

# Universidad Nacional de Loja

## Facultad de la Energía, las Industrias y los Recursos Naturales no Renovables

Carrera de Ingeniería Electromecánica

Evaluación de modelos matemáticos aplicables al proceso de secado de los granos de cacao en un secador accionado por un módulo de inducción

Trabajo de Integración Curricular, previo a la obtención del título de Ingeniero Electromecánico

#### **AUTOR:**

Anderson Miguel Pauzhi Jiménez

## **DIRECTOR:**

Ing. Darwin Giovanny Tapia Peralta. Mg. Sc.

Loja – Ecuador

2025



Certificación

Loja, 30 de enero del 2025

Ing. Darwin Giovanny Tapia Peralta Mg. Sc.

DIRECTOR DEL TRABAJO DE INTEGRACION CURRICULAR

**CERTIFICO:** 

Que he revisado y orientado todo proceso de la elaboración del Trabajo de Integración Curricular denominado: Evaluación de modelos matemáticos aplicables al proceso de secado de los granos de cacao en un secador accionado por un módulo de inducción, previo a la obtención del título de Ingeniero Electromecánico, de la autoría del estudiante Anderson Miguel Pauzhi Jiménez, con cédula de identidad Nro. 1105163966, una vez que el trabajo cumple con todos los requisitos exigidos por la Universidad Nacional de Loja, para el efecto, autorizo la presentación del mismo para su respectiva sustentación y defensa.



Ing. Darwin Giovanny Tapia Peralta Mg. Sc.

DIRECTOR DEL TRABAJO DE INTEGRACION CURRICULAR

#### Autoría

Yo, **Anderson Miguel Pauzhi Jiménez**, declaro ser el autor del presente Trabajo de Integración Curricular y eximo expresamente a la Universidad Nacional de Lojay a sus representantes jurídicos de posibles reclamos o acciones legales, por el contenido del mismo. Adicionalmente acepto y autorizo a la Universidad Nacional de Loja, la publicación de mí Trabajo de Integración Curricular en el Repositorio Institucional –Biblioteca Virtual.

Firma:

Fecha: 30 de enero del 2025

Cédula: 1105163966

**Teléfono:** +593 968475754

Correo electrónico: anderson.pauzhi@unl.edu.ec

Carta de autorización por parte del autor, para consulta, reproducción parcial o total

y/o publicación electrónica del texto completo, del Trabajo de Integración Curricular.

Yo, Anderson Miguel Pauzhi Jiménez, declaro ser el autor del Trabajo de Integración

Curricular denominado: Evaluación de modelos matemáticos aplicables al proceso de

secado de los granos de cacao en un secador accionado por un módulo de inducción,

como requisito para optar por el título de Ingeniero Electromecánico, autorizo al Sistema

Bibliotecario de la Universidad Nacional de Loja para que con fines académicos, muestre al

mundo la producción intelectual de la Universidad, a través de la visibilidad de su contenido

de la siguiente manera en el Repositorio Institucional.

Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo en el Repositorio Institucional, en

las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad.

La Universidad Nacional de Loja, no se responsabiliza por el plagio o copia del trabajo de

titulación que realice un tercero.

Para constancia de esta autorización, suscribo, en la ciudad de Loja, a los treinta días del mes

de enero del dos mil veinte y cinco.

Firma:

**Autor:** Anderson Miguel Pauzhi Jiménez

nderson Pauzhi

**Cédula:** 1105163966

Dirección: Loja, Salvador Bustamante Céli y Puná

**Teléfono**: +593 968475754

Correo electrónico: anderson.pauzhi@unl.edu.ec

**DATOS COMPLEMENTARIOS:** 

Director del Trabajo de Integración Curricular: Ing. Darwin Giovanny Tapia Peralta Mg. Sc.

iv

#### Dedicatoria

El presente Trabajo de Integración Curricular está dedicado, en primer lugar, a Dios por haberme dado la vida y la salud. A continuación, deseo expresar mi más profundo agradecimiento a mi mamá, Rocío Jiménez, quien ha sido mi guía, mi apoyo incondicional y mi mayor inspiración. Su comprensión y amor han sido fundamentales en mi vida y siempre los guardaré como uno de los mayores regalos que la vida me ha dado.

También quiero reconocer el respaldo de mi papá, Telmo Pauzhi, quien con su constante ejemplo y consejos han dejado una profunda huella en mi camino hacia el crecimiento personal.

Mi mejor amiga Iris Diaz, que a lo largo de los años hemos compartido una amistad muy fuerte, con su paciencia y preocupación han sido un pilar fundamental para darme la fuerza y la determinación de superar cualquier obstáculo por medio de la confianza.

A todas estas personas que han sido parte fundamental de mi vida, les expreso mi más sincero agradecimiento por enseñarme valiosos valores y virtudes que han contribuido a mi crecimiento como persona. Espero que este gesto de gratitud sea una pequeña muestra del inmenso aprecio y admiración que les tengo por todo lo que han hecho y siguen haciendo por mí.

Anderson Miguel Pauzhi Jiménez

Agradecimientos

Mis mayores agradecimientos a la Universidad Nacional de Loja, a la Facultad de la Energía,

los Recursos Naturales no Renovables especialmente a la carrera de Ingeniería Electrónica,

la cual me abrió las puertas para formarme dentro de ella, a todos los docentes que

conformaron mi instrucción académica quienes con su conocimiento impartieron de mejor

manera sus clases para tener las mejores perspectivas en el campo laboral.

Agradezco a mis padres por todo el apoyo que me han brindado, al darme su confianza y

estima es lo que han hecho de mí una persona de bien, que aprecia todos los momentos que

tiene la vida. Les estaré eternamente agradecido por haberme criado y proporcionado un

hogar donde me sentí seguro y amado. Cada momento vivido en su compañía es inolvidable

y los llevaré siempre en mi corazón.

También quiero expresar mi gratitud al Ing. Darwin Tapia, quien con su amplio conocimiento

y paciencia me supo guiar en el presente Trabajo de Integración Curricular le deseo el mayor

de los éxitos en su vida profesional y le seré profundamente agradecido por los conocimientos

impartidos.

Anderson Miguel Pauzhi Jiménez

vi

# Índice de contenido

	Certifica	ación	11
	Autoría		iii
	Carta d	e autorización	iv
	Dedicate	oria	V
	Agradeo	cimientos	vi
		e tablas:	
	_	e figuras:	
	Índice d	e anexos:	xiv
	Simbolo	gía:	XV
1.	Título	)	1
2.	Resur	nen	2
		t	
3.	Intro	łucción	4
4.	Marc	o teórico	6
4.		o teórico Capítulo I: Características e importancia del cacao	
4.			6
4.	4.1	Capítulo I: Características e importancia del cacao	6
	<b>4.1.1</b> 4.1.2	Capítulo I: Características e importancia del cacao  Características del cacao	6 6
	<b>4.1.1</b> 4.1.2	Capítulo I: Características e importancia del cacao	6 6
	4.1.1 4.1.2 4.2	Capítulo I: Características e importancia del cacao	6 6 7
	4.1.1 4.1.2 4.2.1	Características e importancia del cacao  Características del cacao  Importancia del cacao en el Ecuador  Capítulo II: Tipos de cacao  Cacao CCN-51	677
	4.1.1 4.1.2 4.2.1 4.2.2 4.2.3	Características e importancia del cacao  Características del cacao  Importancia del cacao en el Ecuador  Capítulo II: Tipos de cacao  Cacao CCN-51  Cacao nacional	677
	4.1.1 4.1.2 4.2.1 4.2.2 4.2.3	Características e importancia del cacao  Características del cacao  Importancia del cacao en el Ecuador  Capítulo II: Tipos de cacao  Cacao CCN-51  Cacao nacional  Tipos híbridos	6788
	4.1 (4.1.1) 4.1.2 4.2 (4.2.1) 4.2.2 4.2.3 4.3 (4.3)	Características del cacao  Importancia del cacao en el Ecuador  Características del cacao en el Ecuador  Capítulo II: Tipos de cacao  Cacao CCN-51  Cacao nacional  Tipos híbridos  Capítulo III: Proceso de secado	6788
	4.1.1 4.1.2 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.3.1	Características del cacao  Importancia del cacao en el Ecuador  Características del cacao en el Ecuador  Capítulo II: Tipos de cacao  Cacao CCN-51  Cacao nacional  Tipos híbridos  Capítulo III: Proceso de secado  Fermentación del cacao.	6789
	4.1.1 4.1.2 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.3.1 4.3.2	Capítulo I: Características e importancia del cacao  Importancia del cacao en el Ecuador  Capítulo II: Tipos de cacao  Cacao CCN-51  Cacao nacional  Tipos híbridos  Capítulo III: Proceso de secado  Fermentación del cacao  Cama de grano para secadores	67899
	4.1 (4.1.1) 4.1.2 4.2 (4.2.1) 4.2.2 4.2.3 4.3.1 4.3.2 4.3.3 4.3.4	Características del cacao  Características del cacao  Importancia del cacao en el Ecuador  Capítulo II: Tipos de cacao  Cacao CCN-51  Cacao nacional  Tipos híbridos  Capítulo III: Proceso de secado  Fermentación del cacao  Cama de grano para secadores  Fundamentos técnicos de secado	6 7 7 8 9 9 9

	4.4.1	Secador accionado por un módulo de inducción	11
	4.4.2	Secadores continuos de túnel	12
	4.4.3	Secadores rotatorios	12
	4.4.4	Secadores de tambor	13
	4.4.5	Secadores de lecho fluidizado	13
	4.4.6	Secadores por aspersión	13
	4.4.7	Secador de bandejas	14
4	l.5 C	apítulo V: Componentes electrónicos para la adquisición de datos	14
	4.5.1	Arduino uno	14
	4.5.2	Medidor de humedad AMTAST 155	15
	4.5.3	Sensor DS18B20	15
4	.6 C	apítulo IV: Resultados del secador de café	16
4	C	Capítulo IV: Modelado matemático	17
	4.7.1	Modelos teóricos	17
	4.7.2	Modelos semiteóricos	18
	4.7.3	Modelos empíricos	18
	4.7.4	Modelado matemático en el Curve Fitting Toolbox de Matlab®	19
5.	Metod	lología	22
5	5.1 Á	rea de trabajo	22
5	5.2 E	quipos y materiales	22
	5.2.1	Equipos	22
	5.2.2	Materiales	22
	5.2.3	Softwares	22
5	5.3 P	rocedimiento	23
	5.3.1	Primer objetivo	23
	5.3.2	Segundo objetivo	24
	5.3.3	Tercer objetivo	25
5	5.4 P	rocesamiento y análisis de datos	27
6.	Recul	ados	20
		esultados Objetivo 1: Definir las variables técnicas principales que infl so de secado de cacao	_
е	i proces	80 DE SECADO DE CACAO	29

	6.1.1	Selección del cacao.	29
	6.1.2	Fermentación del cacao.	29
	6.1.3	Secador accionado por un módulo de inducción.	30
	6.1.4	Variables que influyen en el proceso de secado.	31
6.	.2 R	esultados objetivo 2: Caracterizar experimentalmente el proceso de seca	ado del
		ediante la implementación de un sistema de adquisición de datos en el r	
		ción	
6.		esultados objetivo 3: Procesar la información obtenida para evalu	
		matemáticos que se ajusten al comportamiento del secado del cacao	
11)	6.3.1	Modelo matemático de Lewis (Newton)	
	6.3.2	Modelo matemático de Page	
	6.3.3	Modelo matemático Modified Page I	
	6.3.4	Modelo matemático de Modified Page II	
	6.3.5	Modelo matemático Modified Page III	
	6.3.6	Modelo matemático de Henderson and Pabis	
	6.3.7	Modelo matemático Logarithmic	
	6.3.8	Modelo matemático de Midilli	
	6.3.9	Modelo matemático Modified Midilli I	
	6.3.10		
	6.3.11	Modelo matemático de Demir et al	48
	6.3.12	Modelo matemático Two-term	49
	6.3.13	Modelo matemático Two-term exponential	50
	6.3.14	Modelo matemático de Verma	51
	6.3.15	Modelo matemático Three term exponential	51
	6.3.16	Modelo matemático de Hii et al	52
	6.3.17	Modelo matemático de Wang and Singh	53
	6.3.18	Modelo matemático de Peleg	54
	6.3.19	Modelo matemático Aghbashlo	54
	6.3.20	Modelo matemático de Wang and Singh I	55
	6.3.21	Modelo matemático Exponential	56
	6.3.22	Modelo matemático Root MR	57
	6.3.23	Modelo matemático de Page Modified	57
	6.3.24	Modelo matemático Root of time	58

	6.3.25	Modelo matemático Authors approximation	59
	6.3.26	Modelo matemático de Magee	60
	6.3.27	Modelo matemático de Silva and Alii	60
	6.3.28	Modelo matemático de Weibull	61
	6.3.29	Modelo matemático de Diamond	62
	6.3.30	Modelo matemático de Thompson	63
	6.3.31	Obtención del mejor modelo matemático	66
	6.3.32	Error relativo del modelo matemático	67
	6.3.33	Difusividad efectiva	68
	6.3.34	Validación del modelo matemático	70
	6.3.35	Indicador energético.	72
7.	Discusió	on	74
8.	Conclus	iones	76
9.	Recome	ndaciones	77
10.	Biblio	ografía	78
11.	Anexo	os	83

# Índice de tablas:

Tabla 1. Factores que intervinieron en la experimentación de secado del cacao	32
Tabla 2. Tabla de datos del día uno de secado.	37
Tabla 3. Modelos matemáticos seleccionados.	40
Tabla 4. Resultados de todos los modelos aplicados al proceso de secado de los granos de	;
cacao	65
Tabla 5. Error absoluto y relativo de los días de secado.	68
Tabla 6. Resultados de la difusividad efectiva	69
Tabla 7. Error absoluto y relativo de las horas de secado del segundo proceso.	71
Tabla 8. Comparaciones de costo de energía	75

# Índice de figuras:

Figura 1. Cacao Ecuatoriano CCN-51.	8
Figura 2. Secador de Inducción.	12
Figura 3. Arduino uno.	15
Figura 4. Sensor de temperatura DS18B20.	16
Figura 5. Secado de café.	17
Figura 6. Aplicativo Curve Fitting Toolbox.	19
Figura 7. Importación de datos experimentales al Matlab®	19
Figura 8. Ventana para modelación matemática	20
Figura 9. Obtención de resultados en el Curve Fitting Toolbox	21
Figura 10. Ubicación del sitio de estudio.	22
Figura 11. Pasos a seguir para la obtención del modelo matemático final	28
Figura 12. Cacao CCN-51.	29
Figura 13. Fermentación en tina.	30
Figura 14. Fermentación del grano.	30
Figura 15. Prototipo del secador de granos	31
Figura 16. Diagrama para la adquisición de datos diseñado en Proteus	33
Figura 17. Ubicación de los sensores	34
Figura 18. Colocación de los sensores.	34
Figura 19. Secado del grano de cacao	35
Figura 20. Medición de humedad.	35
Figura 21. Almacenamiento del cacao.	36
Figura 22. Grano de cacao final secado.	36
Figura 23. Gráfica de resultados día uno.	38
Figura 24. Gráfica de secado correspondiente a la humedad inicial de todos los días	38
Figura 25. Relación de humedad MR vs tiempo.	39
Figura 26. Ajuste de curva con el modelo de Newton.	42
Figura 27. Ajuste de curva con el modelo de Page.	43
Figura 28. Ajuste de curva con el modelo Modified Page I.	43
Figura 29. Ajuste de curva con el modelo Modified Page II.	44
Figura 30. Ajuste de curva con el modelo Modified Page III	45
Figura 31. Ajuste de curva con el modelo de Henderson and Pabis	45
Figura 32. Ajuste de curva con el modelo Logarithmic.	46
Figura 33. Ajuste de curva con el modelo de Midilli	47

Figura 34. Ajuste de curva con el modelo de Midilli I.	47
Figura 35. Ajuste de curva con el modelo de Midilli II.	48
Figura 36. Ajuste de curva con el modelo de Demir et al.	49
Figura 37. Ajuste de curva con el modelo Two-term.	50
Figura 38. Ajuste de curva con el modelo Two-term exponential	50
Figura 39. Ajuste de curva con el modelo de Verma	51
Figura 40. Ajuste de curva con el modelo three term exponential.	52
Figura 41. Ajuste de curva con el modelo de Hii et al	53
Figura 42. Ajuste de curva con el modelo de Wang and Singh.	53
Figura 43. Ajuste de curva con el modelo de Peleg.	54
Figura 44. Ajuste de curva con el modelo de Aghbashlo.	55
Figura 45. Ajuste de curva con el modelo de Wang and Singh I.	56
Figura 46. Ajuste de curva con el modelo Exponential.	56
Figura 47. Ajuste de curva con el modelo Root MR.	57
Figura 48. Ajuste de curva con el modelo de Page Modified.	58
Figura 49. Ajuste de curva con el modelo Root of time.	59
Figura 50. Ajuste de curva con el modelo Authors approximation.	59
Figura 51. Ajuste de curva con el modelo de Magee.	60
Figura 52. Ajuste de curva con el modelo de Silva and Alii.	61
Figura 53. Ajuste de curva con el modelo de Weibull	62
Figura 54. Ajuste de curva con el modelo Diamont.	63
Figura 55. Ajuste de curva con el modelo de Thompsom.	64
Figura 56. Comparación de humedad experimental y humedad del modelo matemático	67
Figura 57. Difusividad efectiva en función de los días de secado.	70
Figura 58. Ajuste de curva – segundo proceso de secado.	71
Figura 59. Predicción de humedad experimental y con el modelo matemático	72

# Índice de anexos:

Anexo 1. Búsqueda de los nombres de los sensores.	83
Anexo 2. Código para adquisición de datos con los tres sensores	83
Anexo 3. Gráficas de secado de cacao día dos – día diez	84
Anexo 4. Certificado de traducción del resumen	89

### Simbología:

**MR** = Relación de humedad (adimensional)

**M** = Contenido de humedad inicial (%)

**Mo** = Contenido de humedad final estimado (%)

e = Número de Euler (adimensional)

 $\tau$  = Tiempo (Hr)

**k, k1 y k2** = Constante de velocidad de secado (adimensional)

 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{y}, \mathbf{n} = \mathbf{Constantes}$  de secado (adimensional)

 $\alpha$  = Parámetro de escala (adimensional)

 $\beta$  = Parámetro empírico (adimensional)

**R**<sup>2</sup>= Coeficiente de determinación (adimensional)

**RMSE** = Error cuadrático medio (unida de la variable dependiente)

**H**<sub>mod</sub> = Humedad del modelo matemático (%)

 $\mathbf{H}_{exp}$  = Humedad experimental (%)

**Ea** = Error absoluto (adimensional)

 $\mathbf{Er} = \text{Error relativo (\%)}$ 

**Deff** = Difusividad efectiva  $(m^2/s)$ 

T = Temperatura (°C)

**Pot** = Potencia (W)

 $\mathbf{E} = \text{Energía consumida (kWh)}$ 

**IE** = Indicador energético (kWh/kg)

 $\mathbf{m} = \text{Masa (kg)}$ 

C = Costo energético por unidad de masa (USD/kg)

## 1. Título

Evaluación de modelos matemáticos aplicables al proceso de secado de los granos de cacao en un secador accionado por un módulo de inducción.

#### 2. Resumen

En el presente trabajo de titulación se realizó un modelado matemático aplicable al proceso de secado de cacao, con el propósito de encontrar el mejor modelo matemático que describa y se ajuste a la cinética de secado del grano, para el cual se hizo uso de un total de treinta ecuaciones obtenidas a partir de fuentes bibliográficas, todos ellos fueron aplicados a los diez días de secado que se necesitó para completar el secado del grano, la determinación del mejor ajuste se realizó a partir de los resultados de los coeficientes de determinación (R<sup>2</sup>) más cercanos a uno y de los errores cuadráticos medios (RSME) más lejanos a uno. El objetivo general es el de obtener un modelo matemático que mejor se ajuste al secado de cacao con el uso de un secador de inducción, para el cual fue necesario realizar dos experimentaciones de secado haciendo uso de la programación en Arduino Uno conectado a tres sensores de temperatura DS18B20, los datos experimentales que se obtuvieron fueron de tiempo, humedad y temperatura en tiempo real, realizando con estas variables el modelado matemático en el aplicativo Curve Fitting Toolbox de Matlab®, la segunda fase de secado se realizó para la validación del modelo matemático. El modelo matemático que presentó un mejor ajuste al secado del cacao fue el de Two-term Model, con un coeficiente de determinación de 0.9981 y un error cuadrático medio de 0.0084, el resultado obtenido a partir de la modelación matemática presenta un ajuste óptimo a los datos de experimentación recolectados.

Palabras clave: modelado matemático, coeficiente de determinación, error cuadrático medio.

#### **Abstract**

In this degree work, a mathematical modeling applicable to the cocoa drying process was carried out, with the purpose of finding the best mathematical model that describes and adjusts to the kinetics of bean drying, for which use was made of a total of thirty equations obtained from bibliographic sources, all of them were applied to the ten days of drying needed to complete the drying of the grain, the determination of the best fit was made from the results of the coefficients of determination (R²) closest to one and the root mean square errors (RSME) farthest from one. The general objective is to obtain a mathematical model that best fits the drying of cocoa with the use of an induction dryer, for which it was necessary to perform two drying experiments using Arduino Uno programming connected to three DS18B20 temperature sensors, the experimental data obtained were time, humidity and temperature in real time, performing with these variables the mathematical modeling in the application Curve Fitting Toolbox of Matlab®, the second phase of drying was performed for the validation of the mathematical model. The mathematical model that presented the best adjustment to cocoa drying was the Two-term Model, with a coefficient of determination of 0.9981 and a mean square error of 0.0084.

**Keywords:** Mathematical modelling, coefficient of determination, root mean squared deviation.

#### 3. Introducción

El cacao, al ser el tercer producto más importante en la producción agrícola del Ecuador, adquiere una gran relevancia en esta investigación. Durante el proceso de secado de este sólido interviene la modelación matemática que consiste en la aplicación de ecuaciones para predecir y describir la cinética de secado de cacao, el modelado permite la comprensión de la reducción de humedad que se muestra porcentualmente en el transcurso del paso del tiempo, con la comprensión previa de los principios técnicos como el tipo de secador, el tipo de cacao, la temperatura desprendida etc.

