un proceso metodológico-didáctico que se basa en 9 sesiones que empiezan por: 1) la introducción teórica, donde definen y explican el movimiento parabólico, 2) explican la descomposición de este movimiento en MRU y MRUA, 3) se ayudan de representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre para profundizar el tema e indican las ecuaciones que describen al tema, 4) explican el experimento a realizar medidas con el uso de herramientas tecnológicas, 5) realizan el experimento por parte de los estudiantes, 6) explicación de la práctica como retroalimentación, a la vez, envían tareas para fortalecer la comprensión, 7) utilizan las herramientas tecnológicas y realizan representaciones de los resultados en gráficas, 8) repasan la teoría, ejercicios, prácticas, deberes y finalmente evalúan por medio de un examen.

En el estudio “Estrategia didáctica para el uso de GeoGebra en el aprendizaje del movimiento parabólico” realizado Alcívar y Arteaga (2023), llevaron a cabo la implementación del GeoGebra para abordar el movimiento parabólico en 6 clases: Clase 1) Apertura del tema: origen, concepto y componentes del movimiento parabólico, aplican un cuestionamiento de

preguntas dirigidas, explican las ecuaciones a utilizar y realizan un taller individual de 4 ejercicios de MRU y MRUA, en la Clase 2) se forman grupos y presentan el GeoGebra y desarrollan una actividad 1, en la Clase 3) realizan un análisis de la actividad 1 y desarrollan las actividades 2, 3 y 4, en la Clase 4) Implementan el GeoGebra dentro de la actividad 5, en la Clase 5 y 6 realizan 2 actividades 6 y 7, para finalmente evaluar con un cuestionario virtual de 9 preguntas de opción múltiple sobre el movimiento parabólico.

Angel y Rivas (2020) en su trabajo “Concepciones sobre el Movimiento Parabólico: Estrategias de enseñanza y aprendizaje que contribuyen a su comprensión”, introducen los conceptos del movimiento parabólico utilizando ejemplos prácticos que vinculan el contenido con experiencias diarias, se apoyan de representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre para relacionar la teoría con la práctica, explican las ecuaciones y conceptos matemáticos que abordan el MP. Asimismo, utilizan ejemplos de resolución explicando el paso a paso como resolver los problemas y para evaluar la comprensión del contenido utilizan exámenes escritos, presentaciones y resolución de ejercicios prácticos, finalmente terminan con una fase de reflexión donde analizan los resultados y retroalimentan cualquier confusión o malentendido.

En este sentido, Hernández et al. (2015) señalan que las estrategias didácticas son una guía que facilita la práctica docente con la finalidad de cumplir metas educativas esperadas, proporcionando dirección y cohesión al proceso de aprendizaje mediante actividades que construyan un ambiente interactivo entre el docente y el estudiante, relacionen los contenidos con la vida cotidiana del estudiante y fortalezcan la formación integral tanto en el ámbito académicos como en lo social. A continuación, en la Tabla 3, se detallan algunas de las estrategias que potencian la enseñanza aprendizaje de Física.

Tabla 3
Estrategias para la enseñanza de Física

Estrategia	Autor/es	Características
Aprendizaje basado en problemas	Cañizares y Guillen (2014), Flores-García et al. (2008) y Giménez-Palomares et al. (2019)	Fomenta la capacidad de los estudiantes para analizar y resolver problemas complejos Permite la resolución de problemas prácticos para aplicar ecuaciones físicas interpretando y adaptando las soluciones a diferentes contextos Promueve la resolución de problemas contextualizados Mejora la motivación y el compromiso Desarrolla un aprendizaje más dinámico e interactivo, lo que lleva a un mayor interés por el tema de estudio Incentiva el desarrollo de habilidades de colaboración y la capacidad para trabajar en conjunto y encontrar soluciones Favorece un aprendizaje activo y autónomo

Simulador interactivo	Castillo et al. (2021) y Ramírez (2019)	<p>El estudiante es el protagonista de su aprendizaje</p> <p>Incentiva la curiosidad y creatividad</p> <p>Cada estudiante interactúa activamente en el grupo para alcanzar el conocimiento</p> <p>Fortalece la apropiación del conocimiento</p> <p>Mejora la disposición por aprender y la afinidad por la asignatura de Física</p> <p>Desarrolla pensamiento crítico y la resolución de problemas</p> <p>Interpreta eficazmente los conceptos físicos</p> <p>Implementan las herramientas tecnológicas como apoyo al proceso educativo</p>
Demostraciones	Angel y Rivas (2020) y Flores et al. (2018)	<p>Útil para activar los conocimientos previos y motivar el aprendizaje</p> <p>Visualización clara</p> <p>Participación activa</p> <p>Conexión teoría-práctica</p> <p>Estimula curiosidad</p> <p>Facilita el aprendizaje experimental</p> <p>Puede adaptarse a diferentes niveles de complejidad</p> <p>Se propicia la imaginación, el análisis y la participación activa de los estudiantes</p>
Análisis de gráficas	Alcívar y Arteaga (2023) y Angel y Rivas (2020)	<p>Permite a los estudiantes visualizar conceptos abstractos y relacionar variables físicas de manera concreta.</p> <p>Facilita la comprensión de las relaciones matemáticas y físicas</p> <p>Promueve el análisis crítico de las gráficas y su interpretación en un contexto físico</p> <p>Desarrolla habilidades prácticas en la construcción y lectura de graficas experimentales</p>
Resolución de problemas	Alcívar y Arteaga (2023) y Arias et al. (2024)	<p>Aplicación práctica</p> <p>Desarrollo de habilidades cognitivas</p> <p>Secuencia lógica</p> <p>Orientación hacia los resultados</p> <p>Fomenta el pensamiento crítico y la capacidad de análisis</p> <p>Relaciona las soluciones matemáticas con la interpretación física de un fenómeno</p> <p>Proporciona problemas contextualizados</p>

La importancia de la aplicación de estas u otras estrategias radica en que garantizan que el proceso de enseñanza aprendizaje sea adaptado a las necesidades de los estudiantes y que estos sean los protagonistas de la construcción de su conocimiento logrando un aprendizaje inclusivo, interactivo y significativo que promueva el desarrollo integral de los estudiantes.

La implementación de las tecnologías en el aula también puede ser considerada como una estrategia para la enseñanza de la Física, dado que, a través de los simuladores interactivos, recursos multimedia y herramientas digitales como el software, se puede facilitar la visualización de fenómenos físicos que son complejos de analizar a simple vista, además, permite la experimentación virtual en entornos seguros y motiva a los estudiantes con enfoques innovadores de aprendizaje. De igual manera, se resalta el uso de plataformas en línea y

aplicaciones móviles que pueden ofrecer oportunidades de aprendizaje personalizado y cooperativo (Arenas y Giraldo, 2019; Ré et al., 2012).

Las TIC en la enseñanza de la Física

Ante los diversos cambios de la educación y el ámbito cultural, Ré et al. (2012), pone en manifiesto la necesidad de implementar el uso de las TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación) dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de Física, visto que, representan una valiosa herramienta que enriquece el aprendizaje del estudiante, así también lo reafirma Capuano (2011), quien menciona que al implementar las TIC, se genera un ambiente de aprendizaje dinámico y estimulante que promueve la adquisición de conocimientos físicos de manera efectiva.

Consecuentemente, el uso de simuladores interactivos y experimentos virtuales a través de plataformas digitales y softwares, brindan varias oportunidades a los estudiantes para explorar los conceptos físicos en los entornos digitales, donde es posible la manipulación de las variables, observar los resultados y comprender de mejor manera los principios subyacentes de la Física (Arenas y Giraldo, 2019 y Rosales et al., 2023). Por otra parte, Loo et al. (2017), concuerdan que estas herramientas tecnológicas fomentan la experimentación y amplían las oportunidades para que el estudiante logre adquirir los conocimientos que van más allá de las limitaciones del aula de esta disciplina; de modo que, los educadores tienden a adaptar los recursos y actividades con base a las necesidades individuales de los estudiantes, donde se les brinda un estilo de aprendizaje diferente.

La retroalimentación inmediata y la evaluación formativa son elementos clave que se ven beneficiado por el uso de las TIC en la enseñanza de la Física, debido a la facilidad que les permiten a los docentes para monitorear el progreso de los estudiantes en tiempo real, además de identificar las diferentes áreas de dificultad y proporcionar una retroalimentación individualizada para apoyar el aprendizaje continuo (Cruz y Espinosa, 2012).

Si bien, el uso de las TIC en la enseñanza de la Física ha demostrado ser un aliado invaluable en el proceso educativo, estas herramientas han permitido a los docentes implementar procesos metodológicos-didácticos innovadores, como simulaciones interactivas que visualicen las trayectorias o aplicaciones como el Tracker que permiten analizar datos reales obtenidos de vídeos (Abeleira et al., 2016).

Simuladores para la Enseñanza de la Física

Rodríguez et al. (2021), explican que un simulador es la combinación entre el hardware y el software que mediante algoritmos producen el comportamiento de un proceso, sistema o fenómeno físico. En este contexto, implementar las TIC por medio de los simuladores digitales, permite tanto a los docentes como estudiantes explorar los diferentes conceptos de forma práctica y visual, visto que, estos simuladores pueden abarcar una amplia gama de fenómenos físicos desde la mecánica clásica hasta la termodinámica y el electromagnetismo, facilitando a los usuarios la experimentación con modelos físicos abstractos además de observar detalladamente el comportamiento de sistemas en diferentes escenarios (Duarte et al., 2022; Pérez-Higuera et al., 2020).

De acuerdo con las investigaciones y estudios de Alcívar y Arteaga (2023), Domínguez (2019) y Fabara (2022), en la Tabla 3, se destacan algunos de los simuladores con sus principales características que ayudan a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje en la materia de Física:

Tabla 4

Simuladores que son fuente potencial para la enseñanza

Simuladores	Características
GeoGebra	Compatible con varios sistemas operativos, es un simulador de geometría dinámica y algebra que permite crear modelos matemáticos, ofrece herramientas para crear gráficos, diagramas y modelos en 2D y 3D.
PhET	Ofrece simulaciones interactivas, fomenta la exploración, la curiosidad y el descubrimiento, sirve para dar animaciones a conceptos abstractos que no se observan con la vista humana.
Tracker	Se ajusta al análisis y modelación de los vídeos, permite rastrear la trayectoria de los objetos, además es compatibles con varios sistemas operativos y facilita la generación de datos que se obtienen del vídeo.

Dentro del proceso de enseñanza de la Física, los simuladores como el GeoGebra, PhET y Tracker, han demostrado ser una de las herramientas más recomendables para facilitar la comprensión de los conceptos abstractos, aunque cada uno tienen sus ventajas y fortalezas particulares debido a su accesibilidad y enfoque pedagógico, el Tracker se distingue de los otros por su capacidad para trabajar con datos reales.

Con base a esto, Tracker permite que el docente aplique procesos metodológicos-didácticos de manera efectiva, debido a la relación que este hace entre la teoría y la experiencia práctica, de modo que, si un docente desea evaluar los conocimientos sobre un tema como el movimiento parabólico, él puede valerse de la ayuda de Tracker para la ejecución de esa lección; el docente podría empezar por grabar un vídeo realizando un experimento en el aula

como el lanzamiento de un objeto, y después con el uso de esta herramienta, continuaría con el análisis de su trayectoria valiéndose de escalas y tiempos reales.

Es así como, este enfoque no solo facilita la comprensión de conceptos como el alcance máximo, la altura máxima o la velocidad con la que se lanzó, sino que también promueve un aprendizaje colaborativo y autónomo, donde los estudiantes pueden comparar y corroborar sus hipótesis con los datos que el software proporciona.

Software Tracker

Fundamentación Teórica

El uso de las herramientas tecnológicas dentro de la enseñanza de la Física ha cambiado en los estudiantes y docentes la forma de comprender los conceptos abstractos, en este contexto, la implementación de estas herramientas como el software Tracker fundamentada en el modelo TPACK buscan facilitar el conocimiento y fomentar el pensamiento crítico a través del aprendizaje experimental y la simulación, asimismo, es necesario mencionar que este software se alinea con los postulados del constructivismo, en especial con las ideas de sus grandes exponentes como, Vygotsky y Piaget, quienes destacaban la importancia de la interacción activa y social en el aprendizaje, para conectar los conceptos abstractos con experiencias concretas (Jaramillo et al., 2020)

Tracker permite que el usuario pueda analizar y visualizar los fenómenos físicos a través de los vídeos reales, permitiendo entrelazar la teoría con la práctica, esta relación que ofrece el software, es particularmente relevante para la Física, donde las leyes naturales pueden parecer abstractas o alejadas de la vida real. En consecuencia, el software puede ayudar de forma pedagógica que los estudiantes busquen experimentar con los conceptos de movimiento, velocidad y aceleración, basándose en los datos reales de su entorno; la posibilidad de manipular las variables y observar resultados inmediatos fomenta un aprendizaje significativo que refuerza el desarrollo de habilidades críticas como el análisis, la interpretación de los datos y la resolución de problemas abstractos (Abeleira et al., 2016).

En la enseñanza de la Física, este software puede responder a la necesidad de un aprendizaje basado en la experimentación, donde los estudiantes son protagonistas de su propio aprendizaje, este enfoque práctico refuerza la teoría de Kolb, el cual propone que las personas aprenden mejor cuando pasan por un ciclo de aprendizaje de experiencia concreta, reflexión, conceptualización y experimentación, el cual puede aliarse con la adaptabilidad del Tracker no solo por respaldar el aprendizaje de los estudiantes, sino que también su contribución en los

docentes para potenciar su manera de enseñar volviéndola más interactiva y que estén adaptadas a las necesidades del siglo XXI (Henaó y Muñoz, 2024; Méndez, 2024).

Descripción

Tracker es una herramienta de análisis y modelado de vídeos diseñada específicamente para facilitar el aprendizaje de conceptos físicos a través de la observación y análisis de movimientos reales. Es un software gratuito y libre, desarrollado como parte del proyecto Open Source Physics (OSP), combina la tecnología de análisis visual con los fundamentos matemáticos y gráficos interactivos; es compatible con múltiples sistemas operativos como Windows, MacOS y Linux. Su naturaleza de código abierto permite que sea descargado y utilizado por estudiantes, profesores e investigadores del todo el mundo, ampliando su impacto en el ámbito educativo y científico, convirtiéndose en un recurso útil y accesible dentro del proceso de enseñanza (Domínguez, 2016).

Entre todas las características que tiene esta herramienta digital, Physlets (2024), proporciona algunas:

- Su capacidad y facilidad de rastreo permite realizar un seguimiento de manera precisa las trayectorias de objetos en movimiento dentro de un vídeo, este rastreo genera datos numéricos de variables como posición (x, y) , velocidad, aceleración y tiempo, que pueden interpretarse mediante gráficos y tablas.
- Puede trabajar con una amplia gama de formatos de vídeo, lo que facilita la incorporación de grabaciones como cámaras digitales, teléfonos móviles o recursos en línea.
- Incluye herramientas para superponer modelos matemáticos a los datos experimentales, es decir, el usuario puede ajustar ecuaciones al movimiento observado en el vídeo y visualizar las discrepancias o concuencias que existen.
- Genera gráficos interactivos como posición-tiempo $(x \text{ vs. } t)$ o $(y \text{ vs. } t)$, velocidad-tiempo $(v_y \text{ vs. } t)$, aceleración-tiempo $(a \text{ vs. } t)$, entre otras, permitiendo identificar y observar comportamientos específicos en los datos registrados.
- Su capacidad de calibrar vídeos garantiza mediciones precisas usando escalas reales de alguna referencia o tamaño conocido dentro del vídeo, esto le permite convertir datos píxeles a unidades físicas reales, es decir, en unidades del Sistema Internacional SI.
- Su interfaz gráfica, que incluye menús claros, opciones organizadas, además de una extensa documentación y recursos didácticos en línea que abarcan desde información

tutorial de cómo usarlo hasta información más avanzada que ayudan a solventar problemas para su rápida comprensión.

- No requiere de una computadora de alto rendimiento, visto que su instalación incluye un motor de tiempo de ejecución Java (JRE) que optimiza su funcionamiento en equipos con recursos limitados.
- Permite que los usuarios puedan añadir vectores al vídeo para demostrar la dirección y magnitud de las fuerzas o velocidades involucradas.
- Los resultados que el software proporciona pueden ser exportados en formatos como Excel o CVS, facilitando su uso en otros programas.

En este orden de ideas, Tracker es destacado por su adaptabilidad y facilidad de manejo, adecuados para usuarios de nivel secundaria, universitarios y expertos en la Física, que pueden aprovechar de esta herramienta para realizar experimentos como la caída de los cuerpos, el movimiento parabólico, las oscilaciones armónicas, entre otras.

En el contexto educativo, el programa también fomenta la creatividad de los estudiantes para grabar sus propios vídeos utilizando recursos simples que estén al alcance como el teléfono móvil, para luego emplear el Tracker y así explorar y comprobar las magnitudes del movimiento capturado en el vídeo, esta actividad motiva a los estudiantes a conectar la teoría que imparte el docente con la experiencia práctica que ellos realizan en la realidad (Physlets, 2024).

Aplicación

Tracker está diseñado para usarse en la enseñanza de la Física, puesto que potencia significativamente el aprendizaje de esta ciencia, su adaptabilidad permite analizar los fenómenos que se observan en la realidad de manera sencilla y accesible, ayudando a relacionar los conceptos teóricos con experimentos prácticos.

Dentro del campo educativo, Tracker puede ser utilizado para estudiar temas como las leyes de Newton, el movimiento parabólico, el circular o el oscilatorio, de modo que, los docentes y estudiantes pueden grabar el lanzamiento de un objeto y luego importar el vídeo al programa, y con ayuda de sus herramientas pueden rastrear la trayectoria cuadro por cuadro, generando gráficas y tablas que se observan después de trackear el movimiento, todo esto con la finalidad de fomentar las habilidades de interpretar los datos y el pensamiento crítico (Domínguez, 2016; Tabares, 2024).

En niveles más avanzados, como en la universidad, esta herramienta se ha convertido en un aliado indispensable para validar las teorías científicas, donde los estudiantes pueden valerse de algunos experimentos de laboratorio y por medio de este software comparar los

resultados con las predicciones que surgen de su razonamiento lógico y deductivo (Abdel Rahim y Moreno, 2022)

De igual manera, se destaca su aplicación en otras áreas como la biomecánica, el deporte e inclusive en la astrofísica, permitiendo analizar desde movimientos humanos, como el salto de un atleta, hasta el movimiento de los cuerpos celestes, como el seguimiento de un cometa, con ayuda de un telescopio; su aplicación permite medir ángulos, fuerzas y velocidades a un alto nivel de precisión acordes al mundo real (Physlets, 2024). Su interfaz amigable y capacidad para trabajar con diferentes sistemas operativos han ayudado en las investigaciones de varios autores, los cuales al finalizar sus estudios han sugerido su implementación en los proyectos educativos.

Software Tracker en la enseñanza del movimiento parabólico

El estudio del movimiento parabólico es un tema fundamental dentro del proceso de enseñanza de la Física, puesto que, combina conceptos clave como la cinemática, las leyes del movimiento y las relaciones entre sus variables, pero debido a su complejidad de interpretación teórica con los ejemplos que se ven a diario resulta ser un tema complicado para los estudiantes. Es por ello, que el docente debe buscar una adecuada aplicación de procesos metodológicos-didácticos para potenciar el aprendizaje significativo, usando estrategias y herramientas que ayuden a relacionar la parte teórica con la práctica (Angel y Rivas, 2020).

Con base a esto, el software Tracker se convierte en una herramienta clave, al permitir que los docentes realicen demostraciones con el lanzamiento de objetos en diversas formas (simétricas y asimétricas) y en distintos ángulos, para que los estudiantes realicen después un análisis de manera interactiva sobre el comportamiento que realizó el objeto. Gracias a la capacidad y representación gráfica de los datos que el programa ofrece, es posible rastrear la trayectoria cuadro por cuadro, facilitando la comprensión de aspectos importantes de cómo las componentes horizontales y verticales operan de manera independiente (Giraldo, 2024).

Utilizar las ecuaciones matemáticas dentro del software, permite modelar el movimiento e identificar cualquier discrepancia causada por factores como la resistencia del aire, la forma del objeto, la temperatura ambiente o errores en las mediciones, reforzando así no solo los conocimientos teóricos, sino que también se enseña a los estudiantes a entender cuáles son las limitaciones de los modelos idealizados (González-Vázquez et al., 2020).

En este sentido, utilizar el software Tracker como herramienta de apoyo didáctico promueve un aprendizaje activo y autónomo, al permitir que los estudiantes sean los que graben los vídeos y utilicen el software, se desarrolla en ellos habilidades como el pensamiento crítico

y la resolución de problemas (Díaz y Calva, 2014). Este método de enseñanza basado en la experiencia de los estudiantes ha demostrado ser efectivo para consolidar los conocimientos a largo plazo en comparación con los métodos tradicionales, que solo se basaban únicamente en la resolución mecanizada de problemas o la implementación de simulaciones predefinidas como las que ofrece PhET.

Investigaciones Relevantes

Actualmente, el uso de las tecnologías está desarrollando un papel fundamental dentro del ámbito académico, especialmente en áreas como la Física, donde han ayudado al docente a mejorar su metodología de enseñanza a través de herramientas interactivas que conectan la teoría con aplicaciones prácticas; entre estas herramientas, el software Tracker se ha destacado por su capacidad para transformar el análisis de fenómenos físicos en una experiencia visual y comprensible. Investigaciones recientes, destacan al Tracker como una herramienta útil y eficaz que ayuda a comprender experimentalmente los conceptos que abarcan la cinemática y la dinámica (Abdel Rahim y Moreno, 2022; Flores, 2024; A. Hernández y González, 2024; Plaza y Saquinula, 2024; Villacreses-Zambrano et al., 2024).

En este sentido, Abdel Rahim y Moreno (2022) en su investigación denominada “Uso de Tracker como herramienta de análisis en experimentos caseros para el aprendizaje de la física moderna”, señalan que, mediante tres experimentos prácticos relacionados con la cinemática y dinámica, lograron calcular variables como la aceleración, la fuerza neta, el trabajo y la velocidad final, utilizando al Tracker como herramienta de apoyo didáctico. En su investigación, resaltan los beneficios pedagógicos del software, permitiéndoles validar sus predicciones teóricas mediante datos visuales; además de proporcionar una forma accesible y directa de experimentar con los conceptos teóricos de la Física, dejando en manifiesto la importancia de incorporar las tecnologías en la enseñanza.

Por su parte, Flores (2024) en su investigación “Los efectos de un laboratorio virtual de Física implementado en estudiantes de secundaria”; utilizando el Tracker como herramienta de análisis en entornos visuales, en su estudio muestra como los laboratorios virtuales pueden superar limitaciones tradicionales de espacios y recursos. Por otra parte, destaca el impacto que tiene el Tracker en el aprendizaje de los estudiantes, específicamente en el desarrollo de competencias y habilidades prácticas, trabajando con una muestra de 230 estudiantes pudo analizar como el programa facilitó la medición y análisis magnitudes físicas, posibilitando que los estudiantes realicen experimentos y comprendan mejor los conceptos abstractos, promoviendo la participación colaborativa y el aprendizaje autónomo.

Asimismo, Hernández y González (2024) en su trabajo realizado sobre el “Uso del software Tracker para el estudio de los procesos transitorios de carga y descarga en el circuito RC de corriente directa”, decidieron explorar como Tracker podría aplicarse en otros temas como el estudio de los procesos transitorios en circuitos eléctricos, donde las magnitudes, como el voltaje, tienden a cambiar rápidamente con el tiempo. Con ayuda de los vídeos y uso del Tracker lograron analizar y procesar los datos para compararlos con los resultados teóricos, señalando que los valores obtenidos por Tracker coincidían con los esperados; demostrando la efectividad y su adaptabilidad para ser usado como recurso para enseñar Física.

El estudio “Tracker para la enseñanza de la Física I: una experiencia con estudiantes de educación superior” de Villacreses-Zambrano et al. (2024), evidencia la funcionalidad del Tracker como una herramienta clave para la enseñanza de la Física. En su investigación, explica que trabajo con dos grupos de estudiantes como objetos de prueba, un grupo experimental que utilizó Tracker y un grupo que siguió métodos tradicionales de enseñanza; los resultados que obtuvieron, evidencian que el grupo experimental alcanzó un rendimiento superior al otro. Su estudio demuestra la accesibilidad y efectividad del software para fomentar un aprendizaje interactivo y visual en la enseñanza de la Física.

En consecuencia, las investigaciones realizadas por estos autores, han demostrado que el software Tracker puede facilitar el proceso de enseñanza de la Física, debido a su capacidad para transformar la forma en que se enseña y se aprende, demostrando ser efectivo para profundizar el aprendizaje, además, de fomentar no solo la comprensión de los conceptos, sino también las habilidades críticas como el análisis y la resolución de problemas.

Limitaciones

Al igual que otros simuladores o programas interactivos diferentes, Tracker también presenta algunas limitaciones que deben tenerse en cuenta, como la resolución de calidad de las imágenes, de acuerdo a las investigaciones de Plaza y Saquinaula (2024), subraya que una de sus desventajas, es la necesidad de utilizar vídeos de alta calidad, puesto que, Tracker viene a confundir las imágenes afectando directamente en la precisión de las mediciones, esto se ve reflejado cuando se comparan los datos obtenidos con los esperados.

De igual manera, menciona que, a pesar de la calibración del sistema, es decir, la capacidad de arrojar datos con exactitud, este programa puede traer dificultades a los estudiantes si no cuenta con la ayuda de un maestro o agente externo con cierto nivel de experiencia y atención al detalle por parte del estudiante. Como Tracker requiere que el usuario realice el seguimiento manual (rastreo del cuerpo analizado) marcando puntos cuadro por

cuadro, esto puede generar errores si el marcaje no es consciente o preciso, es por ello, que se recalca el apoyo constante de un experto.

No obstante, cabe mencionar que, estas limitaciones son comunes en todas las aplicaciones de análisis de movimiento y pese a eso no desmerecen su utilidad en los contextos educativos o en investigaciones de Física, porque siguen siendo una herramienta valiosa para visualizar y comprender dinámicas de movimiento, sobre todo cuando se utiliza con vídeos controlados y bien calibrados (Physlets, 2024).

Proceso Metodológico

La implementación del software Tracker dentro del contexto educativo, sobre todo en las áreas de Física, requiere de una planificación cuidadosa e integración eficaz del software como herramienta didáctica que enriquezca la comprensión de conceptos físicos a través del análisis de actividades que ocurren en la realidad. En este contexto, las investigaciones realizadas por Abeleira et al. (2016), Giraldo (2024) y Méndez y Rodríguez (2014), expresan que para lograr esto es fundamental realizar capacitaciones a aquellos docentes que estén dispuestos a implementar el software Tracker en sus planificaciones de clase, brindándoles la información necesaria para que aprovechen al máximo sus funcionalidades y oportunidades que potencian el aprendizaje de los estudiantes.

De esta manera, los autores también infieren que para enseñar uno de los temas relacionados con la cinemática como el movimiento parabólico a través del software Tracker, es necesario seguir una metodología estructurada en tres fases (Inicio, Desarrollo y Cierre) que integre la teoría, la práctica y el análisis. Este enfoque sistemático implica definir objetivos claros, explicar los conceptos, presentar y dar a conocer las funcionalidades del software, trabajar con ejemplos prácticos de la vida cotidiana, analizar y describir el movimiento, comparar y discutir los resultados, y finalmente evaluar los conocimientos; con base a esta metodología implementada por los autores, en el Anexo 3, se puede evidenciar un proceso metodológico adecuado para abordar algunos de los temas que contiene la cinemática.

5. Metodología

La investigación titulada La enseñanza del movimiento parabólico a través del software Tracker en estudiantes del nivel de bachillerato, concentró su estudio en el colegio bachillerato “Pío Jaramillo Alvarado”, ubicada en la provincia y ciudad de Loja, en la parroquia San Sebastián, en las calles Bolívar 14-79 Catacocha y Lourdes. En el periodo lectivo septiembre 2024 – junio 2025, la institución cuenta con 115 docentes y 2 300 estudiantes, distribuidos en tres jornadas de estudio: matutina, vespertina y nocturna, oferta servicios educativos, desde el primer grado de Educación General Básica (EGB), hasta el tercer año de Bachillerato General Unificado (BGU), así como niveles de básica y bachillerato en educación extraordinaria, con el fin de brindar una atención de calidad para la sociedad.

La investigación se enmarcó en un enfoque mixto, la parte cualitativa se utilizó para extraer los resultados de las diferentes investigaciones enmarcadas en los procesos metodológicos-didácticos de la enseñanza del movimiento parabólico con el software Tracker, mientras que lo cuantitativo se utilizó para cuantificar estadísticamente la satisfacción de un grupo de estudiantes que fueron parte de una experiencia áulica recibiendo clases del movimiento parabólico mediadas con el software Tracker. En la misma se aplica el método deductivo-inductivo, deductivo para la revisión documental sistemática sobre los procesos metodológicos-didácticos que potencian la enseñanza del movimiento parabólico y el uso del software Tracker, e inductivo para recopilar datos y observar patrones en el proceso de enseñanza del movimiento parabólico a través de la implementación de seminarios-talleres con la utilización del software Tracker.

El alcance de la investigación es de tipo descriptivo, debido a que tanto para la revisión documental sistemática y para interpretación de los datos referentes a la satisfacción, se aplicaron procesos de estadística descriptiva. La naturaleza de este trabajo se enmarcó en el tipo no experimental, dado que no se manipularon los conceptos categóricos que constituyen al objeto de estudio.

La población fue seleccionada de manera no probabilística, la cual estuvo compuesta por 33 estudiantes, el grupo de estudiantes fueron seleccionados por conveniencia, bajo al criterio que no hayan recibido clases relacionadas con el movimiento parabólico. Para desarrollar las clases se inició gestionando los permisos necesarios para obtener acceso a sus espacios educativos, realizando en primera instancia un acercamiento con la máxima autoridad de la institución a fin de tener un diálogo verbal para luego formalizarlo a través de acuerdo un escrito (Anexo 6) para condicionar que la población sean precisamente estudiantes del segundo

año de BGU, además de tener acceso a las salas de laboratorio computacional para llevar a cabo el tema de estudio.

Para dar cumplimiento al primer objetivo específico, que consistió en describir los procesos metodológicos-didácticos que potencian la enseñanza del movimiento parabólico en estudiantes del nivel de bachillerato, se realizó una revisión documental sistemática recolectando fuentes de información como: artículos científicos, libros, capítulos de libros, informes de eventos académicos científicos o informes de organismos enmarcados en el ámbito educativo, en cuanto a la investigación se indagó en motores de búsqueda como: Scielo, Redalyc, Google académico, ERIC y Scopus.

