



1859

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA DE FÍSICO MATEMÁTICAS

TÍTULO

DESMOS COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BGU PARALELO "A" DE LA UNIDAD EDUCATIVA PIO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO LECTIVO 2019.

Tesis previa a la obtención del grado de Licenciado en Ciencias de la Educación; mención: Físico Matemáticas.

AUTOR

Bladimir Sebastián Jaramillo Cango.

DIRECTOR

Ing. Jorge Santiago Tocto Maldonado, Mg. Sc.

LOJA-ECUADOR

2020



CERTIFICACIÓN

Ing. Jorge Santiago Tocto Maldonado Mg. Sc.

CERTIFICA:

Que como Director de la tesis en Licenciatura en Ciencias de la Educación, Mención Físico Matemáticas, titulada: **DESMOS COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BGU PARALELO "A" DE LA UNIDAD EDUCATIVA PIO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO LECTIVO 2019.**, de autoría del egresado **BLADIMIR SEBASTIÁN JARAMILLO CANGO**, puedo manifestar, que en el proceso de asesoría y monitoreo de este trabajo el postulante ha concluido el desarrollo de su tesis en el 100%, por lo cual sugiero que se continúe con los trámites para la titulación.

Loja, 16 de junio de 2020

Atentamente,



Firmado digitalmente por
**JORGE SANTIAGO
TOCTO MALDONADO**

Ing. Jorge Santiago Tocto Maldonado Mg. Sc.

DIRECTOR DE TESIS

AUTORÍA

Yo, BLADIMIR SEBASTIÁN JARAMILLO CANGO declaro ser autor del presente trabajo de tesis y eximo expresamente a la Universidad Nacional de Loja y a sus representantes jurídicos de posibles reclamos o acciones legales, por el contenido de esta.

Adicionalmente acepto y autorizo a la Universidad Nacional de Loja, la publicación de mi tesis en el Repositorio Institucional Biblioteca Virtual.

AUTOR: Bladimir Sebastián Jaramillo Cango

FIRMA:



CÉDULA: 110514733-2

FECHA: Loja, 18 de Agosto de 2020

**CARTA DE AUTORIZACIÓN DE TESIS POR PARTE DEL AUTOR PARA LA
CONSULTA, REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN
ELECTRÓNICA DEL TEXTO COMPLETO.**

Yo, Bladimir Sebastián Jaramillo Cango, declaro ser autor de la tesis titulada **DESMOS COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BGU PARALELO “A” DE LA UNIDAD EDUCATIVA PIO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO LECTIVO 2019**, como requisito para optar el grado de Licenciado en Ciencias de la Educación; mención: Físico Matemáticas; autorizo al sistema bibliotecario de la Universidad Nacional de Loja para que, con fines académicos, muestre al mundo la producción intelectual de la universidad, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera en el Repositorio Digital Institucional.

Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo en el RDI, en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad.

La Universidad Nacional de Loja, no se responsabiliza por el plagio o copia de la tesis que realice un tercero.

Para constancia de esta autorización, en la ciudad de Loja a los 18 días del mes de agosto del dos mil veinte.

Firma:



Autor: Bladimir Sebastián Jaramillo Cango

Cedula: 110514733-2

Dirección: Loja

Correo electrónico: bsebas2010@hotmail.com

TELEFONO: 0980091915

DATOS COMPLEMENTARIOS

Director de Tesis: Ing. Jorge Santiago Tocto Maldonado. Mg. Sc.

Presidenta: Dra. Flor Noemí Celi Carrión. Mg. Sc.

Primer Vocal: Ing. Fabiola Elvira León Bravo. Mg. Sc.

Segundo Vocal: Ing. Ruth Marcela Merino Alberca. Mg. Sc.

AGRADECIMIENTO

Con el más sincero respeto y gratitud, quiero expresar mi agradecimiento a la Universidad Nacional de Loja, a la Facultad de la Educación, el Arte y la Comunicación, a la Carrera de Físico Matemáticas, por los conocimientos, valores y aptitudes adquiridos en sus aulas.

A los docentes de la Carrera de Físico Matemáticas quienes compartieron sus conocimientos y nos forjaron ser mejores cada día y de manera especial al Mg. Jorge Santiago Tocto Maldonado en su calidad de Director de tesis, que a lo largo de este tiempo me ha orientado con sus capacidades, conocimientos y sugerencias que fueron pertinentes para el desarrollo de la tesis.