Mejía (2018), explica que la calidad final de secado de los granos de cacao está determinada en gran medida por el proceso de fermentación y el tipo de secado que se aplique ya sea al natural o de forma artificial. Mientras que, Parra (2018), considera que los secadores artificiales de granos son de carácter empírico, es decir que realizan su función de secado, pero no de forma óptima. Además, Chiluisa (2022), hace referencia a que el secado del cacao depende de las condiciones climáticas llegando a terminar a los 6 o más días, considerando que al no secar el grano lo suficiente se llena de moho y si se seca demasiado el cacao se vuelve quebradizo.

El modelado matemático es fundamental para la comprensión del mecanismo de transferencia de calor y masa entre los granos respecto al aire, el secado consiste en la eliminación de humedad excesiva presente en el cacao a través de la evaporación, facilitada por el flujo de aire generado por el secador de inducción. Lopardo (2012), describe que el secado del cacao se lo realiza en función del tiempo mediante un sistema de adquisición de datos y control de temperatura integrado en el secador. Para corroborar los resultados obtenidos que concuerden con la normativa deben de ser validados por la literatura de los autores que establecen las reglamentaciones del modelado matemático referentes a la difusividad en los granos. Así también Ramos (2022), plantea que para evitar la medición manual o visual de la temperatura se haga uso de sensores insertados en el grano de cacao en diferentes puntos del secador para tener el control de ellos en la que se recomienda el uso de sensores tipo termocuplas.

El proyecto contribuye a la compresión y aplicación del modelado matemático referente al proceso secado de cacao, haciendo uso de la experimentación y el modelado por medio del aplicativo de Matlab®. Saavedra (2012), señala que la modelación matemática son un sistema de ecuaciones diferenciales que predicen el comportamiento dinámico del desarrollo del secado del grano en la que se utilizan correlaciones propuestas por autores, permitiendo obtener

valores de los coeficientes que componen la ecuación, error cuadrático medio y el coeficiente de determinación.

En el secado desarrollado por Villalba (2015), hace uso modelos matemáticos para observar la variación de las propiedades físicas y químicas del producto, siendo la razón por el cual no se ocupa un modelo unificado, algunos de los modelos más utilizados en la actualidad buscan sobrepasar esta barrera por medio de modelos empíricos aplicando valores promedio de las propiedades de los granos. Los estudios de secado con aplicación de modelos matemáticos principalmente se realizan con el propósito de desarrollar nuevas tecnologías obteniendo una reducción de tiempo de secado.

En la investigación desarrollada por Antunes (2024), expone que los resultados del coeficiente de determinación y error cuadrático medio depende de la calidad del cacao utilizado. Vargas (2019), argumenta que las ecuaciones de secado se introducen para obtener soluciones analíticas siendo adimensionales, sus resultados se dan para estimar los coeficientes de secado a partir de curvas de secado.

## **Objetivo general:**

 Obtener un modelo matemático que describa el secado de cacao mediante un secador accionado por un módulo de inducción.

#### **Objetivos específicos:**

- Definir las variables técnicas principales que influyen en el proceso de secado de cacao.
- Caracterizar experimentalmente el proceso de secado del cacao mediante la implementación de un sistema de adquisición de datos en el módulo de inducción.
- Procesar la información obtenida para evaluar los modelos matemáticos que se ajusten al comportamiento del secado del cacao.

En el presente trabajo de investigación se busca obtener un modelo matemático que permita evaluar predicciones de secado mediante simulaciones con el propósito de describir el proceso de secado, para el cumplimiento de los objetivos se desarrolló actividades de búsquedas bibliográficas referente al secado de cacao, experimentación con el secador de inducción con la finalidad de obtener datos experimentales de tiempo, humedad y temperatura para el posterior modelado matemático desarrollado por medio de simulaciones en el programa Matlab®.

#### 4. Marco teórico

### 4.1 Capítulo I: Características e importancia del cacao

#### 4.1.1 Características del cacao

El cacao es un cultivo tropical que se produce en las latitudes comprendidas entre los 10 °N y 10 °S de la línea ecuatorial. Se encuentra extendido su población en África, Asia, Oceanía y América, los cultivos están destinados a producir principalmente sus granos o almendros que son utilizados primordialmente para la producción de chocolate y grasas por la industria alimentaria y cosmetológica.

El cacao es una especie del género Theobroma, de la familia de las Malvaceae, en la que se tiene registro de 22 especies, su origen se encuentra en Sudamérica y domesticado en Mesoamérica.

Su sistema de clasificación empleado indica la existencia de tres tipologías de cultivares a partir de los que se desprenden las variaciones de híbridos y clones que en la actualidad se siembran a nivel mundial.

El cultivo se lo realiza en regiones con condiciones ambientales que le permitan desarrollarse con todo su potencial productivo, la producción se genera en áreas con climas cálidos y húmedos, con la presencia de precipitaciones promedio de 1150 mm a 2500 mm, las temperaturas varían entre los 8 °C y 32 °C, la altitud que se encuentra está por debajo de los 1300 msnm (Arvelo, González, Maroto, Delgado, & Montoya, 2017).

#### 4.1.2 Importancia del cacao en el Ecuador

La variedad de cacao por la que se hizo conocer el Ecuador fue la del tipo nacional que trascendió en el mercado internacional, siendo caracterizado por su aroma y sabor, las condiciones geográficas y ambientales favorecieron para denominar al cacao ecuatoriano como fino y de aroma. Bajo estas consideraciones el cacao es un producto que mantiene la economía de los distribuidores y agricultores por medio de las exportaciones hacia el exterior, el cacao simboliza el tercer rubro más importante de exportación agrícola del país que comprende una fuente de ingresos para los pequeños y grandes productores.

El Ecuador se encuentra en el cuarto lugar como productor de cacao a escala mundial, con un estimado de 300.000 toneladas al año que se ha visto el crecimiento en un 11 % en el transcurso de los últimos diez años, el cultivo de este producto ha ayudado a 600.000 familias económicamente en todo el país, las provincias que más cultivan cacao son Guayas, Los Ríos, Manabí y Esmeraldas. En la parte industrial, la creación de empresas orientadas al cultivo de cacao ha dado empleo a la población nacional, siendo importante para la competencia

internacional con países como Panamá, Venezuela y México en lo que respecta al cultivo de cacao.

La producción de cacao en la parte interna del país sentó bases para la integración del ámbito nacional y avances del mercado, dando inicio a la construcción de obras como vías de transporte en las zonas de cultivo de cacao para su extracción mediante vía terrestre, y en la antigüedad la llegada del ferrocarril que unió la Costa con la Sierra de esta forma mejorando la distribución del producto en zonas que no se producía y lo consumían (Mendoza, Cervantes, & Zamora, 2022).

### 4.2 Capítulo II: Tipos de cacao

#### 4.2.1 Cacao CCN-51

El cacao usado en el presente trabajo es el CCN-51 mostrado en la **Figura 1** el cual se lo escogió por ser una variante de origen ecuatoriano que más producción existe en el país y por ser uno de los que mejor resultados presenta al pasar por el proceso de secado por su distintivo aroma y sabor.

Las propiedades físicas que comprende constan dimensiones del grano que varían de 2-10 mm de longitud, su porosidad comparada con otras especies es menor debido a su índice de fermentación, por lo que los resultados al pasar por proceso de tratamiento es un chocolate de calidad (Andrade, 2019).

Según Jordán (2013), la temperatura al que se desarrolla este tipo de cacao está entre los 23 °C a 32 °C, siendo la temperatura más óptima de 25 °C adaptándose a precipitaciones de 1600 a 2500 mm considerando que necesita un buen drenaje, la humedad relativa (HR) oscila entre los 70 a 80 % al verse superado por este porcentaje se presentan enfermedades.

Se caracteriza por sus mazorcas de color moradas cuando se encuentran en estado tierno y de tonalidad rojizas cuando están maduras, considerándose una especie resistente a enfermedades. En la mazorca existen entre 20 a 50 almendros unidas a un eje central denominada placenta, su altura en el proceso de crecimiento alcanza de 5 a 8 metros dependiendo de la sombra que presente el campo en el que se cultive.



Figura 1: Cacao Ecuatoriano CCN-51.

#### 4.2.2 Cacao nacional

El cacao nacional se caracteriza por tener mazorcas de forma ovalada con rasgos de estrangulaciones en la base y en la copa de la misma, el color predominante en la corteza es de color amarillo al estar en un estado maduro, los surcos en la estructura del fruto son poco profundos sin ser de alto relieve. El color característico interno de los almendros es de tonalidad violeta pálido o lila, teniendo excepciones en algunas ocasiones como la presencia de semillas blancas (Quiroz, 2012)

#### 4.2.2.1 Cacao trinitario

El cacao trinitario es un híbrido que combina características tanto de las variaciones criollas como de las forasteras. Originario de Trinidad, constituyen un grupo botánicamente complejo. Su desarrollo se atribuye al cruzamiento entre un tipo criollo y un forastero, sin embargo, su origen exacto sigue siendo un dilema, ya que no se conoce a ciencia cierta si se originó a partir de un forastero amazónico relativamente uniforme o si es el resultado de una mezcla de otras especies.

## 4.2.3 Tipos híbridos

Hace referencia a los obtenidos mediante el cruce entre dos tipos sometidos previamente a un proceso de selección, los clones al combinarse entre sí dan origen a una nueva población con alto grado de uniformidad, los tipos híbridos presentan características que sobresalen como su siembra que lleva alrededor de dos años o dos años y medio para su producción, su plantación es alta dependiendo del buen manejo que se aplique y presenta una alta resistencia a enfermedades.

La semilla híbrida exige buenas atenciones de manejo y ciertas condiciones de ambiente favorable para una alta producción. Si no se dan estas condiciones, se corre el riesgo de obtener un rendimiento más bajo del que es capaz de producir el hibrido (Nieves, 1981).

#### 4.3 Capítulo III: Proceso de secado

#### 4.3.1 Fermentación del cacao

El fermentar el cacao es una fase relevante en la obtención de un grano seco de calidad, durante el proceso de fermentación se producen cambios bioquímicos que dan origen a los indicadores del aroma y sabor característicos, lo que determina su calidad, física y química.

Entre los cambios bioquímicos que se producen se encuentran el desarrollo de pigmentación de marrón a partir de compuestos fenólicos, lo cual indica como está fermentado el grano de cacao, los contenidos sensoriales como polifenoles, alcaloides y acidez volátil son indicadores de la calidad organoléptica.

En el desarrollo de la fermentación los métodos varían dependiendo de la zona en la que se encuentra, principalmente el tipo de fermentador y el tiempo que lleva el proceso, siendo los más usuales las cajas de madera, sacos de yute, tinas plásticas entre otros (Rivera, Barrera, & Guzmán, 2012).

#### 4.3.1.1 Fermentación de cacao trinitario

El cacao CCN-51 al ser un derivado del tipo trinitario se caracteriza por tener un abundante mucilago y posee medio contenido en azúcar, el proceso de fermentación es intermedio, que varía entre cuatro a seis días según como se presente el clima en la localidad, el primer volteo se lo realiza a las 24 horas, el segundo volteo a las 72 horas y el tercer volteo a las 120 horas empezando con el proceso de secado a las 144 horas en que aún continúa con el proceso de fermentación, la fermentación se la puede desarrollar en sacos de yutes, tinas, cajas de madera etc.

## 4.3.2 Cama de grano para secadores

La cama de grano es la capa de semillas extendidas uniformemente sobre la superficie de un secador de granos, la cama permite distribuir de manera uniforme el calor y el aire de secado logrando un proceso de secado eficiente y homogéneo, la altura varía dependiendo del tipo de granos, según normas el espesor de carga para cacao se encuentre de 2 a 6 cm de altura, describiendo que la densidad del grano es de 480 kg/m³ (Tinoco & Ospina, 2010).

#### 4.3.3 Fundamentos técnicos de secado

El proceso del secado consiste en reducir la humedad por medio de evaporación, eliminando el líquido de la superficie del producto y transportarla al aire de los alrededores, la cual se va despreciando a medida que transcurre el tiempo, la velocidad de este medio depende

de la rapidez con la que el aire circule alrededor del producto. El aire tiene la función de absorber el agua contenida en su interior, la cantidad de vapor de agua presente en el aire se la conoce como humedad, el aire completamente seco que no contenga vapor de agua tiene una humedad relativa del 0 %, cuando se encuentra relleno de agua tiene una humedad relativa del 100 %, la absorción del líquido por el aire depende principalmente de la temperatura a la que se encuentre el ambiente de secado, a medida que el aire se calienta su humedad relativa empieza a declinarse razón por la cual absorbe mucha más humedad, considerando que al calentar el aire que rodea al grano se empieza a deshidratar.

Lo primordial es la obtención de un producto con estándares altos de calidad porque se presta atención a los niveles de secado, al encontrarse en una temperatura no moderada y con un elevado grado de humedad dentro de la cámara de secado se podría producir el origen de bacterias, hongos y levaduras que afectan a la calidad del grano, la solución al problema es tener presente el periodo de secado que debería ser mucho más corto para obtener mejores resultado, una opción es elevar la temperatura para recortar el tiempo de secado, pero con las consecuencias de perder el color, sabor y ruptura del grano, por lo tanto, es preciso tener presente los riegos y ajustarlo de la mejor manera.

En la práctica y en condiciones normalizadas el aire puede retirar un porcentaje de 30 a 50% de esta cantidad teórica de agua, los grados de temperatura son los que definen el HR, con temperatura de 29 °C se retira unos 6 gramos de agua por cada kilogramo de aire seco, en temperaturas de 30 °C se retira unos 7 gramos de agua por cada kilogramos de aire seco, con temperaturas de 40 °C se retira unos 14.5 gramos de agua por cada kilogramos de aire seco, en temperaturas de 50 °C se retira 24 gramos de agua por cada kilogramos de aire seco (Plaza & Yange, 2012).

#### 4.3.4 Humedad del grano

La humedad del grano para el proceso de secado tiene como objetivo reducir los rangos que se encuentran entre 50 % y 70 % hasta un 7 % u 8 % en la que se lo considera propicio y completo la fase de secado, la reducción en el contenido de humedad permite la conservación y el almacenamiento del cacao en condiciones de seguridad, se realiza monitoreos respecto a su integridad y calidad con el propósito de reducir el moho y mantenerlo para el consumo y fabricación de los derivados del fruto teniendo presente que la temperatura no debe ser mayor a los 75 °C, caso contrario se presenta problemas y daños en el grano. (Villamizar & Hernandez, 1989).

Un grano que sobrepase el 8% de humedad, lo infestan microorganismo que deterioran la calidad del grano, generalmente son los hongos que dañan al cacao, al reducir la humedad a menos del 6 % de humedad también se presenta daños, ya que se vuelve demasiado quebradizo.

En el mercado de exportación se establece como requisito mantener una humedad de grano entre 6.5 a 7.5 %, almacenar el producto a esta humedad es muy complejo porque el grano de cacao es higroscópico y rápidamente absorbe humedad del medio, por esta razón se recomienda secar, limpiar y clasificar para entregarlo rápidamente al comprador que va dirigido (Aguilar, 2016).

## 4.4 Capítulo IV: Tipos de secadores

## 4.4.1 Secador accionado por un módulo de inducción

El secador utilizado es de inducción indicado en la **Figura 2**, cuenta con un módulo que controla la potencia y el tiempo de secado, adicionalmente está vinculado un ventilador que regula la temperatura en el interior de la tolva, cabe recalcar que es un prototipo diseñado para el secado de café el cual se lo acopló para el secado de cacao teniendo variaciones de temperatura en su interior por la diferencia de grano, el café al tener un composición pequeña es más compacta y en el secador se puede obtener una mayor temperatura de 35 a 40 °C, al cambiarlo a cacao por ser un grano más grande y con presencia de mayor humedad la temperatura ronda los 29 °C ± 1.5 °C.

El secador desprende calor por medio de aletas rectangulares diseñadas en su interior, siendo el ventilador el encargado de enviar viento hacia las placas al unirse los dos ambientes se genera un calor en la tolva para realizar la deshidratación de granos, el secado se puede desarrollar en periodos de cuatro horas porque es su configuración máxima de tiempo a la que puede trabajar con una potencia máxima regulable llegando a los 1500 W.

Los planos y la construcción del prototipo se presentan en el trabajo de investigación realizado por Baez (2024), correspondiente a la Universidad Nacional de Loja, Facultad de la Energía, las Industrias y los Recursos Naturales no Renovables, carrera de Ingeniería Electromecánica.

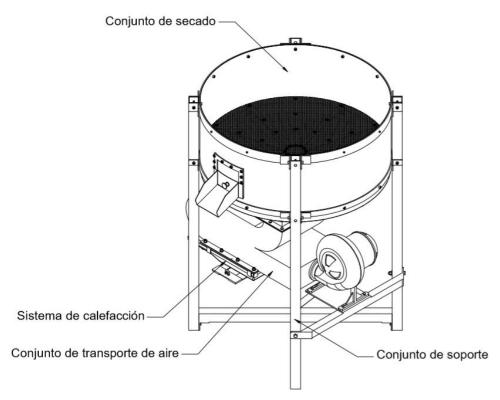


Figura 2: Secador de Inducción.

**Fuente:** (Baez, 2024)

#### 4.4.2 Secadores continuos de túnel

Los secadores continuos de túnel son característicos por tener en su estructura compartimientos de bandejas o de carretillas que operan en serie, los sólidos se colocan en estos espacios que se desplazan de forma continua por un túnel, los gases calientes circundantes que se encuentran en el interior pasan sobre la superficie de cada bandeja y el flujo de aire caliente puede ser a contracorriente, en paralelo o en una combinación de ambos juntos.

Al secar partículas sólidas granulares, se colocan transportadores perforados o en el fondo tamiz una de las dos opciones es válida. Los sólidos granulados húmedos se transportan en forma de una capa que se encuentran a una profundidad entre 25 a 150 mm sobre una superficie que contiene tamiz, en el secador se encuentra diversas secciones en serie con un ventilador y serpentines de calentamiento, un ventilador adicional extrae la cantidad de aire necesaria para desprender al ambiente, en ciertos casos los componentes en forma de pasta se los retira en cápsulas y se ubican sobre transportadores para su secado.

#### 4.4.3 Secadores rotatorios

Un secador rotatorio comprende de un cilindro que gira sobre cojinetes establecidos y adaptados, con una configuración de una leve inclinación en relación con la horizontal. La longitud del cilindro varía de 4 a más de 10 veces su diámetro, que oscila entre menos de 0.3 m hasta más de 3 m. Los granos que se incorporan, por un lado, del cilindro se mueven a lo

largo de él por medio de la rotación que se produce, los gases que circulan por el secador pueden aumentar o reducir la velocidad de movimiento de los sólidos. Las partes del secador rotatorio se encuentra definidas por una carcasa del secador, rodillos para el soporte de la carcasa, engranajes, campanas de descarga de aire, conducto de alimentación, descarga de producto y calentador de aire (Lara, 2011).

#### 4.4.4 Secadores de tambor

El secador de tambor está compuesto por uno o más rodillos metálicos calentados, en cuya superficie exterior se evapora hasta llegar al nivel de sequedad con una capa delgada de líquido, los granos se retiran del secador a medida que está en giro los rodillos.

El calor es transmitido por conducción hacia el líquido que es concentrado en el espacio comprendido entre los rodillos, el agua desciende formando una capa viscosa que cubre la superficie de los tambores, prácticamente el fluido se vaporiza al girar los tambores dejando una capa de material seco que se retira por medio de cuchillas rascadoras que caen en los transportadores.

#### 4.4.5 Secadores de lecho fluidizado

El secador de lecho fluidizado utiliza gas para secar utilizando diversos métodos de secado, las partículas son fluidizadas con aire o gas en una unidad de lecho hirviente, la mezcla y transmisión de calor se encuentran de forma rápida, la alimentación húmeda se incorpora por la parte de arriba del lecho, y el producto seco se lo retira por la parte baja, cabe recalcar que algunos secadores de lecho poseen compartimientos fluidizados separados en los que pasan de forma secuencial los granos desde la entrada hasta la salida del mismo, este tipo de composición se lo conoce como secador de pistón, se considera que al ser de pistón el secador se seca de manera es uniforme.

Los medios que condicionan el secado pueden variar de un comportamiento a otro, en el último comportamiento de fluidizado se aplica gas frío con el propósito de enfriar los elementos que provienen del interior para enfriarlos para su posterior descarga (Lara, 2011).

#### 4.4.6 Secadores por aspersión

Según Lara (2011), el secado se aplica por medio de aspersión en pequeñas gotas dentro de una corriente de gas caliente en un secador por aspersión, el líquido que se va a secar se atomiza y se introduce en una cámara grande de secado, las gotas se separan en una corriente de aire de flujo caliente, las partículas de líquido se evaporan rápidamente y se secan antes de llegar a las paredes de la estructura del secador. El polvo seco que se adquiere cae al fondo cónico de la cámara y posteriormente es sacado por medio de una corriente de aire que lleva hacia un colector de polvos.

La parte primordial del gas caliente se lleva al colector de polvos antes de ser desgrasado, el secado por este proceso ofrece la ventaja de lograr un secado rápido para los granos que son sensibles al calor dependiendo de la especie de cacao, el tamaño y densidad de la partícula que son controlables dentro de los límites y costos con relativamente bajos de operación.

## 4.4.7 Secador de bandejas

El secador de bandejas o también conocido como de anaqueles, está compuesto por una bandeja de metal de 10 a 100 mm de profundidad que se cargan y descargan en un gabinete. El ventilador hace recircular el aire calentando con vapor de manera paralela con la superficie de las bandejas, también se usa calor eléctrico cuando el calentamiento requiere ser bajo, el promedio del aire que atraviesa por las bandejas es del 10 al 20 % que se considera como nuevo, y el resto es aire recirculado que ya se encuentra dentro de la cámara, al terminar una fase de secado se cambia con otras bandejas con más material a secar.

Las bandejas se ubican en carretillas introduciéndolas en el secador, lo que se explica como un ahorro de tiempo, puesto que las carretillas pueden cargarse y descargarse fuera del secador (Lara, 2011).

## 4.5 Capítulo V: Componentes electrónicos para la adquisición de datos

## 4.5.1 Arduino uno

Es una herramienta que controla un mundo físico emulando desde una entrada USB a través de un ordenador, en la que se encuentra una plataforma de desarrollo de código abierto, su entorno de programación es llamado Arduino IDE (López & Parra, 2016).