Durante la revisión documental, primeramente, se realizó una bitácora de búsqueda en la que se registraron un total de 8 documentos (Anexo 2) utilizando ecuaciones de búsqueda avanzada, tales como: “Enseñanza” + “Movimiento parabólico”, “Estrategias didácticas” and “Movimiento parabólico”, “Metodología” + “Movimiento parabólico” or “tiro parabólico”; los criterios de selección y exclusión se centraron con la calidad y claridad de información. Luego se seleccionaron y organizaron los datos que buscan responder al objetivo y finalmente se prosiguió con el proceso de redacción tomando en cuenta, la claridad, coherencia y relación de resultados con el objetivo planteado.

Posteriormente, para el cumplimiento del segundo objetivo que se refiere a determinar el nivel de satisfacción de los estudiantes del nivel de bachillerato al abordar el movimiento con el software Tracker, se realizó una experiencia áulica de 6 clases teóricas-prácticas planificadas en el marco de orientaciones del Ministerio de Educación (2019), con base a los lineamientos de la planificación curricular. En la primera clase se abordó la parte introductoria del movimiento parabólico de manera magistral explicando la historia y los tipos de movimiento parabólico, además, se relacionó los conceptos con aplicaciones prácticas de la vida real y se representaron las trayectorias con los diagramas de cuerpo libre; en la clase 2 se desarrollaron problemas empezando con un nivel de dificultad moderado hasta problemas un poco más complejos con diferentes casos de MP.

A partir de la clase 3, los estudiantes tuvieron la oportunidad de conocer y utilizar al software Tracker, desde su fundamentación teórica hasta su aplicación para analizar los videos que contienen la trayectoria parabólica de un objeto lanzado. A la par, en la clase 4 y 5, mediante el trabajo colaborativo entre el docente y los estudiantes se analizaron 4 casos particulares del MP, uno simétrico y tres asimétricos, calculando datos como: altura máxima, alcance máximo, velocidad inicial, ángulo y tiempo de vuelo a través del análisis e interpretación de las gráficas.

En la última sesión, para finalizar con la experiencia áulica, se envió un trabajo extraclase a los estudiantes, con el fin de conocer cuánto han comprendido el tema a través del programa, esto con el propósito de también buscar una correlación entre el nivel de satisfacción y la comprensión desarrollada. De igual manera, para determinar el nivel de satisfacción se usó la técnica de la encuesta como medio de recolección de datos y el instrumento con una escala de satisfacción. Según Pulido-Melián y Santiago (2021), la encuesta de satisfacción “constituye una fuente de información adicional para garantizar el éxito. Permite valorar la predisposición y motivación del alumnado a hacer la actividad y, sus resultados podrían conducir a replantear aspectos del planteamiento inicial” (p. 315-316).

Los datos recolectados fueron organizados y adaptados en una nueva escala utilizando los baremos (Anexo 4) con el fin de facilitar el análisis de los resultados, además de buscar una correlación entre el nivel de satisfacción y el puntaje del trabajo enviado, todo con el propósito de realizar una propuesta didáctica que sea conveniente para abordar la enseñanza del movimiento parabólico utilizando el software Tracker en el nivel de bachillerato (Anexo 1).

6. Resultados

Para describir los procesos metodológicos-didácticos que potencian la enseñanza del movimiento parabólico en estudiantes del nivel de bachillerato, se analizó 8 documentos. Para la representación de información del primer objetivo se construyó la siguiente tabla:

Tabla 5

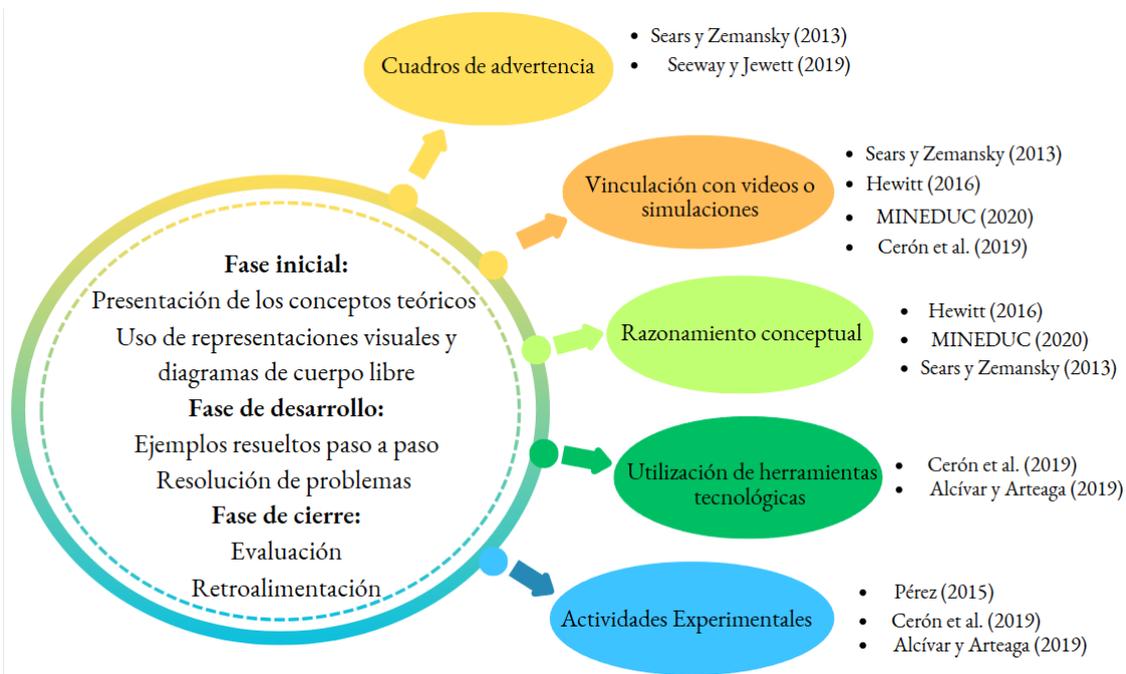
Procesos metodológicos-didácticos que potencian la enseñanza del movimiento parabólico

Autor/es	Estrategia	Proceso metodológico-didáctico	Resultados en la enseñanza
Francis Sears y Mark Zemansky (2013)	Aprendizaje basado en problemas Análisis de gráficos Simulaciones interactivas Resolución de problemas	Introducción que contextualiza el tema en situaciones prácticas Presentación de conceptos relacionados con analogías de situaciones reales Uso de representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre Enlaces a videos o simulaciones para vincular el contenido Explicación detallada de ecuaciones y advertencias para prevenir errores comunes Ejemplos resueltos paso a paso basados en estrategias claras Para evaluar, presentan ejercicios con diferentes niveles de complejidad para resolver	Fomentan un aprendizaje significativo al vincular la teoría con aplicaciones prácticas y simulaciones Resuelve problemas de manera efectiva y progresiva Desarrolla habilidades analíticas Refuerza la comprensión conceptual
Raymond A. Serway y John W. Jewett (2019)	Aprendizaje basado en problemas Análisis de graficas Resolución de problemas	Introducción al tema con ejemplos cotidianos Presentación de los conceptos Explican en cuadros algunas advertencias a prevenir Uso de representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre Descripción matemática y explicación de ecuaciones Ejercicios resueltos basados en una estrategia de resolución Para evaluar, recurren a la resolución de problemas basados en situaciones reales e idealizadas	Desarrollan habilidades de resolución de problemas complejos Comprenden los conceptos teóricos al relacionarlos con ejemplos cotidianos
Paul Hewitt (2016)	Aprendizaje basado en problemas Análisis de graficas	Introducción que contextualiza el tema en situaciones practicas Presentación de los conceptos con analogías de situaciones reales Uso de representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre Enlaces que vinculan el contenido con videos de explicaciones	Desarrollo de pensamiento critico Comprensión conceptual

			Razonamiento conceptual Para evaluar realizan preguntas conceptuales	Facilita la enseñanza del tema
Héctor Pérez (2015)	Aprendizaje basado en problemas Análisis de gráficos Resolución de problemas Aprendizaje cooperativo	en	Presentación de los conceptos relacionados con analogías de situaciones reales Uso de representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre Explicación de ecuaciones y ejemplos resueltos paso a paso Resolución de problemas Actividad experimental en grupos Para evaluar, utilizan un cuestionario y al final ofrecen retroalimentación de la misma	Desarrollan habilidades para aplicar los conceptos en situaciones reales Resuelven problemas de manera efectiva Comprensión los conceptos
Ministerio de Educación del Ecuador (2020)	Aprendizaje basado en problemas Análisis de graficas Simulaciones interactivas	en	Presentación de los conceptos Representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre Razonamiento conceptual Vinculan el contenido con videos y simulaciones Presentaciones de las ecuaciones y recuadros de información Ejemplos resueltos paso a paso Para evaluar, sugieren la resolución de problemas y trabajos extraclase	Fomentan los conceptos con situaciones reales Resoluciones de problemas Desarrolla habilidades analíticas Refuerza la comprensión conceptual
José Cerón, Laura Díaz y Joaquín Martínez (2019)	Planteamiento del problema Utilización de herramientas TIC Matematización de un problema físico Análisis, interpretación y comprobación de los resultados	de un	Introducción teórica Uso de representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre Presentaciones de las ecuaciones Utilizan herramientas tecnológicas Realizan una práctica experimental con el uso de las herramientas tecnológicas Recurren a los trabajos grupales, tareas extraclase Para evaluar, utilizan un examen de preguntas conceptuales y resolución de problemas	Fomentan un aprendizaje significativo al vincular la teoría con aplicaciones prácticas y simulaciones Resuelven problemas de manera efectiva Comprensión los conceptos
María Alcívar Iván Arteaga (2023)	Utilización de las herramientas TIC Aprendizaje cooperativo Resolución de problemas Análisis de gráficos	de las	Introducción teórica Uso de representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre Presentaciones de las ecuaciones Aplicación del GeoGebra Trabajos realizados usando la herramienta tecnológica Evalúan por medio de un cuestionario virtual	Mejorar el aprendizaje Desarrollo de habilidades Refuerzo de saberes previos Resolución de problemas
Evelyn Angel y Rebeca Rivas (2020)	Aprendizaje basado en problemas Análisis de gráficos Simulaciones interactivas Resolución de problemas	en	Introducción que contextualiza el tema en situaciones prácticas Uso de representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre Presentaciones de las ecuaciones Ejemplos resueltos paso a paso Para evaluar, utilizan exámenes, presentaciones y resolución de problemas	Fomentan el pensamiento critico Desarrollo de habilidades Resolución de problemas

Figura 8

Procesos metodológicos-didácticos que potencian la enseñanza del movimiento parabólico



La Tabla 5 presenta los procesos metodológicos-didácticos que han utilizado varios autores para enseñar contenidos de Física tal como el movimiento parabólico. En ella se presentan a los autores, las estrategias usadas, la descripción del proceso metodológico-didáctico, y en la última columna el resultado que generó dicha enseñanza. De acuerdo en los hallazgos, se puede evidenciar el proceso que aplican todos los autores para enseñar el movimiento parabólico, aunque algunos consideran otras actividades adicionales, siguen un proceso metodológico-didáctico estructurado en tres fases (inicial, desarrollo y cierre) que integran la teoría, la práctica y la retroalimentación (Figura 8).

En general todos comienzan con una fase inicial: la presentación e introducción al contenido apoyándose de representaciones visuales y diagramas de cuerpo libre para fundamentar los conceptos, luego en la fase de desarrollo: presentan las ecuaciones y explicaciones de ejemplos resueltos, posteriormente se lleva a cabo la resolución de problemas y por último en la fase de cierre: se evalúa la comprensión y se retroalimenta. Esta información recogida de los diferentes autores ha permitido observar grandes resultados que han potenciado en cierta manera la enseñanza y aprendizaje del movimiento parabólico.

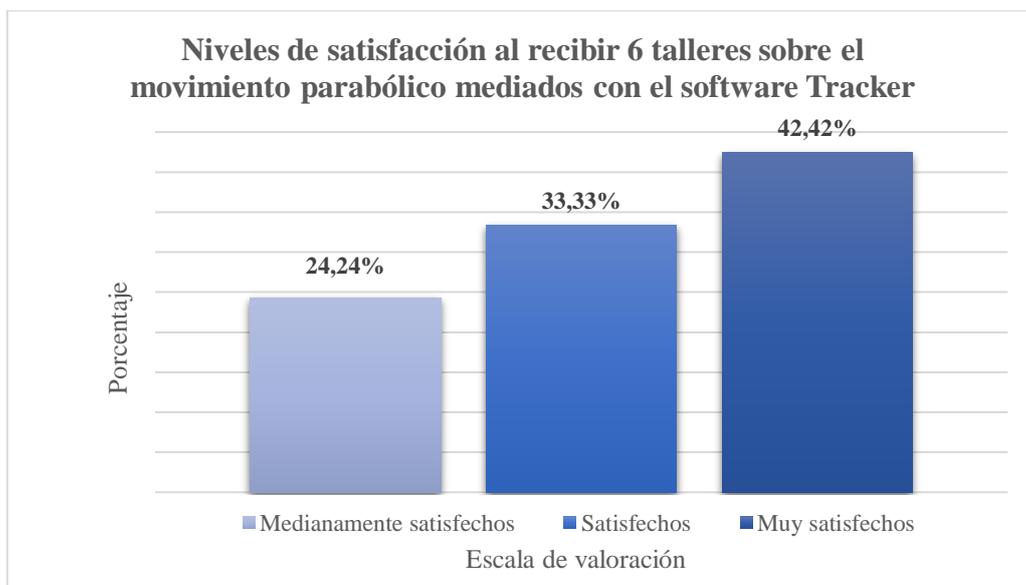
Resultados de la fase de campo

Para dar cumplimiento al segundo objetivo de investigación, que consistió en determinar el nivel de satisfacción de los estudiantes del nivel de bachillerato al estudiar el movimiento

parabólico con el software Tracker se llevó a cabo un cuestionario de 27 preguntas con una escala de satisfacción que va desde, *Totalmente insatisfecho hasta Totalmente satisfecho*. Para facilitar el análisis de los resultados de la encuesta, que originalmente estuvo adaptada en la escala de Likert – satisfacción de 5 niveles de valoración, pero con algunas modificaciones, se aplicó un proceso de baremos que redujo dicha escala a 3 niveles que son: *medianamente satisfecho, satisfecho y muy satisfecho*.

Con respecto a la representación de información del según objetivo se construyeron 3 graficas (2 de barras múltiple y 1 de dispersión), en la Figura 9 se representan las puntuaciones del grado de satisfacción de los estudiantes tras haber abordado el movimiento parabólico utilizando el software Tracker, en la Figura 10 se representa las calificaciones de la tarea de cierre que representa la comprensión del movimiento parabólico mediados con el software y en la Figura 11 se representa una gráfica de correlación entre las puntuaciones de satisfacción y el promedio de la tarea de cierre.

Figura 9
Satisfacción de los estudiantes con el uso de Tracker



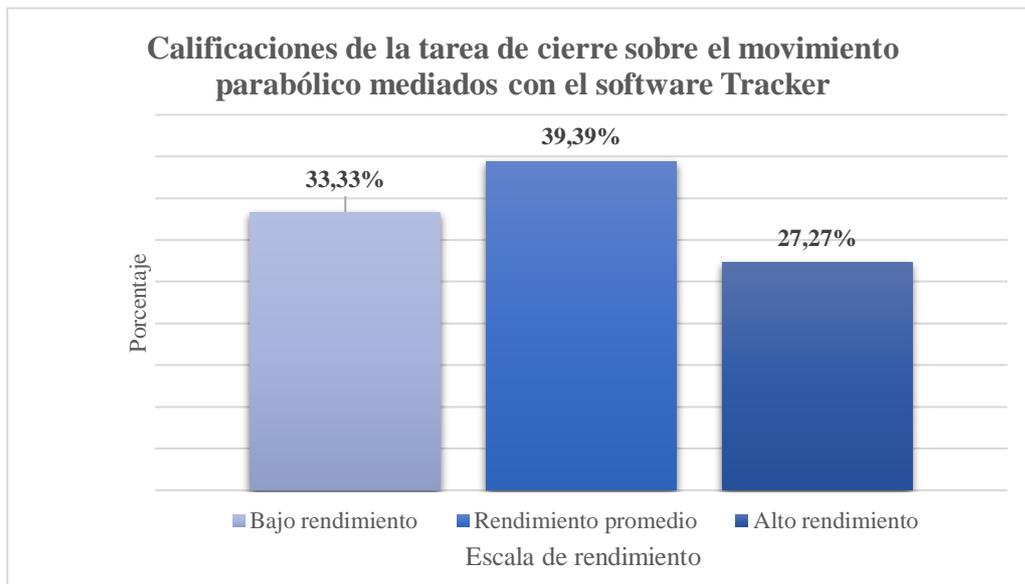
Nota. Resultados agrupados en tres niveles de satisfacción, enfocadas en las preguntas que cumplen con el objetivo específico 2 de la encuesta aplicada.

La gráfica muestra que gran parte de los estudiantes están muy satisfechos con abordar el movimiento parabólico utilizando el software Tracker, representando el 42% de la muestra, esta cifra indica una experiencia altamente positiva que cumple con las expectativas con respecto al aprendizaje del tema; por otra parte, el 33% de los estudiantes se clasificaron como satisfechos, si bien valoraron positivamente la metodología y los contenidos de los talleres, posiblemente, existen algunas áreas que no cumplieron con sus expectativas y necesitan

mejorar. Finalmente, el 24% de los estudiantes que restan del grupo, se sintieron medianamente satisfechos, siendo el porcentaje más bajo entre los niveles presentados en la gráfica, lo que indica que su experiencia no fue del todo satisfactoria, posiblemente por factores como el nivel de dificultad del tema o de la aplicación del software.

Figura 10

Calificaciones obtenidas en una tarea de cierre



Nota. Resultados agrupados en tres niveles de rendimiento, las calificaciones van desde 6 a 10.

La gráfica muestra que el 39,39 % de los estudiantes se encuentran con rendimiento promedio tras realizar una tarea de cierre mediada con el software Tracker, este porcentaje indica que una parte del grupo lograron comprender los conceptos básicos, aunque alcanzaron un desempeño intermedio podrían necesitar de refuerzos para profundizar el tema; por otro lado, el 33 % de los estudiantes están con un bajo rendimiento, lo que representa una valoración negativa debido a posibles dificultades significativas con la tarea, lo que pueden ser que no hayan comprendido por completo con los contenidos o que encontraron complicaciones en la aplicación práctica de los conceptos estudiados. Finalmente, el 27,27 % de los estudiantes, clasificaron con un alto rendimiento, siendo el porcentaje más bajo entre todos los niveles presentados, pero con una valoración positiva.

Tabla 6

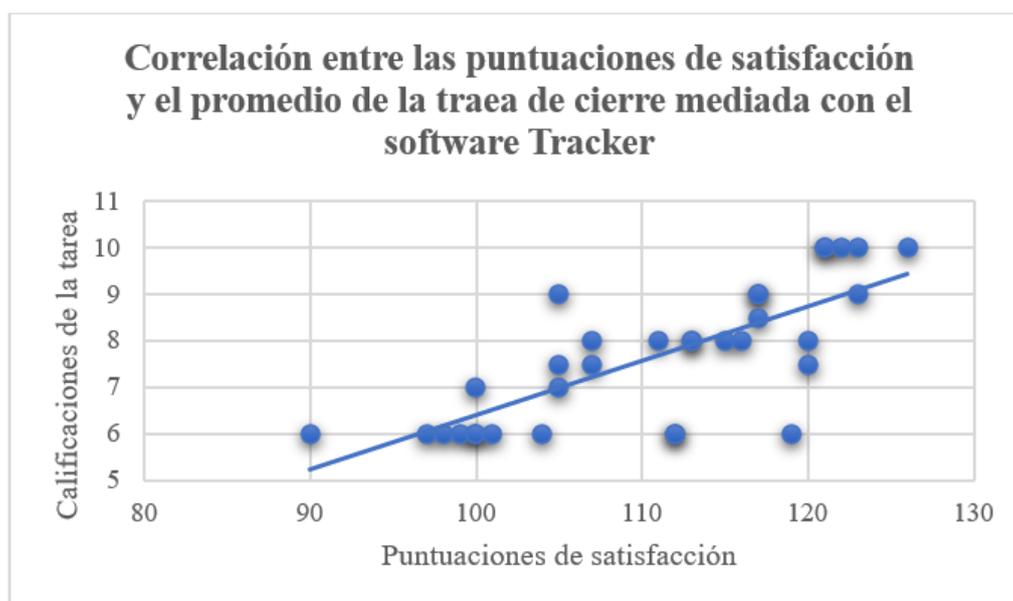
Resultado de análisis estadístico entre las puntuaciones de satisfacción y el trabajo de cierre

Resultado de Análisis Estadístico			
	Variables	Estadístico	Significancia (p-Valor)
Prueba de normalidad (Shapiro-Wilk)	Nivel de Satisfacción	0,953	0,165
	Calificaciones de Cierre	0,870	0,001

Correlación no paramétrica (Rho de Spearman)	Satisfacción-Calificaciones	0,783	0,001
---	-----------------------------	-------	-------

Figura 11

Correlación entre las puntuaciones de satisfacción y la tarea de cierre



En la Tabla 6 se observan los resultados de una prueba de normalidad (Shapiro-Wilk) de dos variables “Nivel de Satisfacción” y “Calificaciones de Cierre” donde se evidencia que el nivel de satisfacción sigue una distribución normal con un p-valor de 0,165; mientras que las calificaciones de cierre no siguen una distribución normal ya que tiene un p-valor de 0,001, es decir, se rechaza la hipótesis nula debido a que los datos tienen una distribución no simétrica. Por otra parte, se observa un coeficiente de correlación “R” de 0,783, dato que indica una correlación positiva a fuerte, respaldada con un valor de significancia $p = 0,001$, esto demuestra que la relación encontrada es un resultado real y no del azar, por lo que no es una coincidencia que los estudiantes más satisfechos tienden a tener mejores calificaciones.

En la Figura 11 se observa una gráfica de dispersión entre las puntuaciones de satisfacción y los rendimientos de la tarea de cierre, lo que refuerza a los resultados del coeficiente de correlación, mostrando una tendencia ascendente en los datos. Con relación a los resultados, es evidente que a medida que aumentan las puntuaciones de satisfacción (eje x), también incrementan las calificaciones del trabajo de cierre (eje y). A pesar de que se observan algunos puntos dispersos que no siguen estrictamente la línea de tendencia, gran parte de los datos se agrupan alrededor de la línea, lo que confirma una relación positiva.

7. Discusión

Una vez descritos los resultados de la investigación en la revisión documental y en la encuesta de satisfacción aplicada en estudiantes del nivel de bachillerato, a continuación, se contrasta ambos elementos, para dar respuesta a las preguntas de investigación.

El primer cuestionamiento de la investigación fue ¿Qué procesos metodológicos-didácticos permiten potenciar la enseñanza del movimiento parabólico en estudiantes del nivel de bachillerato? A partir del análisis de diversas investigaciones, se evidencia que existen diversos procesos que benefician la enseñanza del movimiento parabólico. Sin embargo, todos convergen en una secuencia similar estructurada en tres fases, a manera de ciclo: inicio, desarrollo y cierre; en la fase del desarrollo gran parte de los autores implementan estrategias como el Análisis de gráficas y Resoluciones de problemas para la explicación de las magnitudes, pero otros autores (Sears y Zemansky, 2013; Hewitt 2016), además de ello, utilizan como estrategia metodológica el Aprendizaje Basado en Proyectos para implementar las herramientas digitales y así reforzar los conceptos categóricos.

Esta metodología es respaldada por autores como Arias et al. (2024) y Arrigui-Torres et al. (2021), quienes a través de sus resultados afirman que el uso de estas herramientas ha mejorado significativamente la visualización y comprensión de este fenómeno. Agregando a lo anterior, en todos los estudios se corrobora que los estudiantes se han beneficiado al implementar las herramientas digitales como el GeoGebra, el PhET o el Tracker, puesto que han potenciado en cierta medida la enseñanza aprendizaje de los diversos contenidos de la Física, cambiando el pensamiento de los estudiantes sobre esta disciplina y mejorando sus habilidades para razonar y resolver problemas que conllevan la aplicación de esta ciencia, tal y como lo afirman Castillo et al. (2021), Escobar y Buteler (2022) y Villada et al. (2022).

El segundo cuestionamiento se basa en determinar el nivel de satisfacción de los estudiantes del nivel de bachillerato al estudiar el movimiento parabólico con el software Tracker, con base a los resultados se determina satisfactoriamente que los estudiantes que los estudiantes consideraron el Tracker como una forma diferente de llevar a cabo el estudio de este tema en particular, reflejando una tendencia positiva hacia el uso de las herramientas tecnológicas dentro del aula, mejorando el proceso de enseñanza aprendizaje de la Física. En relación con esto, Capuano (2011), Cruz y Espinosa (2012), Gutiérrez (2018), Loo et al. (2017) y Ré et al. (2012) coinciden en que, a través de la integración de las TIC en la enseñanza de esta ciencia, incrementa la motivación y el interés de los estudiantes por aprender y comprender los conceptos físicos mediante el uso de simuladores o softwares que permiten conectar la teoría con la práctica.

Los resultados obtenidos se alinean parcialmente con estudios previos que analizan el impacto de las herramientas tecnológicas en el aprendizaje de los contenidos de la Física. Sin embargo, se identificaron ciertas limitaciones en la implementación de la metodología, aunque el software Tracker demostró ser una herramienta efectiva para promover el aprendizaje activo, algunos estudiantes podrían haber enfrentados dificultades en la comprensión del tema, ya sean por cuestiones técnicas o pedagógicas, según las investigaciones de Díaz-Vicario et al. (2019), Sisalima y Ortega (2024), Torres et al. (2020) y Vidal (2020), unas de las debilidades podrían ser la falta de familiaridad con el software, dificultades para entender los conceptos, falta de acompañamiento o apoyo, falta de motivación o interés, entre otras. Estas limitaciones resaltan la importancia de proporcionar apoyo adicional a aquellos estudiantes con bajo rendimiento.

En relación con lo anterior, las herramientas tecnológicas pueden ayudar a mejorar el rendimiento académico y la capacidad para aplicar conceptos físicos en las diversas situaciones reales. Abeleira et al. (2016), Domínguez (2016), Hernández y González (2024), Plaza y Saquinaula (2024) y Villacreses-Zambrano et al. (2024), en sus investigaciones realizadas con el software Tracker han demostrado que esta es una herramienta eficaz dentro del contexto educativo debido su capacidad para modelar los fenómenos físicos de manera visual y dinámica; de igual manera, coinciden en que el Tracker no solo depende de sus características y facilidad de manejo, sino también de cómo el docente lo integra dentro de las clases, por lo que recalcan el uso de metodologías activas, donde los estudiantes participan directamente en la construcción de su propio aprendizaje.

8. Conclusiones

La evidencia científica muestra que no hay un único proceso metodológico-didáctico para la enseñanza del movimiento parabólico, sin embargo, uno de los procesos que explicitan o que se puede deducir de las obras de reconocidos expertos en la enseñanza de la Física, es aquel que se implementa en tres fases cíclicas: inicio, desarrollo y cierre. Este proceso inicia con la introducción conceptual respaldado con el uso de analogías y aplicaciones prácticas; continua con la resolución de ejercicios teóricos y contextualizados y el uso de herramientas tecnológicas para integrar la teoría con la práctica; y finaliza con actividades experimentales o resolución de problemas. Estas fases cíclicas pueden involucrar estrategias como el Aprendizaje Basado en Proyectos, uso de TIC, seminarios-talleres y la resolución de problemas.

A partir del desarrollo de seminarios-talleres sobre el movimiento parabólico mediados con Tracker, la mayoría de estudiantes demostraron un alto nivel de satisfacción frente a este proceso, mostrando mayor participación e interés por comprender los conceptos relacionados con este movimiento y evidenciarlos en situaciones reales.

En esta muestra y en este contexto, existe una asociación positiva ($R= 0.783$) entre las calificaciones obtenidas por los estudiantes y su satisfacción frente al proceso metodológico-didáctico de las tres fases cíclicas, involucrando la estrategia de seminario-talleres y como recurso principal, el software Tracker. Este proceso constituye una metodología efectiva y recomendada para la enseñanza del movimiento parabólico en el nivel de bachillerato.

9. Recomendaciones

Los docentes deben implementar procesos de enseñanza que combinen el uso de las herramientas tecnológicas con estrategias didácticas activas, para ello los docentes deben actualizarse y capacitarse constantemente con el uso de estas herramientas y en el diseño de las actividades, buscando una adecuada metodología que contribuya en el proceso de enseñanza de los diferentes temas de la Física, como el movimiento parabólico, asegurando que todos los estudiantes puedan aprovechar al máximo los recursos y los métodos aplicados.

Para la enseñanza del movimiento parabólico es recomendable hacer uso de softwares como el Tracker para desarrollar e implementar diversas actividades didácticas que permitan a los estudiantes analizar las grabaciones de diferentes casos del movimiento parabólico, guiados en primera instancia por el docente para posteriormente, trabajar de manera autónoma realizando tareas individuales o actividades experimentales de forma grupal, donde incluyan el cálculo de variables para analizar fenómenos reales como el lanzamiento de una pelota de básquet, patear un balón de fútbol, lanzar una piedra, entre otras, promoviendo la comprensión práctica de los conceptos involucrados.

Implementar la guía presente en el Anexo 1, la cual incluye 6 seminarios-talleres para enseñar el movimiento parabólico a través del software Tracker, misma que tiene el objetivo de ofrecer a los docentes una herramienta estructurada y práctica para llevar a cabo una enseñanza rigurosa, en la que se potencia la comprensión de los conceptos abstractos, la motivación, el desarrollo de habilidades cognitivas e interés por esta disciplina.