Agradezco a mi madre y hermanos(as) que son mi fortaleza y mi motivación, quienes con su amor, y apoyo incondicional me han ayudado a seguir adelante y culminar con una meta más en mi vida personal y profesional.

Bladimir Jaramillo

DEDICATORIA

A Dios por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

Con sinceridad, amor, respeto y gratitud infinita a mi madre María Cango, mis queridos hermanos y hermanas por su apoyo moral y económico, quienes a lo largo de mi carrera han sido el pilar fundamental para cumplir con mi sueño.

Bladimir Jaramillo

MATRIZ DE ÁMBITO GEOGRÁFICO

ÁMBITO GEOGRÁFICO DE LA INVESTIGACIÓN											
BIBLIOTECA: FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN											
Tipo de documento	AUTOR TÍTULO DE LA TESIS	FUENTE	FECHA-AÑO	ÁMBITO GEOGRÁFICO						OTRAS DESAGREGACIONES	OTRAS OBSERVACIONES
				Nacional	Regional	Provincia	Cantón	Parroquia	Barrio o Comunidad		
TESIS	<p>Bladimir Sebastián Jaramillo Cangó</p> <p>DESMOS COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BGU PARALELO “A” DE LA UNIDAD EDUCATIVA PIO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO LECTIVO 2019.</p>	<p>Universidad Nacional de Loja</p>	2020	ECUADOR	ZONA 7	LOJA	LOJA	SAN SEBASTIÁN	SAN SEBASTIÁN	CD	<p>Licenciado en Ciencias de la Educación; mención: Físico Matemáticas</p>

MAPA GEOGRÁFICO Y CROQUIS

UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL CANTÓN LOJA



Fuente: https://www.gifex.com/images/500X0/2011-11-04-14837/Cantons_of_Loja_2011.png

CROQUIS DE LA INVESTIGACIÓN

UNIDAD EDUCATIVA PÍO JARAMILLO ALVARADO



Fuente: Google Maps

ESQUEMA DE TESIS

- i. PORTADA
- ii. CERTIFICACIÓN
- iii. AUTORÍA
- iv. CARTA DE AUTORIZACIÓN
- v. AGRADECIMIENTO
- vi. DEDICATORIA
- vii. MATRIZ DE ÁMBITO GEOGRÁFICO
- viii. MAPA GEOGRÁFICO Y CROQUIS
- ix. ESQUEMA DE TESIS
 - a. TÍTULO
 - b. RESUMEN
ABSTRACT
 - c. INTRODUCCIÓN
 - d. REVISIÓN DE LITERATURA
 - e. MATERIALES Y MÉTODOS
 - f. RESULTADOS
 - g. DISCUSIÓN
 - h. CONCLUSIONES
 - i. RECOMENDACIONES
 - j. BIBLIOGRAFÍA
 - k. ANEXOS
 - ✓ PROYECTO DE TESIS
 - ✓ OTROS ANEXOS

a. TÍTULO

DESMOS COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BGU PARALELO “A” DE LA UNIDAD EDUCATIVA PIO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO LECTIVO 2019.

b. RESUMEN

La presente investigación plantea como objetivo general investigar cómo la aplicación Desmos como recurso didáctico permite fortalecer el aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa Pio Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, periodo lectivo 2019. La investigación se valió de métodos y técnicas tales como: el método científico, inductivo, sintético, estadístico y analítico, y una prueba antes y después de aplicar Desmos para identificar las dificultades en la unidad temática de funciones reales y radicales y su fortalecimiento en el aprendizaje. Los resultados son un conjunto de datos estadísticos que expresan evidencias cuantitativas, considerando algunos aspectos: un conjunto de aprendizajes sobre funciones reales y radicales, que se quieren fortalecer, cuya alternativa didáctica es Desmos, un escenario didáctico del proceso de transformación mediante talleres, lo cual muestra que existe una mejora en sus calificaciones después de aplicar Desmos, con una calificación mayor a 7 que es la base para alcanzar los aprendizajes requeridos (AAR) de acuerdo a la escala de calificaciones dada por el Ministerio de Educación. Por los datos antes expuestos se concluye que después de aplicar Desmos el 62 % de los estudiantes alcanzan los aprendizajes requeridos (AAR) y un 26% dominan los aprendizajes requeridos (DAR), por tanto es necesario la utilización y aplicación de las Tics, de modo que ayude a los estudiantes en el proceso de aprendizaje, usar Desmos en el aprendizaje de matemáticas permite a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes; es por ello que se recomienda impulsar al docente a formarse y capacitarse en el uso y aplicación de softwares educativos en la asignatura de matemáticas, ya que podrá satisfacer las necesidades de los estudiantes obteniendo mejores resultados.