El Arduino uno cuenta con 14 entradas y salidas digitales, 6 de ellas se pueden emplear como salidas PWM (modulación de anchura de pulsos). También presenta 6 entradas analógicas junto con un oscilador de 16 MHz, la forma de conexión es por una entrada USB y un conector de alimentación con un pulsador para el reset (Cortez Vega & Sailema Infante, 2021).

En la presente investigación se utilizó el Arduino uno mostrado en la **Figura 3**, su función principal fue para la adquisición de datos referentes a la temperatura y el tiempo transcurrido en el secado del cacao. La programación en el Arduino fue dirigida a sensores de temperatura DS18B20.



Figura 3: Arduino uno.

**Fuente:** (Peña, 2017)

## 4.5.2 Medidor de humedad AMTAST 155

El medidor de humedad AMSTAST permite medir 15 tipos de granos, esta herramienta es utilizada en molinos, graneros o industrias que desarrollen proceso de cultivo y secado de productos agrícolas, el medidor de humedad ayuda a prevenir por medio de observación porcentual el deterioro del grano por la consistencia de su alto contenido de humedad antes de ser guardado y almacenado.

El proceso de medición requiere de una pequeña muestra para obtener mediciones de humedad, el valor de la humedad se presenta en la pantalla en forma porcentual. Su controlador de maniobra está dado por 4 botones que sirve para la selección del tipo de grano y rotación de elementos dentro del algoritmo de menú que presenta el sensor. El dispositivo posee una alimentación de una batería de 9 V (Atiaga, 2022), las características se encuentran representados de la siguiente forma:

- Se requiere de un volumen considerable de muestra del grano a medir.
- Se puede seleccionar cualquiera de sus 15 tipos de cereales.
- No es de difícil uso.
- Comprende una pantalla LCD.

#### 4.5.3 Sensor DS18B20

El sensor DS18B20 se muestra en la **Figura 4**, se caracteriza por ser de alta precisión, de tal forma se usa en aplicaciones de estudio y monitoreo de temperatura, los rangos de medición de temperatura están dados de -55 °C a +125 °C teniendo una precisión de ±0.5 °C en el campo operativo. Su conexión se realiza a un microcontrolador que utiliza un pin digital, lo que facilita su integración en proyectos electrónicos (Bényili & Infantes, 2023).

Para la obtención de los datos experimentales de temperatura se hizo uso de tres sensores DS18B20, la funcionalidad de los cables se describe a continuación:

- Cable rojo (V<sub>DD</sub>): es la tensión de alimentación que puede ser de 3 V a 5.5 V.
- Cable negro (GND): es la toma a tierra.
- Cable amarillo (DQ): es el pin de transmisión de datos.



Figura 4: Sensor de temperatura DS18B20.

Fuente: (Valle, 2020)

## 4.6 Capítulo IV: Resultados del secador de café

El secado de café mostrado en la **Figura 5** fue realizado por Baez (2024), se desarrolló por aire caliente forzado presentando mejoras en comparación al secado solar, al usar el secado por inducción el tiempo de secado fue de 17 horas con una eficiencia de secado del 60.6 %.

Con las potencias máximas de la cocina de inducción y el ventilador, se obtuvo que por cada actividad de secado se gasta 2.86 \$ para la obtención de 12.5 kg de café equivalente a 27.5 lb de café seco.

Las pruebas de secado se realizaron cada 4 horas con un intervalo de descanso de 2 horas para proseguir con las siguientes 4 horas completando un tramo de 4 ciclos, la temperatura que se configuró en el secador fue de 30 a 35 grados Celsius. La humedad final que alcanzó en el grano fue del 11 %, con mediciones de humedad cada 10 minutos con movimiento del café cada 20 minutos.



Figura 5: Secado de café.

**Fuente:** (Baez, 2024)

## 4.7 Capítulo IV: Modelado matemático

El modelado matemático consta de ecuaciones diferenciales que predicen el comportamiento dinámico del proceso de secado, juntamente se utilizan correlaciones propuestas en las mismas que desplieguen resultados de valores del paso temporal y coeficientes volumétricos de transmisión de calor. Por medio de software se ingresan el sistema de ecuaciones con las condiciones de frontera como el tiempo y valores principales para desarrollar el modelado, el paso siguiente se basa en simular y analizar por medio de pruebas el comportamiento del mismo (Rosero, Saavedra, & Ipanaqué, 2012).

La optimización y predicción de los tiempos de secado en los secadores de granos se realiza mediante modelado matemático, las ecuaciones tienen la función de describir la cinética de secado. Los modelos se encuentran de forma agrupada y distribuida que se basan en balances de masa y calor, obteniendo así modelos de capa fina y modelos de lecho profundo.

#### 4.7.1 Modelos teóricos

Según Dasore (2019), explica todos los tipos de modelos matemáticos, describiendo al modelo teórico como uno que se puede aplicar al proceso de secado en cualquier circunstancia que se encuentre, los errores que se presentan son causados porque se fundamentan en muchos supuestos como el material homogéneo, resistencia externa infinitesimal, gradientes de

temperatura y contracción insignificantes. Los modelos teóricos se derivan a partir de la ley de difusión II de Fick que toma en cuenta la influencia de la resistencia interna a transferencia de humedad, un claro ejemplo es el modelo de Verma representado en la **Ecuación** (1) que hace uso de todo lo antes especificado.

$$MR = a e^{-k\tau} + (1 - a)e^{-g\tau}$$
 (1)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

a = Coeficiente empírico.

k y g = Constantes de velocidad.

 $\tau$  = Tiempo.

#### 4.7.2 Modelos semiteóricos

Los modelos semiteóricos consideran solo la resistencia externa al transporte de humedad en la interfaz de la materia prima y el aire. Su obtención se fundamenta a partir de la ley de difusión II de Fick modificada o de la ley de enfriamiento de Newton, este tipo de modelos son simples y necesitan menos suposiciones, una ecuación que es considerada semiteórica es el modelo matemático de Midilli indicado en la **Ecuación (2).** 

$$MR = ae^{-k\tau^n} + b\tau$$
 (2)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

k = Constante de velocidad de secado.

a, n y b = Constantes de secado.

 $\tau$  = Tiempo.

#### 4.7.3 Modelos empíricos

Los modelos empíricos se caracterizan por tener en cuenta únicamente la resistencia externa a la transferencia de humedad, no cuentan con ninguna interpretación o definición física y dependen principalmente de las condiciones experimentales a las que se someten para tener su ecuación final, su ajuste se presenta más relacionada con datos específicos, porque se encuentra limitada para aplicaciones fuera del contexto experimental, un claro ejemplo de modelo empírico es el de Henderson y Pabis representado en la **Ecuación (3).** 

$$MR = ae^{-k\tau}$$
 (3)

Donde.

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

A y k = Constantes de secado.

 $\tau$  = Tiempo.

## 4.7.4 Modelado matemático en el Curve Fitting Toolbox de Matlab®

El aplicativo Curve Fitting Toolbox es una herramienta que permite ajustar curvas y superficies al tener previamente datos experimentales, se usa en modelado matemático y análisis de datos, el proceso a seguir se describe a continuación:

Se inicia por tener los datos experimentales en tablas de Excel de forma vertical para mejor manejo, seguidamente se los carga en el programa de Matlab® en el apartado de Import Data indicado en la **Figura 6** (parte izquierda). Al entrar en este apartado se configura la tabla de datos en Column vectors como se muestra en la **Figura 6** (parte derecha), se realiza esta configuración para seleccionar la columna de datos necesarios que van en el eje X y Y en los posteriores pasos.

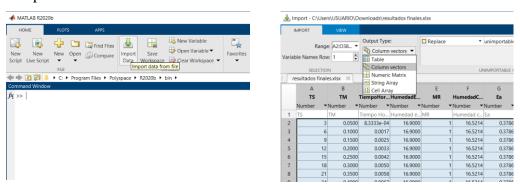
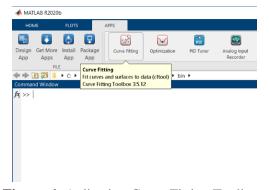


Figura 7: Importación de datos experimentales al Matlab®.

Al completar la subida de los datos de forma vectorial al programa, se cierra la ventana de Import Data y se abre el aplicativo Curve Fitting que se encuentra en el apartado de APPS indicado en la **Figura 7.** 



**Figura 6:** Aplicativo Curve Fitting Toolbox.

Posteriormente, se abrirá una ventana como la **Figura 8**, en la que se introducen las ecuaciones y los datos en forma vectorial para la obtención de los resultados necesarios para el modelado matemático, como son los coeficientes de secado y los valores de RMSE y R<sup>2</sup>.

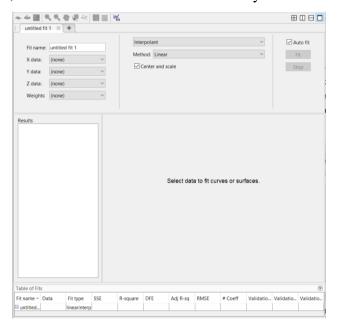


Figura 8: Ventana para modelación matemática.

Para definir la ecuación se selecciona en el menú la opción Custom Equation donde se coloca el modelo matemático, se define que en el eje Y describe la relación de humedad (MR) y en el eje X se coloca el tiempo, ingresando la formulación correcta junto con sus ejes automáticamente se obtiene la gráfica con el ajuste de curva, los resultados de los coeficientes de secado y los valores de RMSE y R<sup>2</sup> mostrado como ejemplo en la **Figura 9** que indica cada uno de los resultados y variables ingresadas en el programa, el proceso se repite en todos los modelos obteniendo de esta forma los resultados necesarios para su análisis y obtención del mejor modelo matemático, en la descripción de la gráfica los valores del tiempo en horas se lo definió como TH en el eje X y la razón de humedad como MR en el eje Y.

Los resultados de cada modelo se los ubica en tablas de Excel para ir tomando registro de cada ecuación y tener un análisis final para seleccionar un modelo matemático final que presente mejores resultados, las gráficas se las puede importar como imagen con un formato de vectores.

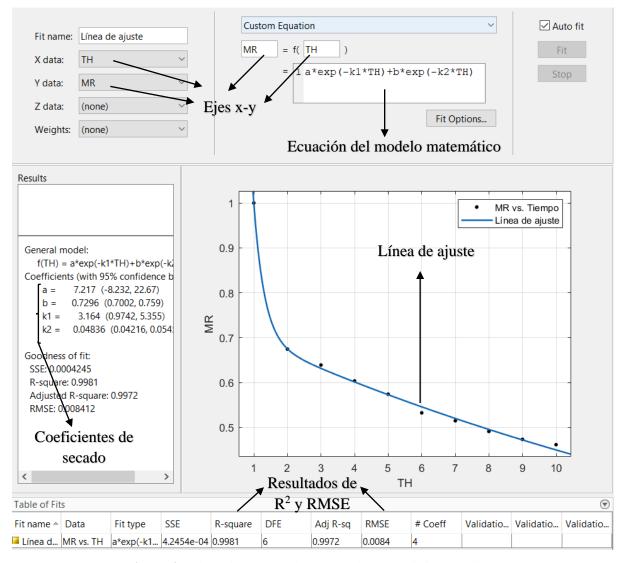


Figura 9: Obtención de resultados en el Curve Fitting Toolbox.

# 5. Metodología

# 5.1 Área de trabajo

El trabajo comprende la modelación matemática del proceso de secado de cacao en la provincia de Loja cantón Loja, parroquia El Valle, en las calles Salvador Bustamante Celi y Puná, las características de la vivienda son de tres pisos color blanco, como se observa en la **Figura 10** las coordenadas geográficas son 2Q9X+267.

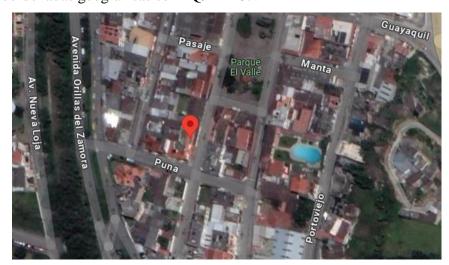


Figura 10: Ubicación del sitio de estudio.

Fuente: Google maps.

# **5.2** Equipos y materiales

# 5.2.1 Equipos

- > Secador de granos accionado por un módulo de inducción.
- > Computador.
- > Fermentador de granos.
- ➤ Medidor de humedad AMTAST 155.
- Calculadora.
- > Smartphone.

#### 5.2.2 Materiales

- Cacao.
- > Cuaderno de apuntes.
- Arduino uno.
- ➤ Sensores DS18B20.
- > Cables.

# 5.2.3 Softwares.

> Arduino.

- Matlab®.
- Excel.
- > Word.
- > PLX-DAQ.
- Proteus Design Suite.

#### 5.3 Procedimiento

El tipo de investigación se consideró como descriptiva y correlacional. Describiendo las características y propiedades del secado de cacao con las variaciones en función del tiempo, temperatura y humedad. Con el desarrollo del secado se correlacionan modelos matemáticos predictivos del proceso, estableciendo como la experimentación del estudio.

Para la aplicación de los modelos matemáticos se realizó primeramente la parte experimental que es el secado del cacao con las debidas normativas previas, para el conocimiento de secado se leyó artículos y trabajos referentes al tema.

#### **5.3.1** Primer objetivo

Para cumplir el primer objetivo: "Definir las variables técnicas principales que influyen en el proceso de secado de cacao", se desarrolló las siguientes actividades:

Recopilación de información amplia sobre el secado de cacao, abarcó métodos y aplicaciones para secar el grano. Para ello, se emplean diversos recursos, incluyendo medios digitales, visitas, entrevistas, consultas bibliográficas y textos, todos ellos como apoyo fundamental para la recopilación general de datos.

**Sistematización de información**, consistió en plantear previamente qué factores serían los más relevantes al momento de desarrollar el secado y cuáles temas serían los principales a consultar, la sistematización de información hace referencia a la organización y análisis de datos de forma analítica.

Análisis de información, Por medio de la lectura comprensiva se obtuvo información que describe las variables que interfieren en el proceso de secado, siendo las más relevantes los días de fermentación, los rangos de temperatura a los que se debe secar, la humedad inicial del grano y la humedad final a la que debe quedar al completar la fase de secado.

El secador de inducción fue analizado en cómo era el funcionamiento del módulo de inducción y el tiempo máximo de operatividad y a que potencias se puede configurar para obtener una temperatura que sobrepase los 25 °C.

Selección de las variables principales que influyen en el proceso de secado del cacao, la selección de las variables parte desde la selección del tipo de cacao porque su tiempo

de fermentación es única ya que no se puede sobrepasar los días de esta actividad ni realizarlo en pocos días porque el producto no tendrá el aroma esperado. Cabe recalcar que se consideran factores como el tamaño de los granos de cacao, así como las condiciones ambientales, el proceso de selección permite un monitoreo y control más efectivo del proceso de secado, asegurando la calidad y la consistencia del producto.

## **5.3.2** Segundo objetivo

En el desarrollo del segundo objetivo: "Caracterizar experimentalmente el proceso de secado del cacao mediante la implementación de un sistema de adquisición de datos en el módulo de inducción", se presentan los siguientes puntos a trabajar:

Análisis de estructura de la máquina de inducción, se realizó una revisión de las partes y componentes de la máquina de forma directa como indirecta, para obtener información sobre el funcionamiento y composición del secador. Este estudio y análisis incluye la evaluación de componentes mecánicos, eléctricos y electrónicos junto con su debido funcionamiento. Además, se observaron los principios de operación de la máquina de inducción referentes a su forma de trabajo teniendo una compresión del rendimiento del secador.

Diseño e implementación del sistema de adquisición de datos, este proceso se procedió por medio de revisión y ajuste de códigos de programación en Arduino dividido en dos partes principales. La primera parte comprende la codificación para la identificación de los sensores de temperatura (ver Anexo 1), la segunda parte del código se centra en la obtención de datos de tiempo y temperatura en tiempo real (ver Anexo 2). El resultado es un código final optimizado para la programación y el ensamblaje de los elementos de automatización, este sistema permite un monitoreo continuo y preciso de las variables del secado, añadiendo una transmisión de datos a Excel para una mejor visualización y mejorar el tratamiento de datos posteriormente.

Las variables a adquirir por medio de la implementación del sistema de adquisición de datos son los resultados de humedad de forma porcentual (%), la temperatura (°C) y el tiempo de muestreo de datos cada 3 segundos. El sensor de medición utilizado posee una sensibilidad porcentual del 17 % referente al cacao, al verse superado por este valor se presentan daños en el instrumento, por lo que fue necesario realizar un pre secado hasta llegar a este porcentaje de humedad y no causar daños en el secador.

Preparación de la materia prima de los granos de cacao, se lo desarrolló mediante la aplicación de procedimientos previos al secado. Estos procedimientos incluyen la

fermentación del grano que comprende en la eliminación del mucílago y la muerte del embrión dentro del grano, el desarrollo se lo realizó en un total de 5 días de fermentación en una tina plástica mediante un ambiente cubierto libre de entrada de humedad para evitar la entrada de hongos, bacterias o insectos, la remoción del grano se realiza tres veces para la fermentación homogénea del grano culminando el proceso se seleccionó los granos que no presenten daños en su estructura. Durante la fermentación, es importante asegurar que los granos alcancen el nivel adecuado de fermentación y que el mucílago se desprenda correctamente. Además, se realizó una selección para eliminar los granos que se encontraron dañados y que presentaron imperfecciones en su composición, el resultado es una materia prima de calidad óptima para secar.

Secado del cacao, el proceso consiste en colocar previamente los granos fermentados en el secador, el tiempo fue tomado cada 3 segundos al igual que la temperatura, la humedad al usar un medidor de humedad se lo tomó cada 10 minutos registrando sus datos de forma manual, la remoción del cacao se lo hizo cada veinte minutos. El secado se lo realizó en el transcurso de diez días para obtener un grano seco sin contenido de humedad en su interior. Los datos recolectados se los depuró y organizó en tablas de Excel para su posterior introducción al Matlab® y así realizar análisis matemático mediante simulaciones.

# 5.3.3 Tercer objetivo

En el cumplimiento del tercero objetivo: "Procesar la información obtenida para evaluar los modelos matemáticos que se ajusten al comportamiento del secado del cacao." Se comprenden los siguientes métodos de aplicación:

Consulta bibliográfica de los modelos matemáticos que describan el proceso de secado del cacao, La actividad especificada se realizó mediante consultas en libros, catálogos y artículos de expertos académicos, a través de estas fuentes se identificaron y seleccionaron 30 modelos matemáticos, referentes al secado de granos. El resultado es la obtención de un banco de ecuaciones que puedan ser evaluados y adaptados en el secado de cacao, proporcionando una base para la posterior aplicación en simulaciones y análisis.

Análisis de los modelos matemáticos y su relación con el proceso de secado de cacao, con los datos experimentales obtenidos del secado de cacao realizado en la máquina de inducción, la aplicación de este paso se trabajó con la herramienta Curve Fitting Toolbox que es propicia para el desarrollo del modelado matemático y ajuste de curvas con los diferentes modelos matemáticos que se usaron. Los datos necesarios para este aplicativo son la relación de humedad (MR) que se obtiene por medio de la **Ecuación (4)**, la segunda variable a ingresar

es el tiempo de secado especificado en horas, los cuales son comparados y correlacionados con los modelos matemáticos.

$$MR = \frac{M}{Mo} \tag{4}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

M = Contenido de humedad final estimado.

Mo = Contenido de humedad inicial.

Al realizar un ejemplo con la ecuación de la relación de humedad se aplica un porcentaje de humedad a estimar del 10 %, al usar la ecuación, el contenido de humedad inicial es de 16.9 % porque es la humedad inicial de la experimentación de secado.

$$MR = \frac{10 \%}{16.9 \%}$$

$$MR = 0.5917$$

**Deducción del modelo matemático con mejor ajuste**, la selección del mejor modelo matemático se realizó por medio del coeficiente de determinación, R<sup>2</sup>. Descrito en la **Ecuación** (5), cuando el resultado de este coeficiente se aproxima a 1 se lo considera efectivo.

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} (MR_{pr,i} - MR_{ex,i})^{2}}{\sum_{i=1}^{N} (MR_{pr} - MR_{ex,i})^{2}}$$
(5)

Donde:

 $R^2$  = Coeficiente de determinación.

 $\sum_{i=1}^{N}$  = Suma desde i=1 hasta i=N, N es el número total de observaciones.

 $MR_{pr,i}$  = Valor de la razón de humedad predicho por el modelo.

 $MR_{ex,i}$  = Valor de la razón de humedad experimental.

 $MR_{pr}$  = Promedio de los valores experimentales de la razón de humedad.

La raíz del error cuadrático medio, RMSE, indicado en la **Ecuación** (6) es el segundo coeficiente principal para describir la confiabilidad y el ajuste de un modelo, para su selección de efectividad deben ser sus resultados lo más cercanos a 0.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (MR_{pr,i} - MR_{ex,i})^2}$$
 (6)

Donde:

RMSE = Raíz del error cuadrático medio.

 $\frac{1}{N}$  = Factor de escala que promedia los errores cuadráticos.

 $\sum_{i=1}^{N}$  = Suma de todos los errores cuadráticos para cada observación.

 $MR_{pr,i}$  = Valor predicho de la razón de humedad.

 $MR_{ex,i}$  = Valor experimental de la razón de humedad.

La aplicación de las ecuaciones de R<sup>2</sup> y RMSE lo realiza de forma interna el aplicativo Curve Fitting Toolbox por lo cual no es necesario realizar los cálculos manuales ya que los resultados los da el programa de forma automática facilitando el análisis de datos con una reducción de tiempo de análisis.

# 5.4 Procesamiento y análisis de datos

Para el procesamiento de datos se sigue los siguientes lineamientos:

- Selección de variables para registrar en el desarrollo del secado, se consideran aquellas que intervienen en el modelado matemático. Las variables que se consideraron son el porcentaje de humedad, medido cada 10 minutos, el tiempo y la temperatura medidos en intervalos de 3 segundos, empleando tres sensores DS18B20 para asegurar una precisión adecuada. La variable de la temperatura promedio de todo el secado se la usó para la introducción en la ecuación de la difusividad efectiva.
- La implementación de un sistema de adquisición de datos y su calibración, se utilizó un Arduino uno para conectar los tres sensores de temperatura, los datos se transforman en tiempo real mediante el aplicativo PLX-DAQ y se exportaron a Excel para facilitar el análisis y el tratamiento de datos.
- El procesamiento de datos y obtención de resultados se realizó mediante el Curve Fitting Toolbox de Matlab®, para el uso del aplicativo se siguió los lineamientos de la Figura 11 que muestra los pasos seguidos dentro de la interfaz. Los resultados de predicción de tiempo con el modelo matemático se desarrollaron en Excel al igual que la obtención del error relativo, la difusividad efectiva se obtuvo por este mismo medio aplicando una metodología para todo el tiempo de secado que se alcanzó y así calculando la difusividad promedio final cumpliendo las normativas establecidas. Adicional se realizó el estudio del consumo de energía eléctrica en el secador de inducción respecto al secado de cacao en el tiempo que demora este proceso con el peso aplicado de 9.07 kg de grano.