10. Bibliografía

- Abdel Rahim, G. y Moreno, M. (2022). Uso de Tracker como herramienta de análisis en experimentos caseros para el aprendizaje de la física mecánica. *Revista Educación En Ingeniería*, 17(34), 1–17. <https://doi.org/10.26507/rei.v17n34.1203>
- Abeleira, J., Vázquez, N. y Peña, C. (2016). Metodología para favorecer el desempeño investigativo experimental mediante el análisis de videos con tracker. *Revista Boletín Redipe*, 5(6), 133–138. <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/82>
- Alcívar, M. y Arteaga, I. (2023). Estrategia didáctica para el uso del software GeoGebra en el aprendizaje del movimiento parabólico. *ULEAM Bahía Magazine (UBM)*, 4(7), 173–190. https://revistas.uleam.edu.ec/index.php/uleam_bahia_magazine/article/view/378
- Angel, E. y Rivas, R. (2020). Concepciones sobre el Movimiento Parabólico: Estrategias de enseñanza y aprendizaje que contribuyen a su comprensión. *Educere*, 24(79), 633–643. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35663293012>
- Arenas, J. y Giraldo, J. (2019). Los simuladores estrategia didáctica en la inclusión de los conceptos matemáticos en la Física. *Semantic Scholar*, 16(1), 110–120. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:203073383>
- Arias, W., Cruz, R., Bastidas, L. y Alvarado, E. (2024). Resolución de Ejercicios de Movimiento Parabólico Mediante la Utilización de Scratch Enfocado a Mejorar el Aprendizaje de los Estudiantes de Primer Año de Bachillerato. *Reincisol*, 3(5), 1536–1561. [https://doi.org/10.59282/reincisol.V3\(5\)1536-1561](https://doi.org/10.59282/reincisol.V3(5)1536-1561)
- Arrigui-Torres, E., Amórtegui, E. y Cuellar, J. (2021). *La Gamificación apoyada en simulaciones virtuales para el aprendizaje de la física una experiencia desde el desarrollo de una secuencia didáctica en estudiantes de secundaria al sur de Colombia* [Archivo PDF]. <http://surl.li/wbuzjk>
- Barriga, F. y Hernández, G. (2003). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. McGraw-Hill.
- Bueno, G. (1974). *La metafísica presocrática*. Pentalfa.
- Bohórquez, V. (2024). Desafíos en la Enseñanza de la Física: Análisis a partir de una Revisión Bibliográfica. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(1), 8702–8715. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i1.10202
- Briceno, J., Rivas, Y. y Lobo, H. (2019). La Experimentación y su Integración en el proceso Enseñanza Aprendizaje de la Física en la Educación Media. *RELACult - Revista Latino-Americana De Estudos Em Cultura E Sociedade*, 5(2), 1–17. <https://doi.org/10.23899/relacult.v5i2.1512>

- Cabero, J., Marín, V. y Castaño, C. (2015). Validación de la aplicación del modelo TPACK para la formación del profesorado en TIC. *@tic. Revista d'innovació Educativa*, (14), 13–2. <https://doi.org/10.7203/attic.14.4001>
- Cañizares, Y. y Guillen, A. (2014). Propuesta para impartir la didáctica de la física empleando estrategias de enseñanza y de aprendizaje. *Avances En Supervisión Educativa*, (22), 1–20. <https://doi.org/https://doi.org/10.23824/ase.v0i22.49>
- Capuano, V. (2011). El uso de las TIC en la enseñanza de las Ciencias Naturales. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 2(2), 79–88. <https://doi.org/10.60020/1853-6530.v2.n2.335>
- Carranza, C., Rojas, C., Solano, J. y Ramírez, M. (2011). Dificultades que enfrentan los estudiantes de 10º año en el estudio de física. Alternativas para mejorar el aprendizaje. *Revista Ensayos Pedagógicos*, 6(1), 101–113. <https://doi.org/10.15359/rep.6-1.6>
- Castellano, R., Avilés, F., Cazaña, A. y Gabarrús, A. (2021). Paradigmas educativos para una metodología global en la enseñanza. *INFAD. Revista de Psicología*, 2(1), 241–254. <https://doi.org/10.17060/ijodaep.2021.n1.v2.2100>
- Castillo, N., Giraldo, D. y Devia-Narváez, D. (2021). Enseñanza del movimiento parabólico mediante el uso de un simulador interactivo desde la perspectiva del aprendizaje por descubrimiento. *Scientia et Technica*, 26(3), 371–379. <https://doi.org/10.22517/23447214.24779>
- Castillo Rodríguez, N., Giraldo Santamaría, D., & Devia-Narváez, D. (2021). Enseñanza del movimiento parabólico mediante el uso de un simulador interactivo desde la perspectiva del aprendizaje por descubrimiento. *Scientia et Technica*, 26(03), 371–379. <https://doi.org/10.22517/23447214.24779>
- Cerón, J., Díaz, L. y Martínez, J. (2019). *Unidad didáctica – 4º ESO Tiro parabólico* [Tesis de maestría, Universidad de Cantabria]. https://www.dm.unican.es/wp-content/uploads/UD_tiro_parabolico-5.pdf
- Colina, L. (2007). Paradigmas Educativos del siglo XX: Educación, Desarrollo y Tic. *Educare*, 11(3), 1–10. <https://revistas.investigacion-upelipb.com/index.php/educare/article/view/381>
- Corcho, R. (2012). *Galileo, el método científico: la naturaleza se escribe con fórmulas*. RBA.
- Crombie, A. (1974). *Historia de la ciencia de San Agustín a Galileo*. Alianza Editorial.
- Cruz, J. y Espinosa, V. (2012). Reflexiones sobre la didáctica en física desde los laboratorios y el uso de las TIC. *Universidad Católica Del Norte*, 1(13), 105–127. <https://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/354>

- Cuesta-Beltrán, Y. (2018). Estado del arte: tendencias en la enseñanza de la física cuántica entre 1986 y 2016. *Tecné Episteme y Didaxis: TED*, (44), 147–166. <https://doi.org/10.17227/ted.num44-8995>
- das Neves, L. (2013). Paradigmas pedagógicos na consolidação da autonomia. *Uma Nova Pedagogia Para a Sociedade Futura*, 742–746. <https://ciodh.emnuvens.com.br/novapedagogia/article/view/225>
- Díaz, D. y Calva, F. (2014). Análisis de videos y modelado de sistemas físicos sencillos como estrategia didáctica. *Revista Educación En Ingeniería*, 9(18), 190–200. <https://doi.org/10.26507/rei.v9n18.464>
- Díaz-Vicario, A., Mercader, C. y Gairín, J. (2019). Uso problemático de las TIC en adolescentes. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 21, 1–11. <https://doi.org/10.24320/redie.2019.21.e07.1882>
- Domínguez, M. (2016). Uso de Tracker para Análisis y Modelado de Datos Experimentales en Laboratorios Tradicionales de Física. *Revista de La Escuela de Física*, 4(2), 64–69. <https://doi.org/10.5377/ref.v4i2.8279>
- Duarte, J., Niño, J. y Fernández, F. (2022). Simulando y resolviendo, la teoría voy comprendiendo: una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la física. *Revista Boletín Redipe*, 11(1), 158–173. <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1401>
- Elizondo, del S. (2013). Dificultades en el proceso enseñanza aprendizaje de la Física. *Presencia Universitaria*, 3(5), 70–77. <http://eprints.uanl.mx/id/eprint/3368>
- Escobar, R. y Buteler, L. (2022). Videojuegos y conocimiento intuitivo: la potencialidad de Portal para aprender física. *Revista Electrónica de Investigación En Educación En Ciencias*, 17(2), 59–72. <https://doi.org/10.54343/reiec.v17i2.330>
- Fabara, G. (2022). *Estrategia didáctica basada en el simulador PHET para el aprendizaje significativo del movimiento parabólico* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Ecuador]. <https://repositorio.pu.cesa.edu.ec/handle/123456789/3846>
- Fernández, E. (2012). *Arquímedes, el principio de Arquímedes: ¡eureka! el placer de la invención*. RBA.
- Flores, A. (2024). Efectos de la implementación de un laboratorio virtual de física en estudiantes de secundaria. *Warisata - Revista de Educación*, 6(16), 8–24. <https://doi.org/10.61287/warisata.v6i16.11>
- Flores, S., González, M., Ramírez, O., Cruz, M., Chávez, J. y Nieto, N. (2018). Propuesta para el entendimiento conceptual del tiro parabólico en base a la realidad aumentada Parte I.

- Latin-American Journal of Physics Education*, 12(4), 1–7.
<http://cathi.uacj.mx/20.500.11961/7950>
- Flores-García, S., Chávez-Pierce, J., Luna-González, J., González-Quezada, M., González-Demoss, M. y Hernández-Palacios, A. (2008). El aprendizaje de la física y las matemáticas en contexto. *Cultura Científica y Tecnológica*, (24), 1–70.
<https://erevistas.uacj.mx/ojs/index.php/culcyt/article/view/415>
- García, D., Domínguez, A. y Stipcich, S. (2014). El modelo TPACK como encuadre para enseñar electrostática con simulaciones. *Latin American Journal of Physics Education*, 8(1), 81–90. <http://hdl.handle.net/11336/33833>
- Giménez-Palomares, F., Monsoriu, J., Lapuebla-Ferr, A. y Jiménez-Mocholí, A.-J. (2019). Una propuesta metodológica para el uso del aprendizaje basado en problemas en asignaturas de cálculo numérico. *Universitat Politècnica de València*, 493–500.
<http://hdl.handle.net/10251/179335>
- Giraldo, S. (2024). *Enseñanza de la linealización como cierre de la brecha entre el concepto de funciones polinómicas y su contextualización con el mundo real* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/86310>
- Gómez, I. (2014). El modelo TPACK en los estudios de grado para la formación inicial del profesorado en TIC. *Didáctica Geográfica*, (16), 185–201.
<http://hdl.handle.net/10045/65828>
- González-Vázquez, L., Chocoteco-Campos, J., Venegas-Moreno, J., Partida-Ochoa, G. y Mojarro-Magaña, M. (2020). Ecuaciones Prácticas para Resolver Ejercicios de Tiro Parabólico. *Conciencia Tecnológica*, 1–20.
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=94465715003>
- Gutiérrez, C. (2018). Herramienta didáctica para integrar las TIC en la enseñanza de las ciencias. *Revista Interamericana de Investigación, Educación y Pedagogía, RIIEP*, 11(1), 101–126. <https://doi.org/10.15332/s1657-107X.2018.0001.03>
- Henao, C. y Muñoz, J. (2024). *Física fundamental universitaria para estudiantes sordos*. Universidad de Tolima.
- Hernández, A. y González, Y. (2024). Uso del software Tracker para el estudio de los procesos transitorios de carga y descarga en el circuito RC de corriente directa. *Revista Educación En Ingeniería*, 19(37), 1–7. <https://doi.org/10.26507/rei.v19n37.1237>
- Hernández, C. y Mora, B. (2017). Las aulas invertidas: una estrategia para enseñar y otra forma de aprender física. *INVENTUM*, 12(22), 42–51.
<https://doi.org/10.26620/uniminuto.inventum.12.22.2017.42-51>

- Hernández, I., Recalde, J. y Luna, J. (2015). Estrategia didáctica: una competencia docente en la formación para el mundo laboral. *Atinoamericana de Estudios Educativos*, 11(1), 73–94. <https://revistasoj.s.ucaldas.edu.co/index.php/latinoamericana/article/view/4048>
- Hernández, J. (2022). *Desarrollo de una simulación soportada por TIC como complemento al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Cinemática del Movimiento Parabólico en grado décimo* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81947>
- Hewitt, P. (2016). *Física Conceptual*. Pearson.
- Jaramillo, L., Mediavilla, A., López, S., Jaramillo, S. y Jaramillo, K. (2020). *Modelo TPACK: una propuesta para la educación*. Editorial Universidad Técnica del Norte.
- Lino-Calle, V., Barberán-Delgado, J., López-Fernández, R. y Gómez-Rodríguez, V. (2023). Analítica del aprendizaje sustentada en el Phet Simulations como medio de enseñanza en la asignatura de Física. *MQRInvestigar*, 7(3), 2297–2322. <https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.3.2023.2297-2322>
- Llanga, E. y López, C. (2019). Metodología del docente y el aprendizaje. *Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo*. <https://www.eumed.net/rev/atlante/2019/02/docente-aprendizaje.html>
- Loedel, E. (1941). *Física elemental*. Ángel Estrada.
- Loor, B., Chiquito, S. y Rodríguez, S. (2017). Las TICs en el aprendizaje de la Física. *Revista Publicando*, 4(10), 429–438. <https://revistapublicando.org/revista/index.php/crv/article/view/446>
- López, M., Pantoja, R., & Villalpando, J. (2020). Prácticas de modelación para el estudio de las ecuaciones paramétricas con Tracker y GeoGebra. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*, 8(1), 14–24. <https://revista.amiutem.edu.mx/index.php/relecamiutem/article/view/249>
- Maiztegui, A. y Sabato, J. (1979). *Introducción a la física*. Kapelusz.
- March, R. (1983). *Física para poetas*. Siglo XXI.
- Méndez, B. (2024). Ciclo de aprendizaje experiencial de Kolb en la enseñanza. *Revista Ecos De La Academia* 10(20), 1-21. <https://doi.org/10.53358/ecosacademia.v10i20.1127>
- Méndez, G. y Rodríguez, S. (2014). Physics Tracker: Una implementación didáctica para la presentación del tema tiro parabólico en bachillerato. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 734–739. <https://doi.org/10.17227/01203916.3381>
- Ministerio de Educación [MINEDUC]. (2019). *Instructivo para elaborar las planificaciones curriculares del Sistema Nacional de Educación*. Ministerio de Educación.

- Ministerio de Educación del Ecuador [MINEDUC]. (2019). *Currículo de los niveles de educación obligatoria (Nivel Bachillerato)* Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación del Ecuador [MINEDUC]. (2020). *Física I BGU*. Don Bosco.
- Mora, C., Suárez, C. y Valdez, J. (2022). *La enseñanza de la Física y el modelo STEM*. Ediciones Comunicación Científica. <https://doi.org/10.52501/cc.037>
- Morán Peña, F. L., Morán Peña, F. E. y Albán, J. (2017). Formación del docente y su adaptación al modelo TPACK. *Revista Ciencias Pedagógicas e Innovación*, 5(1), 51–60. <https://doi.org/10.26423/rcpi.v5i1.154>
- Muñoz, Y., Muñoz, H. y Muñoz, Y. (2024). Procesos didácticos para la enseñanza y el aprendizaje en ciencias de la educación en la educación superior. *Revista Alcance*, 7(1), 14–28. <https://doi.org/https://doi.org/10.47230/ra.v7i1.58>
- Ordoñez, B., Ochoa, M. y Espinoza, E. (2020). El constructivismo y su prevalencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la educación básica en Machala. Caso de estudio. *Revista Metropolitana De Ciencias Aplicadas*, 3(3), 24–31. <https://doi.org/10.62452/ddwa3n65>
- Orjuela, J. (2011). Inconvenientes con la tecnología en la enseñanza de la física. *Revista Científica*, 1(13), 351–353. <https://doi.org/10.14483/23448350.2035>
- Ortega-Castro, J. y Zurita-Polo, S. (2021). Estrategias para el aprendizaje de la física en estudiantes de la ESPOCH. *Dominio De Las Ciencias*, 7(4), 156–171. <https://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/2087>
- Pantoja, R., Puga, K., & Castillo, L. (2019). Uso de Tracker y GeoGebra como herramienta pedagógica para el aprendizaje de sólidos de revolución. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(1), 741–749. <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1153415/Gonzalez2019Uso.pdf>
- Peña, V. (2014). *Diseño de una experiencia de tiro parabólico para Bachillerato* [Tesis de maestría, Universidad de Valladolid]. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/6326>
- Pérez, H. (2015). *Física para bachilleratos tecnológicos*. Patria Educación.
- Pérez-Higuera, G., Niño-Vega, J. y Fernández-Morales, F. (2020). Estrategia pedagógica basada en simuladores para potenciar las competencias de solución de problemas de física. *AiBi Revista de Investigación, Administración e Ingeniería*, 8(3), 17–23. <https://doi.org/10.15649/2346030X.863>
- Pesantez, F., Pereira-Guanuche, F., Ruiz-Veintimilla, K. y Pereira-Ruiz, F. (2017). Teoría y dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la física en la antigüedad y

- actualidad. *Dominio De Las Ciencias*, 4(3), 419–430.
<https://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/572>
- Physlets. (2024). *Tracker Video Analysis and Modeling Tool for Physics Education*. Physlets.
<https://physlets.org/tracker/>
- Plaza, J. y Saquinaula, J. (2024). Estudio Comparativo de la aceleración en un Carro Experimental Descendiendo por un Plano Inclinado Utilizando Software Tracker y Phyphox. *Reincisol.*, 3(6), 3318–3333. [https://doi.org/10.59282/reincisol.V3\(6\)3318-3333](https://doi.org/10.59282/reincisol.V3(6)3318-3333)
- Portolés, J. y Moreno, M. (1997). El espacio vacío y sus implicaciones en la historia de la ciencia. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 14(2), 194–208.
<http://hdl.handle.net/10550/57053>
- Pulido-Melián, E. y Santiago, D. (2021). Desarrollo de una encuesta de satisfacción sobre una actividad de innovación educativa. *Universidad de Las Palmas de Gran Canaria*, 315-322. <http://hdl.handle.net/10553/113248>
- Ramírez, I. (2019). *El lenguaje de programación Snap como estrategia para el aprendizaje del Movimiento Parabólico* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].
<https://n9.cl/j3hv18>
- Ré, M., Arena, L. y Giubergia, M. (2012). Incorporación de TICs a la enseñanza de la Física. Laboratorios virtuales basados en simulación. *TE&ET*, (8), 16–22.
<https://doi.org/10.24215/18509959.0.p.%2016-22>
- Rodríguez, P., Rodríguez-Hernández, A. y Avella-Forero, F. (2021). Evaluación de simuladores como estrategia para el aprendizaje de la electricidad en la asignatura de física en la educación media. *Revista Boletín Redipe*, 10(8), 219–237.
<https://doi.org/10.36260/rbr.v10i8.1401>
- Rojo, O. (1990). Sobre la enseñanza de la Física. *Aula Abierta*, (55), 37–44.
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2781482.pdf>
- Rosales, A., Cuenca, K., Morocho, H. y Tapia, S. (2023). El uso de simuladores en línea para la enseñanza de la física: una herramienta educativa efectiva. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(3), 1488–1496.
https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i3.6291
- Rosales, L. (2022). Aprendizaje de Física a partir de habilidades en estudiantes de secundaria. *Revista Científica Electrónica de Negocios*, 18(53), 20–34.
<https://doi.org/10.5281/zenodo.7112023>

- Salas-Rueda, R. (2018). Uso del modelo TPACK como herramienta de innovación para el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Perspectiva Educativa*, 57(2), 3–26. <https://doi.org/10.4151/07189729-Vol.57-Iss.2-Art.689>
- Saldaña, O. (2006). Las bombardas, los chorros y la representación del movimiento parabólico. El hombre y la Máquina. *Universidad Autónoma de Occidente*, 66–79. <http://hdl.handle.net/10614/168>
- Sears, F. y Zemansky, M. (2013). *Física Universitaria*. Pearson.
- Serway, R. y Jewett, J. (2019). *Física para Ciencias e Ingeniería*. Cengage Learning.
- Sinarcas, V. y Solbes, J. (2013). Dificultades en el aprendizaje y la enseñanza de la Física Cuántica en el bachillerato. *Enseñanza de Las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 31(3), 9–25. <https://doi.org/10.5565/rev/enscien/v31n3.768>
- Sisalima, D. y Ortega, M. (2024). La aplicación de las TIC y su incidencia en el rendimiento académico en Física. *Instituto Superior Tecnológico*, 2(2), 1–14. <https://revista.tecnologicoloja.edu.ec/index.php/inicio/article/view/58>
- Solís, U. (2022). Razonamiento Proporcional en la enseñanza de la física en nivel bachillerato. *Latin-American Journal of Physics Education*, 16(1), 1–8. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/8444858.pdf>
- Tabares, D. (2024). *Integración de GeoGebra y Tracker en la enseñanza de la parábola: estrategia pedagógica para estudiantes de grado décimo* [Tesis de maestría, Universidad Nacional Abierta y a Distancia]. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/63133>
- Tippens, P. (2011). *Física, conceptos y aplicaciones*. McGraw-Hill.
- Torres, S., Hidalgo, G. y Suarez, K. (2020). Habilidades sociales y rendimiento académico en adolescentes de secundaria. *Horizontes. Revista de Investigación En Ciencias de La Educación*, 4(15), 267–276. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v4i15.114>
- Vidal, I. (2020). Influencia de las TIC en el rendimiento escolar de estudiantes vulnerables. *RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 24(1), 351–365. <https://doi.org/10.5944/ried.24.1.27960>
- Villacreses-Zambrano, J., Rosado-Cusme, K. y Cevallos-Reyes, C. (2024). Tracker para la enseñanza de la Física I: una experiencia con estudiantes de educación superior. *MQRInvestigar*, 8(3), 5765–5779. <https://doi.org/10.56048/MQR20225.8.3.2024.5765-5779>

- Villada, J., Montoya, M. y Hincapie, E. (2022). Diseño de un videojuego para la enseñanza del movimiento parabólico mediante un proceso de diseño centrado en el usuario. *Scientia et Technica*, 27(3), 155–166. <https://doi.org/10.22517/23447214.2494> 9
- Villar, E. (2012). *Breve historia de la física: sus artífices*. Universidad de Cantabria.

11. Anexos

Anexo 1. Propuesta Didáctica

The background of the page features a dynamic, abstract graphic composed of multiple overlapping, flowing lines in various shades of blue and white. These lines create a sense of movement and depth, resembling smoke or liquid in motion. The lines are most concentrated on the left side and curve towards the right, framing the central text.

**Guía de seminarios-talleres
para la enseñanza del
movimiento parabólico con
el uso del software Tracker**

Jostin Jasmany Martínez Sarango

Índice

Título de la Propuesta	65
Presentación	66
Objetivo	67
Justificación	68
Planificación Microcurricular	69
Desarrollo	75
<i>Seminario-Taller 1</i>	75
<i>Seminario-Taller 2</i>	83
<i>Seminario-Taller 3</i>	92
<i>Seminario-Taller 4</i>	98
<i>Seminario-Taller 5</i>	106
<i>Seminario-Taller 6</i>	113
Resultados Esperados	120
Bibliografía	121
Anexos	122

Título de la Propuesta

Guía de seminarios talleres para la enseñanza del movimiento parabólico con el uso del software Tracker



Presentación

Esta propuesta didáctica tiene como propósito mejorar la forma de enseñar y aprender el movimiento parabólico, tema fundamental en la Física que muchas veces resulta complejo de comprenderlo. Ante esto, las herramientas tecnológicas como Tracker generan que los estudiantes observen las diversas situaciones reales y, a partir de ellas, analizar las magnitudes de este movimiento.

Tracker es una herramienta que a partir de videos y una referencia a escala, ofrece la posibilidad de visualizar trayectorias y extraer medidas de las diferentes magnitudes presentes en las imágenes del video, en este sentido, el docente puede contrastar las medidas teóricas con las generadas por el software, lo que resulta en un proceso metodológico-didáctico de interés de describir, siendo parte de la finalidad de esta propuesta.

Esta propuesta incluye 6 seminarios-talleres organizados en la siguiente secuencia didáctica: los primeros 2 talleres están orientados en la introducción teórica y la resolución de problemas básicos; los 3 siguientes se centran en la implementación del software Tracker, y finalmente, en el último taller se integran tanto el uso del software como los conceptos teóricos de las magnitudes para validar y analizar los resultados obtenidos durante el proceso. Cada seminario-taller incorpora indicaciones y recomendaciones que facilitan el uso del software.

La propuesta está estructurada de la siguiente manera: portada, índice, título, presentación, objetivo, justificación, planificación desarrollada por etapas; desarrollo; resultados esperados, bibliografía y finalmente anexos.

Objetivo

- Fortalecer la enseñanza del movimiento parabólico en estudiantes del nivel de bachillerato utilizando el software Tracker como herramienta de apoyo didáctico.

Justificación

La enseñanza del movimiento parabólico en el nivel de bachillerato resulta ser un tema complejo para los estudiantes debido a su carácter abstracto y matemático. A pesar de los esfuerzos pedagógicos tradicionales, los estudiantes experimentan debilidades al tratar de relacionar la teoría con las situaciones prácticas, lo que limita su comprensión.

Actualmente la tecnología digital dentro del ámbito académico ha brindado oportunidades para mejorar el proceso educativo. El software Tracker ofrece una alternativa innovadora que permite al docente introducir una metodología visual e interactiva para abordar el movimiento parabólico a través del análisis de videos basados en experiencias reales. Esta herramienta fomenta la motivación para describir y entender situaciones que se sabe que incluyen magnitudes físicas, pero se desconoce la medida de estas.

A partir de esto, esta propuesta didáctica se presenta como una alternativa de mejora para dinamizar el proceso de enseñanza del movimiento parabólico, promoviendo un ambiente de aprendizaje cercano a la experiencia del estudiante. Además, su implementación no requiere de recursos costosos, lo que la convierte en una estrategia viable y aplicable en diferentes contextos de esta disciplina.

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE(S):	Jostin Jasmany Martínez Sarango	GRADO/CURSO:	Segundo
ÁREA:	Ciencias Naturales	PARALELO(S):	"A"
ASIGNATURA:	Física	TRIMESTRE:	Primero
SUBNIVEL:	Bachillerato General Unificado (BGU)		

APRENDIZAJE DISCIPLINAR E INTERDISCIPLINAR

OBJETIVO DE APRENDIZAJE:	<p>O.CN.F.2. Comprender que la Física es un conjunto de teorías cuya validez ha tenido que comprobarse en cada caso, por medio de la experimentación.</p> <p>O.CN.F.5. Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de Física, de menor a mayor profundidad.</p>				
DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	INDICADORES DE EVALUACIÓN	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE	RECURSOS	ACTIVIDADES EVALUATIVAS	
				TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
<p>Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28)</p> <p>CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo);</p>	<p>Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)</p>	<p>Fase Inicial</p> <p>Clase 1: Introducción al movimiento parabólico I (simétrico)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Saludo de bienvenida. • Tomar asistencia. • Presentación de la agenda del día. • Frase motivacional • Introducción al movimiento parabólico • Definición del movimiento parabólico • Tipos de movimiento parabólico • Magnitudes del movimiento parabólico • Aplicaciones del movimiento parabólico 	<ul style="list-style-type: none"> • Pizarra. • Marcadores • Borrador • Cuaderno • Impresiones • Laboratorio de 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación. • Análisis del desempeño 	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de observación. • Rúbrica

<p>determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.</p>			<p>informática</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interrogatorio 	<ul style="list-style-type: none"> • Tipos textuales: Debate
<p>Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28)</p> <p>CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.</p>	<p>Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)</p>	<p>Clase 2: Introducción al movimiento parabólico II (asimétrico)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Saludo de bienvenida • Tomar asistencia. • Presentación de la agenda del día. • Frase motivacional • Definición del movimiento parabólico asimétrico • Magnitudes del movimiento parabólico asimétrico • Cierre de la clase 	<ul style="list-style-type: none"> • Pizarra. • Marcadores • Borrador • Cuaderno • Impresiones <p>Laboratorio de informática</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observación. • Análisis del desempeño • Interrogatorio 	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de observación. • Rúbrica • Tipos textuales: Debate
<p>Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en</p>	<p>Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Pizarra. 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de observación.

<p>dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28)</p> <p>CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.</p>	<p>movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)</p>	<p style="text-align: center;">Fase de desarrollo</p> <p>Clase 3: Introducción al software Tracker</p> <ul style="list-style-type: none"> • Saludo de bienvenida • Tomar asistencia. • Presentación de la agenda del día. • Frase motivacional • Introducción al software Tracker • ¿Qué es Tracker? • ¿Cómo instalar Tracker? • Descripción de las herramientas y características principales de Tracker. • Explicación de las diferentes secciones de Tracker (ventana de video, controles, herramientas de análisis). 	<ul style="list-style-type: none"> • Marcadores • Borrador • Cuaderno • Impresiones • Laboratorio de informática 	<ul style="list-style-type: none"> • Análisis del desempeño • Interrogatorio 	<ul style="list-style-type: none"> • Rúbrica • Tipos textuales: Debate
<p>Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28)</p> <p>CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para</p>	<p>Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)</p>	<p>Clase 4: Proyecto de Análisis de Movimiento Parabólico (simétrico) con Tracker</p> <ul style="list-style-type: none"> • Saludo de bienvenida • Tomar asistencia. • Presentación de la agenda del día. • Frase motivacional • Demostración del software analizando el movimiento parabólico simétrico • Pasos para importar videos y ajustar configuraciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Pizarra. • Marcadores • Borrador • Cuaderno • Impresiones 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación. • Análisis del desempeño 	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de observación. • Rúbrica

<p>cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.</p>			<ul style="list-style-type: none"> • Laboratorio de informática 	<ul style="list-style-type: none"> • Interrogatorio 	<ul style="list-style-type: none"> • Tipos textuales: Debate
<p>Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28)</p> <p>CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.</p>	<p>Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)</p>	<p>Clase 5: Proyecto de Análisis de Movimiento Parabólico (asimétrico) con Tracker</p> <ul style="list-style-type: none"> • Saludo de bienvenida • Tomar asistencia. • Presentación de la agenda del día. • Frase motivacional • Demostración del software analizando el movimiento parabólico asimétrico • Cierre de clase: resumen de lo aprendido 	<ul style="list-style-type: none"> • Pizarra. • Marcadores • Borrador • Cuaderno • Impresiones • Laboratorio de informática 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación. • Análisis del desempeño • Interrogatorio 	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de observación. • Rúbrica • Tipos textuales: Debate

<p>Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28)</p> <p>CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.</p>	<p>Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)</p>	<p style="text-align: center;">Fase Final</p> <p>Clase 6: Proyecto de Análisis y comprobación de resultados del movimiento parabólico con Tracker</p> <ul style="list-style-type: none"> • Saludo de bienvenida • Tomar asistencia. • Presentación de la agenda del día. • Frase motivacional • Descripción de diferentes fórmulas para calcular las magnitudes del movimiento parabólico simétrico y asimétrico • Uso de Tracker para obtener datos del video (posiciones y tiempos). • Cálculo de variables como altura máxima y alcance utilizando los datos recolectados • Comprobación de resultados • Cierre de la clase y del curso: Presentación y discusión de resultados; Evaluación del proyecto y reflexión sobre lo aprendido; Preguntas y respuestas finales 	<ul style="list-style-type: none"> • Pizarra. • Marcadores • Borrador • Cuaderno • Impresiones • Laboratorio de informática 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación. • Análisis del desempeño • Interrogatorio 	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de observación. • Rúbrica • Tipos textuales: Debate
---	---	---	---	--	--

PROYECTO INTEGRADOR

NOMBRE DEL PROYECTO INTERDISCIPLINAR:	
FASE:	
ÁREAS ACADÉMICAS QUE SE VINCULAN:	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE:	
PRODUCTO DE LA FASE:	

DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	INDICADORES DE EVALUACIÓN	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE	RECURSOS	ACTIVIDADES EVALUATIVAS	
				TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
ADAPTACIONES CURRICULARES PARA ESTUDIANTES CON NECESIDADES ESPECÍFICAS					
DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	INDICADOR ES DE EVALUACIÓN	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
ELABORADO POR:		REVISADO POR:	APROBADO POR:		
<hr style="width: 20%; margin: 0 auto;"/> Jostin J. Martínez S.					
Fecha:		Fecha:	Fecha:	Fecha:	

Nota: Esta planificación se elaboró con base al Currículo Priorizado con Énfasis en Competencias Comunicacionales, Matemáticas, Digitales y Socioemocionales (Nivel Bachillerato) del MINEDUC (2021).