ABSTRACT

The general objective of this research is to investigate how the application of Desmos as a didactic resource, which allows strengthening the learning of the subject of mathematics in the first-year students of the BGU of the Pío Jaramillo Alvarado Educational Unit in the city of Loja, school period 2019. The research used methods and techniques such as: the scientific, inductive, synthetic, statistical and analytical method and a test before and after applying Desmos to identify difficulties in the thematic unit of real and radical functions and their strengthening in learning. The results are a set of statistical data that express quantitative evidence, considering some aspects: a set of learnings about real and radical functions, which should be strengthened, whose teaching alternative is Desmos, a scenario of teaching the transformation process through workshops, which shows that there is an improvement in its grades after applying Desmos, with a score above 7 that is the basis for achieving the required learning (RAA) according to the rating scale given by the Ministry of Education. The above data conclude that after applying Desmos 62% of the students achieve the required learning (AAR) and 26% master the required learning (DAR), therefore it is necessary the use and application of the Tics, so that it helps the students in the learning process, using Desmos in the learning of mathematics allows to improve the academic yield of the students; for that reason it is recommended to impel the teacher to be formed and to be trained in the use and application of educational software in the subject of mathematics, since it will be able to satisfy the needs of the students obtaining better results.

c. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo investigativo titulado Desmos como recurso didáctico para fortalecer el aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU paralelo “A” de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, periodo lectivo 2019.

Lo que motivó la realización del presente trabajo es la necesidad de aplicar un recurso didáctico tecnológico para fortalecer el aprendizaje de matemáticas, que permita a los estudiantes explorar, experimentar y extraer conclusiones, haciendo su aprendizaje más comprensivo que memorístico. Para lo cual se plantearon los siguientes objetivos específicos: determinar si Desmos como recurso didáctico hace posible el aprendizaje en la asignatura de matemáticas y analizar el nivel de aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, aplicando Desmos como recurso didáctico.

La presente investigación es de tipo descriptivo, por lo que se inicia con la realización de un diagnóstico del aprendizaje de los estudiantes involucrados para determinar las dificultades en los aprendizajes de la asignatura de matemáticas y detallar los datos a recolectar, para posteriormente encontrar las soluciones aplicando Desmos, y así poder describir y obtener datos precisos sobre el objeto de estudio; se valió de métodos y técnicas tales como: el método científico, inductivo, sintético, estadístico y analítico, y de técnicas un test antes y después de aplicar Desmos para identificar las dificultades en la unidad temática de funciones reales y radicales y luego comprobar el fortalecimiento en el aprendizaje de matemáticas. Se procedió a la organización, análisis e interpretación de la información la misma que permitió sistematizar la información para dar cumplimiento a los objetivos

propuestos. La población de estudio la constituyen los estudiantes de primer año de BGU, de la cual se tomó al primer año de BGU paralelo “A”, siendo 34 estudiantes.

Los principales resultados son un conjunto de datos estadísticos que expresan evidencias cuantitativas, considerando algunos aspectos: un conjunto de aprendizajes sobre funciones reales y radicales, que se quieren fortalecer, cuya alternativa didáctica que hace referencia a Desmos, un escenario didáctico mediador del proceso de transformación mediante talleres, lo cual muestra que existe una mejora en sus calificaciones después de aplicar Desmos como recurso didáctico con una calificación mayor a 7 que es la base para alcanzar los aprendizajes requeridos (AAR) de acuerdo a la escala de calificaciones dada por el Ministerio de Educación.