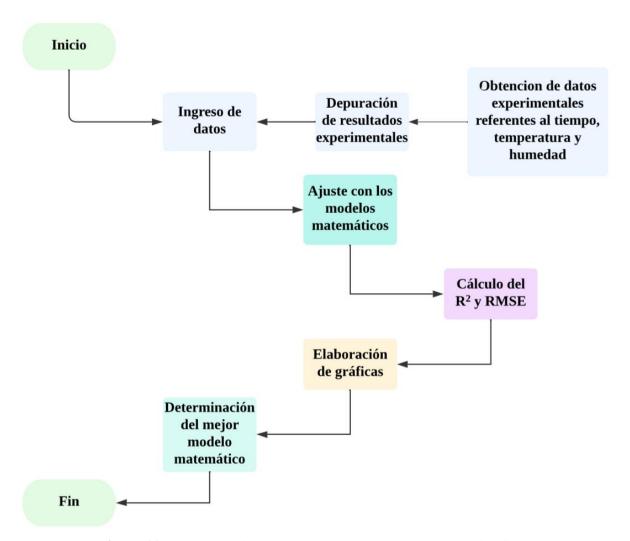


Figura 11: Pasos a seguir para la obtención del modelo matemático final.

#### 6. Resultados

# 6.1 Resultados Objetivo 1: Definir las variables técnicas principales que influyen en el proceso de secado de cacao.

#### 6.1.1 Selección del cacao.

Se consideró realizar la experimentación del secado de cacao CCN-51mostrado en la **Figura 12**, se seleccionó por su alta producción en el Ecuador, en el presente trabajó se utilizó un peso de 9.07 kg (20 lb) de grano inicialmente fermentado para la obtención de datos de humedad inicial y final en el transcurso del tiempo que conllevó secar el producto.



Figura 12: Cacao CCN-51.

#### 6.1.2 Fermentación del cacao.

La fermentación tiene como objetivo eliminar el mucílago que rodea al grano en su cubierta principal, este proceso cumple la función de provocar la muerte del embrión para una adecuada conservación en el almacenado del cual se producen diversas modificaciones bioquímicas en el interior del grano, su resultado final es el sabor y olor característico que lo distingue al cacao.

El cacao CCN-51 al ser un derivado del tipo trinitario, su tiempo de fermentación se desarrolla de 3 a 6 días según las condiciones climáticas del ambiente, el volteo del grano se lo desarrolla a las 24 horas, un segundo volteo a las 72 horas, al ser necesario una tercera remoción se lo hace a las 120 horas (MEFCCA, 2022).

La fermentación se desarrolló en una tina como se ilustra en la **Figura 13**, este proceso llevó un lapso de 5 días hasta que el grano elimine los embriones en el interior de las semillas y el mucílago necesario.



Figura 13: Fermentación en tina.

El grano al pasar por el proceso de fermentación en su interior se presentan cambios de tonalidades a ser más moradas como se representa en la **Figura 14**, el líquido que circunda por los sólidos se desprende, al pasar a la fase de secado se va eliminando y quedando el grano compacto.



Figura 14: Fermentación del grano.

#### 6.1.3 Secador accionado por un módulo de inducción.

El secador es un prototipo desarrollado por medio de un trabajo de titulación, como se representa en la **Figura 15**, su accionamiento y funcionamiento se lo realiza por medio de un módulo de inducción que cuenta con una configuración de potencia y tiempo de las horas de secado.

A partir del trabajo desarrollado por Baez (2024), se determinó que la potencia máxima que alcanza el secador es de 1500 W, la configuración de la potencia y tiempo es importante para la obtención de la temperatura máxima que desprende la máquina y de esta forma se adapte a las condiciones de operación y al tipo de grano que se secó obteniendo un secado uniforme.



Figura 15: Prototipo del secador de granos.

**Fuente:** (Baez, 2024)

# 6.1.4 Variables que influyen en el proceso de secado.

Luego de un análisis general en diferentes fuentes bibliográficas, las variables principales a tener en cuenta en este proyecto son las descritas en la **Tabla 1**.

Según Guzmán (2021), la humedad promedio estandarizada a la que se encuentra inicialmente el grano, varia en un rango del 50 % al 70 %. Sin embargo, distintos estudios indican que dependiendo del tipo de cacao y las condiciones a las cuales se fermente el producto se obtiene una humedad que esté alrededor del 17 %, para la experimentación se inició con un promedio de 16.9 %. El rango se lo determinó por los estándares que admite el medidor de humedad que no puede estar con mucha presencia de humedad.

La reducción de humedad en el grano de cacao se debe desarrollar en rangos de 7 % a 7.5 % que se considera propicio, el secado correcto permite la conservación y el almacenamiento en condiciones seguras. Si se sobrepasa este nivel el grano absorbe demasiada humedad y se producen hongos, al tener una humedad muy reducida el grano pierde calidad y se triza con facilidad (Aguilar, 2016).

Según Tinoco (2010), la cama de secado hace referencia a los granos dispersados en la tolva del secador para tener un secado uniforme, según normas el espesor de carga para cacao se encuentra de 2 a 6 cm de altura con una densidad del grano de 480 kg/m³, en la experimentación se aplica una cama de 3 cm que se encuentra dentro de la normativa establecida.

La temperatura en el secado de cacao es fundamental ya que se puede retirar un porcentaje de 30 a 50 % de cantidad teórica de agua, al usar secadores que desprenden temperaturas de 29 °C se retira unos 6 gramos de agua por cada kilogramo de aire seco y en temperaturas de 30 °C se retira unos 7 gramos de agua por cada kilogramo de aire seco (Plaza & Yange, 2012). Considerando estos aspectos para el proyecto el diseño de la temperatura estará en 29 °C ± 1.5 °C de tolerancia, esto debido a la calibración y sensibilidad de los equipos de control, medición y pérdidas de calor.

En pruebas experimentales, hechas por Baez (2024) usó un peso de 12.5 kg de café, debido a que en este proyecto se utilizará una cama de 3 cm de cacao, se procedió a pesar el nuevo producto dando como resultado 9.07 kg de cacao siendo el objetivo a secar, para una distribución del calor en el producto se procede a mezclar la masa cada 20 minutos.

Según Loor (2016), el tiempo de secado de cacao lleva alrededor de 6 a 10 días dependiendo de la calidad final que se requiera obtener; a más días de secado el grano se mantiene estable en su humedad; lo contrario, si se realiza en menos días el secado, la humedad del grano se eleva demasiado y se presentan daños en su estructura, se estima que el proceso se realizará en 10 días para obtener el menor incremento de humedad en el grano y de esta forma se estabilice sin presentar líquido excedente en su interior sin embargo es importante registrar los datos diarios para poder obtener la curva de secado y su posterior modelo matemático.

**Tabla 1:** Factores que intervinieron en la experimentación de secado del cacao.

Factor	Especificaciones	
Tipo de cacao	Cacao CCN-51	
Peso inicial de cacao	9.07 kg	
Altura de la cama	3 cm	
Fermentación	5 días	
Temperatura del secador	$29~^{\circ}\text{C} \pm 1.5~^{\circ}\text{C}$	
Potencia del secador	1500 W	
Humedad inicial del cacao	16.9 %	
Humedad final de secado	7.5 %	
Días de secado	10 días	

# 6.2 Resultados objetivo 2: Caracterizar experimentalmente el proceso de secado del cacao mediante la implementación de un sistema de adquisición de datos en el módulo de inducción

La adquisición de datos comienza con el diseño del diagrama definiendo cada componente con sus respectivas conexiones, para esto, se utilizó el programa Proteus 8 Profesional para crear una representación virtual del circuito. Como se ilustra en la **Figura 16**, este diagrama sirve de guía para construir el circuito real. El montaje incluye un Arduino uno conectado a tres sensores de temperatura DS18B20, con una resistencia de  $4.7 \, \mathrm{k}\Omega$  para asegurar una correcta comunicación en la transportación de datos. Se presentan tres sensores conectados para la mejor observación de temperatura en la estructura del secador que están programados para la obtención de datos.

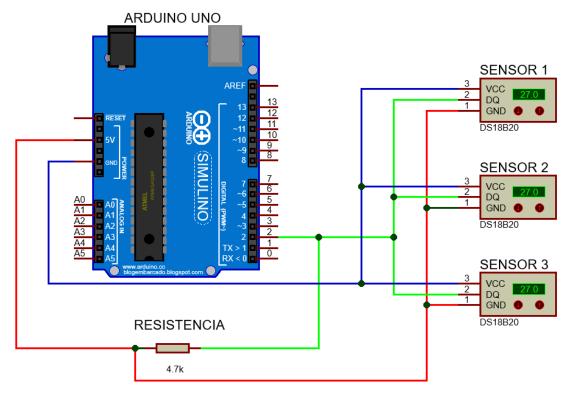


Figura 16: Diagrama para la adquisición de datos diseñado en Proteus.

Al usar tres sensores de temperatura en el secador, es crucial especificar la ubicación de cada uno para asegurar una medición precisa, el primer sensor se coloca a un costado del secador sobre la plancha de la tolva. El segundo sensor se ubica en el medio de la plancha de secador y el tercer sensor se coloca dentro de la tolva, las ubicaciones se las muestra en la **Figura 17**.

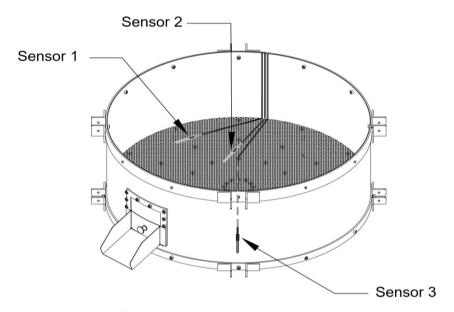


Figura 17: Ubicación de los sensores.

**Fuente:** (Baez, 2024)

Con las ubicaciones señaladas se colocó en el secador los sensores como se representa en la **Figura 18.** Los tres sensores se encuentran ubicados estratégicamente porque el flujo de aire es diferente, en la parte interior y central de la tolva se tiene la mayor temperatura, ya que es de donde se produce el calor expulsado por el ventilador y el banco de aletas, en la parte lateral se presenta una decadencia de temperatura.



Figura 18: Colocación de los sensores.

Se colocó el grano fermentado en el secador para desarrollar el proceso de secado, los sensores son los encargados de enviar los datos al ordenador portátil según los parámetros establecidos, como se aprecia en la **Figura 19**, el grano cubre toda la base y se encuentra a una altura de cama de 3 cm.



Figura 19: Secado del grano de cacao.

Para la medición de la humedad se utilizó un medidor AMTAST 155 en el cual se coloca una porción considerable de cacao en el instrumento y posteriormente se lo presiona teniendo el porcentaje de humedad como se visualiza en la **Figura 20**, se mide la humedad cada diez minutos porque es en este periodo de tiempo que se presentan cambios en la estructura física de los granos, estos datos caben recalcar que se los escribió de forma manual para posteriormente pasarlos a la tabla de datos final en Excel.



Figura 20: Medición de humedad.

El grano de cacao se secó durante un periodo de diez días hasta alcanzar un contenido de humedad del 7.5 %, lo cual es considerado óptimo. La humedad no se la reduce más porque el grano se vuelve quebradizo y pierde calidad. Al finalizar cada día de secado es importante almacenarlo en bolsas plásticas diseñadas específicamente para granos, como se referencia en la **Figura 21**, lo que ayuda a prevenir daños durante el guardado del cacao seco. La humedad

del grano de un día para otro tiende a aumentar ligeramente, por lo cual se siguió realizando el secado respectivo hasta tener el grano completamente seco libre de líquido en su estructura interna.



Figura 21: Almacenamiento del cacao.

Al completarse la fase de secado en todos los días establecidos se obtuvo un grano seco con un aroma característico y con sabor brevemente amargo, el cacao adquiere un color marrón uniforme como se identifica en la **Figura 22**.



Figura 22: Grano de cacao final secado.

Completando el secado se obtuvo tablas de resultados de la reducción de humedad respecto al tiempo y la variación de temperatura que se presentó en el secador, la **Tabla 2** muestra el primer día de secado indicando las variables de tiempo, temperatura y humedad. Los demás días de secado se obtuvieron de la misma forma, pero con una reducción de todas sus variables por que la humedad se eleva, pero al pasar los días el rango es más mínimo razón

por la que conlleva menos tiempo usar el secador. El valor de la relación de humedad (MR) se obtuvo aplicando la **Ecuación (4).** 

Tabla 2: Tabla de datos del día uno de secado.

Tiempo (Hr)	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Humedad	MR
	(° <b>C</b> )	(° <b>C</b> )	(° <b>C</b> )	%	
00:00.00	26.31	29.25	29.62	16.9	1
01:00.00	26.44	29.31	29.7	16.2	0.9586
02:00:00	27.62	29.43	29.75	14.7	0.8698
03:00:00	28.37	29.48	29.79	14	0.8284
04:00:00	28.56	29.52	29.91	13.4	0.7929
05:00:00	29.02	29.55	30	12.5	0.7396
06:00:00	29.4	30	30.25	11.6	0.6864
07:00:00	29.62	30	30.31	11.1	0.6568
08:00:00	29.62	30.06	30.32	10.6	0.6272
09:00:00	29.69	30.12	30.32	10.1	0.5976
10:00:00	29.75	30.12	30.37	9.8	0.5799
11:00:00	30	30.31	30.44	9.6	0.5680
12:00:00	30	30.32	30.5	9.4	0.5562
13:00:00	30	30.35	30.5	9	0.5325
14:00:00	30.06	30.39	30.55	8.5	0.5030
15:00:00	30.12	30.41	30.57	8	0.4734
15:50:00	30.15	30.52	30.65	7.5	0.4438

En la **Figura 23** se representa la gráfica resultante que evidencia la disminución progresiva de la humedad al pasar el tiempo, a medida que los granos de cacao se secan, la temperatura en el secador incrementa ligeramente debido a la evaporación del líquido presente en los granos, la pérdida de humedad produce una reducción de peso en el cacao volviéndose más ligero. Inicialmente, se estableció un peso de 9.07 kg (20 lb), al finalizar el proceso de secado el peso total del cacao se redujo a 7.25 kg (16 lb). Las gráficas de los demás días de secado se presentan en el **Anexo 3**.

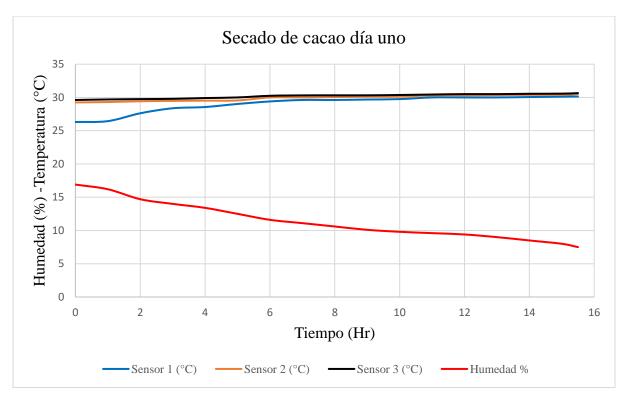


Figura 23: Gráfica de resultados día uno.

La depuración de datos implica la unión de todos los días de secado en una sola gráfica y tabla de datos indicando el tiempo en horas y el porcentaje de humedad. La **figura 24** tiene un patrón escalonado por la variación de humedad que se presenta de un día a otro, causada por el reposo del grano durante el cual el líquido interno se desplaza hacia el exterior. Esto requiere un nuevo ciclo de secado para reducir nuevamente la humedad.

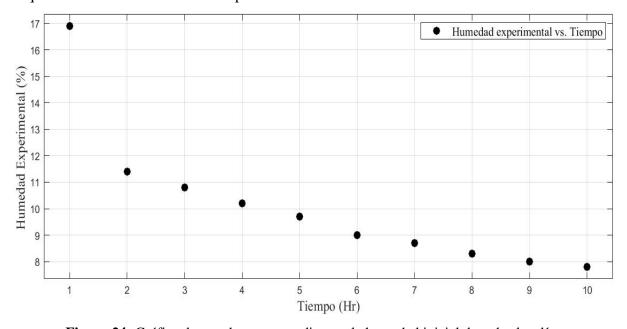


Figura 24: Gráfica de secado correspondiente a la humedad inicial de todos los días.

La obtención del MR se lo obtiene por medio de la **Ecuación** (1) la cual se usa para el modelado matemático, siendo un dato principal para la generación de resultados de coeficientes de las ecuaciones de los modelos matemáticos y ajuste de curvas.

La **Figura 25** muestra el comportamiento de la relación de humedad desprendida a partir de la humedad experimental, en el transcurso del tiempo se presentan los picos por los diversos días de secado, el propósito del modelo matemático es ajustarse a la gráfica y predecir el tiempo de secado con su respectiva humedad con un error relativo aceptable.

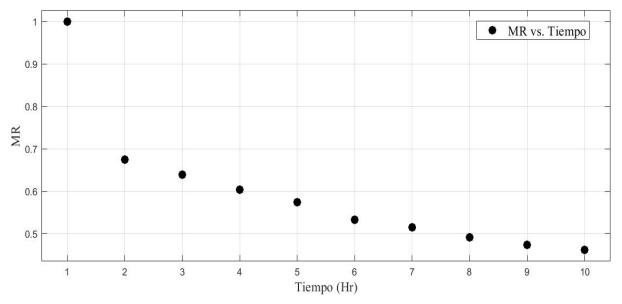


Figura 25: Relación de humedad MR vs tiempo.

# 6.3 Resultados objetivo 3: Procesar la información obtenida para evaluar los modelos matemáticos que se ajusten al comportamiento del secado del cacao

Tabla 3: Modelos matemáticos seleccionados.

Modelo matemático	Ecuación de secado	Referencia
Lewis (Newton) Model	$MR = e^{-k\tau}$	(Carguachi, 2023)
Page Model	$MR = e^{-k\tau^n}$	(Page, 1949)
Modified Page – I Model	$MR = e^{(-k\tau)^n}$	(Page, 1949)
Modified Page – II Model	$MR = e^{-(k\tau)^n}$	(Page, 1949)
Modified Page – III Model	$MR = e^{-k(\tau/l^2)^n}$	(Page, 1949)
Henderson and Pabis	$MR = ae^{-k\tau}$	(Carguachi, 2023)
Logarithmic Model	$MR = ae^{-k\tau} + c$	(Carguachi, 2023)
Midilli	$MR = ae^{-k\tau^n} + b \tau$	(Midilli, 2002)
Modified Midilli I	$MR = e^{-k\tau^n} + b \tau$	(Midilli, 2002)
Modified Midilli II	$MR = ae^{-k\tau^n} + b$	(Midilli, 2002)
Demir et al. Model	$MR = ae^{(-k\tau)^n} + b$	(Demir, 2004)
Two-term Model	$MR = a e^{-k_1 \tau} + b e^{-k_2 \tau}$	(Collazo, 2018)
Two-term exponential	$MR = a e^{-k\tau} + (1 - a)e^{-ka\tau}$	(Collazo, 2018)
Verma Model	$MR = a e^{-k\tau} + (1-a)e^{-g\tau}$	(Ambawat, 2022)
Three term exponential	$MR = a e^{-k\tau} + be^{-g\tau} + ce^{-h\tau}$	(Popescu, 2023)
Hii et al Model	$MR = ae^{-k\tau^n} + be^{-g\tau^n}$	(Hii, 2009)
Wang and Singh Model	$MR = 1 + b\tau + a\tau^2$	(Wangh, 1978)
Peleg Model	$MR = ((1-\tau)) / ((a+b\tau))$	(Peleg, 1988)
Aghbashlo Model	$MR = e^{(-k1\tau/(1+k_2\tau))}$	(Aghbashlo, 2009)
Wang and Singh I	$MR = a + b\tau + c\tau^2$	(Wangh, 1978)
Exponential	$MR = e^{(n+k\tau)}$	(Torregroza, 2013)
Root MR	$MR = (n + k\tau)^2$	(Ertekin, 2004)
Modified Page	$MR = e^{((-(k\tau))^n)}$	(Page, 1949)
Root of time	$MR = n + k\sqrt{\tau}$	(Ertekin, 2004)
Authors approximation	$MR = a\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + 1$	(Collazo, 2018)
Magee	$MR = a + k\tau^{1/2}$	(Magee, 1983)
Silva and Alii	$MR = e^{(-a\tau - b\sqrt{\tau)}}$	(Galvez, 2024)

Weibull 
$$MR = e^{\left(-\left(\frac{\tau}{a}\right)^{\beta}\right)}$$
 (Buzrul, 2022) 
$$\ln(-\ln MR) = a + b(\ln \tau) + a(\ln \tau)^{2}$$
 (Buzrul, 2022) 
$$\tau = a(\ln MR) + b(\ln MR)^{2}$$
 (Thompson, 1968)

Las ecuaciones descritas en la **Tabla 3** se obtuvieron de forma bibliográfica, basándose en autores que aplicaron metodología matemática dirigida al secado de productos agrícolas. Los modelos matemáticos especificados se utilizaron en el proceso de secado de cacao para la obtención de los resultados de los coeficientes de secado, coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>) y el error cuadrático medio (RMSE).

Los modelos matemáticos se caracterizan de las siguientes formas:

Modelos empíricos: La mayoría de sus modelos se fundamentan y trabajan por medio de datos de experimentación y aplican ajustes a los datos experimentales, su derivación no tiene principios físicos más van llevados de la forma práctica por medio de visualización del comportamiento de los granos al ser secados.

Modelos semiteóricos: Son modelos que combinan los dos principios teóricos y empíricos, se fundamentan a partir de leyes físicas y matemáticas de secado, adicionalmente incluyen resultados experimentales con el objetivo de mejorar su aplicación.