- Las codificaciones como **CN.F.5.1.29**, se explican en: ([https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2022/03/Curriculo-con-enfasis-en-CC-CM-CD-CS -Bachillerato.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2022/03/Curriculo-con-enfasis-en-CC-CM-CD-CS-Bachillerato.pdf))

Esta planificación fomenta el logro de las siguientes competencias:

- Competencias Matemáticas
- Competencias Digitales

Desarrollo

Seminario-Taller 1

Asignatura	Física
Curso	2do de BGU
Tema	Introducción al Movimiento Parabólico I (simétrico)
Objetivo de aprendizaje	Comprender y describir el movimiento parabólico, identificando sus magnitudes y formulas básicas.
Destreza	Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28) CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.
Indicador de evaluación	Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)

Parte Teórica

Historia del Movimiento Parabólico

La historia del movimiento parabólico tiene sus orígenes en la antigua Grecia, donde se da lugar a los trabajos que realizó Aristóteles, y más adelante científicos destacados como Galileo y Newton hicieron contribuciones fundamentales que han proporcionado los conocimientos para entender cómo los objetos se mueven en el mundo real.



Aristóteles (384-322 a.C.) fue uno de los primeros en formular teorías sobre el movimiento, su hipótesis se basaba en que una piedra se mantenía en reposo o se movía en línea recta hacia el centro de la Tierra a menos que una fuerza extraña actuara sobre ella, consideraba los movimientos verticales hacia el centro de la tierra como naturales, pero aquellos que eran producidos por una fuerza externa (que generaban un movimiento parabólico) eran movidos por algo, pues cualquier desviación del objeto para él era solo una “impresión” que conforme el objeto avanzaba a la final desvanecería cayendo en línea recta.

Sin embargo, fue Galileo Galilei (1564-1642) quien realmente avanzó en la comprensión del movimiento. A través de experimentos, Galileo explicó que el movimiento de un proyectil resulta de la combinación de dos componentes: un movimiento horizontal constante y un movimiento vertical acelerado de manera uniforme. De esta manera, Galileo concluyó que al combinar estos dos movimientos darían origen a un nuevo movimiento en forma de parábola.



Más tarde, Isaac Newton (1643-1727) unificó los conceptos de Galileo con su ley de la gravitación universal y demostró que la trayectoria de un proyectil es una parábola debido a la influencia de la gravedad, que actúa como la fuerza responsable de esta curvatura. Así, Newton proporcionó una explicación más convincente que vincula la gravedad con el movimiento de los proyectiles, consolidando la comprensión de este fenómeno.

Movimiento parabólico

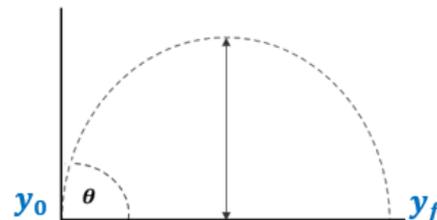
Como su nombre lo indica, es una trayectoria en forma de parábola que sigue un objeto lanzado en cierto ángulo con respecto al eje horizontal. Este desplazamiento combina dos tipos de componentes: la componente horizontal que se refiere al Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU) a lo largo del eje "x" y la componente vertical que trata del Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA) a lo largo del eje "y". No obstante, cada componente es netamente independiente del otro, pero al combinarse se origina una trayectoria parabólica la cual está bajo la aceleración de la gravedad, una rapidez inicial y un ángulo de lanzamiento.

Tipos de Movimiento parabólico

Cuando hablamos del movimiento parabólico, muchas de las veces consideramos que su trayectoria siempre será una parábola completa, es decir, perfectamente simétrica, pero en realidad, no es así, en algunos ejemplos su trayectoria toma una forma de una parábola asimétrica puesto que, dependerán desde donde empieza o acaba el movimiento del cuerpo. Por tal motivo, se ha clasificado al movimiento parabólico en dos tipos:

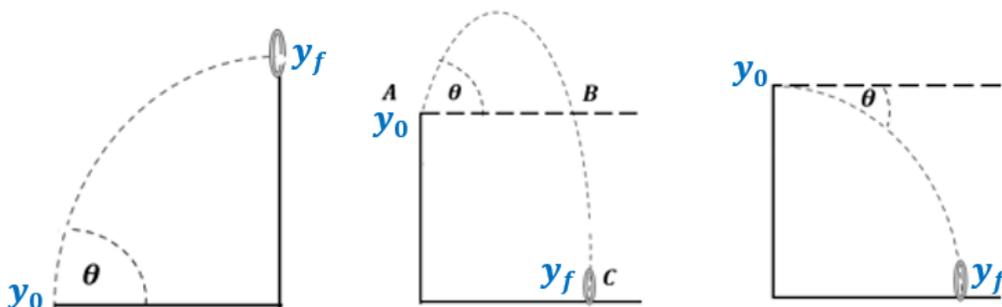
Movimiento parabólico completo (Ideal o Simétrica)

El objeto recorre una parábola completa cuando este empieza y acaba en el mismo nivel de altura, generalmente se toma como referencia el suelo. Dicho de otra manera, la posición en y_0 coincide con la posición en y_f : $y_0 = y_f$



Movimiento parabólico (No ideal o Asimétrica)

Es cuando el movimiento de un objeto puede empezar desde una cierta altura y subir a una altura más alta, o comenzar desde una altura alta y bajar a una altura más baja, es decir, $y_0 \neq y_f$. Existen diferentes situaciones de este tipo de movimiento como, por ejemplo: el lanzamiento de una pelota desde el suelo a la terraza de una casa y viceversa o cuando un basquetbolista lanza la pelota para encestar en la canasta.

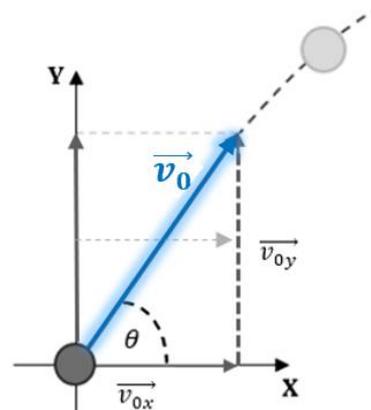


Magnitudes del movimiento parabólico (Ideal o Asimétrica)

El movimiento parabólico (ideal o simétrica) se describe por una serie de magnitudes que determinan su trayectoria y comportamiento, estas son:

Velocidad inicial (\vec{v}_0)

Representa la velocidad de un objeto con movimiento parabólico, se divide en dos componentes, la velocidad horizontal que permanece igual durante el movimiento y la velocidad vertical que cambia de acuerdo al ascenso y descenso del objeto.



Para calcular las componentes v_{0x} y v_{0y} primeramente, hay que analizar que las componentes forman un triángulo rectángulo, el cual tiene las siguientes características:

- Un ángulo θ (dirección)
- El cateto adyacente (en matemática) aquí es v_{0x} (Componente de la velocidad inicial en x)
- El cateto opuesto (en matemática) aquí es la proyección de la componente v_{0y} en el eje y
- La hipotenusa (en trigonometría) aquí es el módulo de la velocidad \vec{v}_0 (velocidad inicial):
 $\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})$

Haciendo uso de razones trigonométricas se pueden calcular v_{0x} y v_{0y}

Razones trigonométricas (Matemáticas)

$$\cos \theta = \frac{C.A}{h}$$

$$\text{sen } \theta = \frac{C.O}{h}$$

Utilizando estas razones con magnitudes de la Física

$$\cos \theta = \frac{v_{0x}}{v_0}$$

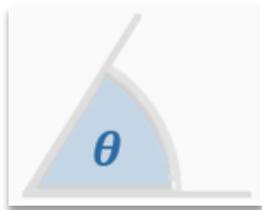
$$\text{sen } \theta = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

Despejando, se obtiene que

$$v_{0x} = v_0 \cos(\theta) \quad (1)$$

$$v_{0y} = v_0 \text{sen}(\theta) \quad (2)$$

¿Pregunta? *¿Cuándo se habla de velocidad y cuando se habla de rapidez?* Se habla de velocidad cuando se indica la dirección de la rapidez y se habla de rapidez cuando indica la intensidad de la velocidad, pero desprecia la dirección.



Ángulo de lanzamiento (θ)

Puede ser definido tanto por las componentes de la velocidad inicial como por las componentes de la dirección con respecto a los ejes (x, y).

Haciendo el mismo razonamiento de las componentes de \vec{v}_0 , se calcula el ángulo θ :

$$\tan(\theta) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}$$

Despejando θ :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)$$

Para calcular las demás ecuaciones del movimiento parabólico es necesario utilizar las fórmulas correspondientes a las componentes del MRU y MRUA

MRU		MRUA	
Desplazamiento en el eje x		Desplazamiento en el eje y	
$x = x_0 + v_{0x}t$	(3)	$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$	(5)
$v_x = v_{0x}$	(4)	$v_y = v_{0y} + at$	(6)

Asumiendo que el objeto es lanzado desde el **origen (0,0)**, se considera que $x_0 = 0$ y $y_0 = 0$
Además, de que $y_0 = y_f$, es decir, una parábola simétrica

Tiempo de vuelo (t_v)

Es el intervalo de tiempo que transcurre desde que el objeto es lanzado por el arie con una trayectoria curva hasta el momento en que este toca el suelo.



Para calcular el tiempo de vuelo, se comienza por calcular el tiempo de subida (t_s)

Utilizando la Ecuación 6, se encuentra t_s :

$$v_y = v_{0y} + at$$

Se sustituye la aceleración a por la gravedad g :

$$v_y = v_{0y} + gt$$

Como el objeto sube, se trabaja a la gravedad como negativa:

$$v_y = v_{0y} + gt_s$$

La velocidad final v_y se reduce a cero, puesto que llega a una altura máxima:

$$0 = v_{0y} + gt_s$$

Tenga en cuenta que:

Como el tiempo es una magnitud escalar, a la velocidad inicial se la trabajará en términos de magnitud escalar y no vectorial, es decir, como rapidez v_0 .

Nota: Para esta propuesta y como solución didáctica, se trabajará con

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

Al remplazar este valor en la fórmula se cumple con la naturaleza de la magnitud.

Reorganizando:

$$v_{oy} + gt_s = 0$$

Despejando t_s :

$$t_s = \frac{-v_{oy}}{g}$$

Remplazando v_{oy} por la Ecuación 2:

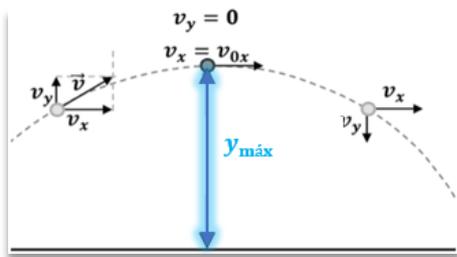
$$t_s = \frac{-[v_o \text{sen}(\theta)]}{g} \quad (7)$$

El tiempo que tarda en subir es el mismo que tarda en caer:

$$t_v = 2t_s$$

Por lo tanto:

$$t_v = \frac{-2[v_o \text{sen}(\theta)]}{g} \quad (8)$$



Altura máxima ($y_{\text{máx}}$)

Corresponde a la elevación vertical alcanzada por el objeto durante su trayectoria, precisamente cuando la velocidad vertical se reduce a cero.

Utilizando la Ecuación 5, se encuentra la Ecuación de $y_{\text{máx}}$:

$$y = y_o + v_{oy}t + \frac{1}{2}at^2$$

Se conoce que $\vec{y}_o = 0$, puesto que parte desde el origen (0, 0):

$$y = 0 + v_{oy}t + \left(\frac{1}{2}gt^2\right)$$

Remplazando v_{oy} por la Ecuación 2 y t por la Ecuación 7:

$$y = [v_o \text{sen}(\theta)] \left[-\frac{v_o \text{sen}(\theta)}{g} \right] + \frac{1}{2}g \left[-\frac{v_o \text{sen}(\theta)}{g} \right]^2$$

Resolviendo y simplificando:

$$y = -\frac{(v_o)^2 \text{sen}^2(\theta)}{g} + \frac{1}{2} \frac{(v_o)^2 \text{sen}^2(\theta)}{g}$$

Aplicando un artificio:

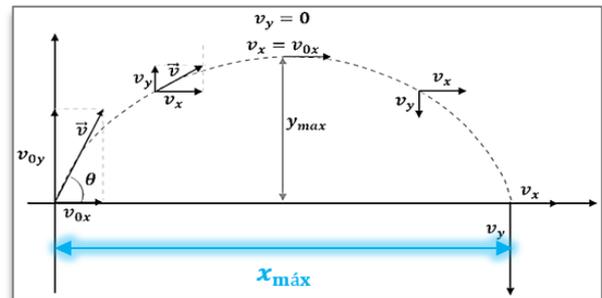
$$\frac{1}{2}x - 1x = -\frac{1}{2}x$$

Se encuentra $y_{\text{máx}}$:

$$y_{\text{máx}} = -\frac{(v_0)^2 \text{sen}^2(\theta)}{(2g)} \quad (9)$$

Alcance máximo ($x_{\text{máx}}$)

Es la distancia horizontal que recorre el objeto desde el punto de partida en el que es lanzado y el punto de llegada cuando esta toca al suelo.



Haciendo uso de la Ecuación 3, se determina la ecuación de $x_{\text{máx}}$:

$$x = x_0 + (v_x t)$$

Se entiende que $x_0 = 0$

$$x = 0 + (v_x t)$$

- En el MRU v_x es *cte.*, de modo que, $v_x = v_{0x}$

Remplazando v_{0x} por la Ecuación 1 y t por la Ecuación 8:

$$x = [v_0 \cos(\theta)] \left[-\frac{2v_0 \text{sen}(\theta)}{g} \right]$$

Resolviendo:

$$x = -\frac{[v_0]^2 2[\text{sen}(\theta) \cos(\theta)]}{g}$$

Aplicando una identidad trigonométrica:

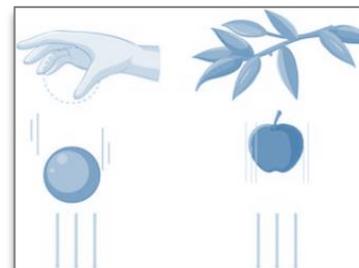
$$\text{sen}(2\theta) = 2[\text{sen}(\theta) \cos(\theta)]$$

Se encuentra la ecuación de $x_{\text{máx}}$:

$$x_{\text{máx}} = -\frac{(v_0)^2 \text{sen}(2\theta)}{g} \quad (10)$$

Aceleración debida a la gravedad (g)

La aceleración es ocasionada por la gravedad de la Tierra la cual opera en dirección vertical hacia abajo. Esta aceleración actúa durante todo el desplazamiento del objeto por el aire.



La fuerza de gravedad en la tierra se estima en aproximadamente:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Tenga en cuenta que: Las ecuaciones de la altura y alcance máximo de un proyectil, solo son aplicables en situaciones donde las alturas del lanzamiento y aterrizaje son iguales, es decir, cuando la parábola es netamente simétrica (movimiento parabólico ideal). En muchos de los casos, estas ecuaciones no son útiles para la resolución de problemas.

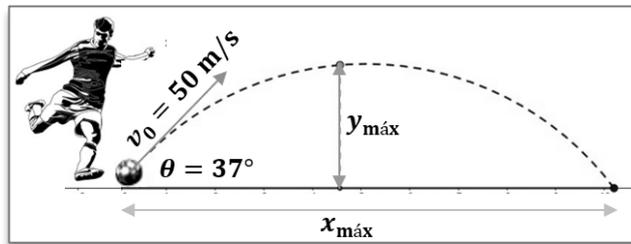
Resolución de problemas

Problema 1.

Si se lanza desde el suelo un balón con una velocidad de 50 m/s, formando un ángulo de 37° con respecto a la horizontal, calcular:

- El tiempo de vuelo
- El alcance máximo
- La máxima altura alcanzada

Gráfico



Datos:

$$\begin{aligned} \vec{v}_0 &= 50 \text{ m/s} \\ \theta &= 37^\circ \\ g &= -9,8 \text{ m/s}^2 \\ t_v &= ? \\ x_{\text{máx}} &= ? \\ y_{\text{máx}} &= ? \end{aligned}$$

Desarrollo

El tiempo de vuelo

$$\begin{aligned} t_v &= -\frac{2v_0 \sin(\theta)}{g} \\ t_v &= -\frac{2[50 \text{ m/s}][\sin(37^\circ)]}{-9,8 \text{ m/s}^2} \\ t_v &= \frac{60,18 \text{ m/s}}{9,8 \text{ m/s}^2} \\ t_v &\approx 6,14 \text{ s} \end{aligned}$$

El alcance máximo

$$\begin{aligned} x_{\text{máx}} &= -\frac{(v_0)^2 \sin(2\theta)}{g} \\ x_{\text{máx}} &= -\frac{(50 \text{ m/s})^2 \sin[2(37^\circ)]}{-9,8 \text{ m/s}^2} \\ x_{\text{máx}} &= \frac{2403,15 \text{ m}^2/\text{s}^2}{9,8 \text{ m/s}^2} \\ x_{\text{máx}} &\approx 245,22 \text{ m} \end{aligned}$$

La altura máxima alcanzada

$$\begin{aligned} y_{\text{máx}} &= -\frac{(v_0)^2 \sin^2(\theta)}{(2g)} \\ y_{\text{máx}} &= -\frac{(50 \text{ m/s})^2 \sin^2(37^\circ)}{2(-9,8 \text{ m/s}^2)} \\ y_{\text{máx}} &= \frac{905,45 \text{ m}^2/\text{s}^2}{19,6 \text{ m/s}^2} \\ y_{\text{máx}} &\approx 46,20 \text{ m} \end{aligned}$$

Interpretación: El balón permanece en el aire durante **6,14 s** antes de volver a tocar el suelo.

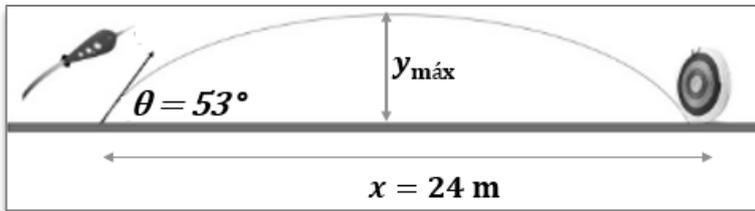
El balón recorre una distancia de **245,22 m**

La máxima altura que alcanza el balón es de **46,20 m**

Problema 2.

Un proyectil se dispara desde la superficie con un ángulo de 53° respecto a la horizontal. Si el proyectil hace impacto a 24 metros del punto de lanzamiento. Hallar la altura máxima alcanzada.

Gráfico



Datos:

$$\theta = 53^\circ$$

$$x_{\text{máx}} = 24 \text{ m}$$

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

$$y_{\text{máx}} = ?$$

Desarrollo

$$x_{\text{máx}} = -\frac{(v_0)^2 \sin(2\theta)}{g}$$

$$(x_{\text{máx}})g = -(v_0)^2 \sin(2\theta)$$

$$-\frac{(x_{\text{máx}})g}{\sin(2\theta)} = (v_0)^2$$

$$v_0 = \sqrt{-\frac{(x_{\text{máx}})g}{\sin(2\theta)}}$$

$$v_0 = \sqrt{-\frac{(24 \text{ m})(-9,8 \text{ m/s}^2)}{\sin[2(53^\circ)]}}$$

$$v_0 = \sqrt{245,03 \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$v_0 \approx 15,65 \text{ m/s}$$

La altura máxima alcanzada

$$y_{\text{máx}} = -\frac{(v_0)^2 \sin^2(\theta)}{(2g)}$$

$$y_{\text{máx}} = -\frac{(15,65 \text{ m/s})^2 \sin^2(53^\circ)}{2(-9,8 \text{ m/s}^2)}$$

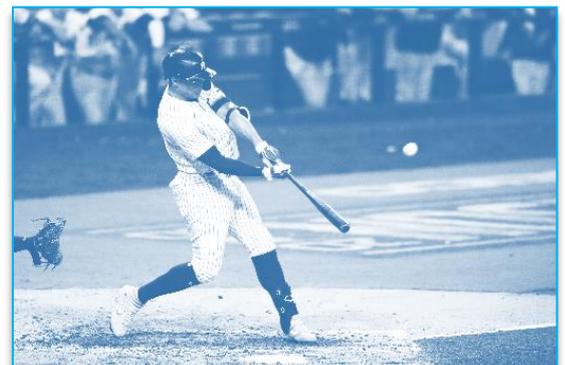
$$x_{\text{máx}} = \frac{156,01 \text{ m}^2/\text{s}^2}{19,6 \text{ m/s}^2}$$

$$y_{\text{máx}} \approx 7,95 \text{ m}$$

Interpretación: La máxima altura que alcanzada por el proyectil es de aproximadamente **7,95 m**

¿Sabías que?

El máximo alcance horizontal se logra; cuando el cuerpo es lanzado formando un ángulo de 45 grados con la horizontal. En el béisbol; los bateadores procuran golpear la pelota con un ángulo de 45 grados con el fin de hacer un jonrón, además debe golpear la pelota a dos tercios de la parte inferior.



Seminario-Taller 2

Asignatura	Física
Curso	2do de BGU
Tema	Introducción al Movimiento Parabólico II (asimétrico)
Objetivo de aprendizaje	Comprender y describir el movimiento parabólico, identificando sus magnitudes y formulas básicas.
Destreza	Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28) CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.
Indicador de evaluación	Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)

Parte Teórica

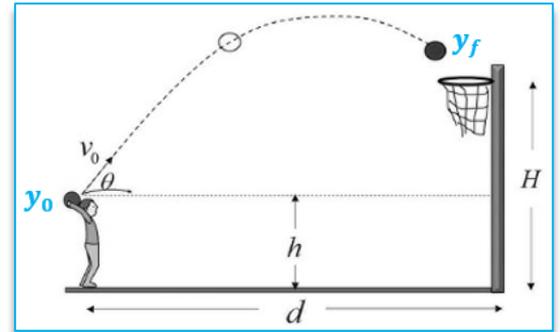
Introducción al movimiento parabólico (asimétrico)

El movimiento parabólico (asimétrico) ocurre cuando un objeto es lanzado desde una posición en y_0 que no coincide con y_f y este sigue una trayectoria curva pero que no es simétrica.

Muchas de las veces suponemos que en el movimiento parabólico siempre se va originar una trayectoria parabólica simétrica, pero no, este se diferencia por el punto de partida que puede empezar en una superficie alta y terminar en una baja o viceversa. En algunas ocasiones hemos observado este fenómeno, pero no sabemos distinguirlo entre un movimiento parabólico simétrico y no simétrico, por el simple hecho de que no se los analizó con profundidad.

Imaginemos que estamos en la terraza de una vivienda y deciden patear un balón, pues como podrán imaginarse, el balón no solo caerá hacia el suelo, sino que también avanzará horizontalmente hasta llegar a la superficie de abajo. Otro ejemplo que pueden imaginarse, es cuando están jugando baloncesto, al momento de lanzar el balón para encestar, este empieza desde una cierta altura (su estatura) y avanzará parabólicamente hasta una altura más alta que es el de la canasta.

En el movimiento parabólico asimétrico, la posición inicial en y_0 no coincide con la posición final en y_f , es decir, $y_0 \neq y_f$. Este tipo de movimiento depende de varios factores como la velocidad inicial, el ángulo de lanzamiento, la altura desde la que se lanza y la gravedad, estos factores influyen en el comportamiento del proyectil.



Magnitudes del Movimiento Parabólico (asimétrico)

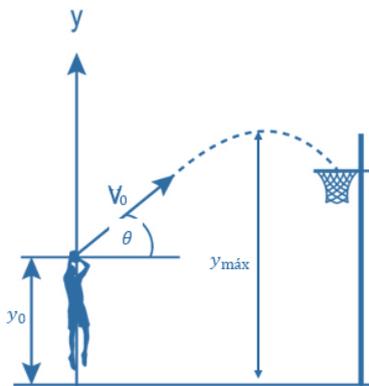
A partir de las indicaciones anteriores, se describirán las ecuaciones de $y_{\text{máx}}$ y t_v , de uno de los casos particulares del movimiento parabólico asimétrico, esta vez resumiendo algunos pasos que ya se explicaron anteriormente en la clase del movimiento parabólico simétrico.

Tenga en cuenta que:

Para determinar las ecuaciones que describen al movimiento parabólico asimétrico, se parte de las 5 ecuaciones iniciales del movimiento parabólico simétrico. A partir de estas se pueden derivar las respectivas ecuaciones para cada caso de este tipo de movimiento.

Ecuaciones principales	
Componentes del módulo de la velocidad	
$v_{0x} = v_0 \cos \theta$	(1)
$v_{0y} = v_0 \sin \theta$	(2)
Desplazamiento en el eje x	Desplazamiento en el eje y
$x = x_0 + v_{0x}t$	(3) $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$
$v_x = v_{0x}$	(4) $v_y = v_{0y} + at$
	(5) $v_y = v_{0y} + at$

Ejemplo: Lanzamiento de un balón de básquet hacia la canasta



Altura máxima $y_{\text{máx}}$

Partiendo de la Ecuación 7:

$$t_s = -\frac{v_0 \sin(\theta)}{g} = -\frac{v_{0y}}{g}$$

Se reemplaza t_s en la Ecuación 5:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$y = y_o + v_{oy} \left(-\frac{v_{oy}}{g} \right) + \frac{1}{2} g \left(-\frac{v_{oy}}{g} \right)^2$$

Resolviendo:

$$y = y_o - \frac{v_{oy}^2}{g} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{oy}^2}{g} \right)$$

Aplicando un artificio:

$$\frac{1}{2} x - 1x = -\frac{1}{2} x$$

Se determina la ecuación:

$$y_{\text{máx}} = y_o - \frac{(v_o)^2 \text{sen}^2(\theta)}{(2g)} \quad (9.1)$$

Tiempo de vuelo t_v

Usando la Ecuación 5:

$$y = y_o + v_{oy}t + \frac{1}{2} at^2$$

Se Iguala a cero:

$$\frac{1}{2} gt^2 + v_{oy}t - (y - y_o) = 0$$

Se aplica la fórmula general en función del tiempo t :

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(ac)}}{(2a)}$$

Se da valores para a, b y c

$$a = \frac{1}{2} g \quad ; \quad b = v_{oy} \quad ; \quad c = -(y - y_o)$$

Remplazando:

$$t = \frac{-v_{oy} \pm \sqrt{(v_{oy})^2 - 4 \left(\frac{1}{2} g \right) - (y - y_o)}}{2 \left(\frac{1}{2} g \right)}$$

Resolviendo:

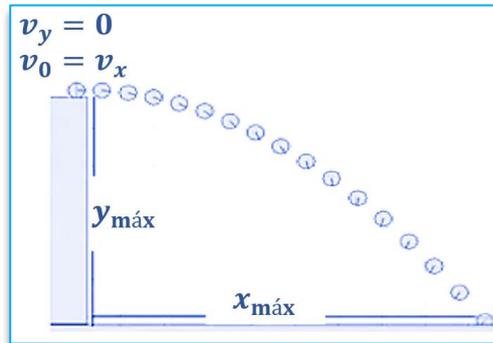
$$t = \frac{-v_{oy} \pm \sqrt{(v_{oy})^2 + 2g(y - y_o)}}{g}$$

Sustituyendo v_{oy} por la Ecuación 5:

$$t = \frac{-v_o \text{sen}(\theta) \pm \sqrt{[v_o \text{sen}(\theta)]^2 + 2g(y - y_o)}}{g} \quad (8.1)$$

Ecuaciones de algunos casos del movimiento parabólico asimétrico

Caso # 1: Lanzamiento horizontal



Nota:

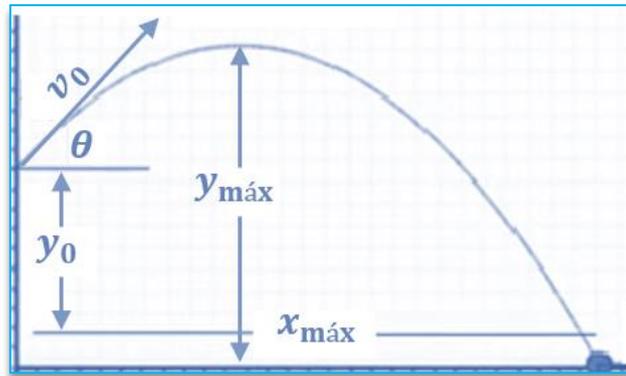
Las ecuaciones (8.1 y 9.1) son algunas demostraciones que surgen de las ecuaciones iniciales, estas pueden derivarse de acuerdo al problema que se presente, para ello, se necesita analizar el tipo de movimiento, luego despejar y aplicar correctamente las ecuaciones.

- La velocidad inicial es igual a la componente v_x (constante en toda la caída) y la componente $v_{0y} = 0$
- La componente v_y aumentara conforme el objeto va cayendo.
- El desplazamiento horizontal corresponde a la distancia desde el punto donde fue lanzado hasta dónde llega el objeto.

Magnitud	Ecuación
Velocidad en x	$v_x = v_0$
Velocidad en y	$v_y = gt$
Tiempo de vuelo	$t = \sqrt{-\frac{2y_{\text{máx}}}{g}}$
Altura máxima	$y_{\text{máx}} = -\frac{gt^2}{2}$
Alcance horizontal	$x = v_0 t$
Velocidad con la que llega	$v_f = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$
Posición horizontal x	$x = v_x t$
Posición horizontal y	$y = -\frac{gt^2}{2}$

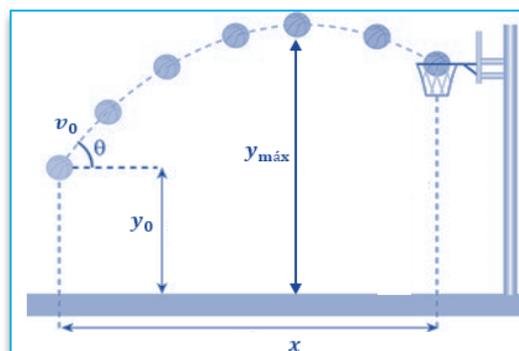
Tenga en cuenta que: Como el objeto, va de caída, la velocidad v_y es negativa, por tal razón se considera a la gravedad como negativa $g = -9,8 \text{ m/s}^2$

Caso # 2: Lanzamiento de un proyectil con un ángulo desde un acantilado



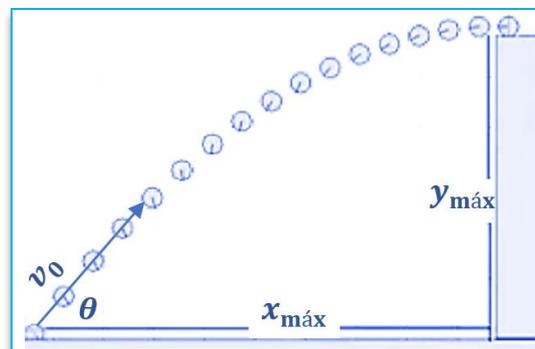
Magnitud	Ecuación
Velocidad en x	$v_x = v_o \cos(\theta)$
Velocidad en y	$v_y = v_o \text{sen}(\theta) + gt$
Ángulo	$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$
Tiempo de vuelo	$t_v = \frac{-v_{oy} \pm \sqrt{(v_{oy})^2 - 2(g)y_o}}{g}$
Altura máxima	$y_{\text{máx}} = y_o - \frac{(v_o)^2 \text{sen}^2(\theta)}{2g}$
Alcance horizontal	$x = x_o + v_o \cos(\theta) t$
Velocidad con la que llega	$v_f = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$
Posición horizontal x	$x = v_x t$
Posición horizontal y	$y = y_o + v_y t + \frac{gt^2}{2}$

Caso # 3: Lanzamiento de un proyectil para encestar



Magnitud	Ecuación
Velocidad en x	$v_x = v_o \cos(\theta)$
Velocidad en y	$v_y = v_o \text{sen}(\theta) + gt$
Ángulo	$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$
Tiempo de vuelo	$t_v = \frac{-v_{oy} \pm \sqrt{(v_{oy})^2 + 2g(y - y_o)}}{g}$
Altura máxima	$y_{\text{máx}} = y_o - \frac{(v_o)^2 \text{sen}^2(\theta)}{2g}$
Alcance horizontal	$x = x_o + v_o \cos(\theta) t$
Velocidad con la que llega	$v_f = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$
Posición horizontal x	$x = v_x \times t$
Posición horizontal y	$y = y_o + v_y + \frac{gt^2}{2}$

Caso # 4: Lanzamiento horizontal ascendente



Magnitud	Ecuación
Velocidad en x	$v_{0x} = v_o \cos(\theta)$
Velocidad en y	$v_{0y} = v_o \text{sen}(\theta)$
Ángulo	$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$
Tiempo de vuelo	$t_v = -\frac{v_{0y}}{g}$
Altura máxima	$y_{\text{máx}} = -\frac{(v_o)^2 \text{sen}^2(\theta)}{(2g)}$

Alcance horizontal	$x_{\text{máx}} = -\frac{(v_0)^2 \text{sen}(2\theta)}{g}$
Velocidad en cualquier instante	$v_f = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$
Posición horizontal x	$x = v_x t$
Posición horizontal y	$y = v_y + \frac{gt^2}{2}$

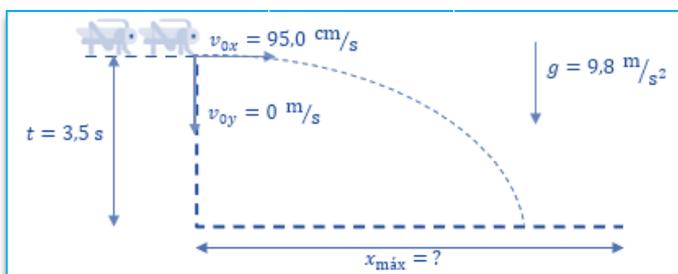
Resolución de problemas

Los problemas que se van a presentar fueron tomados del libro de Física universitaria Vol. 1, de Young y Freedman (2013), (pp. 98-99).

Problema 1.

Dos grillos, Chirpy y Milada, saltan desde lo alto de un acantilado vertical. Chirpy simplemente se deja caer y llega al suelo en 3,50 s, en tanto que Milada salta horizontalmente con una rapidez inicial de 95,0 cm/s. ¿A qué distancia de la base del acantilado tocará Milada el suelo?

Gráfico



Datos:

- $v_{ox} = 95,0 \text{ cm/s}$
- $t = 3,5 \text{ s}$
- $x_{\text{máx}} = ?$

Desarrollo

Conversión de unidades

$$95 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0,95 \text{ m}$$

$$x = v_x t$$

$$x = 0,95 \text{ m}(3,5 \text{ s})$$

$$x \approx \mathbf{3,32 \text{ m}}$$

Interpretación: La distancia que alcanzará Milada con respecto a la base del alcantarillado es de aproximadamente **3,32 m**

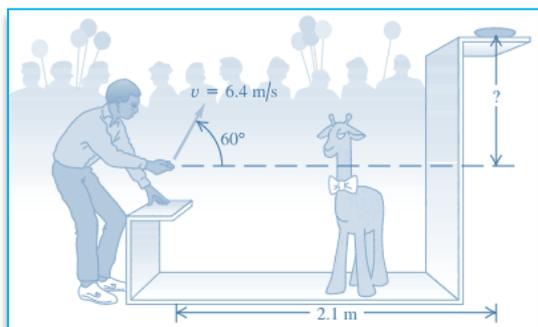
Problema 2.

En una feria, se puede ganar una jirafa de peluche lanzando una moneda a un platito, el cual está sobre una repisa más arriba del punto en que la moneda sale de la mano y a una distancia

horizontal de 2,1 m desde ese punto. Si usted lanza la moneda con velocidad de $6,4 \text{ m/s}$, a un ángulo de 60° sobre la horizontal, la moneda caerá en el platito. Ignore la resistencia del aire.

- a) ¿A qué altura está la repisa sobre el punto donde se lanza la moneda?
 b) ¿Qué componente vertical tiene la velocidad de la moneda justo antes de caer en el platito?

Gráfico



Datos:

$$\begin{aligned} \vec{v}_0 &= 6,4 \text{ m/s} \\ \theta &= 60^\circ \\ g &= -9,8 \text{ m/s}^2 \\ x_{\text{máx}} &= 2,1 \text{ m} \\ y_{\text{máx}} &= ? \end{aligned}$$

Desarrollo

- a) ¿A qué altura está la repisa sobre el punto donde se lanza la moneda?

$$y_{\text{máx}} = v_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_{\text{máx}} = 5,54 \text{ m/s} (0,66 \text{ s}) - \frac{9,8 \text{ m/s}^2}{2} (0,66 \text{ s})^2$$

No tengo tiempo

$$x = v_{ox}t$$

$$y_{\text{máx}} = 3,66 \text{ m} - 2,13 \text{ m}$$

$$y_{\text{máx}} = 1,53 \text{ m}$$

⋮

$$t = \frac{x_{\text{máx}}}{v_{ox}}$$

$$t = \frac{2,1 \text{ m}}{3,2 \text{ m/s}}$$

$$t = 0,66 \text{ s}$$

No tengo v_{ox} ni v_{oy}

$$v_{ox} = v_0 \cos(\theta)$$

$$v_{oy} = v_0 \sin(\theta)$$

$$v_{ox} = 6,4 \text{ m/s} \cos(60^\circ)$$

$$v_{oy} = 6,4 \text{ m/s} \sin(60^\circ)$$

$$v_{ox} = 3,2 \text{ m/s}$$

$$v_{oy} = 5,54 \text{ m/s}$$

- b) ¿Qué componente vertical tiene la velocidad de la moneda justo antes de caer en el platito?

$$v_y = v_{oy} + gt$$

$$v_y = 5,54 \text{ m/s} - 9,8 \text{ m/s}^2 (0,66 \text{ s})$$

$$v_y = -0,93 \text{ m/s}$$

Interpretación: a) La repisa está a una altura de **1,53 m** sobre el punto donde se lanza la moneda.

b) La componente vertical tiene una velocidad de **-0,93 m/s** justo antes de caer en el platito

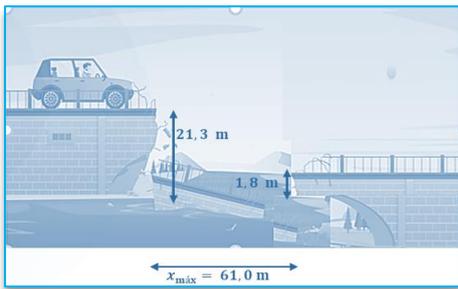
Problema 5.

Un automóvil que viaja horizontalmente llega al borde de un puente durante una tormenta y el conductor descubre que el río arrasó el puente. El conductor debe llegar al otro lado, así que decide saltar la brecha con su automóvil. La orilla en la que se encuentra está 21,3 m arriba del río, mientras que la orilla opuesta está a solo 1,8 m sobre las aguas. El río es un torrente embravecido con una anchura de 61,0 m.

a) ¿Qué tan rápido deberá ir el auto cuando llegue al borde para saltar el río y llegar a salvo al otro lado?

b) ¿Qué rapidez tendrá el auto justo antes de que aterrice?

Gráfico



Datos:

$$x_{\text{máx}} = 61 \text{ m}$$

$$y_{\text{máx}} = 21,3 \text{ m} - 1,8 \text{ m} = 19,5 \text{ m}$$

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

Desarrollo

a) ¿Qué tan rápido deberá ir el auto cuando llegue al borde para saltar el río y llegar a salvo al otro lado?

$$y_{\text{máx}} = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$y_{\text{máx}} = 0 \text{ m/s} t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$y_{\text{máx}} = -\frac{1}{2}gt^2$$
$$2y_{\text{máx}} = gt^2$$
$$t^2 = -\frac{2y_{\text{máx}}}{g}$$
$$t = \sqrt{-\frac{2y_{\text{máx}}}{g}}$$
$$t = \sqrt{-\frac{2(19,5 \text{ m})}{-9,8 \text{ m/s}^2}}$$
$$t = 1,99 \text{ s}$$
$$x = v_x t \rightarrow v_x = \frac{x_{\text{máx}}}{t}$$
$$v_x = \frac{61 \text{ m}}{1,99 \text{ s}} = 30,5 \text{ m/s}$$
$$\therefore v_x > 30,65 \text{ m/s}$$

b) ¿Qué rapidez tendrá el auto justo antes de que aterrice?

$$v_y = v_{oy} + gt$$
$$v_y = 0 + gt$$
$$v_y = -9,8 \text{ m/s}^2 \times 1,99 \text{ s}$$
$$v_y = -19,5 \text{ m/s}$$
$$v_o = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$$
$$v_o = \sqrt{(30,5 \text{ m/s})^2 + (-19,6 \text{ m/s})^2}$$
$$v_o \approx 36,33 \text{ m/s}$$

Interpretación: **a)** El auto deberá ir a una velocidad mayor a **30,65 m/s** para saltar el río y llegar a salvo al otro lado.

b) El auto tendrá una rapidez de aproximadamente **36,33 m/s** justo antes de aterrizar.

Seminario-Taller 3

Asignatura	Física
Curso	2do de BGU
Tema	Introducción al software Tracker
Objetivo de aprendizaje	Comprender y describir el movimiento parabólico, identificando sus magnitudes y formulas básicas.
Destreza	Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28) CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.
Indicador de evaluación	Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)

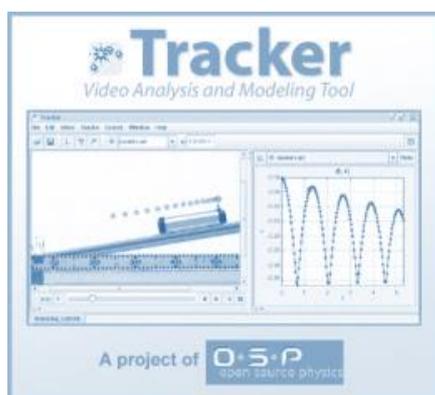
Parte Práctica

Introducción al software Tracker

El software Tracker es una herramienta ampliamente utilizada en el ámbito educativo y científico para el análisis del movimiento en videos, diseñado especialmente para la enseñanza de la Física. Tracker permite a los usuarios visualizar y analizar trayectorias, velocidades,



aceleraciones y otros parámetros cinemáticos de manera interactiva y precisa; además facilita la comprensión de fenómenos complejos mediante la aplicación práctica de los conceptos teóricos, brindando una experiencia de aprendizaje significativa.



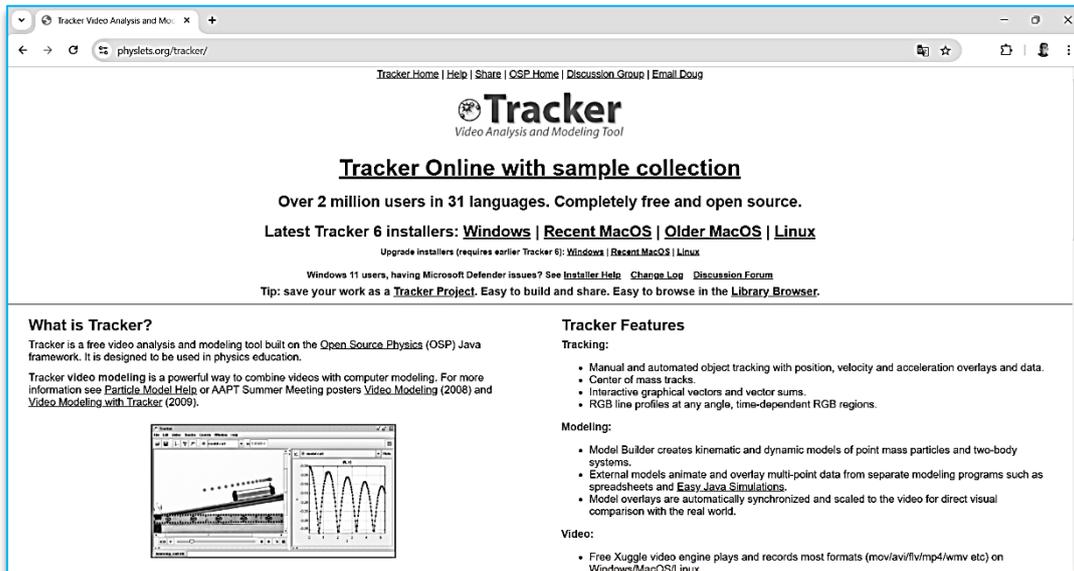
¿Qué es Tracker?

Es un paquete de análisis de video construido sobre una plataforma Java, incluye como características: el seguimiento de objetos y su posición, velocidad y aceleración, gráficos con efectos especiales, múltiples cuadros de referencia, puntos de calibración, líneas de perfil para el análisis del movimiento, patrones de interferencia y modelos dinámicos de partículas. Es una herramienta indispensable tanto para estudiantes como para docentes de Física.

Proceso de descarga e instalación

A continuación, se presenta una guía paso a paso basada en el manual oficial de instalación.

Paso 1: Visitar el sitio web oficial de Tracker (<https://physlets.org/tracker/>)

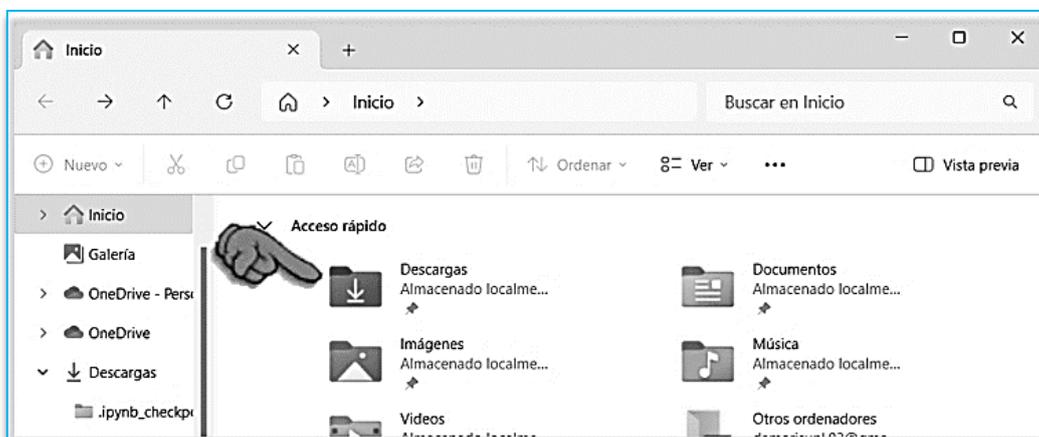


Tenga en cuenta que: En este caso, el sistema operativo es Windows, por lo tanto, se explicará el proceso de descarga e instalación para este sistema operativo.

Paso 2: Damos clic en **Windows** para comenzar la descarga



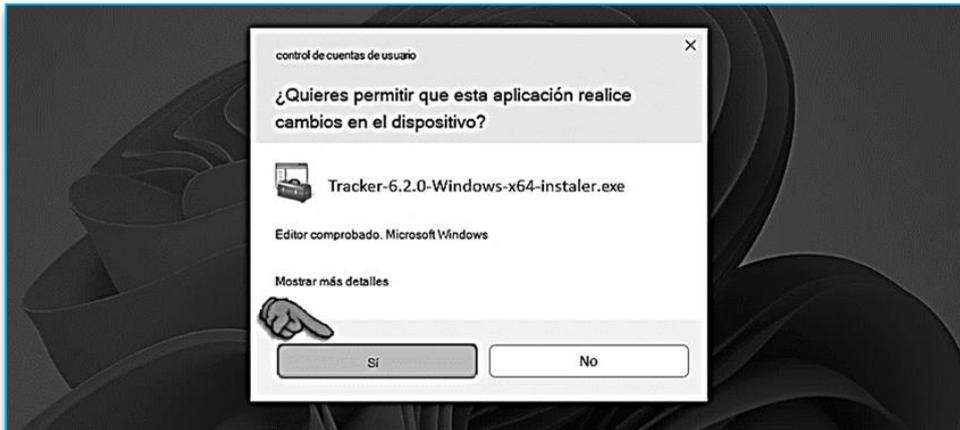
Paso 3: Luego de haberse completado correctamente la descarga, abrimos nuestro explorador de archivos y después la carpeta de descargas



Paso 4: Doble clic sobre el archivo descargado

Nombre	Fecha de modificación	Tipo	Tamaño
 Tracker-6.2.0-windows-x64-installer	12/8/2024 7:32	Aplicación	143.576 KB

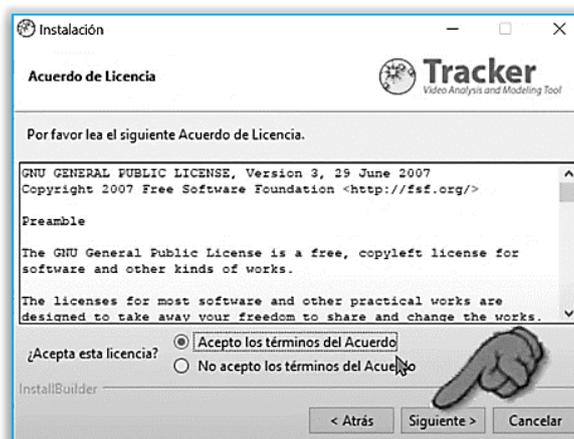
Paso 5: Se abrirá una pestaña, la cual solicitará permiso para poder avanzar con la instalación, simplemente damos clic en la opción **sí**



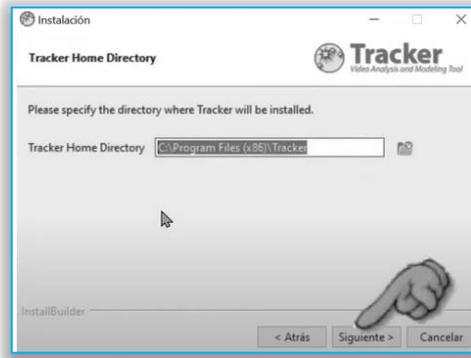
Paso 6: Aparecerá una ventana del instalador del software, damos clic en el botón **Siguiente**



Paso 7: Aceptamos los términos y luego clic en **Siguiente >**



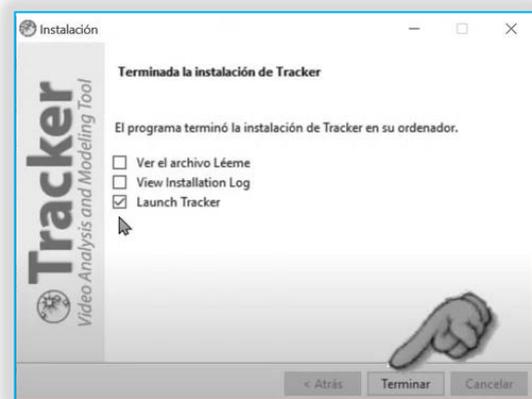
Paso 8: En esta ventana, pueden seleccionar la carpeta donde deseen alojar el programa, luego clic en **Siguiente >**



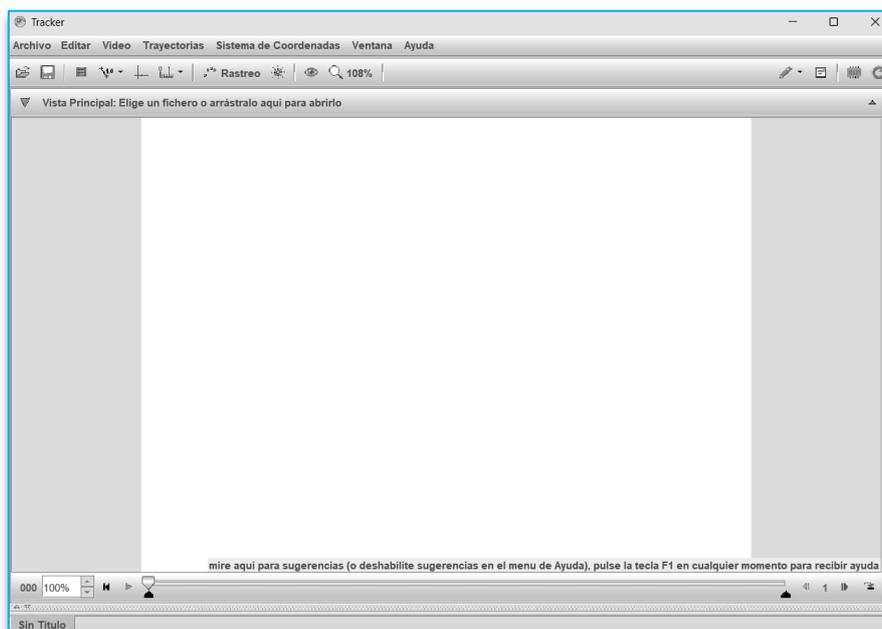
Paso 9: Esperamos que se complete al 100% la instalación:



Paso 10: Luego, aparecerá esta ventana en donde solo señalamos la opción que dice **Launch Tracker** y luego clic en el botón **Terminar**

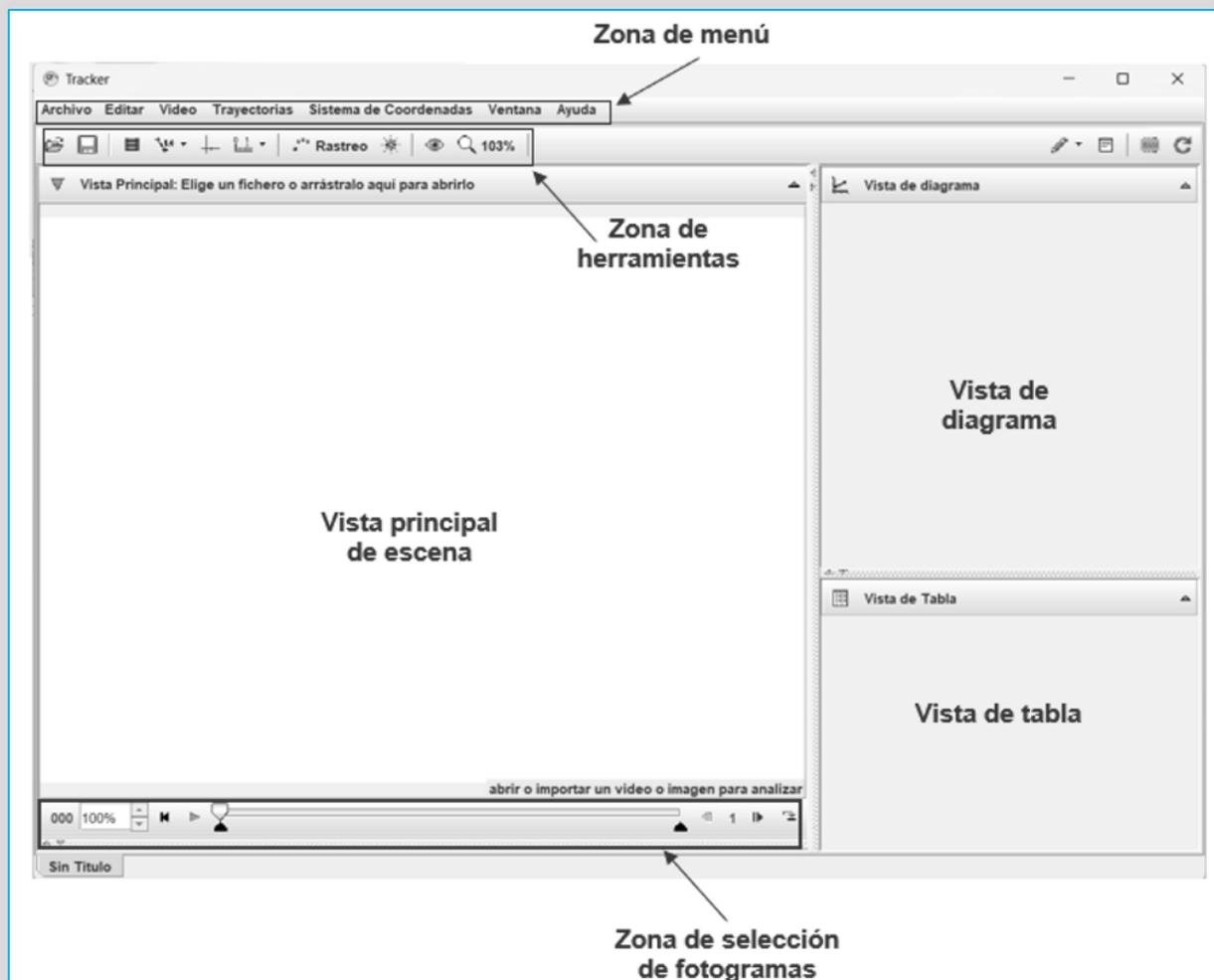


Finalmente, una vez completado correctamente la descarga e instalación del software Tracker, se abrirá el programa y estará listo para ser utilizado a conveniencia.

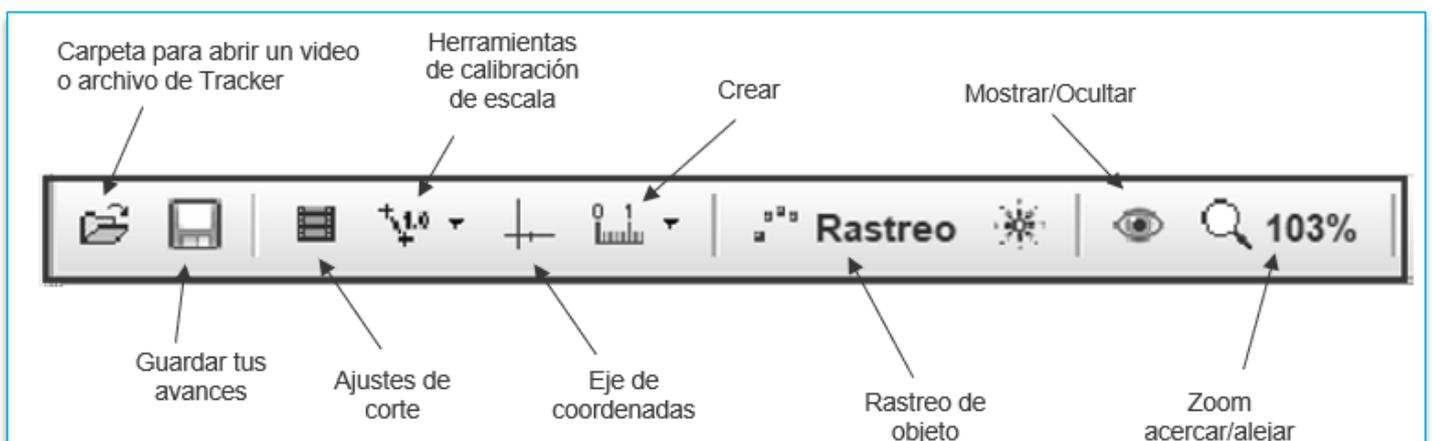


Conociendo el software Tracker y sus principales herramientas

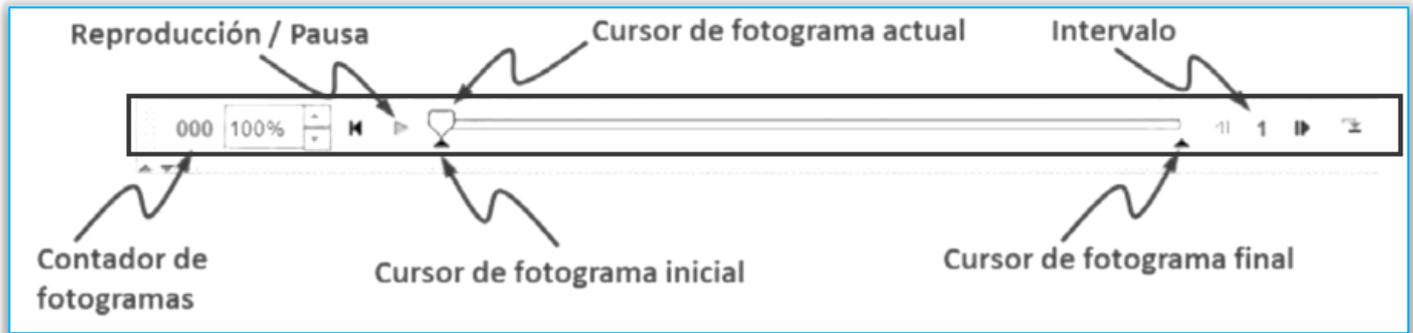
Una vez arrancado el programa, aparecerá una ventana, donde se podrá observar todos los elementos que ofrece el software Tracker:



En la zona de herramientas, tenemos los siguientes iconos que serán clave para analizar el video seleccionen.



En la parte inferior, se encuentra la zona de selección de fotogramas, esta zona también es importante al momento de analizar el archivo:



¿Sabías que?

Al analizar el movimiento parabólico con Tracker, se puede utilizar las funciones ajustes de curvas para modelar la trayectoria del objeto con una parábola matemática. Hacer esto, puedes obtener una ecuación que describa la trayectoria exacta, permitiendo comparar los resultados teóricos (derivados de las ecuaciones del movimiento) con los resultados experimentales.