Modelos teóricos: Todos los modelos teóricos trabajan con leyes que fundamentan las ecuaciones, siendo desprendimientos de leyes físicas que hacen uso de la conservación de la masa y la energía, su ideología generalmente se deriva de la transferencia de calor y hacen uso de modelos como la ley de Fick que hace referencia a la difusión de humedad.

#### 6.3.1 Modelo matemático de Lewis (Newton)

El modelo de Newton se refiere a la pérdida de calor de un sólido que es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo y el medio ambiente que circula en los alrededores. El modelo se origina por la experimentación de Newton al calentar al rojo vivo un bloque de hierro, posteriormente lo ubicó en un lugar con presencia de temperaturas bajas y observó el proceso de enfriamiento con el transcurso del tiempo (Carguachi, 2023), en la **Ecuación** (7) se indica el modelo matemático de Newton.

$$MR = e^{-k\tau} \tag{7}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

k = Constante de secado.

#### $\tau = Tiempo$

El ajuste de la ecuación se representa en la **Figura 26**, La línea roja indica la curva de ajuste del modelo matemático. La línea negra representa los resultados de la relación de humedad (MR) que se obtuvo a partir de la **Ecuación (4)** respecto al tiempo total de secado en horas (Hr), el MR al ser la división de la humedad inicial sobre el contenido de humedad final estimado no presenta unidades.

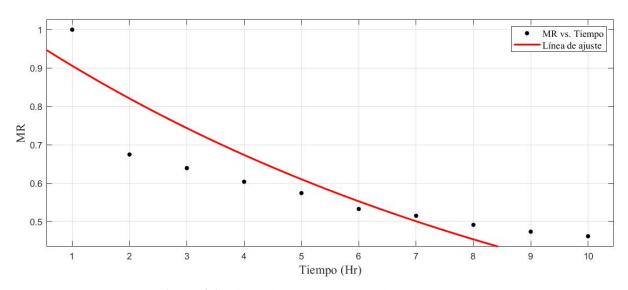


Figura 26: Ajuste de curva con el modelo de Newton.

#### 6.3.2 Modelo matemático de Page

Por investigaciones de Page (1949), determinó el efecto de la temperatura y humedad relativa del aire de secado y el contenido inicial de humedad de una capa delgada sin cáscara en un recipiente de secado indicando el proceso mediante un modelo que se representa en la **Ecuación (8)**.

$$MR = e^{-k\tau^n}$$
 (8)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

k y n = Constantes de secado.

 $\tau$  = Tiempo.

Aplicando la ecuación del modelo de Page el ajuste de la curva se la expone en la **Figura 27**, la temperatura en la mayoría de modelos matemáticos no se lo considera y no afecta en los resultados, sin embargo, es un factor relevante para el tiempo porque al presentar mayor temperatura el secado es más rápido a comparación de tener de una temperatura baja que demora más el proceso.

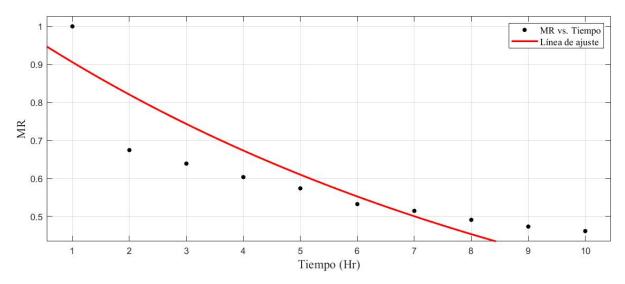


Figura 27: Ajuste de curva con el modelo de Page.

# 6.3.3 Modelo matemático Modified Page I

El modelo de Page I es una modificación de la **Ecuación 8** que presenta variaciones como se indica en la **Ecuación (9)**, a breves rasgos no se diferencian mucho, pero en simulación los resultados son variables por la breve variación en su composición matemática, su aplicación se ilustra en la **Figura 28**, el cambio que realiza Page a la ecuación varía en los resultados de la curva de ajuste comparada con los demás modelos que son modificaciones del mismo autor.

$$MR = e^{(-k\tau)^n} \tag{9}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

k y n = Constantes de secado.

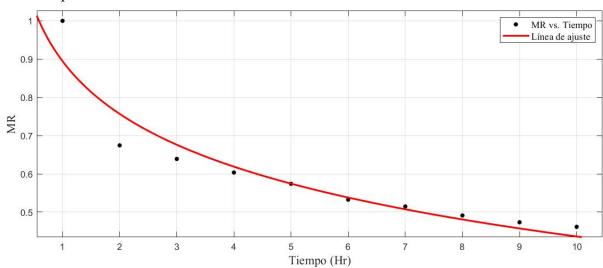


Figura 28: Ajuste de curva con el modelo Modified Page I.

#### 6.3.4 Modelo matemático de Modified Page II

La **Ecuación** (10) indica el modelo modificado de Page II, este también es una derivación del modelo original de Page que hace juego con el cambio de la colocación de los paréntesis en la ecuación que es aplicable para la descripción del proceso de secado de granos. La curva resultante utilizando el modelo matemático se encuentra en la **Figura 29.** 

$$MR = e^{-(k\tau)^n} \tag{10}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

k y n = Constantes de secado.

 $\tau$  = Tiempo.

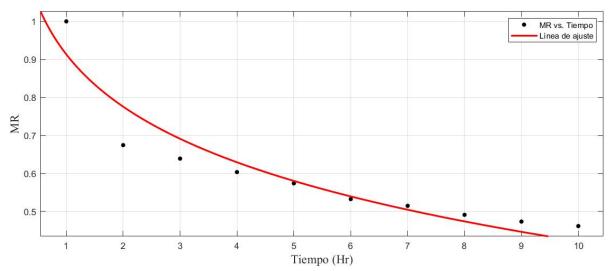


Figura 29: Ajuste de curva con el modelo Modified Page II.

## 6.3.5 Modelo matemático Modified Page III

La modificación del modelo matemático de Page III con respecto a las demás se encuentra definido en la implementación de una nueva constante l elevada al cuadrdado que divide al tiempo de secado como se define en la **Ecuación** (11), la gráfica resultante aplicando el modelo se muestra en la **Figura 30** 

$$MR = e^{-k(\tau/l_2)^n}$$
 (11)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

k,l y n = Constantes de secado.

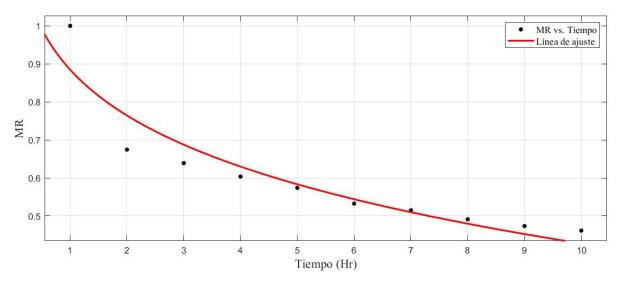


Figura 30: Ajuste de curva con el modelo Modified Page III.

#### 6.3.6 Modelo matemático de Henderson and Pabis

El modelo de Henderson-Hasselbach es una ecuación matemática que calcula el pH de un amortiguador o como una solución amortiguada, su fundamento se realiza por medio del pKa que es una medida de acidez encontrada mediante un logaritmo negativo de la constante Ka. El modelo fue estudiado con base al ácido carbónico como una solución amortiguadora o tampón la cual se indica en la **Ecuación** (3), su función es la de predecir el comportamiento del secado de productos agrícolas que pasan por procesos de secado (Carguachi, 2023).

Aplicando el Modelo Henderson y Pabis se obtiene la **Figura 31** con la respectiva línea de ajuste de la ecuación.

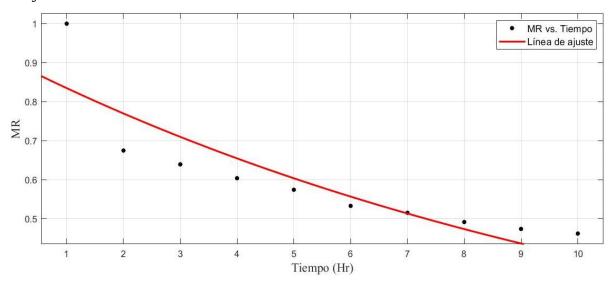


Figura 31: Ajuste de curva con el modelo de Henderson and Pabis.

#### **6.3.7** Modelo matemático Logarithmic

El modelo logarítmico es introducido por Karl Hasselbeach, que hace uso de los logaritmos para el complemento de ecuaciones de Henderson, el estudio se realizó por reacciones de sangre con el oxígeno y el efecto que tenía en el pH (medida de acidez de una solución acuosa), la solución amortiguadora puede reducir los cambios producidos por el pH que sufre una disolución al agregarle un volumen de ácido o bases fuertes (Carguachi, 2023). La **Ecuación** (12) describe el modelo logaritmo y la **Figura 32** representa su aplicación del modelo.

$$MR = ae^{-k\tau} + c \tag{12}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

a,k y c = Constantes de secado.

 $\tau = Tiempo.$ 

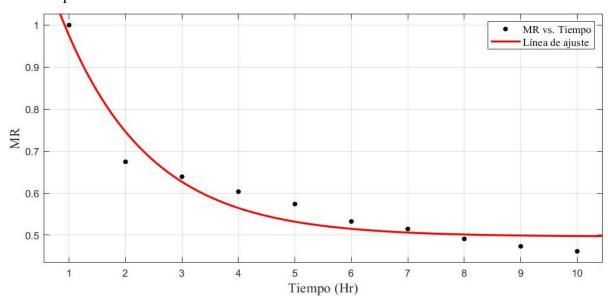


Figura 32: Ajuste de curva con el modelo Logarithmic.

#### 6.3.8 Modelo matemático de Midilli

La ecuación para secado de Midilli, es un modelo empírico de una relación directa que establece el contenido de humedad respecto al tiempo de secado, En la **Figura 33** se indica el modelo aplicado al proceso de secado de granos cacao. Su formulación es considerada constante como se representa en la **Ecuación (2)**. El modelo matemático de Midilli describe el proceso de secado de sólidos en una sola capa (Midilli, 2002).

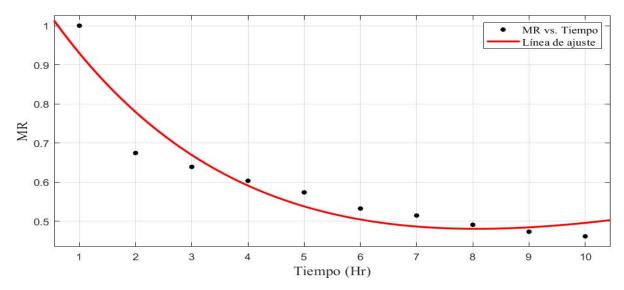


Figura 33: Ajuste de curva con el modelo de Midilli.

#### 6.3.9 Modelo matemático Modified Midilli I

El modelo de Midilli I es una variación del modelo original de Midilli con una breve diferencia, con una ausencia de la constante a como se representa en la **Ecuación** (13). La modificación en este modelo se produce con el propósito de mejorar la precisión en la fase final del proceso de secado, el ajuste de curva aplicando el modelo se ilustra en la **Figura 34.** 

$$MR = e^{-k\tau^n} + b\tau$$
 (13)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

k = Constante de velocidad de secado.

n y b = Constantes de secado.

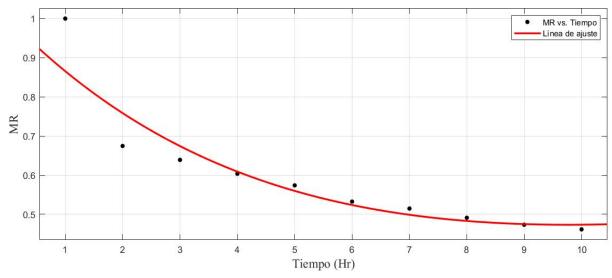


Figura 34: Ajuste de curva con el modelo de Midilli I.

#### 6.3.10 Modelo matemático Modified Midilli II

La **Ecuación** (14) resume el modelo de Midilli II, al ser una variante del modelo de Midilli original, presenta un cambio al quitar el tiempo de secado al final de la ecuación, dando un mejor ajuste al proceso secado, aplicando el modelo en la **Figura 35** se obtiene el ajuste de curva que presenta un mejor acople a los escalonamientos de secado comparado a los dos modelos anteriores del mismo autor.

$$MR = ae^{-k\tau^n} + b \tag{14}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

k = Constante de velocidad de secado.

n y b = Constantes de secado.

 $\tau$  = Tiempo.

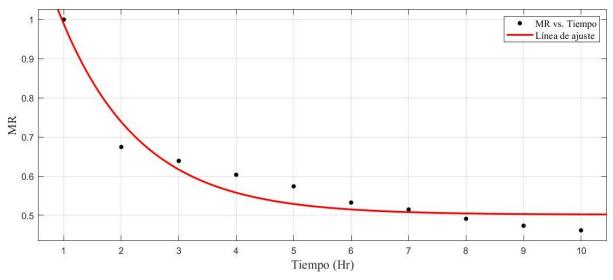


Figura 35: Ajuste de curva con el modelo de Midilli II.

#### 6.3.11 Modelo matemático de Demir et al

El modelo matemático propuesto y desarrollado por Demir et al. (2004), explica el desarrollo de un secado de hojas de laurel con el propósito de predecir el secado por medio de experimentaciones que dan como resultado la **Ecuación** (15), está compuesto por Número de Euleres de ajuste con descripciones de secado en la reducción de la humedad en el transcurso del tiempo de secado de los granos a utilizar. La **figura 36** muestra la aplicación del modelo matemático de Demir et al a un proceso de secado de cacao.

$$MR = ae^{(-k\tau)^n} + b \tag{15}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

a,k,n y b = Constantes de secado.

 $\tau$  = Tiempo.

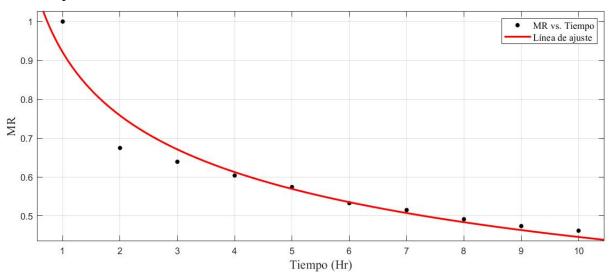


Figura 36: Ajuste de curva con el modelo de Demir et al.

#### 6.3.12 Modelo matemático Two-term

El modelo Two-term, se lo considera como una ecuación empírica que no se le atribuye a un autor en específico por las variantes desarrolladas en la ecuación, es aplicable al proceso de secado de productos alimenticios especialmente en granos sólidos, su composición matemática consta de dos términos como su nombre lo indica, su modelo se muestra en la **Ecuación** (16), sus dos términos están establecidos por una función lineal y su segundo término es considerado cuadrático, aplicando el modelo de Two-term se obtiene la **Figura 37** que describe la aplicación de la ecuación (Collazo, 2018).

$$MR = a e^{-k_1 \tau} + b e^{-k_2 \tau}$$
 (16)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

a y b = Coeficientes empíricos relativos de los dos términos.

k1 y k2 = Constantes de velocidad.

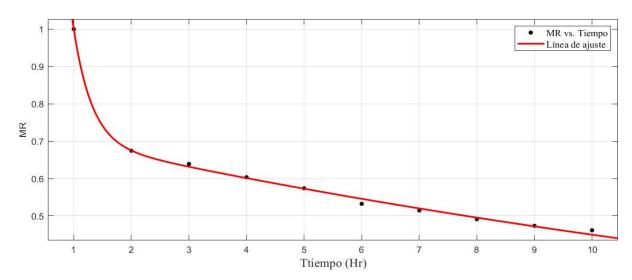


Figura 37: Ajuste de curva con el modelo Two-term.

# 6.3.13 Modelo matemático Two-term exponential

El modelo de Two-term exponential es una ecuación que consta de dos términos Número de Euler al igual que el original, es un modelo empírico indicado en la **Ecuación** (17), se aplica en proceso de secado de granos agrícolas, al ser un modelo empírico puede que en algunos casos no aplique para todos los granos que necesitan fase de secado. La aplicación del modelo matemático se ilustra en la **Figura 38.** 

$$MR = a e^{-k\tau} + (1 - a)e^{-ka\tau}$$
 (17)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

a y b = Coeficientes empíricos relativos de los dos términos.

k1 y k2 = Constantes de velocidad.

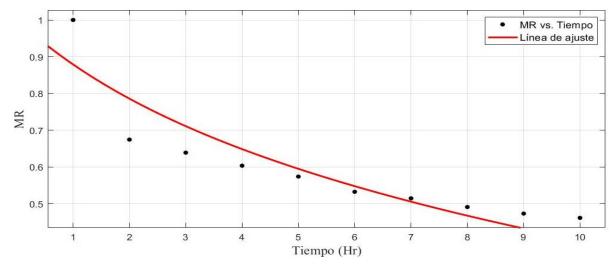


Figura 38: Ajuste de curva con el modelo Two-term exponential.

#### 6.3.14 Modelo matemático de Verma

La **Ecuación** (1) representa el modelo matemático de Verma, establece una relación entre el contenido de humedad y el tiempo de secado, se presenta como una variante del modelo Número de Euler modificado. La ley de Fick es una base para los modelos teóricos que son más aplicados y utilizados en la reducción de humedad. Este modelo depende de las condiciones experimentales respecto al comportamiento de secado del producto, en la **Figura** 39 se aplica el modelo, los datos de experimentación y el análisis dimensional se utilizan en la técnica empírica, por esta razón puede usarse con facilidad en simulaciones (Ambawat, Sharma, & Kuma, 2022).

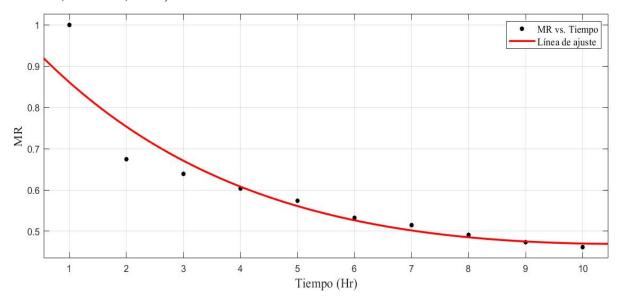


Figura 39: Ajuste de curva con el modelo de Verma.

## 6.3.15 Modelo matemático Three term exponential

El modelado representado en la **Ecuación** (18), está compuesta por tres términos que son constantes empíricas de secado siendo adimensionales, el aumento de un mayor número de constantes hace que la ecuación sea más compleja, la eficiencia del modelo no es necesariamente influenciado por la cantidad de constantes. La dificultad que se aplique en un modelo matemático de secado puede permitir una mejor correlación a los datos de experimentación, pero no garantiza una precisión de la ecuación en todos los procesos de secado de productos, su aplicación se refleja en la **Figura 40** (Popescu, 2023).

$$MR = a e^{-k\tau} + be^{-g\tau} + ce^{-h\tau}$$
(18)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

a, b y c = Coeficientes empíricos de cada término.

k,g y h = Constantes de velocidad.

 $\tau$  = Tiempo.

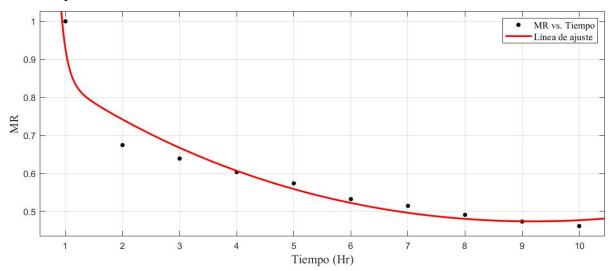


Figura 40: Ajuste de curva con el modelo three term exponential.

#### 6.3.16 Modelo matemático de Hii et al

El modelo de Hii et al representado en la **Ecuación** (19,) se fundamenta en estudios de Hii (2009), quien desarrolló un estudio de modelado semiteórico de capa fina para modelar el secado al aire de los granos de cacao con templado nocturno a temperatura ambiente. La ecuación combina el modelo de Page y el secado en dos periodos. Los resultados presentaban un mejor ajuste al utilizar esta ecuación según el autor, la simulación de este modelo se indica en la **Figura 41.** 

$$MR = ae^{-k\tau^{n}} + be^{-g\tau^{n}}$$
(19)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

a y b = Coeficientes empíricos de cada término.

k y g = Constantes de velocidad.

n = Exponente de ajuste de curva.

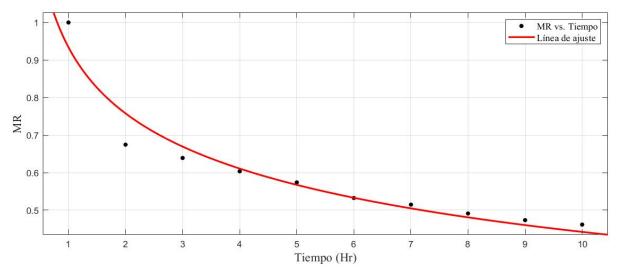


Figura 41: Ajuste de curva con el modelo de Hii et al.

# 6.3.17 Modelo matemático de Wang and Singh

La **Ecuación** (20) describe el modelo matemático de Wang and Singh, es conocido por ser un modelo empírico que se aplica en cambios de humedad durante el proceso de secado de granos agrícolas, la aplicación al secado de cacao se identifica en la **Figura 42**. La ecuación es de estructura simple, se utiliza en la mayoría de procesos de secado tanto en granos, frutas y vegetales, se usa generalmente en productos de capa delgada (Wangh, 1978).

$$MR = 1 + b\tau + a\tau^{2}$$
 (20)

Donde:

MR = Relación de humedad.

a y b = Constantes de secado.

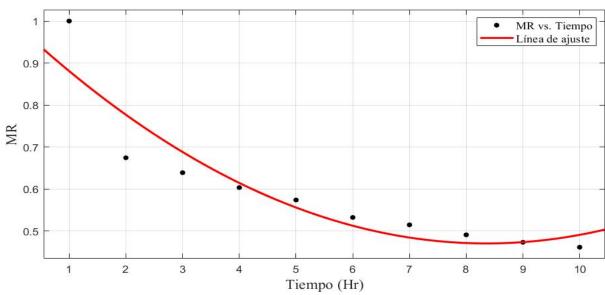


Figura 42: Ajuste de curva con el modelo de Wang and Singh.