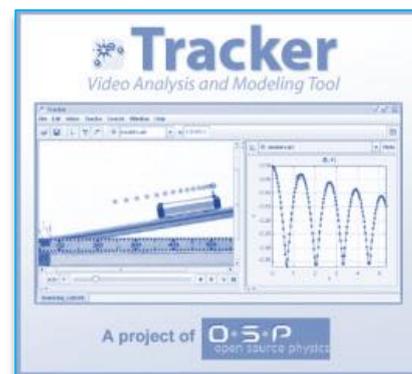
Seminario-Taller 4

Asignatura	Física
Curso	2do de BGU
Tema	Proyecto de Análisis de Movimiento Parabólico con Tracker parte I
Destreza	Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28) CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.
Indicador de evaluación	Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)

Parte Práctica

Análisis y Modelación de Videos con Tracker

El proyecto “Análisis y Modelación de Videos con Tracker” tiene como objetivo enseñar a los estudiantes a analizar, modelar y visualizar la trayectoria de un proyectil en movimiento parabólico utilizando Tracker, un software adecuado para el análisis de videos. A través de este proyecto, los estudiantes aprenderán a identificar y calcular parámetros clave como la altura máxima, el alcance y el tiempo de vuelo, con el fin de comparar los datos experimentales con las predicciones teóricas, donde no solo se obtiene una mejor comprensión de los principios físicos involucrados, sino que también desarrollan habilidades de interpretación y consolidación de estos conceptos en situaciones prácticas del mundo real.



Objetivo de aprendizaje

Espero que al final de este proyecto, todos estén en la capacidad de experimentar y analizar el movimiento parabólico con el software Tracker, además comprender la graficas que este movimiento presenta.

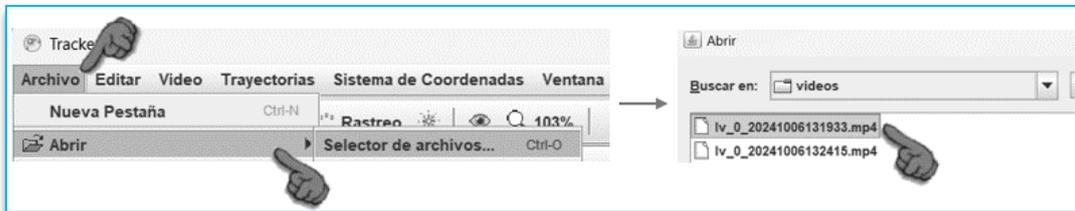
Demostración del software Tracker analizando el movimiento parabólico simétrico

Ahora que conocemos a breves rasgos las herramientas que ofrece el software Tracker, a continuación, vamos a utilizarlo para analizar el movimiento parabólico simétrico y para ello, seguiremos los siguientes pasos:

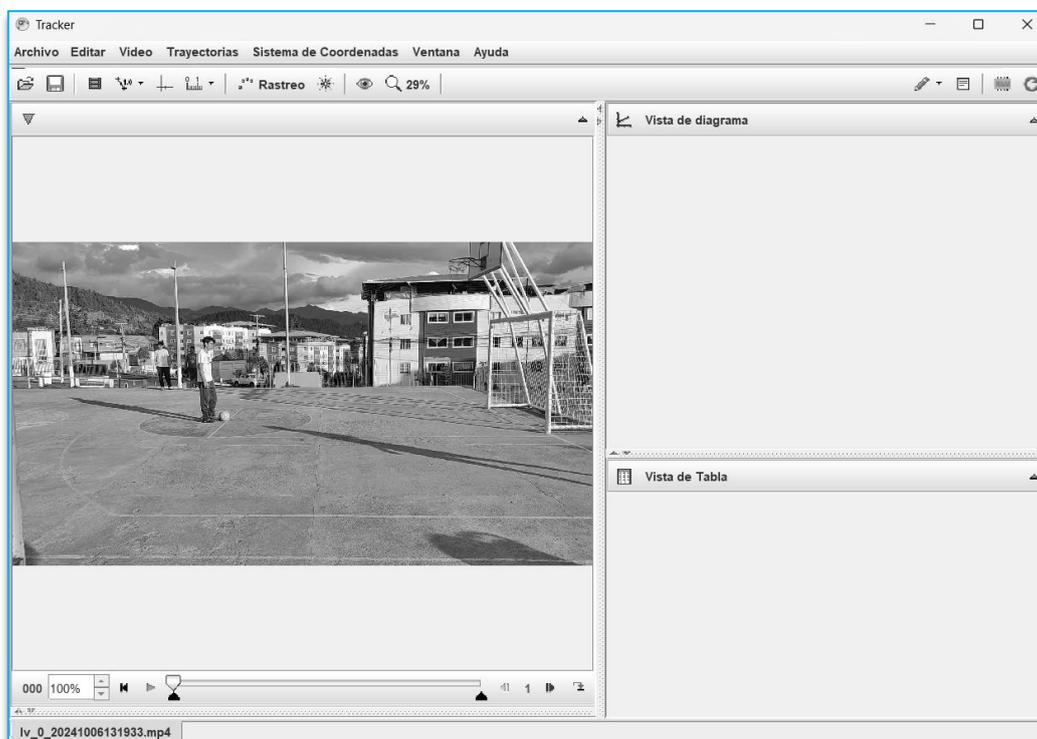
Ejemplo: Lanzamiento de un balón siguiendo una trayectoria curva simétrica

Paso 1: Abrir un video o archivo Tracker

Dirigirse a la zona de menú y hacer clic en el icono de **archivo** > **abrir...** Luego, seleccione el video que desee analizar:

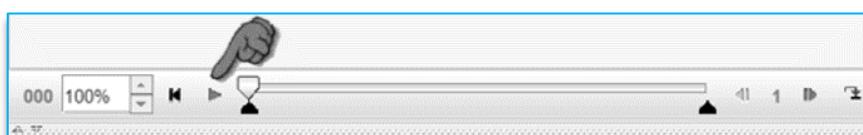


Cuando el video se halla cargado, la pantalla se verá así:



Paso 2: Ajustes de corte del video para analizar

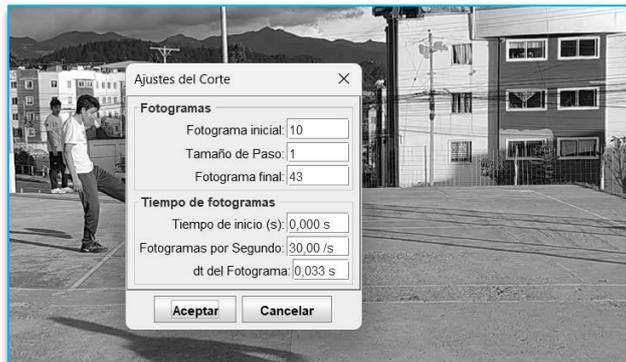
Haciendo clic en el botón de reproducción  en la zona de selección de fotogramas, podemos ver el video y así saber cuál es el rango de cuadros con el que se deseará trabajar.



Luego clic en el icono **Ajustes de corte** 

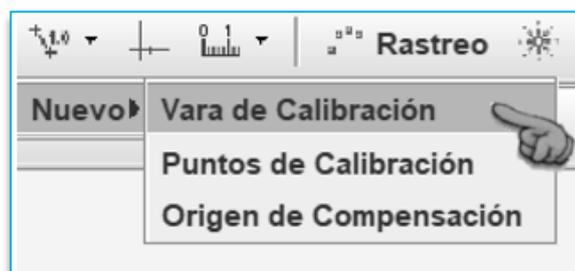


Detallamos el rango de cuadros que hemos seleccionado para definir el cuadro de inicio y finalización con el que vamos a trabajar y analizar:



Paso 3: Calibración de escala

Se establecerá una escala que nos permita convertir las distancias visibles en el video en verdaderas longitudes de la escena real. En la barra de herramientas clic en el icono de **herramientas de calibración** en donde se dará clic a lo siguiente **Nuevo > Vara de calibración**.



- Aparecerá un segmento en el centro de la escena, el cual se desplazará y ajustará el segmento a uno de los detalles del video cuya longitud sea visible, conocida y **real**.
- Después clicar en la ventanita que hay sobre la vara de calibración y se teclearan las longitudes reales en las unidades que conoce.



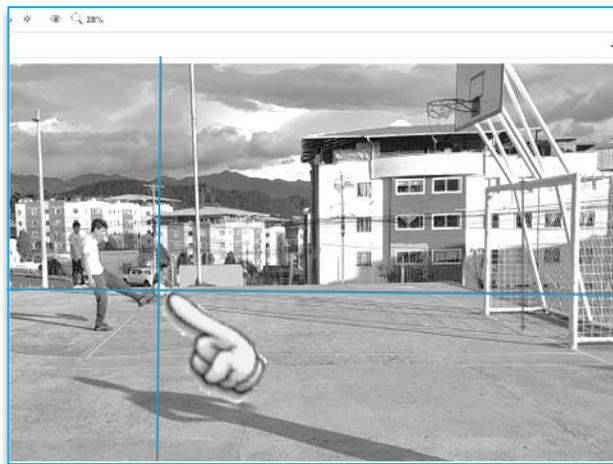
Nota: El software Tracker trabaja con medidas del Sistema Internacional, por lo se recomienda trabajar directamente en metros (**m**). Sin embargo, se puede elegir otras medidas para trackear.

Paso 4: Fijar ejes de coordenadas

Se utilizará un eje de coordenadas con el que se podrán medir posiciones, velocidades, aceleraciones, ángulos, entre otras. Para añadirla, se dirigen en la barra de herramientas clic en el icono de **Eje de coordenadas**:



- Aparecerá los ejes de referencia en el centro del escenario, el cual será de utilidad al momento de analizar el video.

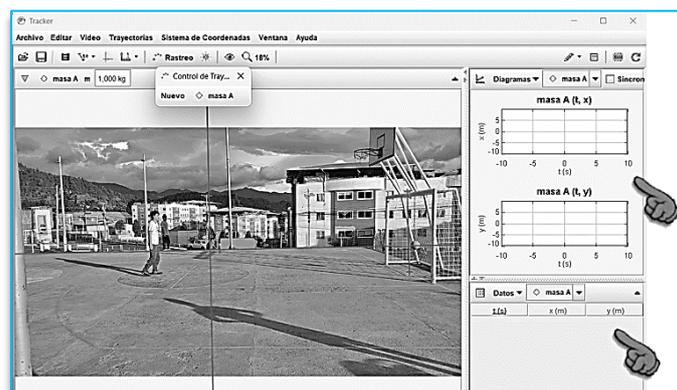


Paso 5: Seguimiento de un objeto

En la zona de herramientas, clicar el ícono **Rastreo > Nuevo > Masa puntual**.

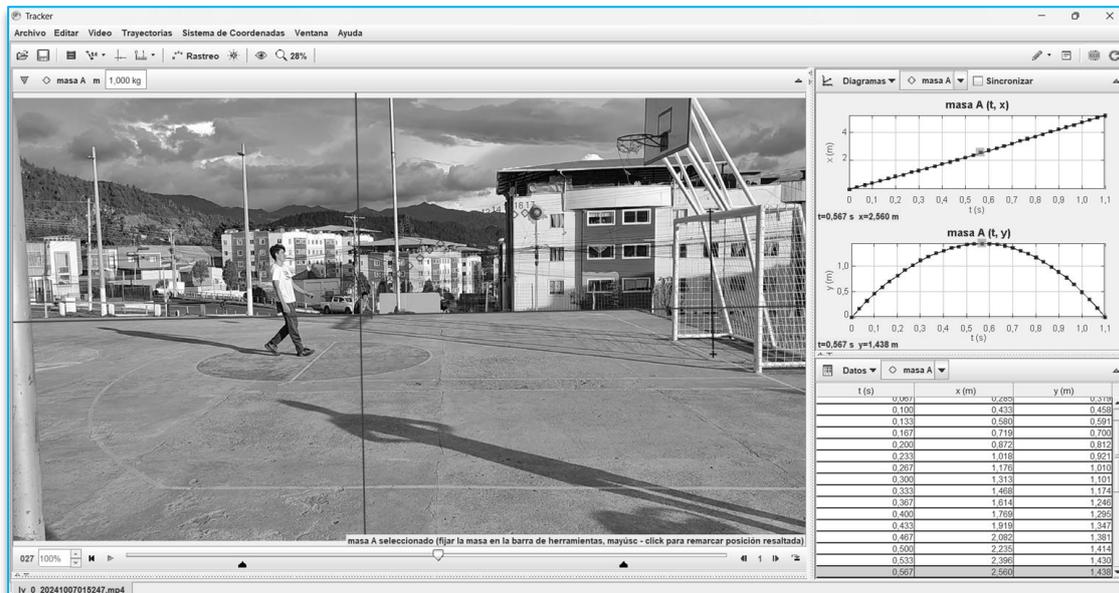


Automáticamente aparecerán gráficas y tablas vacías en las zonas de **Vista de diagrama** y **Vista de Tabla**.



Esta opción nos permitirá especificar la trayectoria, y una vez se haya comenzado a rastrear el movimiento del objeto, el escenario comenzará a saltar de fotogramas hasta culminar la trayectoria.

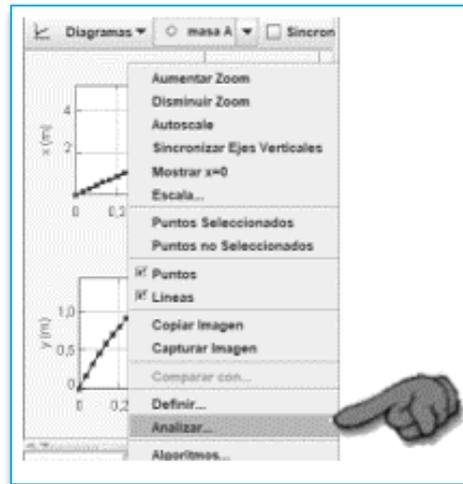
- Con ayuda del teclado, se pulsará la tecla shift  y se observará que el cursor cambia de símbolo, después se debe centrar cuidadosamente el cursor en medio del objeto y luego dar clic.
- Al hacer clic se generarán varios efectos en el programa:
 1. Conforme se vaya clicando la trayectoria del objeto se irán añadiendo los mismos puntos en la zona de **Vista de diagrama**,
 2. De igual de manera, empezaran aparecer datos en la **Vista de tabla**,
 3. El video avanzara con los fotogramas y al final quedara marcado el rastreo de la trayectoria del objeto.



Luego, con el análisis cinemático hecho por el programa se obtuvieron las gráficas de la posición respecto de x y y respecto al tiempo t :

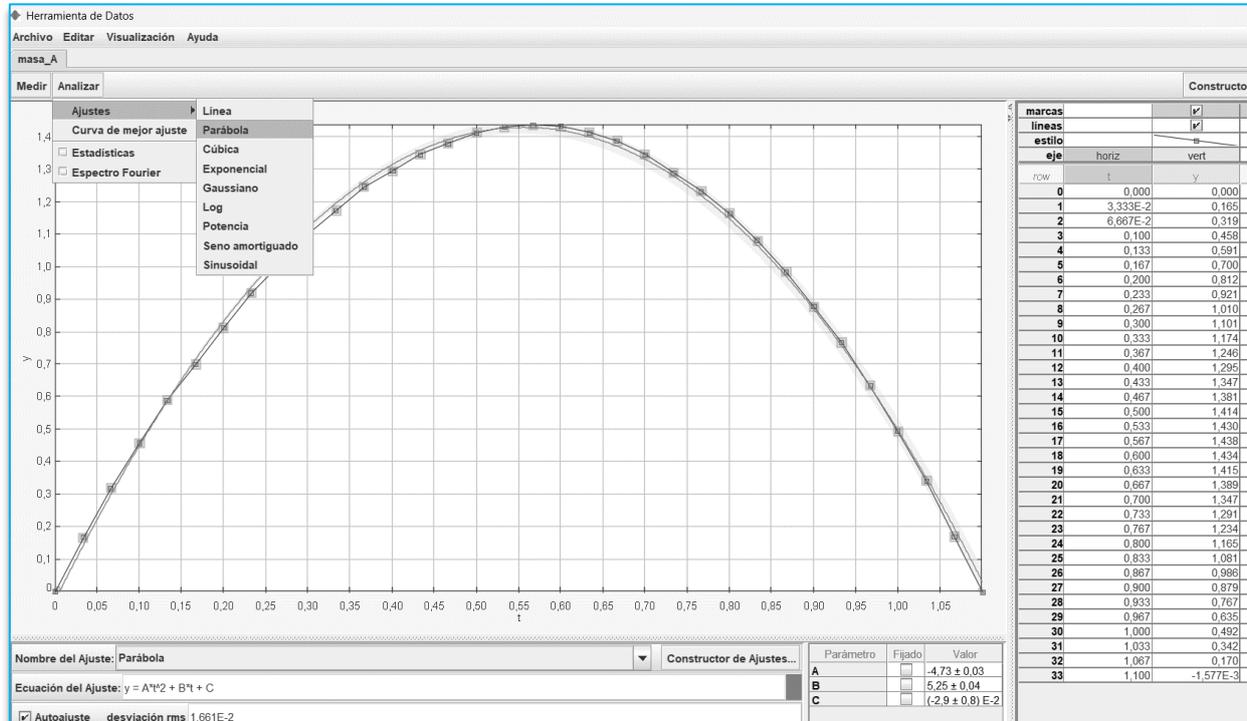
Paso 6: Análisis de los gráficos (x vs t), (y vs t)

Con ayuda de Tracker, se puede utilizar la función ajustes de curvas para modelar la trayectoria del objeto como una parábola completa. Para eso nos fijamos en la zona de **Vista de diagrama** y damos clic derecho, luego clic en el apartado de **Analizar**



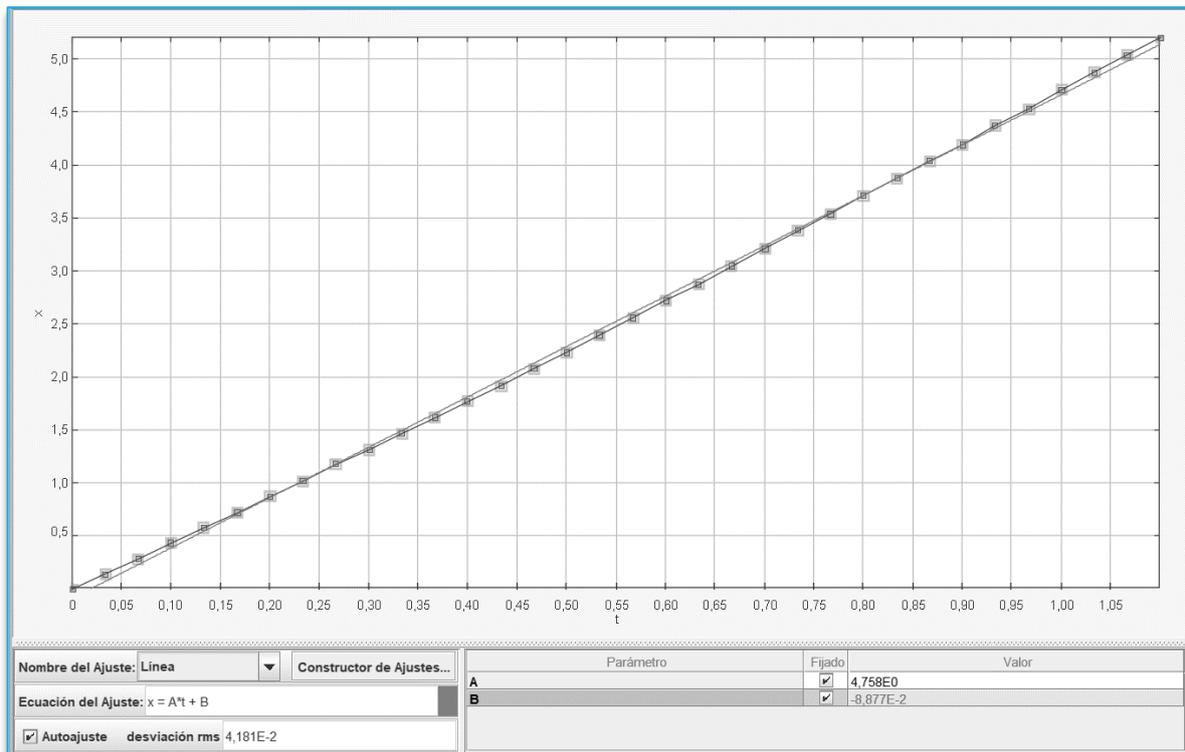
Para analizar los datos de cada gráfica, es necesario enmarcar los valores de la tabla por separado. Por ejemplo, con el gráfico de (y vs t), que representa a una curva parabólica, hacemos lo siguiente: clic en **Analizar** > **Ajustes** > **Parábola**, en el caso de (x vs t) seleccionar **Línea**

En el gráfico (y vs t), tenemos la siguiente función cuadrática o parabólica



- En la gráfica de la posición respecto de y vs t , se puede observar que la curva es parabólica y esta concuerda lógicamente con el movimiento parabólico.

En el gráfico (x vs t), tenemos la siguiente función lineal



- En el movimiento parabólico ideal (sin resistencia al aire), la gráfica respecto de la posición x vs t , teóricamente debería corresponder a una línea recta horizontal la cual va creciendo de manera uniforme con el tiempo. Además, en esta gráfica la pendiente también representa a la velocidad horizontal constante $v_x = v_o \times \cos(\theta)$:

Paso 7: Extracción de datos

En (y vs t), tenemos la gráfica: función de una parábola



$$y = At^2 + Bt + C$$

Constantes de la ecuación vertical del movimiento parabólico

- $A = -4,726$
- $B = 5,251$
- $C = -0,0288$

Ahora bien, con ayuda de una de las ecuaciones del **MRUA**, se interpretan los siguientes resultados

Componente vertical y

$$y = y_0 + v_{oy}t + \frac{gt^2}{2}$$

Resultados obtenidos

- **A** → $\frac{g(t)^2}{2} = -4,726t^2 \rightarrow g = -9,452 t^2$
- **B** → $v_{oy}t = 5,251t$
- **C** → $y_0 = -0,0288 \approx 0$

En (x vs t), tenemos la gráfica: función lineal

Nombre del Ajuste: Línea	Constructor de Ajustes...	Parámetro	Fijado	Valor
Ecuación del Ajuste: $x = A \cdot t + B$		A	<input checked="" type="checkbox"/>	4.758E0
<input checked="" type="checkbox"/> Autoajuste desviación rms 4,181E-2		B	<input checked="" type="checkbox"/>	-8.877E-2

Constantes de la ecuación horizontal del movimiento parabólico

- **A** = 4,758
- **B** = -0,0888

$$x = At + B$$

De igual manera, utilizando una ecuación del **MRU**, se interpretan los siguientes resultados

Componente horizontal x

$$x = x_0 + v_x t_v$$

Resultados obtenidos

- **A** → $v_x t_v = 4,758 t$
- **B** → $x_0 = -0,0888 \approx 0$

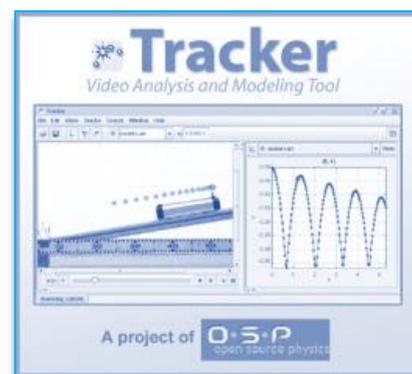
Seminario-Taller 5

Asignatura	Física
Curso	2do de BGU
Tema	Proyecto de Análisis de Movimiento Parabólico con Tracker parte II
Destreza	Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28) CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.
Indicador de evaluación	Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)

Parte Práctica

Análisis y Modelación de Videos con Tracker

El proyecto “Análisis y Modelación de Videos con Tracker” tiene como objetivo enseñar a los estudiantes a analizar, modelar y visualizar la trayectoria de un proyectil en movimiento parabólico utilizando Tracker, un software adecuado para el análisis de videos. A través de este proyecto, los estudiantes aprenderán a identificar y calcular parámetros clave como la altura máxima, el alcance y el tiempo de vuelo, con el fin de comparar los datos experimentales con las predicciones teóricas, donde no solo se obtiene una mejor comprensión de los principios físicos involucrados, sino que también desarrollan habilidades de interpretación y consolidación de estos conceptos en situaciones prácticas del mundo real.



Objetivo de aprendizaje

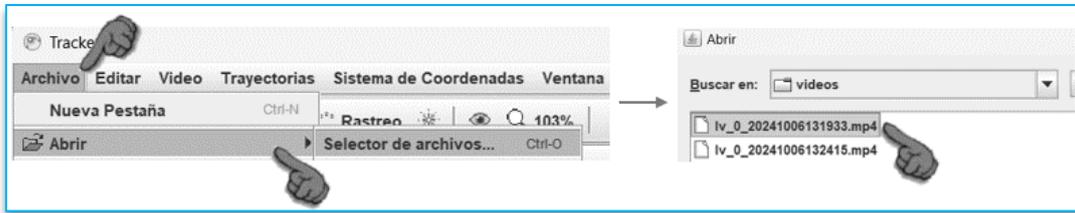
Espero que al final de este proyecto, todos estén en la capacidad de experimentar y analizar el movimiento parabólico con el software Tracker, además comprender la graficas que este movimiento presenta.

Demostración del software Tracker analizando el movimiento parabólico asimétrico

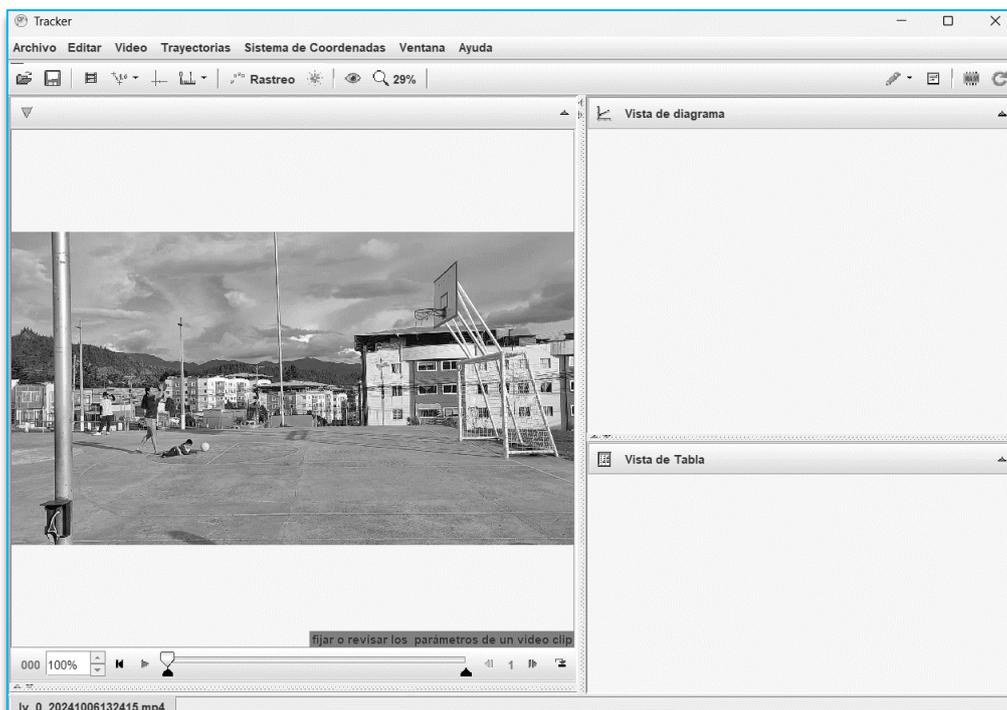
Ahora que conocemos a breves rasgos las herramientas que ofrece el software Tracker, a continuación, vamos a utilizarlo para analizar el movimiento parabólico simétrico y para ello, seguiremos los siguientes pasos:

Ejemplo: Lanzamiento de un balón siguiendo una trayectoria curva asimétrica

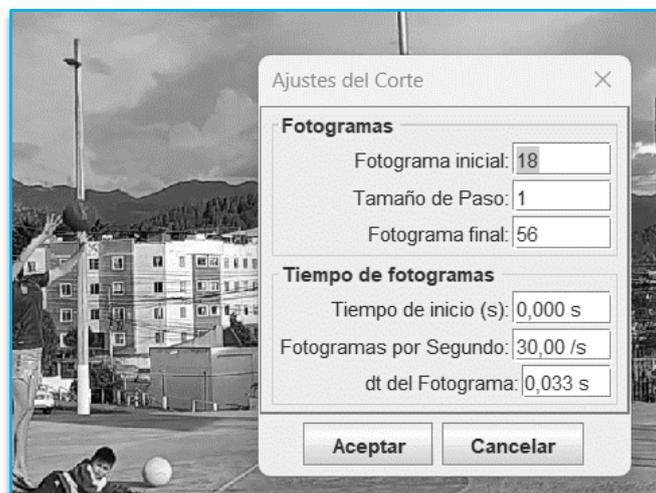
Paso 1: Abrir un video o archivo Tracker



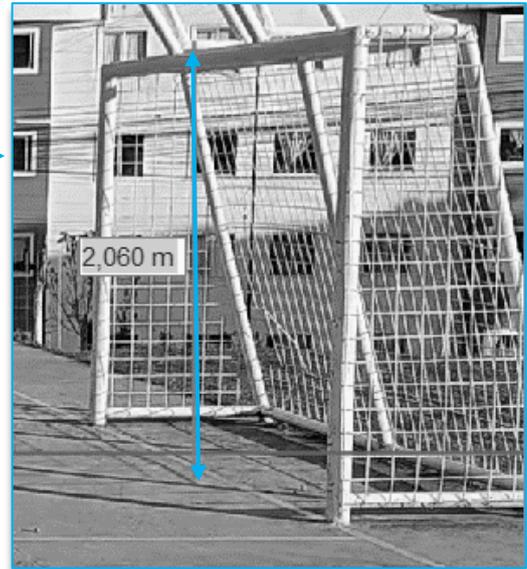
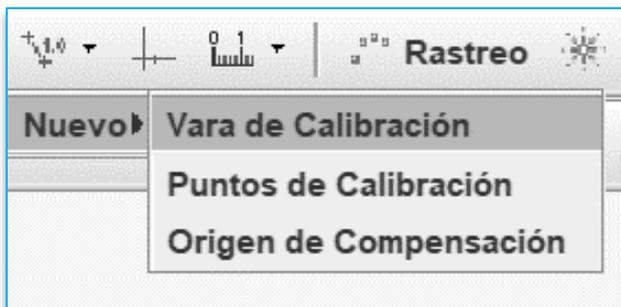
Cuando el video se halla cargado, la pantalla se verá así:



Paso 2: Ajustes de corte del video para analizar



Paso 3: Calibración de escala



Paso 4: Fijar ejes de coordenadas



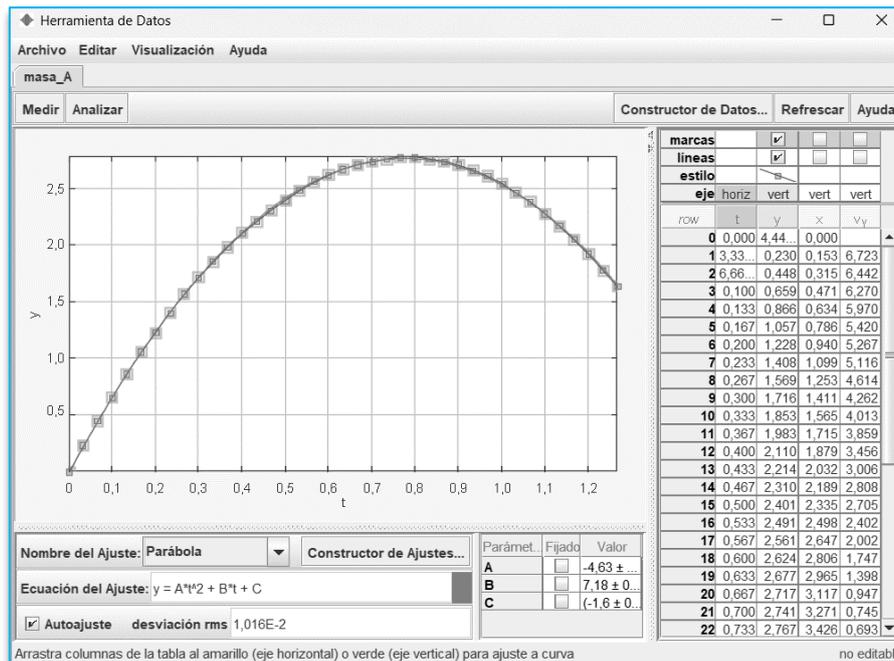
Paso 5: Seguimiento de un objeto



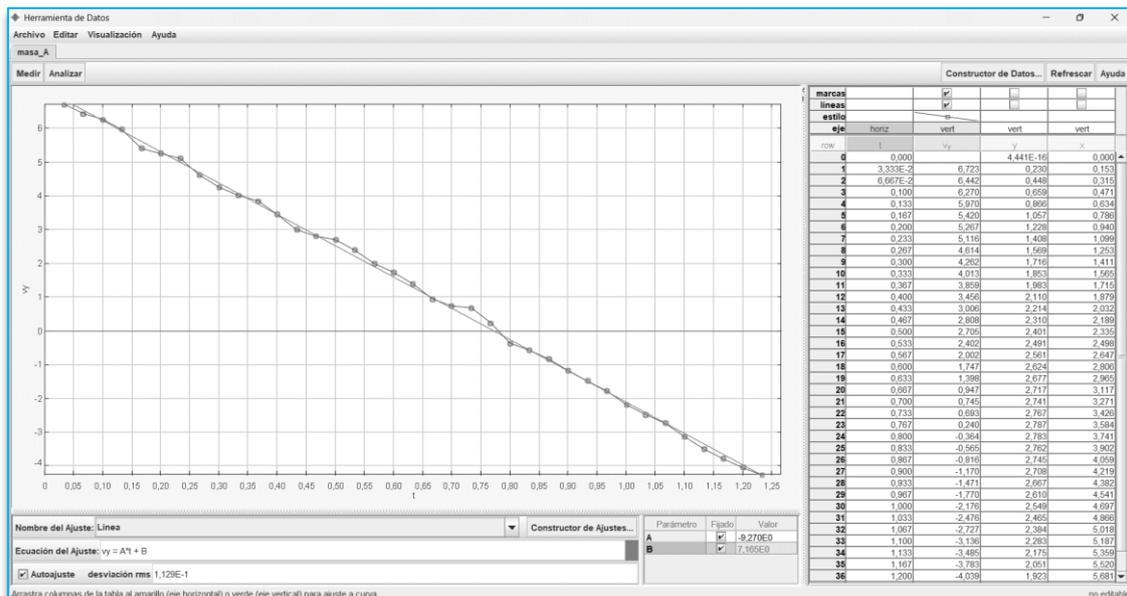
Luego, con el análisis cinemático hecho por el programa se obtuvieron las gráficas de la posición respecto de x y y respecto al tiempo t :

Paso 6: Análisis de los gráficos (x vs t), (y vs t) y (v_y vs t)

En el gráfico (y vs t), tenemos la siguiente función cuadrática o parabólica

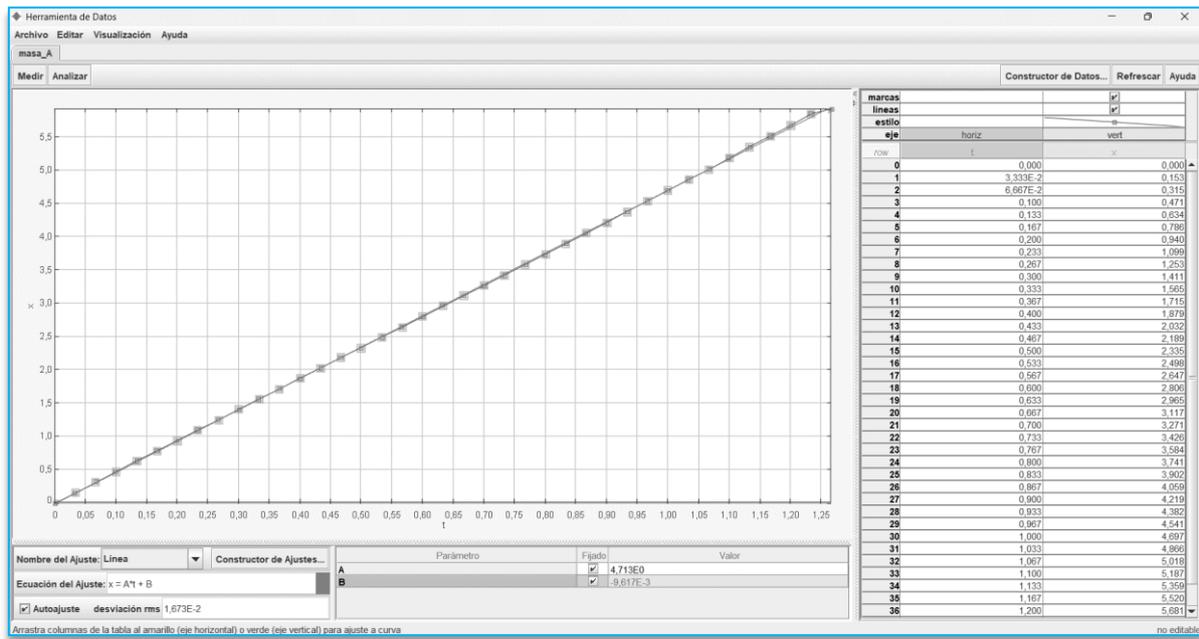


En el gráfico (v_y vs t), tenemos la siguiente función lineal



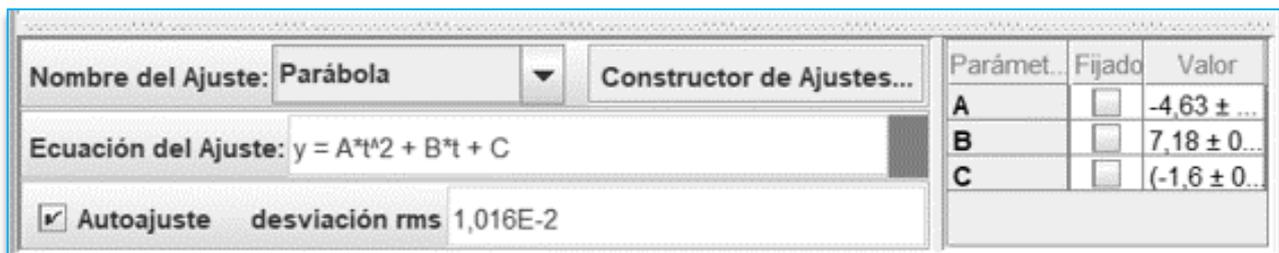
- La grafica de velocidad de la componente y respecto al tiempo t , debería corresponder a la derivada de la gráfica de la posición en y vs t , es decir una línea recta con pendiente negativa.

En el gráfico (x vs t), tenemos la siguiente función lineal



Paso 7: Extracción de datos

En (y vs t), tenemos la gráfica: función de una parábola



$$y = At^2 + Bt + C$$

Constantes de la ecuación vertical del movimiento parabólico

- $A = -4,633$
- $B = 7,184$
- $C = -0,0156$

Ahora bien, con ayuda de una de las ecuaciones del MRUA, se interpretan los siguientes resultados

Componente vertical y

$$y = y_0 + v_{oy}t + \frac{gt^2}{2}$$

Resultados obtenidos

- $A \rightarrow \frac{gt^2}{2} = -4,633 \rightarrow g = -9,266 t^2$
- $B \rightarrow v_{oy}t = 7,184t$
- $C \rightarrow y_0 = -0,0156 \approx 0$

En (v_y vs t), tenemos la gráfica: función lineal

Nombre del Ajuste: Linea	Constructor de Ajustes...	Parámetro	Fijado	Valor
Ecuación del Ajuste: $v_y = A \cdot t + B$		A	<input checked="" type="checkbox"/>	-9,270E0
<input checked="" type="checkbox"/> Autoajuste desviación rms 1,129E-1		B	<input checked="" type="checkbox"/>	7,185E0

$$v_y = At + B$$

Constantes de la ecuación lineal de v_y

- $A = -9,270$
- $B = 7,165$

De igual manera, utilizando una ecuación del MRUA, se interpretan los siguientes resultados

Componente vertical de v_y

$$v_y = v_{oy} + gt$$

Resultados obtenidos

- $A \rightarrow gt = -9,270t$
- $B \rightarrow v_{oy} = 7,165$

En (x vs t), tenemos la gráfica: función lineal

Nombre del Ajuste: Linea	Constructor de Ajustes...	Parámetro	Fijado	Valor
Ecuación del Ajuste: $x = A \cdot t + B$		A	<input checked="" type="checkbox"/>	4,713E0
<input checked="" type="checkbox"/> Autoajuste desviación rms 1,673E-2		B	<input checked="" type="checkbox"/>	-9,617E-3

$$x = At + B$$

Constantes de la ecuación lineal de v_y

- $A = 4,713$
- $B = -0,0096$

Utilizando una ecuación del **MRU**, se interpretan los siguientes resultados

Componente vertical de v_y

$$x = x_0 + v_x t_v$$

Resultados obtenidos

- $A \rightarrow v_x t_v = 4,713 t$
- $B \rightarrow x_0 = -0,0096 \approx 0$

Seminario-Taller 6

Asignatura	Física
Curso	2do de BGU
Tema	Proyecto de Análisis y comprobación de resultados del movimiento parabólico con Tracker
Destreza	Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28) CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.
Indicador de evaluación	Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. I.CN.F.5.6.1)

Parte Práctica

Análisis y comprobación de datos (Práctico y teórico)



El proyecto “Análisis y comprobación de datos (Práctico y teórico)” tiene como objetivo utilizar los datos que Tracker genera a través de un video mp4 para analizar los resultados obtenidos con los datos reales que previamente se midió en el escenario utilizando una cinta métrica, además también se compararan los datos con los resultados que se obtengan a través del uso de ecuaciones que se derivan del MRU y MRUA.

A través de este proyecto, aprenderemos a analizar las gráficas y sus respectivas funciones de ajustes de curva para luego determinar el ángulo de trayectoria, las velocidades de las componentes v_{0x} y v_{0y} , además de verificar la altura máxima, alcance máximo y tiempo de vuelo con el uso de las ecuaciones. Este conocimiento es esencial para comprender diversas formas de aprender algunos movimientos de la cinemática.

Objetivo de aprendizaje

Espero que al final de este proyecto, todos estén en la capacidad analizar y de comprender el funcionamiento de Tracker para relacionar los datos experimentales obtenidos por el programa con las ecuaciones del movimiento parabólico. Además, de calcular y comparar parámetros como la altura, alcance máximo, velocidad inicial y el ángulo de lanzamiento.

Resultados calculados con ayuda de las ecuaciones

Se calcularán los resultados de cada magnitud (ángulo, velocidad inicial, tiempo, alcance máximo y altura máxima) a partir de los datos obtenidos por cada gráfica analizada de cada ejemplo del movimiento parabólico simétrico y asimétrico

Ejemplo: Movimiento parabólico simétrico (futbol)

Tenga en cuenta que: Para calcular las magnitudes del movimiento parabólico se harán uso de los datos extraídos de las ecuaciones de ajuste.



Datos extraídos

	Ecuación de ajuste	Parámetros
Gráfica (x vs. t)	$x = At + B$	$A \rightarrow v_x = 4,758$ $B \rightarrow x_o = -0,0888 \approx 0$
Gráfica (y vs. t)	$y = At^2 + Bt + C$	$A \rightarrow g/2 = -4,726 \rightarrow g = -9,452$ $B \rightarrow v_y = 5,251$ $C \rightarrow y_o = -0,0288 \approx 0$

Para encontrar el ángulo θ

Se hará uso de una de las funciones trigonométricas:

$$\tan \theta = \left(\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \right)$$

Adecuando esta función dentro del movimiento parabólico se tiene que:

$$\tan \theta = \left(\frac{v_{oy}}{v_{ox}} \right)$$

Utilizando los valores que Tracker nos proporcionó, remplazamos:

$$\tan \theta = \left(\frac{5,251 \text{ m/s}}{4,758 \text{ m/s}} \right)$$

$$\tan \theta = (1,10)$$

$$\theta = \tan^{-1}(1,10)$$

$$\theta \approx 47,81^\circ$$

Para encontrar la velocidad inicial v_0

Se hará uso del teorema de Pitágoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Adecuando este teorema dentro del movimiento parabólico se tiene que

$$v_0 = \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2}$$

Utilizando los valores que Tracker nos proporcionó, remplazamos:

$$v_0 = \sqrt{(4,758 \text{ m/s})^2 + (5,251 \text{ m/s})^2}$$

$$v_0 = \sqrt{50,211 \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$v_0 \approx 7,08 \text{ m/s}$$

Para encontrar el tiempo de subida t_s y tiempo de vuelo t_v

Se usan las ecuaciones del movimiento parabólico simétrico:

$$t_s = -\frac{v_0 \text{ sen } \theta}{g}$$

Utilizando los valores que calculamos y con los que Tracker nos proporcionó, remplazamos:

$$t_s = -\frac{7,08 \text{ m/s sen}(47,81^\circ)}{-9,452 \text{ m/s}^2}$$

$$t_s = \frac{5,24 \text{ m/s}}{9,452 \text{ m/s}^2}$$

$$t_s \approx 0,55 \text{ s}$$

Tiempo de vuelo

$$t_v = 2t_s$$

$$t_v = 2 \cdot 0,55 \text{ s}$$

$$t_v = 1,10 \text{ s}$$

Para encontrar la altura máxima $y_{\text{máx}}$

Se usan las ecuaciones del movimiento parabólico simétrico:

$$y_{\text{máx}} = -\frac{(v_0)^2 \text{ sen}^2 \theta}{2g}$$

Utilizando los valores que calculamos y con los que Tracker nos proporcionó, remplazamos:

$$y_{\text{máx}} = -\frac{(7,08 \text{ m/s})^2 \text{sen}^2(47,81^\circ)}{2(-9,452 \text{ m/s}^2)}$$

$$y_{\text{máx}} \approx 1,45 \text{ m}$$

Para encontrar el alcance máximo $x_{\text{máx}}$

Se usan las ecuaciones del movimiento parabólico simétrico:

$$x_{\text{máx}} = -\frac{(v_0)^2 \text{sen}(2\theta)}{g}$$

Utilizando los valores que calculamos y con los que Tracker nos proporcionó, remplazamos:

$$x_{\text{máx}} = -\frac{(7,08 \text{ m/s})^2 \text{sen}[2(47,81^\circ)]}{-9,452 \text{ m/s}^2}$$

$$x_{\text{máx}} \approx 5,27 \text{ m}$$

Ejemplo: Movimiento parabólico asimétrico (baloncesto)



Datos extraídos

	Ecuación de ajuste	Parámetros
Gráfica (x vs. t)	$x = At + B$	$A \rightarrow v_x = 4,713$ $B \rightarrow x_0 = -0,0096 \approx 0$
Gráfica (y vs. t)	$y = At^2 + Bt + C$	$A \rightarrow g/2 = -4,633 \rightarrow g = -9,266$ $B \rightarrow v_y = 7,184$ $C \rightarrow y_0 = -0,0156 \approx 0$
Gráfica (v_y vs. t)	$v_y = At + B$	$A \rightarrow g = -9,270$ $B \rightarrow v_{0y} = 7,165$

Para encontrar el ángulo θ

Se hará uso de una de las funciones trigonométricas:

$$\tan \theta = \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right)$$

Utilizando los valores que Tracker nos proporcionó, remplazamos:

$$\tan \theta = \left(\frac{7,165 \text{ m/s}}{4,713 \text{ m/s}} \right)$$

$$\tan \theta = (1,520)$$

$$\theta = \tan^{-1}(1,520)$$

$$\theta \approx 56,66^\circ$$

Para encontrar la velocidad inicial v_0

Se hará uso del teorema de Pitágoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Adecuando este teorema dentro del movimiento parabólico se tiene que

$$v_o = \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2}$$

Utilizando los valores que Tracker nos proporcionó, remplazamos:

$$v_o = \sqrt{(4,713 \text{ m/s})^2 + (7,165 \text{ m/s})^2}$$

$$v_o = \sqrt{22,212 \text{ m}^2/\text{s}^2 + 51,337 \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$v_o = \sqrt{73,549 \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$v_o \approx 8,57 \text{ m/s}$$

Para encontrar la altura máxima $y_{\text{máx}}$

Después de unos despejes correspondientes se usa lo siguiente:

$$y_{\text{máx}} = y_0 + \frac{(v_0)^2 \times \text{sen}^2 \theta}{2 \times g}$$

Utilizando los valores que calculamos y con los que Tracker nos proporcionó, remplazamos en la ecuación, adicional a estos datos se añade un valor extra que es $y_0 = 1,93 \text{ m}$, es la altura desde el suelo hasta donde inicia la trayectoria el balón:

$$y_{\text{máx}} = 1,93 \text{ m} - \frac{(8,57 \text{ m/s})^2 \text{sen}^2(56,66^\circ)}{2(-9,270 \text{ m/s}^2)}$$

$$y_{\text{máx}} \approx 4,69 \text{ m}$$

Para encontrar el tiempo de vuelo t_v

Se usan las ecuaciones del MRU y MRUA, luego se realizan despejes y se determina la siguiente formula:

$$t_v = \frac{-v_{oy} \pm \sqrt{(v_{oy})^2 + 2g(y - y_o)}}{g}$$

Utilizando los valores que calculamos y con los que Tracker nos proporcionó, reemplazamos:

$$t_v = \frac{-7,165 \text{ m/s} \pm \sqrt{(7,165 \text{ m/s})^2 + 2(-9,270 \text{ m/s}^2)(1,639 \text{ m})}}{(-9,270 \text{ m/s}^2)}$$

$$\text{sol}_1 \rightarrow t_v = 0,279$$

$$\text{sol}_2 \rightarrow t_v = 1,267$$

$$t_v = 1,267 \text{ s}$$

Nota: al calcular el tiempo utilizando esta ecuación, nos resultaran 2 soluciones, es necesario analizar y validar la correcta.

Para encontrar el alcance máximo $x_{\text{máx}}$

Para encontrar la distancia, se usará esta ecuación

$$x = x_o + v_o \cos(\theta) t$$

Remplazamos los datos:

$$x = 0 + (4,713 \text{ m/s})1,267 \text{ s}$$

$$x \approx 5,93 \text{ m}$$

Análisis y comprobación de resultados

Ejemplo 1: Movimiento parabólico simétrico (futbol)		
	Datos proporcionados por Tracker	Datos calculados por ecuaciones
Tiempo (t)	1,100 s	1,10 s
Altura máxima ($y_{\text{máx}}$)	1,44 m	1,45 m
Alcance $x_{\text{máx}}$	5,21 m	5,27 m

Porcentaje de error

Fórmula utilizada:

$$\text{Porcentaje de error} = \left| \frac{\text{Valor experimental} - \text{Valor teórico}}{\text{Valor teórico}} \right| \times 100$$

Donde:

Valor experimental es el dato proporcionado por Tracker

Valor teórico es el dato calculado mediante las ecuaciones

Para el tiempo

$$\text{Porcentaje de error} = \left| \frac{1,100 - 1,10}{1,10} \right| \times 100 = 0,00\%$$

Para la altura máxima

$$\text{Porcentaje de error} = \left| \frac{1,44 - 1,45}{1,45} \right| \times 100 = 0,69\%$$

Para el alcance máximo

$$\text{Porcentaje de error} = \left| \frac{5,21 - 5,27}{5,27} \right| \times 100 = 1,14\%$$

En general, los errores calculados sugieren que la discrepancia es mínima y probablemente se deba a factores como la resolución del video o ligeras imprecisiones de la referencia espacial; sin embargo, los errores son inferiores al 2% lo que valida el uso del Tracker como herramienta didáctica para el análisis del movimiento parabólico

Ejemplo 2: Movimiento parabólico asimétrico (baloncesto)

	Datos proporcionados por Tracker	Datos calculados por ecuaciones
Tiempo (t)	1,267 s	1,267 s
Altura máxima ($y_{\text{máx}}$)	4,707 m	4,69 m
Alcance $x_{\text{máx}}$	5,929 m	5,93 m

Porcentaje de error

Para el tiempo

$$\text{Porcentaje de error} = \left| \frac{1,267 - 1,267}{1,267} \right| \times 100 = 0,00\%$$

Para la altura máxima

$$\text{Porcentaje de error} = \left| \frac{4,707 - 4,69}{4,69} \right| \times 100 = 0,36\%$$

Para el alcance máximo

$$\text{Porcentaje de error} = \left| \frac{5,929 - 5,93}{5,93} \right| \times 100 = 0,02\%$$

En este caso, los errores son extremadamente bajos, lo que indica una excelente concordancia entre los datos proporcionados por Tracker y los calculados mediante ecuaciones. Esto refuerza la precisión de Tracker en el análisis de este tipo de movimiento.

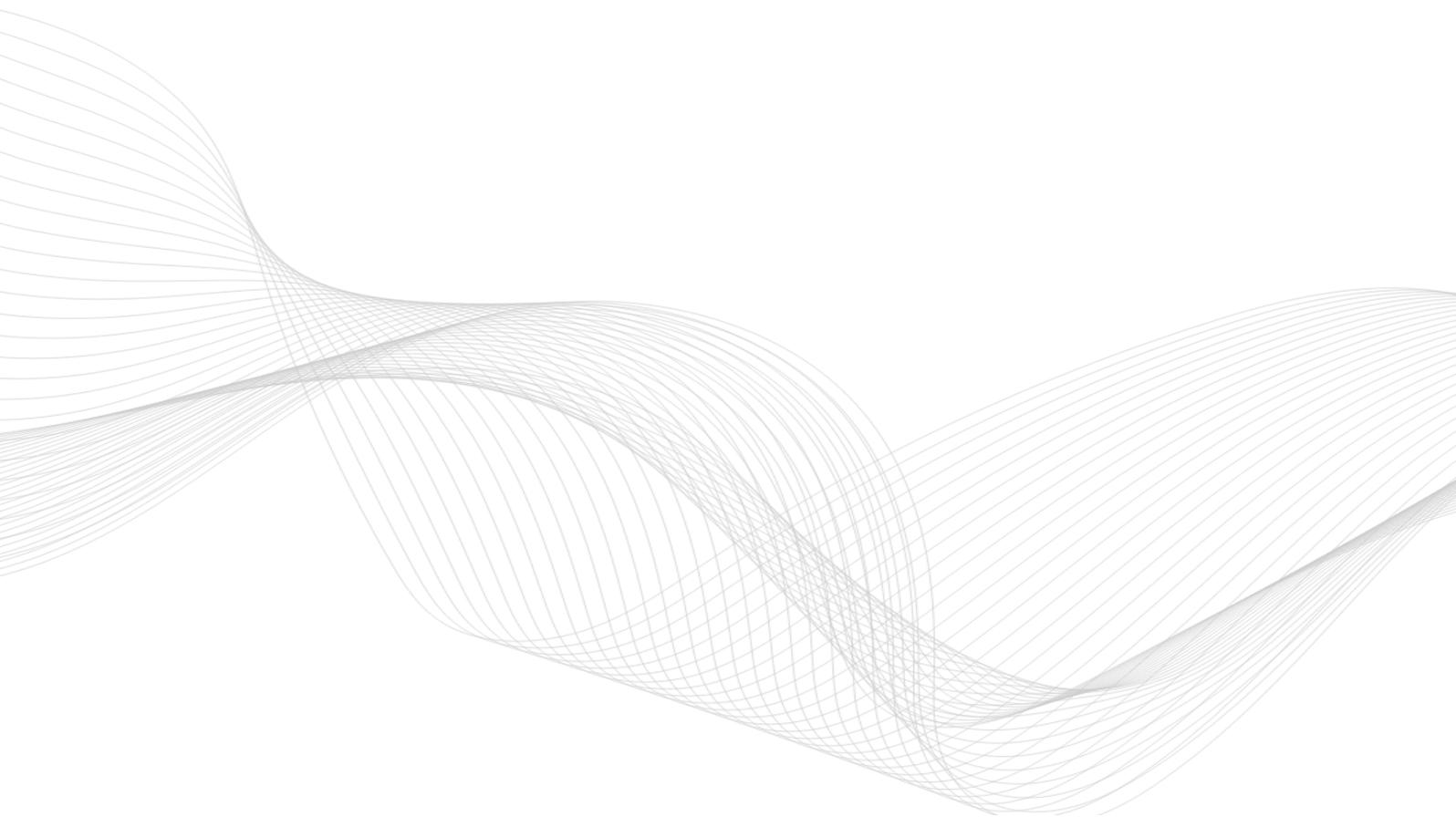
Resultados Esperados

Con la implementación de esta propuesta didáctica, se espera fomentar un entorno de aprendizaje interactivo y significativo para los estudiantes de bachillerato, de modo que logren comprender de manera profunda el movimiento parabólico, desarrollando habilidades prácticas en el uso del software Tracker para analizar trayectorias reales. Además, de fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje a través de un ambiente interactivo y motivador tanto para el docente como para los estudiantes logrando que este sea práctico, crítico y analítico.

Por otra parte, se anticipa que los estudiantes desarrollen habilidades de pensamiento crítico, trabajo colaborativo y la comunicación efectiva de resultados. Además, este enfoque práctico de seminario-talleres permitirá consolidar el aprendizaje y motivar a los estudiantes a explorar otros fenómenos físicos mediante el uso de las herramientas tecnológicas, preparándolos para un mejor desenvolvimiento en la sociedad.

Bibliografía

- Abdel Rahim, G. y Moreno, M. (2022). Uso de Tracker como herramienta de análisis en experimentos caseros para el aprendizaje de la física mecánica. *Revista Educación En Ingeniería*, 17(34), 1–17. <https://doi.org/10.26507/rei.v17n34.1203>
- Crombie, A. (1974). *Historia de la ciencia de San Agustín a Galileo*. Alianza Editorial.
- Hewitt, P. (2016). *Física Conceptual*. Pearson.
- Ministerio de Educación del Ecuador [MINEDUC]. (2021). *Currículo Priorizado con énfasis en competencias comunicacionales, matemáticas, digitales y socioemocionales (Nivel Bachillerato)* Ministerio de Educación.
- Sears, F. y Zemansky, M. (2013). *Física Universitaria*. Pearson.



Anexos

Enlace con experimentos mediados con Tracker:

<https://drive.google.com/drive/folders/196DE7VsBX2qVKHW7HoJL3HClLzXUoooU?usp=sharing>

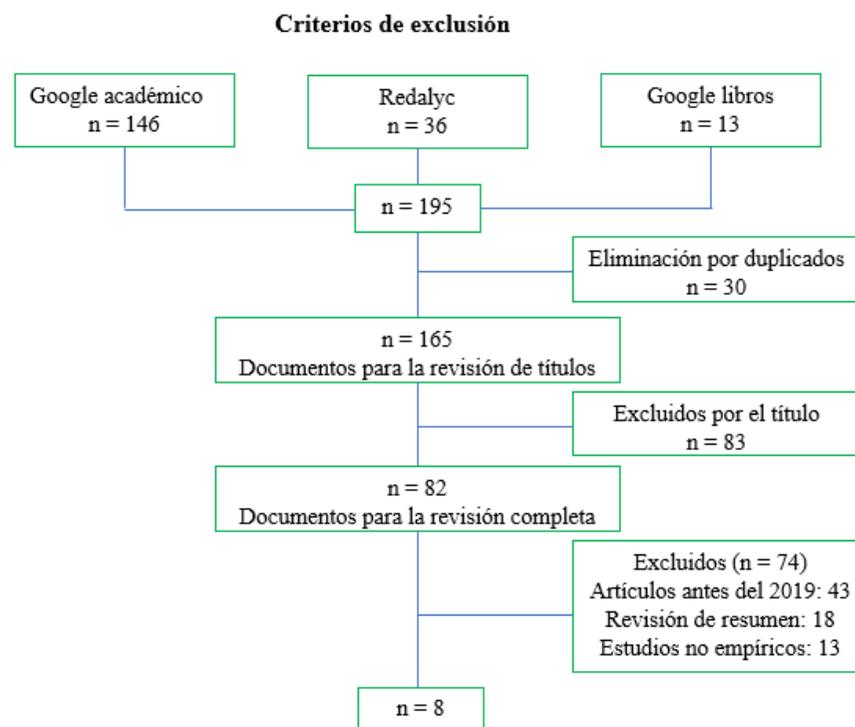
Enlace con videos para analizar el movimiento parabólico:

<https://drive.google.com/drive/folders/1VF-Wc8nNOsdaqGMnwzaDYotIaVNIWcC3?usp=sharing>



Anexo 2: Bitácora de búsqueda

Criterios de búsqueda	Criterios de selección
Palabras clave: “enseñanza”, “movimiento parabólico”, “estrategias didácticas”, “metodología”, “tiro parabólico”, “procesos metodológicos”, “procesos didácticos”	Relevancia del tema: el documento debe aportar con información útil
Fecha de publicación: Documentos publicados en los últimos 5 años. Libros publicados en los últimos 20 años	Calidad y claridad del documento: el documento está organizado, presenta ideas claras, está bien escrito, cuenta con información relevante, pertenece a fuentes confiables, es comprensible.
Tipo de documento: Artículos de revistas académicas, tesis de maestría, libros	Autoridad del autor: el autor tiene experiencia en el campo, cuenta con el respaldo de las credenciales académicas
Idioma de documento: Documentos en español, documentos en inglés, documentos en portugués	Accesibilidad del documento: disponible en línea, en biblioteca, en una base de datos académica, es fácil de comprender, formatos PDF
Formato: documentos en PDF, documentos en HTML, documentos en formato de texto.	