#### 6.3.18 Modelo matemático de Peleg

El modelo matemático de Peleg (1988), indicado en la **Ecuación (21),** se utiliza en la deshidratación de granos y es aplicable al secado de productos agrícolas, se caracteriza por ser una de las ecuaciones que presenta una mayor facilidad y simplicidad al hacer uso de ella, es considerado un modelo empírico que explica el cambio de cinética de primer orden a una cinética de orden cero. La aplicación del modelo matemático de Peleg en el secado de cacao se ilustra en la **Figura 43.** 

$$MR = ((1 - \tau)) / ((a + b\tau))$$
 (21)

Donde:

MR = Relación de humedad.

a y b = Constantes de modelado empíricos.

 $\tau$  = Tiempo.

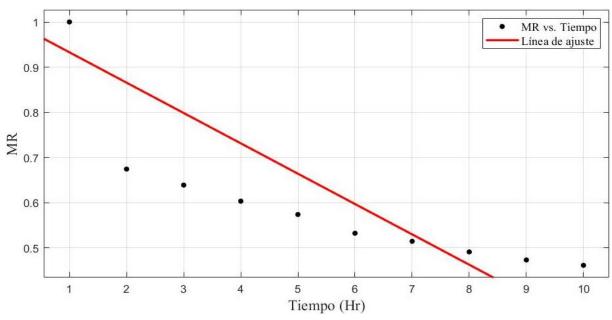


Figura 43: Ajuste de curva con el modelo de Peleg.

#### 6.3.19 Modelo matemático Aghbashlo

El modelo de Aghbashlo (2009), explica el proceso de reducción de la humedad residual respecto al tiempo de forma Número de Euler, La **Ecuación** (22) presenta un comportamiento no lineal al estar compuesta de dos partes la una se usa para procesos de secado pequeños que no llevan mucho tiempo realizarlos por lo que es un modelo con un simple Número de Euler, al usar todos sus términos se aplica en fases de secado largos, la aplicación de este modelo se indica en la **Figura 44**.

$$MR = e^{(-k1\tau/(1+k_2\tau))}$$
 (22)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

k1 y k2 = constantes de secado.

 $\tau$  = Tiempo.

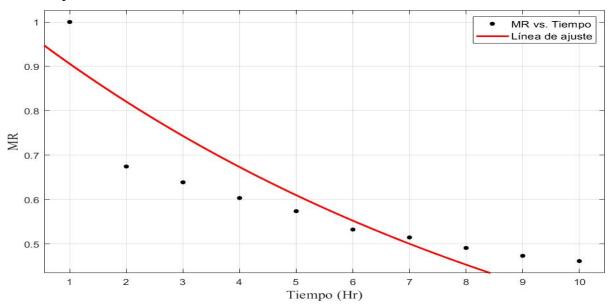


Figura 44: Ajuste de curva con el modelo de Aghbashlo.

#### 6.3.20 Modelo matemático de Wang and Singh I

El modelo empírico de Wang and Singh I es derivado de una relación entre el contenido de humedad y el tiempo de secado, su formulación representada en la **Ecuación** (23) se derivada de la segunda ley de difusión de Fick siendo la base de los modelos teóricos más utilizados. Por medio de investigaciones se encontró que estos modelos eran inadecuados por que presentan resultados inexactos y su aplicación en la práctica es compleja por lo que se desarrollaron modelos semiteóricos, su ajuste de curva se representa en la **Figura 45** (Ambawat, 2022).

$$MR = a + b\tau + c\tau^2 \tag{23}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

a,b y c = coeficientes del modelo.

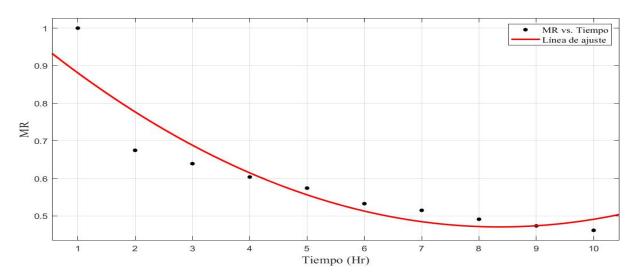


Figura 45: Ajuste de curva con el modelo de Wang and Singh I.

# 6.3.21 Modelo matemático Exponential

La explicación de la **Ecuación** (24) que contiene el modelo matemático Exponential, originalmente el autor aplicó la ecuación en un modelado de secado de yuca de tres variedades en un secador tipo túnel, el modelo indica como la relación de humedad decrece de forma Número de Euler con respecto al tiempo que lleva el proceso de secado, el uso del modelo se ilustra en la **Figura 46**. La reducción de la humedad sigue un lineamiento Número de Euler. (Torregroza, 2013).

$$MR = e^{(n+k\tau)} \tag{24}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

n y k = Constantes empíricas.

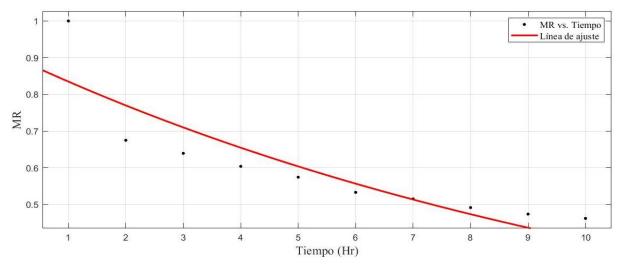


Figura 46: Ajuste de curva con el modelo Exponential.

#### 6.3.22 Modelo matemático Root MR

La experimentación por Ertekin y Yaldiz (2004) establece un modelo matemático Root MR indicado en la **Ecuación (25)**, interpreta un modelo con la relación de humedad que cambia cuadráticamente con el tiempo de secado e indica una baja escalonada de humedad en el sólido que se busca secar, el resultado de esta ecuación se ilustra en la **Figura 47**, la lógica del modelo se representa cuando el tiempo es mínimo el MR es considerablemente alto, al completar el tiempo máximo de secado la relación de humedad es mínima teniendo un relación inicial y final.

$$MR = (n + k\tau)^2 \tag{25}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

n y k = Constantes empíricas.

 $\tau$  = Tiempo.

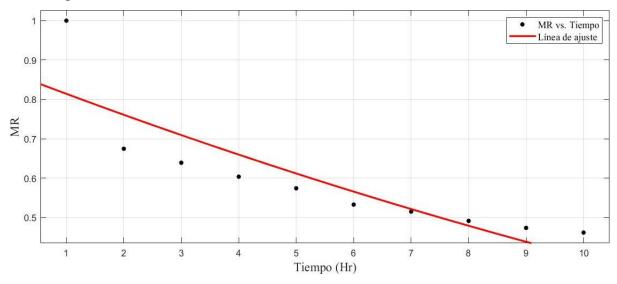


Figura 47: Ajuste de curva con el modelo Root MR.

#### 6.3.23 Modelo matemático de Page Modified

La **Ecuación** (26) a diferencia de los demás modelos modificados de Page I-II-III presenta una mayor relación de ajuste por que se adapta a diversas condiciones de secado usando una gran variedad de granos, su ajuste presenta una mejora debido a la composición modificada del exponente en comparación al modelo original de Page. La **Figura 48** hace uso de este modelo matemático.

$$MR = e^{((-(k\tau)^n)}$$
 (26)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

k y n = Constantes de secado.

 $\tau$  = Tiempo.

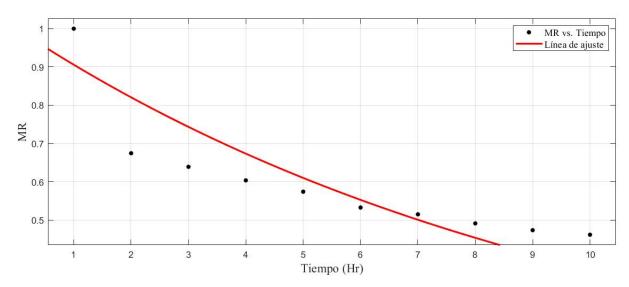


Figura 48: Ajuste de curva con el modelo de Page Modified.

## 6.3.24 Modelo matemático Root of time

El modelo indicado en la **Ecuación** (27), presenta una variación lineal con el uso de la raíz cuadrada del tiempo de secado, este modelo se comprende como una función lineal que no posee exponentes adicionales y que es de fácil aplicación como se ve en la **Figura 49** (Ertekin, 2004).

$$MR = n + k\sqrt{\tau}$$
 (27)

Donde:

MR = Relación de humedad.

n = Constante empírica.

k = Constante de secado.

 $\tau$  = Tiempo.

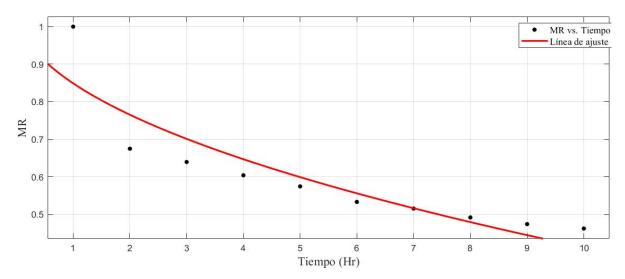


Figura 49: Ajuste de curva con el modelo Root of time.

# 6.3.25 Modelo matemático Authors approximation

El modelo presentado en la **Ecuación** (28), se considera como una ecuación de tercer grado siendo de regresión polinómica, por medio de análisis experimentales de Collazo (2018), aplica el modelo matemático en un secador solar térmico de productos agrícolas, la formulación cinética de secado que aplica a partir una relación semiempírica de capa fina. El modelo de Authors approximation se muestra en la **Figura 50**.

$$MR = a\tau^{3} + b\tau^{2} + c\tau + 1 \tag{28}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

a,b y c =Coeficientes del modelo.

 $\tau$  = Tiempo.

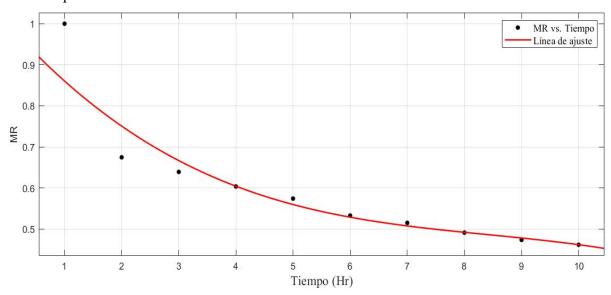


Figura 50: Ajuste de curva con el modelo Authors approximation.

## 6.3.26 Modelo matemático de Magee

El modelo de Magee (1983) consiste en estudios realizados por medio de tratamiento de manzanas con soluciones acuosas que produjeron una deshidratación del tejido sólido, la fase de secado se aceleró con la presión osmótica y la temperatura de la solución, los procesos de transferencia se describen mediante un modelo simplificado en la **Ecuación (29)**, el modelo permite expresar los coeficientes generales de transferencia de masa en términos variables de proceso, concentración de solución y temperatura que es apto para secado de sólidos, su aplicación de modelo se indica en la **Figura 41**.

$$MR = a + k\tau^{1/2} \tag{29}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

a y k = Coeficientes del modelo.

 $\tau$  = Tiempo.

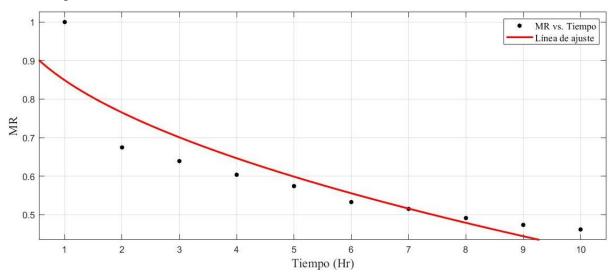


Figura 51: Ajuste de curva con el modelo de Magee.

### 6.3.27 Modelo matemático de Silva and Alii

El modelo matemático indicado en la **Ecuación** (30), muestra la fase de secado en forma de ecuación que hace uso de una función Número de Euler que argumenta su formulación con términos lineales respecto a la raíz cuadrada del tiempo, los resultados permiten un ajuste de disminución no lineal del porcentaje de secado a medida que el tiempo avanza representado en la **Figura 52** el uso del modelo (Galvez, 2024).

$$MR = e^{(-a\tau - b\sqrt{\tau)}}$$
 (30)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

a y b = Coeficientes del modelo.

 $\tau$  = Tiempo.

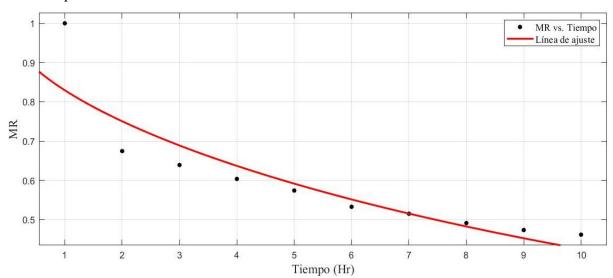


Figura 52: Ajuste de curva con el modelo de Silva and Alii.

# 6.3.28 Modelo matemático de Weibull

El modelo de la **Ecuación** (31) sugiere la aparición de una difusión Fickiana en las muestras de col lombarda, podría estar relacionado con los efectos del proceso de secado en la microestructura de la col lombarda. El ajuste es una función Número de Euler negativa que se asemeja al modelo de Modified Page I, aplicando el modelo de Weibull se ilustra en la **Figura** 53 (Buzrul, 2022).

$$MR = e^{\left(-\left(\frac{\tau}{\alpha}\right)^{\beta}\right)} \tag{31}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

 $\alpha$  = Parámetro de escala.

 $\beta$  = Parámetro empírico.

 $\tau = \text{Tiempo}.$ 

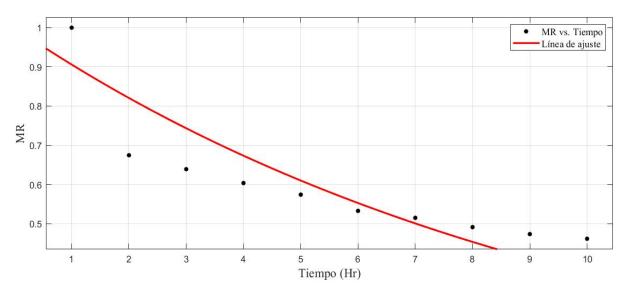


Figura 53: Ajuste de curva con el modelo de Weibull.

## 6.3.29 Modelo matemático de Diamond

El modelo matemático en la **Ecuación** (32), Diamond utiliza doble logaritmo de MR con una transformación logarítmica del tiempo, el objetivo de la transformación es utilizar la regresión polinómica es decir una regresión lineal. Se lo conoce como un modelo empírico que describe el proceso de secado por medio de logaritmos naturales y logaritmos negativos dobles que son efectivos en linealizar la curva de secado permitiendo un ajuste mucho más fácil y preciso de los datos obtenidos experimentalmente, el modelo aplicado se indica en la **Figura** 54 (Buzrul, 2022).

$$ln(-lnMR) = a + b(ln\tau) + a(ln\tau)^2$$
(32)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

ln(-lnMR) = transformación logarítmica doble negativa.

a,b y c = Parámetros del modelo.

 $\tau = Tiempo$ 

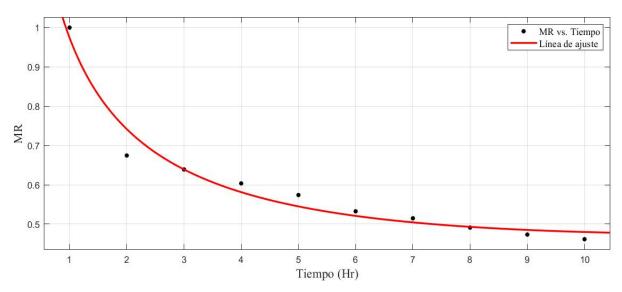


Figura 54: Ajuste de curva con el modelo Diamont.

## 6.3.30 Modelo matemático de Thompson

La humedad de los granos y el aire que circulan tienden a equilibrarse por la presión de vapor del agua contenida. Esta fase implica que el aire que recubre a los granos influya en su contenido de humedad. Basándose en este principio se utiliza la **Ecuación** (33) y se la aplica en la **Figura 55**, la ecuación simula el proceso de secado de los granos mediante un formato de ecuaciones que utiliza las leyes de transferencia de masa y energía (Thompson, 1968).

$$\tau = a(\ln MR) + b(\ln MR)^2 \tag{33}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

a y b = coeficientes específicos del modelo.

 $\tau$  = Tiempo.

Según Buzrul (2022), el modelo de Thompson requiere una transformación para que los datos sean variables dependientes de la relación de humedad (MR) y no del tiempo, su despeje se indica en la **Ecuación 34** en la que se realizó un cambio de la variable dependiente teniendo en cuenta que la modificación produce una varianza en los resultados de modo que se ajuste al secado de cacao.

$$MR = e^{\frac{-a \pm \sqrt{a^2 + 4b\tau}}{2b}} \tag{34}$$

Donde:

MR = Relación de humedad.

E = Número de Euler.

a y b = coeficientes específicos del modelo.

# $\tau$ = Tiempo.

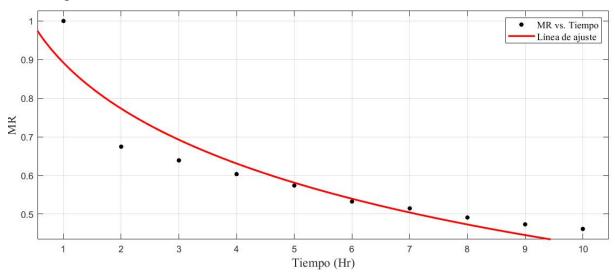


Figura 55: Ajuste de curva con el modelo de Thompsom.

Completando con la evaluación de todos los modelos matemáticos se obtuvo una tabla que contiene todos los resultados de todas las ecuaciones, La **Tabla 4** indica cada modelo con su respectivo valor de los coeficientes, los resultados relevantes a tomar en cuenta son los coeficientes de determinación y el error cuadrático medio de cada ecuación para la selección del modelo con mejores resultados de ajuste a la experimentación de secado de cacao. En la celda que se encuentra marcada en la tabla se seleccionó el mejor modelo matemático por los mejores resultados de R<sup>2</sup> Y RMSE.

Tabla 4: Resultados de todos los modelos aplicados al proceso de secado de los granos de cacao

Coeficientes	a	b	c	g	h	l	k	k1	k2	n	$\mathbb{R}^2$	RMSE
Modelo	Valores de los coeficientes											
Lewis (Newton) Model							0.09887				0.7299	0.0825
Page Model							0.2845			0.3475	0.7299	0.0875
Modified Page – I Model							150.6			0.00131	0.9092	0.0542
Modified Page – II Model							6845			0.08828	0.8944	0.0585
Modified Page – III Model						1.533	1.179			0.1597	0.8837	0.0663
Henderson and Pabis	0.9052						0.08113				0.7766	0.0795
Logarithmic Model	0.9168		0.4965					0.6501			0.9485	0.0408
Midilli	1.131	0.03927					0.4878			0.4908	0.9060	0.0596
Modified Midilli I		0.03094					1.009			0.1792	0.8802	0.0623
Modified Midilli II		0.5017					0.8913			0.8078	0.9473	0.0413
Demir et al. Model	17.75	-0.1596					2.944			0.08175	0.9344	0.0498
Two-term Model	7.217	0.7296						3.164	0.04836		0.9981	0.0084
Two-term exponential	0.1508						0.4995				0.8194	0.0715
Verma Model	0.2904			0.235			-0.0326				0.8805	0.0622
Three term exponential	0.07219	0.8672	836.5	0.146	9.076		-0.134				0.9487	0.0546
Hii et al Model	2.489	71.5		7.214			1.038			0.2216	0.9424	0.8963
Wang and Singh Model	0.007576	-0.1267									0.8672	0.0613
Peleg Model	3.22	0.2434									0.4706	0.1224
Aghbashlo Model								3238	-3238		0.7299	0.0875
Wang and Singh I	0.000757	-0.1267									0.8672	0.0613
Exponential							-0.0811			-0.09955	0.7766	0.0795
Root MR							-0.0300			0.9323	0.7444	0.0851
Modified Page							0.7299			0.3591	0.7299	0.0875
Root of time							-0.2025			1.051	0.8175	0.0719
Authors approximation	-0.00066	0.01688	-0.1558								0.8838	0.0613
Magee	1.051						-0.2025				0.8175	0.0719
Silva and Alii	0.0387	0.1483									0.8193	0.0715
Weibull	15.26	1.508									0.7299	0.0875
Diamond	0.9741	-0.3874	0.07503								0.9681	0.0321
Thompson	-0.2391	0.4953									0.8766	0.0591

## 6.3.31 Obtención del mejor modelo matemático

Los resultados de los modelos matemáticos enumerados en la **Tabla 4**, todos ellos se obtuvieron de la herramienta Curve Fitting Toolbox de Matlab®. La validación y selección del mejor modelo matemático que se ajuste al proceso de secado del cacao se consideran los resultados que presenten mayor valor en los coeficientes de determinación (R<sup>2</sup>) y un valor mínimo en el error cuadrático medio (RMSE).

El modelo con mejores resultados es el de Two-term de la **Ecuación** (**16**), con un R<sup>2</sup> = 0.9981 y un RMSE= 0.0084, gráficamente es el que mejor ajuste presenta en los diez días de secado como se visualiza la **Figura 37**, los coeficientes de secado obtenidos se reemplazan en el modelo matemático y queda representado en la **Ecuación** (**35**).

$$MR = (7.217)e^{-(3.164)\tau} + (0.7296)e^{-(0.04836)\tau}$$
(35)

Donde:

MR = Relación de humedad.

e = Número de Euler.

 $\tau$  = Tiempo.

Para la obtención de la humedad que predice el modelo matemático, se multiplica la humedad experimental inicial de 16.9 % por la ecuación de Two-term Model con los coeficientes reemplazados y el tiempo al que se requiera predecir la humedad para el cual se usa la **Ecuación (36)**.

$$HR_{mod} = HR_{inicial}((7.217)e^{-(3.164)\tau} + (0.7296)e^{-(0.04836)\tau})$$
 (36)

Donde:

 $HR_{mod}$  = Humedad obtenida del modelo matemático.

 $HR_{inicial}$  = Humedad inicial experimental.

e = Número de Euler.

 $\tau = Tiempo$ 

La validación del modelo seleccionado se basa en la obtención de la humedad que da el modelo matemático al tiempo respectivo que se señale, el cual se compara con la humedad experimental representada en la **Tabla 5**. En la **Figura 56** se representa la comparación entre la humedad experimental y la del modelo matemático.