Motor de búsqueda	Ecuación de búsqueda	N. documento	N. documentos seleccionados	Tipo de documento	Año	Autor/es	Título y doi o url
Google Académico	Enseñanza AND movimiento parabólico	29	1	Artículo	2023	María Alcívar, Iván Arteaga	Estrategia didáctica para el uso del software GeoGebra en el aprendizaje del movimiento parabólico https://revistas.ulead.edu.ec/index.php/uleam_bahia_magazine/article/view/378
	Estrategias didácticas AND movimiento parabólico	7	1	Artículo	2019	José Cerón, Laura Díaz y Joaquín Martínez	Unidad didáctica – 4º ESO Tiro parabólico https://www.dm.unican.es/wp-content/uploads/UD_tiro_parabolico-5.pdf
Redalyc	Enseñanza AND movimiento parabólico	12	1	Artículo	2020	Evelyn Angel, Rebeca Rivas	Concepciones sobre el Movimiento Parabólico: Estrategias de enseñanza y aprendizaje que contribuyen a su comprensión http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35663293012
			5	Libro	2013	Francis Sears, Mark Zemansky	Física Universitaria
				Libro	2019	Raymond A. Serway, John W. Jewett	Física para Ciencias e Ingeniería
				Libro	2016	Paul Hewitt	Física Conceptual
				Libro	2015	Héctor Pérez	Física para Bachilleratos tecnológicos
				Libro	2020	Ministerio de Educación del Ecuador	Física 1 BGU

Anexo 3: Proceso metodológico para abordar la cinemática con el uso del software Tracker

Con base a las investigaciones Abeleira et al. (2016), Giraldo (2024) y Méndez y Rodríguez (2014), se puede detallar de forma ordenada el proceso metodológico-didáctico adecuado para la enseñanza de cualquier tema relacionado con el movimiento de los cuerpos.

Planificación de la actividad

- El docente tiene que hacer un análisis previo de los contenidos y de las dificultades que los estudiantes presentan, así como las potencialidades que el Tracker ofrece.
- Definir objetivos de aprendizajes.
- Selección de las destrezas con criterio de desempeño e indicadores de evaluación acorde al tema.
- Prever los recursos a utilizar.
- Preparación de documentos, presentaciones o guías que expliquen un poco de historia, formulas y conceptos del tema.
- Contar con el apoyo de las salas de cómputo de la institución educativa.
- Conocer el procedimiento a seguir para descargar e instalar el software Tracker.
- Tener al alcance los vídeos a utilizar, de preferencia que estén grabados por el mismo docente.
- Compartir los vídeos en los equipos de la sala de cómputo.
- Diseñar las actividades que el estudiante debe cumplir.
- Establecer un cronograma con el tiempo necesario para cubrir cada fase: teoría, practica, análisis y evaluación.

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR					
DATOS INFORMATIVOS					
DOCENTE(S):	Jostin Jasmany Martínez Sarango	GRADO/CURSO:	Segundo		
AREA:	Ciencias Naturales	PARALELO(S):	"A"		
ASIGNATURA:	Física	TRIMESTRE:	Primero		
SUBNIVEL:	Bachillerato General Unificado (BGU)				
APRENDIZAJE DISCIPLINAR E INTERDISCIPLINAR					
OBJETIVO DE APRENDIZAJE:	<p>O.CN.F.2. Comprender que la Física es un conjunto de teorías cuya validez ha tenido que comprobarse en cada caso, por medio de la experimentación.</p> <p>O.CN.F.5. Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de Física, de menor a mayor profundidad.</p>				
DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	INDICADORES DE EVALUACIÓN	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE	RECURSOS	ACTIVIDADES EVALUATIVAS	
				TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
<p>Analizar cómo la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton se manifiesta en el movimiento de proyectiles, descomponiéndose en dos componentes rectilíneos: uno horizontal con velocidad constante y otro vertical con aceleración constante. (Ref. CN.F.5.1.28)</p> <p>CN.F.5.1.29. Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo);</p>	<p>Analiza la velocidad, aceleración, alcance, altura máxima y tiempo de vuelo en el movimiento de proyectiles, en función de la naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. (Ref. LCN.F.5.6.1)</p>	<p>Fase Inicial</p> <p>Clase 1: Introducción al movimiento parabólico I (simétrico)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Saludo de bienvenida. • Tomar asistencia. • Presentación de la agenda del día. • Frase motivacional • Introducción al movimiento parabólico • Definición del movimiento parabólico • Tipos de movimiento parabólico • Magnitudes del movimiento parabólico 	<ul style="list-style-type: none"> • Pizarra. • Marcadores • Borrador • Cuaderno • Impresiones • Laboratorio de 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación. • Análisis del desempeño 	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de observación. • Rúbrica

Ejecución de la actividad

Fase de Inicio

Introducción teórica del tema

- Conceptos
- Magnitudes
- Ecuaciones
- Dar a conocer a través de diagramas o animaciones las diferentes trayectorias, que el objeto sigue de acuerdo a las diversas situaciones.
- Relacionar los conceptos con actividades cotidianas.



Fase de Desarrollo

Introducción al software Tracker

- Explicación de qué es Tracker y cuáles son sus aplicaciones en la enseñanza de la Física.
- Descarga e instalación en conjunto con los estudiantes.
- Tutorial básico de la interfaz, descripción de las herramientas principales.

Demostración práctica del docente

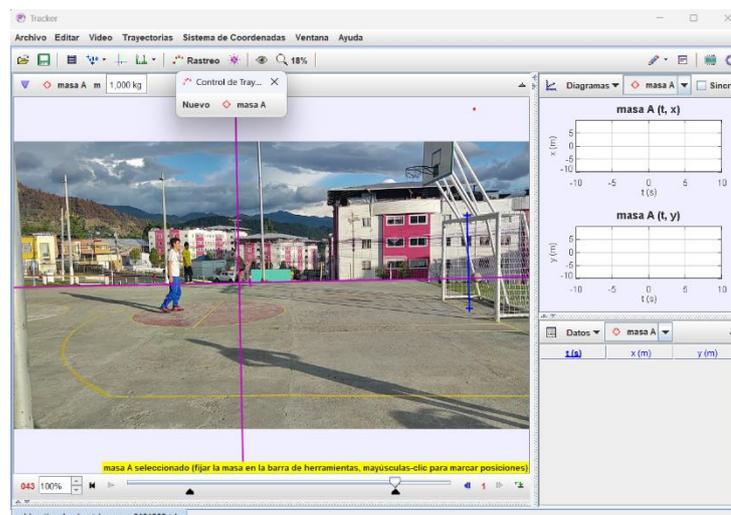


- Abrir un archivo de vídeo
- Identificación de los fotogramas (“videoclip”) que registre el movimiento analizar

- Calibración de la escala del vídeo
- Ajuste del origen del marco de referencia
- Rastreo del objeto de interés cuadro por cuadro.
- Generar gráficos de posición, velocidad y aceleración.
- Explicar cómo comparar y verificar los datos que el software proporciona con las ecuaciones conocidas.

Fase de Cierre

Actividad practica



- En caso de tener un número de estudiantes mayor a los equipos de computadora, dividir a los estudiantes en parejas o en grupos pequeños.
- Cada estudiante debe traer un video de un objeto en movimiento grabados por ellos mismos.
- Instrucciones para la grabación: hacerlo en un lugar con buena iluminación, de preferencia con un fondo claro que no distorsione las imágenes que sigue el objeto, contar con alguna referencia de medición y ajustar correctamente la cámara al escenario de grabación.
- Deben realizar el procedimiento que el docente les explico como demostración, contando con el apoyo constante del docente.
- Comprobaran si los cálculos coinciden con el uso de las ecuaciones.
- Discutirán los resultados analizando las discrepancias entre los resultados experimentales y teóricos, identificando cuales fueron sus errores (en caso de haberlos).

Evaluación de la actividad

Es fundamental que el docente establezca estrategias de evaluación que permitan medir de manera objetiva el aprendizaje de los estudiantes; en este sentido, de acuerdo con los autores,

la evaluación puede ser formativa, es decir, durante el proceso; o reflexiva, donde se discuten los aprendizajes adquiridos, las dificultades y sugerencias; o a través de un proyecto, realizado como producto final de la actividad, donde trabajan en grupos todo lo aprendido; o tarea extraclase, donde desarrollan la misma actividad, pero de forma individual y sin el mismo peso que tiene un proyecto (Abeleira et al., 2016; Giraldo, 2024; G. Méndez y Rodríguez, 2014).

Finalmente, para asegurar el éxito de la implementación del Tracker, es necesario que se realice un seguimiento continuo del progreso de los estudiantes en el uso de este software y a la vez se proporcione retroalimentación constante para proporcionar ayuda al desarrollo del aprendizaje, con el fin de resolver dudas y reforzar los conocimientos aprendidos a través de esta herramienta digital.

Anexo 4: Encuesta de Satisfacción a estudiantes

Universidad Nacional de Loja
Facultad de la educación, el Arte y la Comunicación
Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y la Física
Trabajo de Integración Curricular

Nombre: Jostin Martínez S.

Director: MSc. Fabricio Vinces

Fecha: 29 de octubre de 2024

Ciclo: 8vo “A”

La enseñanza del movimiento parabólico a través del software Tracker en estudiantes del nivel de bachillerato

La presente encuesta de satisfacción está destinada para los estudiantes del nivel de bachillerato y se fundamenta bajo el estudio de investigación de Landa y Ramírez (2018), realizada en México denominada “Diseño de un cuestionario de satisfacción de estudiantes para un curso de nivel profesional bajo el modelo de aprendizaje invertido”. La finalidad de este instrumento es recopilar información para dar respuesta al segundo objetivo específico de la investigación:

- **Determinar el nivel de satisfacción de los estudiantes del nivel de bachillerato al abordar el movimiento parabólico con el software Tracker.**

Las opciones de respuesta se basan en la escala de Likert – de satisfacción, pero con algunas modificaciones para adaptarse mejor a las necesidades de este instrumento.

ESCALA DE VALORACIONES									
1	Totalmente insatisfecho	2	Poco satisfecho	3	Satisfecho	4	Totalmente satisfecho	5	Excelente
No es lo que esperaba, me decepcionó		No fue suficiente, estoy inconforme		Ni bien ni mal, ni me gusta ni me disgusta		Cumplió mis expectativas, me dejó conforme		Superó mis expectativas, estoy complacido con el resultado	

Encuesta de satisfacción

Escala						1	2	3	4	5					
Categoría 1	Inducción al uso del software														
	¿En qué medida se siente satisfecho con:														
1	El proceso seguido para la descarga del software Tracker														
2	La claridad de las instrucciones proporcionadas durante la instalación del software Tracker														
3	La facilidad y eficiencia para descargar e instalar el software Tracker														
4	La calidad de las explicaciones sobre las funcionalidades básicas														

	del software Tracker					
Categoría 2	Funcionalidades del software Tracker					
	¿En qué medida se siente satisfecho con:					
1	La eficacia y amigabilidad del entorno del software Tracker (interfaz)					
2	La accesibilidad de las opciones y cintas de herramientas del software Tracker					
3	La capacidad para generar gráficos y visualizaciones de datos					
4	La personalización y flexibilidad de las opciones de configuración					
5	La capacidad para importar y exportar datos de manera eficiente					
6	Con el software en general. Tanto de su forma como de su efectividad para lograr que adquiera conocimientos.					
Categoría 3	El desarrollo de actividades					
	¿En qué medida se siente satisfecho con:					
1	La explicación de los conceptos del movimiento parabólico					
2	La pertinencia en las actividades propuestas para ejemplificar las magnitudes del movimiento parabólico					
3	La relación de las actividades propuestas y el uso del software Tracker					
4	La capacidad del software Tracker para representar gráficamente el movimiento parabólico de manera clara y precisa					
5	La cantidad de ejemplos proporcionados en las actividades para ilustrar los conceptos del movimiento parabólico					
Categoría 4	Aprendizaje del movimiento parabólico potenciados con el software					
	¿En qué medida se siente satisfecho con:					
1	Los aprendizajes adquiridos al resolver las actividades mediante el software Tracker					
2	La integración de actividades prácticas y experimentales potenciadas por el software para comprender el movimiento parabólico					
3	La coherencia entre las lecciones teóricas y las aplicaciones prácticas proporcionadas por el software en el aprendizaje del movimiento parabólico					
4	La capacidad del software Tracker para ofrecer retroalimentación y revisión de las actividades relacionadas con el movimiento parabólico					

Anexo 5: Tabulación de resultados aplicando Baremos

Tabulación de resultados aplicando Baremos

En este anexo se presenta la tabulación de los resultados de la encuesta de satisfacción dirigida a 33 estudiantes después de haber recibido 6 seminarios-talleres mediados con el software Tracker. La encuesta utilizó una escala de Likert inicial con cinco categorías: Totalmente insatisfecho, insatisfechos, indiferente, satisfecho y totalmente insatisfecho, los datos fueron recopilados en Excel donde luego se le aplicaron baremos previamente definidos para clasificar las puntuaciones de satisfacción, con el fin de interpretar de manera mas precisa el porcentaje de satisfacción alcanzados por los estudiantes.

Rango y descripción de los Baremos

- **Puntuación entre 90-102:** Medianamente Satisfechos 
- **Puntuación entre 103-114:** Satisfechos 
- **Puntuación entre 115-126:** Muy Satisfechos 

Tabulación de Resultados

	Enseñanza del movimiento parabólico a través del software																											x1	x2	
	Inducción al uso del software				Funcionalidades del software Tracker						El desarrollo de actividades							Aprendizaje del movimiento parabólico potenciados con el software												
	Preg 1	Preg 2	Preg 3	Preg 4	Preg 5	Preg 6	Preg 7	Preg 8	Preg 9	Preg 10	Preg 11	Preg 12	Preg 13	Preg 14	Preg 15	Preg 16	Preg 17	Preg 18	Preg 19	Preg 20	Preg 21	Preg 22	Preg 23	Preg 24	Preg 25	Preg 26	Preg 27			
Estud 1	5	4	4	4	5	5	5	4	4	5	4	4	4	5	5	5	5	5	5	4	5	4	5	5	4	4	4	123	9	
Estud 2	5	4	5	5	5	5	4	5	5	4	5	5	4	5	5	4	5	4	5	4	4	5	5	5	5	5	4	5	126	10
Estud 3	5	5	5	5	5	4	5	4	4	4	4	4	5	4	5	4	4	5	4	5	4	4	3	4	4	4	4	117	9	
Estud 4	4	5	4	4	5	5	4	4	4	4	3	4	4	3	4	4	4	3	4	4	3	3	3	3	5	4	3	104	6	
Estud 5	5	5	5	4	4	3	3	5	5	5	4	4	3	5	5	4	3	5	4	4	3	4	4	5	5	4	5	116	8	
Estud 6	5	5	5	4	3	4	3	5	4	3	3	5	4	4	4	4	4	4	4	3	5	5	4	3	4	3	3	107	8	
Estud 7	4	5	3	4	4	5	5	3	5	5	5	4	5	5	3	5	5	5	5	4	4	5	3	4	5	5	5	120	8	
Estud 8	4	5	4	5	4	4	5	3	4	4	5	4	4	4	5	4	5	4	3	4	5	5	5	5	5	5	5	119	6	
Estud 9	3	4	3	4	4	4	5	4	5	4	5	4	4	4	5	4	5	3	4	5	4	4	4	5	4	5	4	113	8	
Estud 10	3	3	3	3	3	3	4	4	3	5	3	4	4	4	3	5	4	4	4	3	4	4	4	4	4	3	3	97	6	
Estud 11	5	5	4	5	5	5	4	5	4	5	5	5	4	5	5	4	3	4	3	3	3	5	5	5	5	5	5	121	10	
Estud 12	3	4	3	3	4	3	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	3	4	4	4	4	4	4	4	3	99	6	
Estud 13	4	4	5	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	4	4	4	2	4	5	4	105	9	
Estud 14	4	4	5	5	4	4	5	4	5	5	4	5	4	5	4	4	5	3	4	3	4	5	5	4	5	4	4	117	8,5	
Estud 15	4	4	5	4	4	4	5	5	5	5	5	4	4	5	4	5	5	4	5	5	4	5	5	5	4	4	4	121	10	
Estud 16	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	3	3	3	3	4	4	4	3	4	3	4	4	3	3	4	3	100	6	
Estud 17	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	3	4	3	4	4	4	4	4	3	105	7	
Estud 18	3	3	5	4	4	4	5	5	4	5	3	4	4	5	4	4	5	3	5	5	4	5	4	4	5	5	4	115	8	
Estud 19	4	4	3	4	3	3	4	5	4	3	5	5	4	4	4	4	5	4	4	4	5	4	4	4	4	5	5	111	8	
Estud 20	4	4	4	5	4	5	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	5	4	4	5	4	4	5	4	5	3	3	113	8	
Estud 21	5	5	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	4	4	5	5	5	5	5	4	5	4	5	4	4	123	10	
Estud 22	4	4	4	5	4	5	5	4	5	5	4	5	5	4	4	5	5	4	5	4	5	5	5	5	5	4	4	122	10	
Estud 23	4	4	4	3	4	4	3	3	4	4	3	3	4	4	4	4	4	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	100	7	
Estud 24	3	4	3	4	3	4	3	3	4	4	4	3	4	3	4	4	4	3	4	3	4	4	3	4	4	4	4	98	6	
Estud 25	3	3	3	5	3	3	3	3	4	4	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4	5	4	3	4	4	4	4	100	6	
Estud 26	4	4	4	4	4	4	5	4	5	5	4	4	4	5	5	5	4	4	4	5	5	5	4	4	5	5	5	120	7,5	
Estud 27	4	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	4	4	3	3	3	3	3	4	4	4	3	4	90	6	
Estud 28	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	5	4	5	4	4	4	4	4	5	5	5	5	117	9	
Estud 29	4	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	5	4	4	4	3	4	4	3	4	3	3	101	6	
Estud 30	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	3	4	4	4	4	4	4	105	7,5	
Estud 31	4	4	5	5	4	5	5	4	4	3	5	4	4	4	4	4	4	3	4	3	4	4	5	4	5	4	4	112	6	
Estud 32	4	4	3	4	4	5	5	4	4	3	4	4	5	4	5	4	4	4	4	4	5	4	4	5	4	4	4	112	6	
Estud 33	4	4	5	4	3	4	5	4	4	4	3	4	3	5	5	3	5	4	4	4	3	4	5	3	3	5	3	107	7,5	

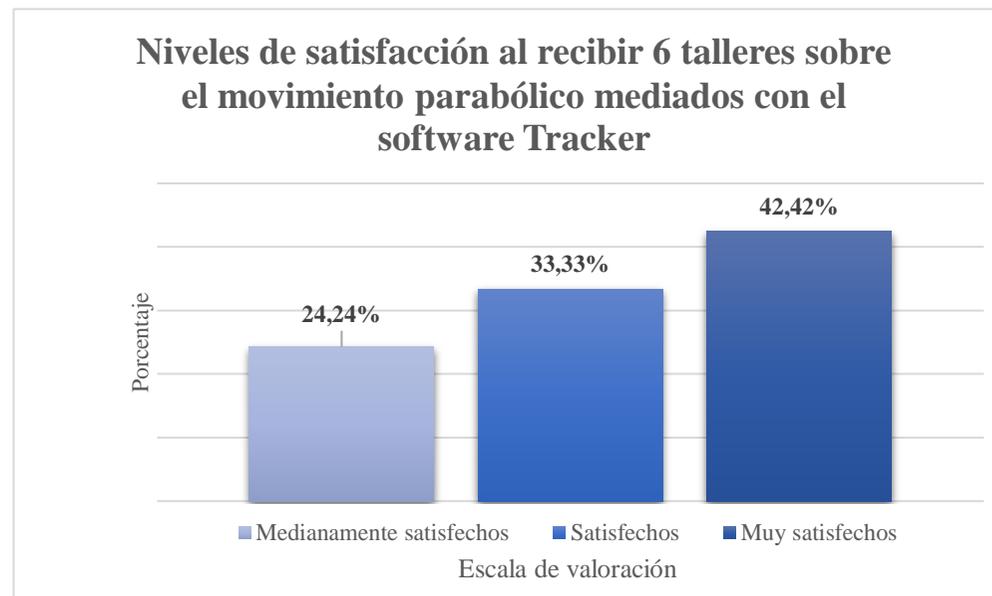
Explicación

Las puntuaciones de satisfacción de los estudiantes fueron distribuidas entre tres categorías: medianamente satisfechos, satisfechos y muy satisfechos, de acuerdo con los baremos previamente establecidos, la mayoría de los estudiantes obtuvieron puntuaciones que se ubicaron en las tres categorías de los baremos.

Tablas y Gráfico

Nivel	Intervalo
Medianamente satisfechos	90 - 102
Satisfechos	103 - 114
Muy satisfechos	115 - 126

Categoría	f	%
Medianamente satisfechos	8	24,24%
Satisfechos	11	33,33%
Muy satisfechos	14	42,42%
Total	33	100%



Anexo 6: Oficio de solicitud y apertura a la Institución



UNL

Universidad
Nacional
de Loja

Carrera de Pedagogía de las
Ciencias Experimentales:
Matemáticas y la Física

Oficio No. UNL-FEAC-CPCEMF-2024-0006
Loja, 27 de febrero del 2024

Doctor
Willan Armando Espinosa Ordóñez
RECTOR DE LA UNIDAD EDUCATIVA "PÍO JARAMILLO ALVARADO"
Ciudad. -

De mi consideración:

Me es grato dirigirme a usted para expresarle un atento y cordial saludo, al tiempo que le deseo éxitos en las funciones a usted encomendadas.

El motivo del presente, es solicitarle comedidamente, se de las facilidades de utilizar el centro de cómputo, y, que el Docente de física de la institución permita que el señor Jostin Jasmany Martínez Sarango, estudiante del ciclo 6 de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de las Matemáticas y la Física, aborde sobre el **movimiento parabólico** a través del **software Tracker**, el mismo que medirá los niveles de satisfacción en los conocimientos antes indicados; este estudio se abordará en 4 clases, de acuerdo al horario establecido en la Institución.

Cabe indicar, que esta temática se llevará a efecto en el próximo año lectivo.

Con la seguridad de su favorable aceptación, le expreso mi sincero agradecimiento.

Atentamente,

PhD. Ángel Klever Orellana Malla.
**DIRECTOR DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA
DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FISICA**

AKOM/rfp
c.c. - Archivo.



2024-02-27
15:57



UNIDAD EDUCATIVA "PÍO JARAMILLO ALVARADO"
CIENCIA, ARTE Y LIBERACIÓN
LOJA-ECUADOR

Bolívar 1479 y Catacocha
Telf. 2570916 2587612
jaramillo.alvarado@hotmail.com

Of. 322 UEPJA
Loja septiembre 23, 2024

Señor
Jostin Jasmany Martínez Sarango
ESTUDIANTE DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA
Ciudad.

De mi consideración:

Recibida la comunicación de 18 de septiembre/2024, mediante la cual solicita impartir seis talleres sobre el "Movimiento parabólico a través de software tracker"; previo a obtener la pertinencia del proyecto de titulación; autorizo a usted la ejecución de éstos, en el segundo año de bachillerato "A" -sección matutina-; una vez que la Mgs. Bertha Judith Romero, docente del área de Matemática, concede el visto bueno correspondiente.

Los talleres deben cumplirse en las siguientes fechas:

- ✓ 07 al 11 de octubre/2024 (3 períodos de clase)
- ✓ 14 al 18 de octubre/2024 (3 períodos de clase)

Particular que comunico para los fines consiguientes.

Atentamente,


Dr. Willan Espinosa O. PhD.
RECTOR



Anexo 7: Informe de pertinencia



FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN
CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

Loja, 23 de septiembre de 2024

Ph.D.
Ángel Klever Orellana Malla
DIRECTOR
CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA
Ciudad

De mi consideración:

En atención al Memorando Nro.: UNL-FEAC-CPCEMF-2024-0176 de fecha 12 de agosto de 2024 mediante el cual, se solicita que se emita el informe de estructura, coherencia y pertinencia para el proyecto de investigación previo al Trabajo de Integración Curricular, de autoría de la aspirante **Jostin Jasmany Martínez Sarango** cuyo tema es, **La enseñanza del movimiento parabólico a través del software Tracker en estudiantes del nivel de bachillerato**, me permito exponer a su autoridad lo siguiente:

Luego de haber analizado la propuesta de investigación en el marco de los lineamientos que constan en el Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja y demás normativa vigente, el tema quedó de la siguiente manera:

La enseñanza del movimiento parabólico a través del software Tracker en estudiantes del nivel de bachillerato

Informe que pongo a su consideración luego de que la postulante ha incorporado las correcciones y sugerencias para fortalecer el proyecto de investigación, por lo tanto, me permito emitir el **INFORME FAVORABLE DE ESTRUCTURA, COHERENCIA Y PERTINENCIA** a fin de que se continúe con el trámite correspondiente.

Sin otro particular, me suscribo de usted.

Atentamente,



Mgtr. Fabricio Vladimir Víncoes Víncoes
DOCENTE DE LA CARRERA DE
PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

Ciudad Universitaria "Guillermo Falconí Espinosa" Casilla letra "5"
Teléfono: 2547 - 496
dirección.cfm@unl.edu.ec - secretaría.cfm@unl.edu.ec

Anexo 8: Designación de director de Trabajo de Integración Curricular



UNL

Universidad
Nacional
de Loja

Carrera de Pedagogía de las
Ciencias Experimentales:
Matemáticas y la Física

Memorando Nro.: UNL-FEAC-CPCEMF-2024-0208
Loja, 03 de octubre de 2024

PARA: Lic. Fabricio Vladimír Vences Vences, Mg., Sc.
DOCENTE DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA DE LA FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

ASUNTO Designación.

Es grato dirigirme a usted y desearte éxitos en sus funciones, en beneficio de la Carrera y de la institución,

El presente tiene la finalidad de poner a su conocimiento que, de conformidad al informe favorable, en el orden de analizar la estructura, coherencia y pertinencia del Proyecto de Investigación del Trabajo de Integración Curricular o de Titulación de Licenciatura titulado: **La enseñanza del movimiento parabólico a través del software Tracker en estudiantes del nivel de bachillerato**, del aspirante Martínez Sarango Justin Jasmay, alumno de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física, modalidad de estudios presencial, cumplo en designarlo como **DIRECTOR** del trabajo de investigación antes indicado, debiendo cumplir con lo que establece el Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja, es su Art. 139, que dice: **"El Director de Tesis tiene la obligación de asesorar y monitorear con pertinencia y rigurosidad científica la ejecución de la tesis, así como revisar oportunamente los informes de avance de la investigación, devolviéndolos al aspirante con las observaciones, sugerencias, y recomendaciones necesarias para asegurar la calidad de la misma"**.

A partir de la fecha, la aspirante trabajará en las tareas investigativas para el desarrollo de la misma, bajo su asesoría y responsabilidad.

Particular que hago de su conocimiento para los fines consiguiente, no sin antes expresarle los sentimientos de consideración y estima personal.

Atentamente,

PhD. Ángel Klover Oreilana-Malla,
**DIRECTOR DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA
DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**



AKOM/rfp
c.c. aplifud Legal,
Archivo.

Página 1 de 1

Educamos para Transformar

Anexo 9: Certificación de traducción del resumen



Loja, 24 de enero de 2025

Lic. Jonathan Alberto Machuca Yaguana. Mg.Sc
CAMBRIDGE ENGLISH CERTIFICATE IN ESOL INTERNATIONAL

CERTIFICO:

Que el resumen del Trabajo de Integración Curricular cuyo título es: **La enseñanza del movimiento parabólico a través del software Tracker en estudiantes del nivel de bachillerato**, del aspirante **Jostin Jasmany Martínez Sarango**, con cédula de identidad Nro. **1150069431** ha sido traducido al inglés y cumple con las características propias del idioma extranjero.

Resumen:

La enseñanza del movimiento parabólico presenta desafíos debido a la gran cantidad de magnitudes físicas que involucra y la relación entre estas. Por lo que esta investigación tuvo como objetivo determinar los procesos que mejoran la enseñanza del movimiento parabólico en estudiantes del nivel de bachillerato. Se empezó con un proceso de revisión documental sistemática en Scopus, Dialnet, Scielo, Redalyc, en el motor de búsqueda, Google, y para el proceso de selección y organización de información se realizó con el apoyo de bitácoras de búsqueda, fichas bibliográficas y de contenido. A partir de los resultados teóricos, se empleó una fase de campo, partiendo con la planificación de seis seminarios-talleres enmarcados en movimiento parabólico mediado con el software Tracker, dirigidos a estudiantes de Segundo de Bachillerato de una institución educativa pública de la ciudad de Loja. Estos se ejecutaron en seis sesiones de clase de 80 minutos cada una. Finalmente, se aplicó a los estudiantes un cuestionario para medir el nivel de satisfacción respecto a la metodología implementada. Como resultado documental sistemático se obtuvo que el proceso metodológico para enseñanza de Física, más común, consiste en tres fases cíclicas, inicio, desarrollo y cierre. En el desarrollo incluyen herramientas digitales como Tracker. De la experiencia áulica con Tracker, se obtuvo un alto nivel de satisfacción de los estudiantes y buena calificación en un taller de cierre, surgiendo una correlación significativa de 0,758 entre estas magnitudes, por lo que se concluye que, ejecutar seminarios-talleres mediados con Tracker para enseñar movimiento parabólico, se convierte en un proceso didáctico recomendado.

Palabras clave: Tracker, herramientas digitales, propuesta didáctica de Física, experiencia áulica



UNL

Universidad
Nacional
de Loja

Abstract:

The teaching of parabolic motion presents challenges due to the large number of physical quantities involved and the relationship between them. Therefore, the objective of this research was to determine the processes that improve the teaching of parabolic motion in high school students. It began with a systematic documentary review process in Scopus, Dialnet, Scielo, Redalyc, in the search engine, Google, and for the process of selection and organization of the information it was carried out with the support of search logs, bibliographic and content files. Based on the theoretical results, a field phase was used, starting with the planning of six seminars-workshops framed in parabolic movement mediated with Tracker software, aimed at high school students of a public educational institution in the city of Loja. These were executed in six class sessions of 80 minutes each. Finally, a questionnaire was applied to the students to measure the level of satisfaction with the implemented methodology. As a systematic documentary result, it was obtained that the most common methodological process for teaching Physics consists of three cyclical phases: beginning, development and closing. In development phase, it is included digital tools such as Tracker. From the classroom experience with Tracker, it was obtained a high level of satisfaction of the students and a good qualification in one closing workshop, showing a significant correlation of 0.758 between these magnitudes, so it is concluded that, to execute seminars-workshops mediated with Tracker to teach parabolic motion, becomes a recommended didactic process.

Keywords: Tracker, digital tools, Physics teaching proposal, classroom experience.

Lo certifico en honor a la verdad.

Lic. Jonathan Alberto Machuca Yaguana. Mg.Sc

CAMBRIDGE ENGLISH CERTIFICATE IN ESOL INTERNATIONAL