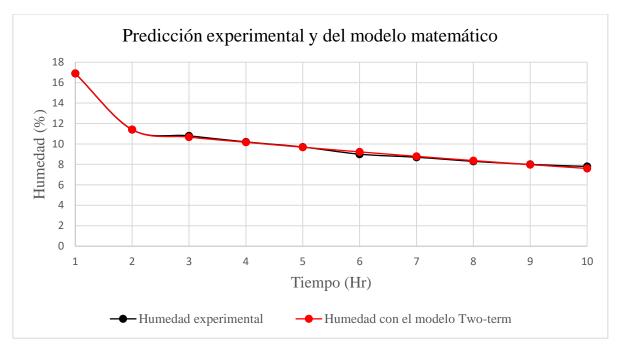


Figura 56: Comparación de humedad experimental y humedad del modelo matemático.

## 6.3.32 Error relativo del modelo matemático

El error absoluto se obtiene con los datos del modelo matemático y los datos experimentales para el cual se usa la **Ecuación** (37), el resultado de este error es el desvío o variación que existe entre las dos comparaciones de resultados de humedad.

$$Ea = |H_{mod} - H_{exp}| \tag{37}$$

Donde:

Ea = Error absoluto.

H<sub>mod</sub> = Humedad del modelo matemático.

 $H_{exp}$  = Humedad experimental.

El error relativo comprende el error absoluto y los datos experimentales indicados en la **Ecuación (38),** para el presente trabajo se propuso alcanzar un porcentaje de error menor al 1% para que el modelo sea considerado confiable, el error relativo se aplicó a todos los datos obtenidos experimentalmente para cada hora como se indica en la **Tabla 5**, sacando de todos resultados un solo valor promedio que definió el error relativo final.

$$Er = \left| \frac{Ea}{H_{exp}} \right| \cdot 100 \% \tag{38}$$

Donde:

Er = Error relativo.

Ea = Error absoluto.

 $H_{exp}$  = Humedad experimental.

**Tabla 5:** Error absoluto y relativo de los días de secado.

Error absoluto y relativo						
Tiempo (Hr)	Humedad experimental (%)	Humedad del modelo (%)	Ea	Er (%)		
1	16.9	16.9	0.00	0.00		
2	11.4	11.4	0.00	0.00		
3	10.8	10.7	0.10	0.93		
4	10.2	10.2	0.00	0.00		
5	9.7	9.7	0.00	0.00		
6	9.0	9.2	0.20	2.22		
7	8.7	8.8	0.10	1.15		
8	8.3	8.4	0.10	1.20		
9	8.0	8.0	0.00	0.00		
10	7.8	7.6	0.20	2.56		
			Promedio	0.81 %		

El error relativo final se lo obtiene por medio del promedio de todos los errores relativos de cada hora quedando un resultado final de 0.81 % de error, este valor para posteriores pruebas experimentales se le agrega al modelo matemático, demostrando de esta manera que existe un error adicional a tomar en cuenta, su resultado final se describe en la **Ecuación (39).** 

$$HR_{mod} = HR_{inicial} \left( (7.217) e^{-(3.164)\tau} + (0.7296) e^{-(0.04836)\tau} \right) \pm 0.81 \%$$
 (39)  
Donde:

 $HR_{mod}$  = Humedad obtenida del modelo matemático.

 $HR_{inicial}$  = Humedad inicial experimental.

e = Número de Euler.

 $\tau$  = Tiempo.

### 6.3.33 Difusividad efectiva

En el transcurso del proceso de secado, el cacao presenta inicialmente un porcentaje de humedad elevado y la difusividad efectiva indica que el proceso de transporte también es elevado. A lo que pasan los días de secado el valor de la difusividad disminuye según el contenido de humedad del cacao, para obtener un valor preciso se aplicó la **Ecuación (40)**.

Según Madamba et al (1996), sugiere que el rango para secar productos agrícolas sea de 10<sup>-9</sup> m<sup>2</sup>/s a 10<sup>-11</sup> m<sup>2</sup>/s. En el presente estudio se estableció el valor promedio de temperatura de 28.18 °C, dato medido por los sensores integrados en el secador de inducción. El valor que cambia en la ecuación es la relación de humedad para el cual se usó de todos los datos de secado sacando de esta forma un promedio de difusividad efectiva.

$$Deff = 4.1582 \times 10^{-8} e^{(0.1346 \times T) \times MR - \frac{1184}{T + 273.16}}$$
(40)

Donde:

Deff = Difusividad efectiva.

e = Número de Euler.

MR = Relación de humedad.

T = Temperatura del cacao.

**Tabla 6:** Resultados de la difusividad efectiva.

Humedad experimental	MR	Difusividad efectiva m²/s
16.9	1.0000	$3.629 \times 10^{-8}$
11.4	0.6746	$1.056 \times 10^{-8}$
10.8	0.6391	$9.230 \times 10^{-9}$
10.2	0.6036	$8.067 \times 10^{-9}$
9.7	0.5740	$7.211 \times 10^{-9}$
9.0	0.5325	$6.163 \times 10^{-9}$
8.7	0.5148	$5.761 \times 10^{-9}$
8.3	0.4911	$5.267 \times 10^{-9}$
8.0	0.4734	$4.924 \times 10^{-9}$
7.8	0.4615	$4.708 \times 10^{-9}$
	Promedio	9.818×10 <sup>-9</sup>

Se obtuvo un resultado promedio a partir de la **Tabla 6** que contiene todos los valores de la difusividad efectiva de cada día de secado, teniendo un valor de **9.818**×**10**-9 m²/s en el transcurso de los diez días de secado, este resultado cumple con el rango establecido, indicando que el proceso de secado se llevó de manera correcta conforme a las especificaciones previstas, en la **Figura 57**, se presenta los resultados de difusión de todos los datos respecto a las 10 días que conllevó el tiempo de secado representado en la línea negra y la línea roja corresponde al resultado promedio de difusión efectiva de todo el secado de cacao.

El resultado de la difusividad efectiva se ve afectada por la temperatura producida por el secador, lo que se representa con este valor es la facilidad con la que el líquido contenido en el grano se expande en el ambiente que lo rodea siendo dependiente de las características del grano en el que se encuentre y el medio ambiente circundante.

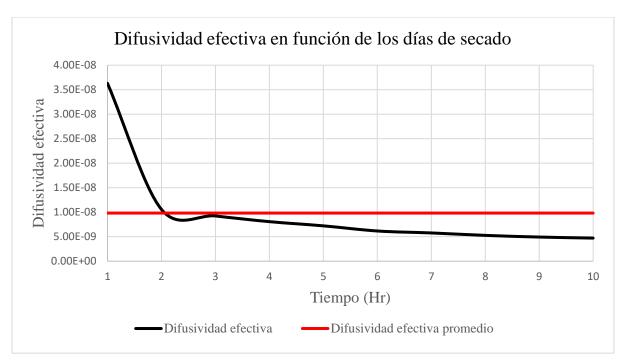


Figura 57: Difusividad efectiva en función de los días de secado.

### 6.3.34 Validación del modelo matemático

Para la validación del modelo matemático de Two-term, se realizó un segundo proceso de secado el cual demoró un total de 28 horas con 30 minutos, se aplicó la ecuación obtenida con los coeficientes de secado resultantes, para este paso se usó la **Ecuación (39)** teniendo como resultado un ajuste de curva adecuado mostrado en la **Figura 58**. El ajuste de curva con el modelo tiene la función de contener los puntos de los datos experimentales de la mejor manera para su correcta predicción de humedad en el tiempo deseado.

El modelo matemático quedó validado al ajustarse de manera correcta a otro secado de cacao con las mismas condiciones, tiempo de diez días, con una temperatura de secado con rangos de  $29~^{\circ}\text{C} \pm 1.5~^{\circ}\text{C}$  y la obtención de muestras de humedad cada 10~minutos.

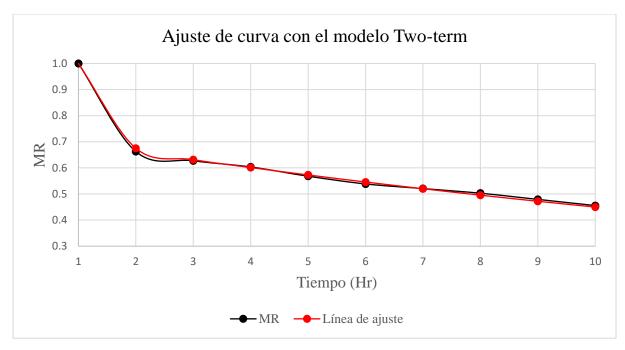


Figura 58: Ajuste de curva – segundo proceso de secado.

La predicción de humedad del modelo matemático respecto al resultado experimental se indica en la **Figura 59**, el error relativo obtenido en este proceso fue de 0.86 %, siendo un resultado aproximado al primero, quedando comprobado que el modelo es aplicable en diversos datos experimentales de secado cacao con las mismas normativas especificadas de tiempo y temperatura. La **Tabla 6** muestra los resultados del secado de cacao en esta validación correspondientes a la humedad obtenida experimentalmente, la humedad obtenida por el modelo matemático de Two-term, el error absoluto (Ea) y el error relativo (Er).

**Tabla 7:** Error absoluto y relativo de las horas de secado del segundo proceso.

Comparación de humedad y obtención de error						
Tiempo (Hr)	Humedad experimental (%)	Humedad del modelo (%)	Ea	Er (%)		
1	16.9	16.9	0.00	0.00		
2	11.2	11.4	0.20	1.79		
3	10.6	10.7	0.10	0.94		
4	10.2	10.2	0.00	0.00		
5	9.6	9.7	0.10	1.04		
6	9.1	9.2	0.10	1.10		
7	8.8	8.8	0.00	0.00		
8	8.5	8.4	0.10	1.18		
9	8.1	8.0	0.10	1.23		
10	7.7	7.6	0.10	1.30		
			Promedio	0.86%		

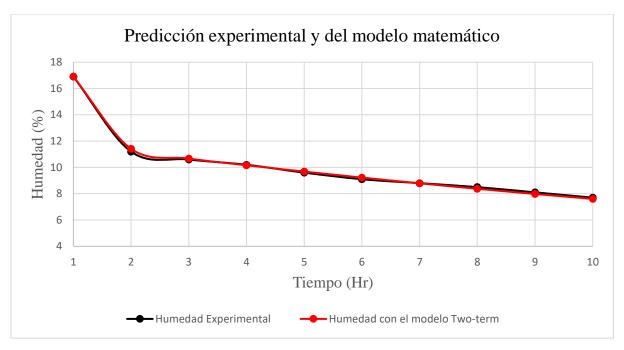


Figura 59: Predicción de humedad experimental y con el modelo matemático.

# 6.3.35 Indicador energético

El indicador energético respecto a la producción se refiere al consumo de energía necesaria para realizar el proceso de secado respecto al tiempo como se establece en la **Ecuación** (41), el tiempo corresponde a las 32 horas que el secador se encontró en funcionamiento durante la deshidratación del cacao.

$$E = \frac{Pot \times \tau}{1000} \tag{41}$$

Donde:

E = Energía.

Pot = Potencia.

 $\tau$  = Tiempo.

$$E = \frac{1500 \text{ W} \times 32 \text{ h}}{1000}$$
$$E = 48 \text{ kWh}$$

El consumo de energía utilizado en el secador de inducción es de 48 kWh, posteriormente se calculó el indicador energético el cual hace uso de la masa total utilizado en el proceso de secado, que es de 20 lb equivalente a 9.07 kg, este dato se aplica en la **Ecuación** (42) para medir la energía consumida, la ecuación expresa la variación de la potencia por unidad de masa a lo largo del tiempo.

$$IE = \frac{E}{m} \tag{42}$$

Donde:

IE = Indicador energético.

E = Energía.

m = masa.

$$IE = \frac{48 \text{ kWh}}{9.07 \text{ kg}}$$

$$IE = 5.29 \text{k Wh/kg}$$

Al realizar el secado de cacao con el uso del secador de inducción, se obtuvo un consumo total de 5.29 kWh por kilogramo de masa de cacao, el indicador permitió evaluar la cantidad de energía que se consumió en el prototipo. El secado de cacao haciendo uso del sistema de inducción presentó beneficios al obtener un producto final libre de impurezas de gases o residuos de combustibles, una característica adicional a presentar se da en que el consumo de energía es elevado siendo un factor a tener en cuenta al realizar futuras investigaciones con otro tipo de grano que no sea café ya que está diseñado para este producto.

El costo energético por unidad de masa se determinó mediante la **Ecuación** (43), para la realización de este cálculo se consideró el precio de 0.09 centavos de dólar por kWh de energía eléctrica que es el costo actual en el Ecuador.

$$C = \frac{E}{m} \times P \tag{43}$$

Donde:

C = Costo energético por unidad de masa.

E = Energía.

m = Masa.

P = Precio por kWh de energía eléctrica.

$$C = \frac{48 \text{ kWh}}{9.07 \text{ kg} - \text{cacao}} \times 0.09 \text{ USD/kWh}$$

$$C = 0.47 \frac{USD}{kg - cacao}$$

El costo de energía por unidad de masa en el secador de inducción es de 0.47 centavos de dólar. Este resultado permitió la evaluación correcta del gasto energético del secador de inducción, proporcionando un fundamento para la comparación de eficiencia energética con diferentes autores que hicieron uso de diferentes tipos secadores para el secado de granos.

#### 7. Discusión

El primer objetivo constó en definir las variables generales que se aplicó en el secado de cacao teniendo como las principales el uso del cacao CCN-51, aplicando una fase de fermentación de 5 días en una tina plástica, posteriormente se secaron los granos en el secador de inducción con una potencia de 1500 W, las temperaturas promedio que alcanzó el secador oscilaron los 27 a 40 °C, teniendo todos aspectos establecidos se consideró reducir la humedad a 7.5 %.

En otro trabajo de investigación, según Carguachi (2023) hace uso del cacao tipo CCN-54, con un total de 6 días de fermentación en sacos de yute, el secado lo realizó en un horno compuesto por tres resistencias eléctricas de 1000 kW cada una llegando a rangos de temperatura de entre 50 a 80 °C, permitiendo obtener un porcentaje de humedad del 7 %.

En el segundo objetivo se realizó la experimentación y la adquisición de datos la cual estuvo controlada por un Arduino uno conectada a tres sensores de temperatura DS18B20, la toma de datos se configuró para obtener mediciones cada 3 segundos de tiempo y temperatura y la medición de humedad se realizó cada 10 minutos usando un sensor de humedad AMSTAST 155. Los datos adquiridos en tiempo real se registraron en tablas de Excel a través del PLX-DAQ, mientras que los datos de humedad se los registraron de forma manual.

En el estudio de Cortez y Sailema (2021), el sistema se controló mediante un Arduino uno conectado a cinco termocuplas tipo K, los datos de tiempo y temperatura se programaron para obtenerse cada 7 segundos por el alto número de datos que utilizó. Para la medición de humedad se usó un sensor capacitivo conectado al sistema principal, registrando todos los datos en tiempo real mostrados en tablas de Excel.

El modelo matemático que se ajustó al proceso de secado de cacao con mejores resultados es la ecuación de Two-term con un coeficiente de determinación de 0.9981 y error cuadrático medio de 0.0084. En el modelado matemático de igual forma aplicado al proceso de secado de cacao realizado por Carguachi (2023) obtiene un coeficiente de determinación de 0.9913 con un error cuadrático medio de 0.0346, los mejores resultados los obtiene aplicando el modelo matemático de Newton con una temperatura de 50°C.

El consumo energético del secador de inducción usado para el proceso de secado de cacao se comparó con el secado de café realizado por el autor del prototipo y con otros trabajos desarrollados sobre secadores de cacao los cuales se los comparó la masa, el tiempo la energía consumida y el costo por unidad de masa, la comparación se realizó en la **Tabla 7**.

**Tabla 8:** Comparaciones de costo de energía

Masa	Masa Tiempo		Costo	Referencia	
(kg)	(Hr)	(kWh)	(USD/kg-cacao)		
9.07	32	48	0.47		
12.5	17	31.79	0.23	(Baez, 2024)	
10	30	4.5	0.04	(Erazo, 2019)	
42.2	3.17	5.32	0.01	(Chiluisa, 2022)	
45.54	4	11.92	0.02	(Gilses, 2013)	

El costo en el secador de inducción por unidad de masa para el secado de cacao corresponde a 0.47 USD, el mismo prototipo desarrollado por Baez (2024), al secar café tiene un costo de 0.23 USD, la variación de precios se debe a que el tiempo de secado es más largo en el secado de cacao que la del café por la diferencia en la composición física y química de los dos productos, el cacao al tener un contenido de grasa superior al del café dificulta la evaporación del agua contenida en su interior. La estructura del cacao al ser más compacta y con un tamaño más grande que la del café ralentiza la reducción de humedad lo que resulta en una difusividad efectiva baja para el cacao, al tratarse de la temperatura en el secador se presentó mayor temperatura con el uso de café por su tamaño que permite una menor disipación de aire, mientras que el cacao al ser un grano más grande presenta mayores espacios de dispersión de aire por lo que se presenta una menor temperatura.

El secado por inducción se obtuvo un grano limpio porque el aire emitido desde su interior no utiliza productos tóxicos, sin embargo, resulta en un costo energético elevado a comparación de otros secadores. Según estudios de Erazo (2019), Chiluisa (2022) y Gilses (2013), el uso de GLP en los secadores reduce el tiempo y los costos energéticos, pero el producto final se encuentra mezclado con gases tóxicos afectando su calidad y aroma haciendo que cause daños a la salud, el impacto ambiental de los secadores que usan GLP presenta un riesgo para la seguridad humana.

#### 8. Conclusiones

- Las variables que caracterizaron el secado del cacao CCN-51 incluyeron un tiempo de fermentación de 5 días, para el proceso de secado se utilizó un secador accionado por un módulo de inducción con una potencia de 1500 W, la temperatura promedio obtenida por los sensores fue de 28.18 °C. Se trabajó con una masa inicial de 9.07 kg de cacao distribuida en una cama de 3 cm de altura, utilizando un medidor Amtast, se midió la humedad inicial en el grano siendo de 16.9 %.
- El proceso de secado se completó en un total de 32 horas, distribuidas a lo largo de diez días. Durante los primeros días, el tiempo de secado fue considerablemente mayor, siendo el primer día el más prolongado con 15 horas con 50 minutos. Al finalizar el proceso de secado la humedad en el grano se redujo a un 7.5 %, obteniendo una masa final de cacao de 7.25 kg.
- Se utilizó 30 modelos matemáticos, que incluyen ecuaciones teóricas, empíricas y semioteóricas. Por medio de la modelación matemática con la herramienta Curve Fitting Toolbox de Matlab®, la ecuación que mejor se ajustó al secado del cacao fue el modelo empírico de Two-term, con un coeficiente de determinación (R²) de 0.9981 y un error cuadrático medio (RSME) de 0.0084. Al comparar los resultados del modelo matemático con la fase experimental se obtuvo un error relativo de 0.81%, para validar este modelo matemático se desarrolló un segundo proceso de secado teniendo resultados similares comprobando que el modelo es eficiente. La difusividad efectiva promedio obtenida fue de 9.818×10<sup>-9</sup> m²/s, la cual se encuentra dentro del rango de secado de productos agrícolas, reflejando el valor de desprendimiento de líquidos contenidos en los granos de cacao hacia el exterior.
- Se realizó una evaluación energética del proceso de secado en el cual se determinó que se requieren 5.29 kWh de energía para secar un kilogramo de cacao, con un costo unitario de 0.9 USD/kWh, el gasto económico por unidad de masa corresponde a 0.47 USD.

#### 9. Recomendaciones

- Es importante en el secador de inducción mejorar el proceso de transferencia de calor desde el inductor hasta la cámara de secado para obtener una mayor temperatura y reducir las pérdidas de calor, de este modo el costo de energía se vería reducido porque a mayor temperatura el secado se realizaría en un menor tiempo.
- Se recomienda realizar el proceso de secado en otro tipo de secador que sea adecuado para cacao y que alcance una temperatura más alta para obtener un menor tiempo de secado, se debe considerar que los secadores deben ser eficientes y menos costosos sin causar daños al producto secándolo de manera uniforme.
- Al realizar el secado se puede usar otra calidad de cacao porque cada variedad presenta un cambio de tiempo en la fase de fermentación y secado, por lo que los resultados se alteraran dependiendo de su tipo, para este proceso se puede añadir el secado por el método del Gravimet.
- En la adquisición de datos es aconsejable usar otro tipo de sensores y una mayor cantidad de ellos, ya sea como termocuplas tipo K u otras para obtener mediciones de mayor exactitud de temperatura en tiempo real, en la medición de humedad se puede usar sensores propios para esta actividad que se conecten al Arduino directamente para no realizarlo de forma manual.
- En la evaluación matemática realizar el modelado con ecuaciones logarítmicas y con modelos empíricos porque presentan una mayor adaptación al proceso de secado de cacao, para todo modelo matemático seleccionado y ajustado es necesario una validación por medio de una segunda experimentación de secado.

## 10. Bibliografía

- Aghbashlo, M. (2009). *Mathematical Modelling of Thin-Layer Drying of Carrot*. Revista Internacional de Agronomía.
- Aguilar, H. (2016). *Manual para la Evaluación de la Calidad del Grano de Cacao*. Centro de Comunicación Agrícola, Honduras. Obtenido de http://www.fhia.org.hn/html/index.html
- Ambawat, S. (2022). Modelado matemático de la cinética de secado en capa fina y estudio de difusividad de la humedad de hojas de Moringa oleifera pretratadas utilizando un secador de lecho fluidizado. Universidad de Ciencia y Técnología Guru Jambhshwar, Departamento de Técnología de Alimentos. doi:https://doi.org/10.3390/pr10112464
- Andrade, A. (2019). Propiedades físicas y químicas de cultivares de cacao (Theobroma cacao L.) de Ecuador y Perú. Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí, Manabí. doi:10.29019/enfoque.v10n4.462
- Antunes, A. (2024). Modelado matemático de la cinética de secado de dos variedades de cacao cultivadas en la región amazónica brasileña. Revista contribuciones a las ciencias sociales, doi:10.55905/revcony.17n.7-338
- Arvelo, M. Á., González, D., Maroto, S., Delgado, T., & Montoya, P. (2017). *Manual técnico del cultivo de cacao prácticas latinoamericanas*. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura, San José, Costa Rica. Obtenido de https://repositorio.iica.int/handle/11324/6181
- Atiaga, J. (2022). *Análisis de la cinéticas del secado de cacao nacional*. Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacaunga, Ecuador. Obtenido de http://repositorio.utc.edu.ec/handle/27000/9682
- Baez, M. V. (2024). Diseño y construcción de un prototipo de secador de café, por aire caliente forzado generado por un módulo de inducción. Universidad Nacional de Loja, Loja, Ecuador. Obtenido de https://dspace.unl.edu.ec/jspui/handle/123456789/29671
- Bényili, L., & Infantes, C. (2023). *Diseño y construcción de un biorreactor semiautomático de columna de burbujas para uso de laboratorio*. Universidad Nacional de Trujillo., Trujillo, Perú. Obtenido de https://hdl.handle.net/20.500.14414/18080
- Buzrul, S. (2022). Reassessment of Thin-Layer Drying Models for Foods: A Critical Short Communication. Department of Food Engineering. doi: https://doi.org/10.3390/pr10010118

- Carguachi, J. (2023). Análisis de la cinética del secado de cacao en función de la temperatura.

  Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacunga. Obtenido de http://repositorio.utc.edu.ec/handle/27000/10481
- Chiluisa, R. (2022). Análisis del consumo de energía en un secador de cacao rectángular con el uso de intercambiadores de calor. Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacaunga. Obtenido de http://repositorio.utc.edu.ec/handle/27000/9667
- Collazo, P. (2018). *Modelos matemáticos y experimentales para el análisis del secado solar de semillas*. Universidad de La Habana, La Habana.
- Cortez Vega, W. A., & Sailema Infante, E. M. (2021). *Implementación de un sistema de adquisición de datos de un proceso de secado de cacao y visualización de parámetros en HMI*. Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacunga. Obtenido de http://repositorio.utc.edu.ec/handle/27000/8051
- Dasore, A., Konijeti,, R., & Puppala, N. (2019). *Method for Determining the Appropriate Thin Layer Drying Model for a Feedstock*. International Journal of Recent Technology and Engineering. doi:10.35940/ijrte.C5335.098319
- Demir, V. (2004). *Modelización matemática y determinación de algunos parámetros de calidad de hojas de laurel secadas al aire*. Biosystems Engineering. doi:https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2004.04.002
- Erazo, D., Bastidas, J., Acosta, M., & Herrera, C. (2019). Implementacion de un secador de cacao a pequeña escala para disminuir el tiempo de secado y conservar las propiedades organolépticas en el consejo comunitario Las Varas Tumaco. Universidad Mariana, San juan de Pasto. doi:https://doi.org/10.26507/ponencia.187
- Ertekin, C. (2004). *Drying of Eggplant and Selection of a Suitable Thin Layer Drying Model.*Journal of Food Engineering. doi:https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2003.08.007
- Galvez, A. (2024). Convective Hot Air Drying of Red Cabbage (Brassica oleracea var. Capitata Rubra): Mathematical Modeling, Energy Consumption and Microstructure. Food Engineering Departament. doi:https://doi.org/10.3390/pr12030509
- Gilces, H., & Sanmartín, F. (2013). *Análisis y selección de proceso de secado de cacao diseñado de prototipo de una unidad secadora tipo plataforma*. Universidad Estatal de Milagro, Milagro. Obtenido de https://repositorio.unemi.edu.ec/xmlui/handle/123456789/473
- Guzmán, R., & Márquez, J. (2021). Fermentación de los granos de cacao. Fermentación Procesos, beneficios y riesgos, Venezuela. doi:10.5772/intechopen.98756

- Hii, C. (2009). *Modeling using a new thin layer drying model and product quality of cocoa.*Journal of Food Engineering. doi:https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2008.06.022
- Jordán, J. (2013). Analizar y Validar un Programa de Rehabilitación en la Poscosecha del Cacao CCN51, en la Finca Rami, en la Provincia de Los Ríos". Escuela Superior Politéctica del Litoral, Guayaquil. Obtenido de http://www.dspace.espol.edu.ec/xmlui/handle/123456789/30885
- Lara, G. (2011). Evaluacion del proceso de secado de granos de cacao. Universidad de Oriente, Barcelona, Venezuela. Obtenido de http://ri2.bib.udo.edu.ve:8080/jspui/handle/123456789/4460
- Loor, R., Casanova, T., & Plaza, L. (2016). Mejoramiento y homologación de los procesos y protocolos de investigación, validación y producción de servicios en cacao y café.
   Ministerio de Agricultura, Ganadería y Pesca, Ecuador. Obtenido de http://repositorio.iniap.gob.ec/handle/41000/5093
- Lopardo, A., & Torres, G. (2012). *Modelado matemático de la operación transitoria de un deshidratador solar para secado de cacao*. Universidad Central de Venezuela, Caracas. Obtenido de http://hdl.handle.net/10872/18555
- López, Á., & Parra, P. (2016). *Diseño de una Fresadora Router CNC*. Escuela Politécnica del Litoral, Guayaquil, Ecuador. Obtenido de http://www.dspace.espol.edu.ec/xmlui/handle/123456789/36774
- Madamba, P., Driscoll, R., & Hebilla, K. (1996). Las características de secado de capa fina de las rodajas de ajo. Journal of Food Engineering. doi:https://doi.org/10.1016/0260-8774(95)00062-3
- Magee, T. (1983). *Internal mass transfer during osmotic dehydration of apple slices in sugar solutions*. Irish J. Food Sci. Technol.
- MEFCCA. (2022). Cartilla fermentación y secado de cacao. Ministerio de economía, Managua, Nicaragua. Obtenido de https://www.economiafamiliar.gob.ni/websitemefcca-mvc/
- Mejía, C. (2018). Validación de un modelo matemático para predicción de la fermentación y secado del grano de cacao. Complejo Tecnológico Turístico y Agroindustrial del Occidente Antioqueño, Santa Fé . doi: 10.22490/21456453.2088
- Mendoza, E., Cervantes , X., & Zamora, E. (2022). *Recorrido histórico de la importancia del cacao para la economía de Ecuador*. Sinergias Educativas , Quevedi. doi:https://doi.org/10.37954/se.vi.193

- Midilli, A. (2002). *Un nuevo modelo para secado monocapa*. Tecnología del secado. doi:https://doi.org/10.1081/DRT-120005864
- Nieves, O. (1981). *Morfología y clasificación botánica del cacao*. Colombia. Obtenido de http://hdl.handle.net/20.500.12324/13548
- Page, G. (1949). Factores que influyen en las índices máximas del secado al aire de maíz desgranado en capas finas. Purdue University.
- Parra, P. (2018). *Modelación de un proceso de secado de cacao utilizando una cámara rotatoria cilíndrica y flujo de aire caliente*. Piura: Universidad de Piura. Obtenido de https://hdl.handle.net/11042/3488
- Peleg, M. (1988). *An Empirical Model for the Description of Moisture Sorption Curves*. Journal of Food Science. doi:http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2621.1988.tb13565.x
- Peña, C. (2017). Arduino de cero a experto. Buenos Aires: Manuales Users.
- Plaza, X. P., & Yange, W. X. (2012). *Diseño e implentación de una secadora hibrida*.

  Universidad, Cuenca, Ecuador. Obtenido de http://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/1930
- Popescu, M. (2023). Modelado matemático de la cinética de secado en capa fina de cáscaras de tomate: influencia de la temperatura de secado en los requisitos energéticos y la calidad de los extractos. Alimentos. doi:https://doi.org/10.3390/foods12203883
- Quiroz, J. (2012). *Influencia de la agronomía y cosecha sobre la calidad del cacao*. Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias de Ecuador, Guayaquil. Obtenido de http://repositorio.iniap.gob.ec/handle/41000/2049
- Ramos, A., & Vega, A. (2022). Uso de sensores para modelamiento matemático durante el tostado de granos de cacao (Theobroma cacao) de la variedad Chuncho. Revista De Investigaciones Altoandinas Journal of High Andean Research. doi:https://doi.org/10.18271/ria.2022.419
- Rivera, R. D., Barrera, A. E., & Guzmán, Á. M. (2012). *Efecto del tipo y tiempo de fermentación en la calidad física y química del cacao tipo nacional*. Escuela Superior Politécnica Agropecuaria de Manabí, Manabí, Ecuador. doi:https://doi.org/10.18779/cyt.v5i1.120
- Rosero, P. R., Saavedra, R., & Ipanaqué, W. (8 de julio de 2012). *Modelación y Simulación en ambiente Ecosimpro de una Cámara de Secado para Cacao*. Cuenca. Obtenido de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=505554812007

- Saavedra, R. (2012). *Modelación y simulación en ambiente ecosimpro de una cámara de secado para cacao*. Cuenca: los coeficientes de determinación. Obtenido de https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/8422
- Thompson, T. (1968). *Mathematical simulation of corn drying—A new mode*. ASAE. Obtenido de https://doi.org/10.13031/2013.39473
- Tinoco, H., & Ospina, D. Y. (2010). *Análisis del proceso de deshidratación de cacao*. Fundación Dialnet, Caldas. Obtenido de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3274425
- Torregroza, A. (2013). *Kinetic modelling of drying of three varieties of yucca industrial*.

  Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Obtenido de https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/48958
- Ulloa, A. (2016). Modelación matemática de las cinéticas de hidratación a diferentes temperaturas de cuatro variedades de frijol (Phaseolus vulgaris L) producidas en México. Universidad Autónoma de Tamaulipas, México. Obtenido de http://www.revistaciencia.uat.edu.mx/index.php/CienciaUAT/article/view/542
- Valle, L. (2020). *DS18B20 sensor de temperatura para líquidos con Arduino*. Obtenido de programacil: https://programarfacil.com/blog/arduino-blog/ds18b20-sensor-temperatura-arduino/
- Vargas, S. (2019). Estudio del modelado matemático de las ecuaciones acopladas de transferencia de masa y calor durante el secado de alimentos. Veracruz: Instituto Tecnológico de Veracruz. Obtenido de https://rinacional.tecnm.mx/jspui/handle/TecNM/1604
- Villalba, J., & Arzola, N. (2015). *Modelos matemáticos y experimentales sobre el secado de biomasa*. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. doi:http://dx.doi.org/10.14482/inde.33.2.5674
- Villamizar, F., & Hernandez, J. (1989). *Determinacion de parametros y simulacion matematica del proceso de secado de cacao*. Universidad Nacional de Colombia, Colombia. Obtenido de https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/36735
- Wangh, C. (1978). A Single Layer Drying Equation for Rough Rice. American Society of Agricultural Engineers. ASAE Paper No. 78-6505.

### 11. Anexos

**Anexo 1:** Búsqueda de los nombres de los sensores.

```
Arduino Uno
     busqueda.ino
         1
             #include <OneWire.h>
        3
             OneWire ourWire(2);
        4
             void setup(void) {
               Serial.begin(9600);
         8
              void loop(void) {
0
        9
               byte addr[8];
                Serial.println("Obteniendo direcciones:");
        10
        11
                while (ourWire.search(addr))
        12
        13
                Serial.print("Address = ");
               for( int i = 0; i < 8; i++) {
    Serial.print(" 0x");</pre>
        14
        15
        16
                 Serial.print(addr[i], HEX);
        17
        18
               Serial.println();
        19
        20
             Serial.println();
        21
             ourWire.reset_search();
             delay(2000);
        23
        24
        25
        26
```

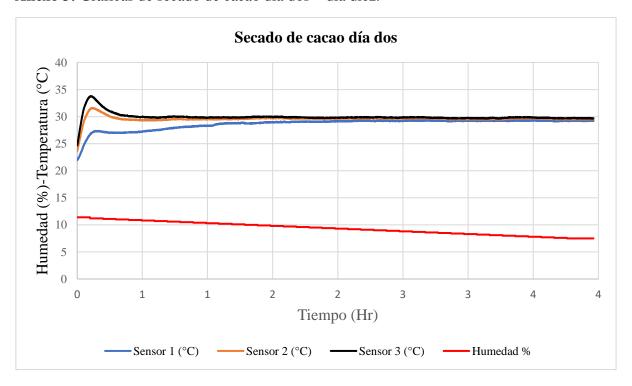
Anexo 2: Código para adquisición de datos con los tres sensores.

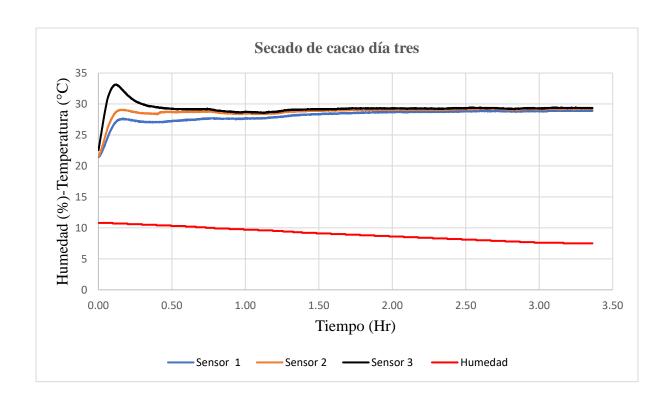
```
6
                                   final.ino
                                 #include <OneWire.h>
                                 #include <DallasTemperature.h>
                                 OneWire ourWire(2);
                                DallasTemperature sensors(&ourWire);
                                DeviceAddress address1 = {0x28, 0x28, 0x38, 0x96, 0xF0, 0x1, 0x3C, 0xF};

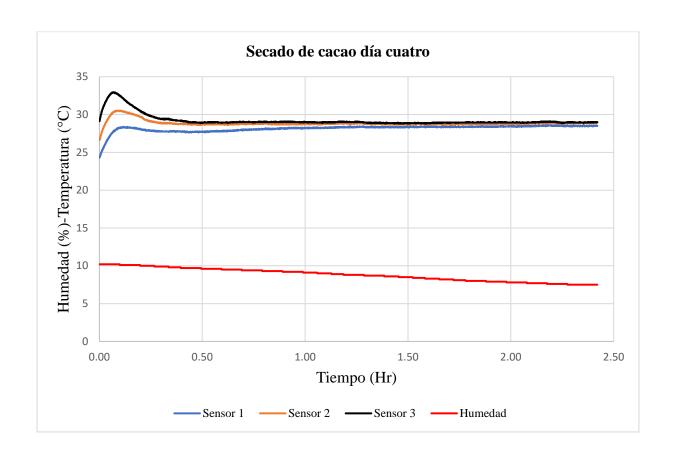
DeviceAddress address2 = {0x28, 0xC6, 0xC9, 0x96, 0xF0, 0x1, 0x3C, 0x5F};

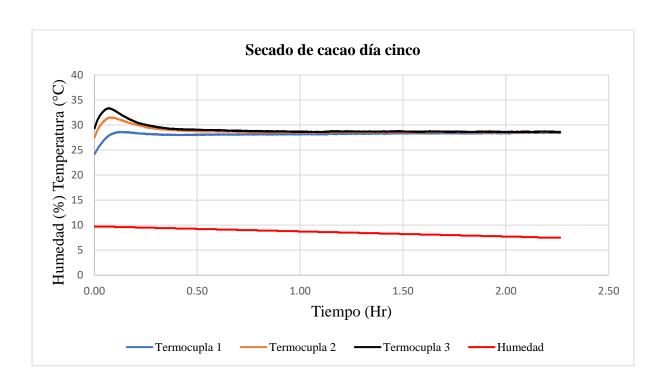
DeviceAddress address3 = {0x28, 0xD3, 0x3F, 0x7, 0xD6, 0x1, 0x3C, 0xFF};
 0
                                   delay(5000);
Serial.begin(9600);
                   10
                   11
12
                                     sensors.begin();
                                 void loop() {
                                    sensors.requestTemperatures();
float temp1 = sensors.getTempC(address1);
float temp2 = sensors.getTempC(address2);
float temp3 = sensors.getTempC(address3);
                   14
                    17
                                    // la hora exacta
unsigned long currentTime = millis();
unsigned long seconds = currentTime / 1000;
unsigned long minutes = seconds / 60;
unsigned long hours = minutes / 60;
hours = (hours + 0) % 24; //
Serial.print("DATA,");
                   19
20
21
                   22
                   23
24
                    25
26
27
                                      Serial.print(hours);
                                     Serial.print(":");
Serial.print(minutes % 60);
                                     Serial.print(minutes % 60);
Serial.print(":");
Serial.print(seconds % 60);
Serial.print(",");
Serial.print(temp1);
Serial.print(temp2);
Serial.print(temp2);
Serial.print(",");
Serial.print(n(temp3);
delay(2000); //
                    28
29
30
31
32
33
34
35
36
```

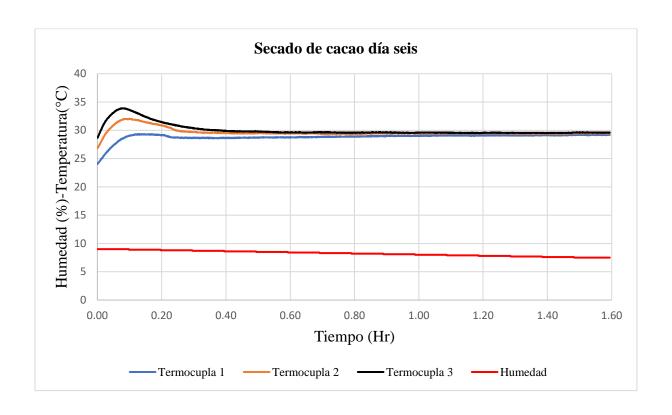
Anexo 3: Gráficas de secado de cacao día dos – día diez.

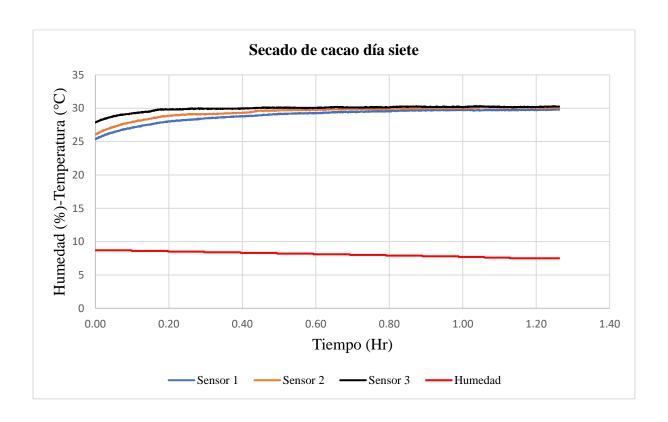


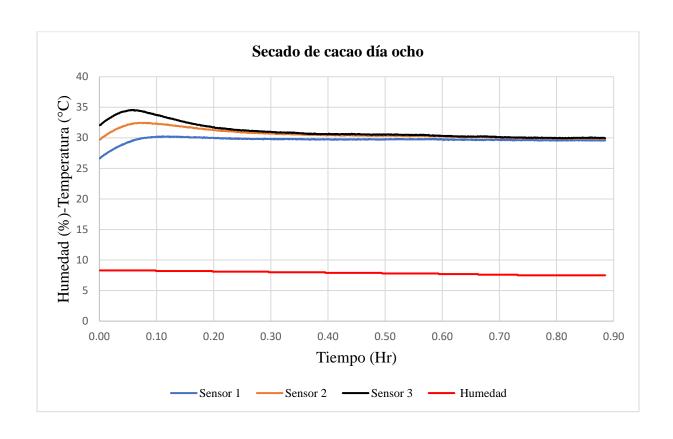


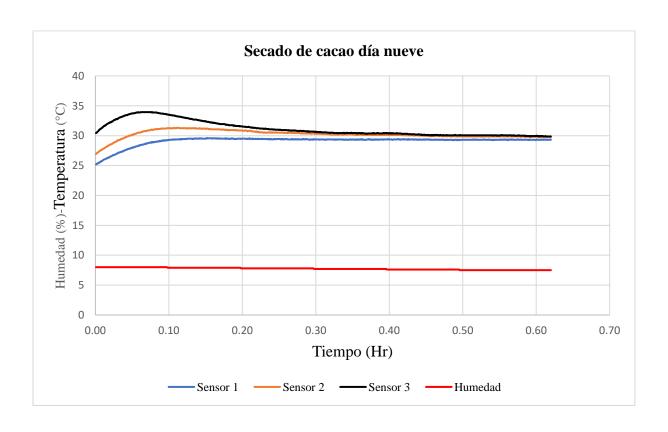


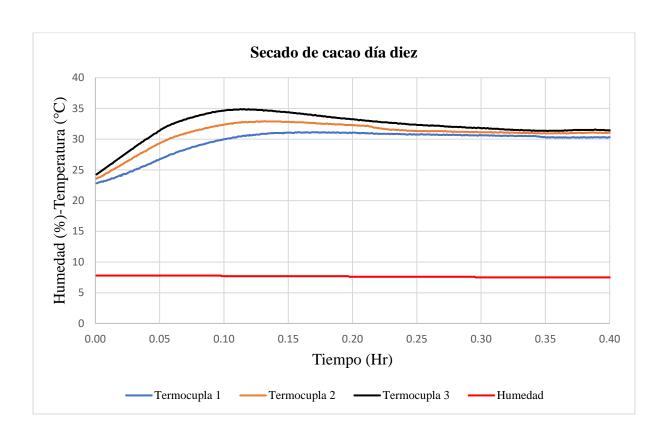














Certificación de traducción al idioma inglés.

JUAN PABLO ORDÓÑEZ SALAZAR.

CELTA-certified English teacher, traductor e intérprete.

#### CERTIFICA:

Que el documento aquí compuesto es fiel traducción del idioma español al idioma inglés, del resumen del trabajo de titulación denominado: "Evaluación de modelos matemáticos aplicables al proceso de secado de los granos de cacao en un secador accionado por un módulo de inducción", de autoría del estudiante Anderson Miguel Pauzhi Jiménez, con número de cédula 1105163966, egresado de la Carrera de Electromecánica de la Facultad de la Energía, las Industrias y los Recursos Naturales no Renovables de la Universidad Nacional de Loja.

Lo certifico en honor a la verdad, y autorizo al interesado hacer uso del presente en lo que a sus intereses convenga.

Loja, 1 de diciembre del 2024

1103601090 JUAN PABLO ORDOÑEZ SALAZAR Firmado digitalmente por 1103601090 JUAN PABLO ORDOÑEZ SALAZAR Fecha: 2024.12.01 19:58:35 -05'00'

SALAZAR 19:58:35-05'00'
Juan Pablo Ordonez Salazar

DNI: 110360109-0

Código de Perito de la Judicatura: 12298374

Celular: +593 994290147

CELTA - CERTIFIED ENGLISH TEACHER, TRADUCTOR E INTÉRPRETE