El presente trabajo está estructurado en coherencia con lo dispuesto en el Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja, comprende: Título en el cual se evidencia las dos variables; el resumen que sintetiza el trabajo investigativo; la introducción que proporciona una visión general del trabajo realizado; la revisión de literatura que está estructurada con los principales conceptos y categorías que fundamentan las variables de investigación; materiales y métodos que describen a los principales métodos, técnicas y procedimientos empleado en la investigación. Referente a los resultados se hizo el análisis e interpretación de los mismos expuestos en cuadros y gráficos que permiten la verificación de objetivos; la discusión contiene un breve argumento donde se discute los resultados; las conclusiones, principales afirmaciones a las que se llegan después de la investigación de campo; las recomendaciones procedidas del problema investigado; la bibliografía, detalla las fuentes de consulta donde se extrajo la información referente al tema de investigación; los anexos que incluyen el Proyecto de Tesis, talleres y fotografías de aplicación de instrumentos.

d. REVISIÓN DE LITERATURA

Recursos didácticos

Los recursos didácticos son un conjunto de elementos que facilitan la realización del proceso de enseñanza y aprendizaje y contribuyen a que los estudiantes construyan un conocimiento determinado (Reyes Baños, 2008). Por lo tanto, los recursos didácticos se relacionan con el aprendizaje, facilitando la comprensión de lo que se estudia al presentar el contenido de manera tangible, observable y manejable, reforzando la retención de lo aprendido al estimular los sentidos de los estudiantes.

Un recurso didáctico es cualquier material que se ha elaborado con el único propósito de facilitar al docente su función y a su vez la del alumno, mismo que debe utilizarse en un contexto educativo.

Tipos de recursos didácticos

- Documentos impresos y manuscritos: libros y folletos, revistas, periódicos, fascículos, atlas, mapas, planos, cartas, libros de actas y otros documentos de archivo histórico, entre otros materiales impresos.
- Recursos audiovisuales e informáticos: Desmos, Khan Academy, Geogebra, Algeo Graphing Calculator, Ábaco online.
- Material Manipulativo: Tableros interactivos, módulos didácticos, módulos de laboratorio, juegos, colchonetas, pelotas, raquetas, instrumentos musicales. Incluye piezas artesanales, reliquias, tejidos, minerales, etc.
- Equipos: Proyector multimedia, Laptop, pizarra digital (Pérez Alarcón, 2010).

Funciones de los recursos didácticos

Según Pérez Alarcón (2010), menciona que los recursos didácticos pueden realizar varias funciones:

- Proporcionar información, guiar los aprendizajes de los estudiantes, instruir.
- Ayudan a organizar la información, a relacionar conocimientos, a crear nuevos conocimientos y aplicarlos.
- Ejercitar habilidades, entrenar, despertar y mantener el interés del estudiante.
- Motivar, un buen material didáctico siempre debe resultar motivador para los estudiantes.
- Evaluar los conocimientos y las habilidades que se tienen, como lo hacen las preguntas de los libros de texto o los programas informáticos.
- Proporcionar simulaciones que ofrecen entornos para la observación, exploración y la experimentación.

Recursos didácticos en matemáticas

La utilización de recursos didácticos, aunque no sea una opción metodológica, tiene importantes implicaciones en el desarrollo de la clase y las relaciones que se establecen en ella. La introducción de un nuevo recurso en las clases de matemáticas modifica el equilibrio conseguido hasta el momento, sobre todo si es la primera vez que se utiliza un recurso didáctico interactivo (Mora Sánchez, 1995).

Otro argumento que menciona Mora Sánchez (1995) es que la utilización de los recursos didácticos proviene de la dificultad de las matemáticas. Los conceptos matemáticos son difíciles y normalmente no es posible captarlos completamente la primera vez que se presentan. Por regla general se necesitan varias aproximaciones y desde diversas perspectivas para comprender los conceptos, ponerlos en relación con otros conocimientos, utilizarlos con confianza y poder generar nuevos conocimientos a partir de ellos.

¿Por qué los recursos didácticos?

Los nuevos diseños curriculares de matemáticas resaltan que el aprendizaje de las matemáticas tiene su base en el trabajo colectivo para la resolución de problemas y la realización de investigaciones a partir de la exploración de materiales variados. El cambio es mucho mayor de lo que puede parecer a simple vista, ya que lo que hasta ahora podría parecer una cuestión de elección del profesor, opción metodológica, ahora se ha convertido en un objetivo de aprendizaje (Mora Sánchez, 1995).

¿Para qué los recursos didácticos?

Contribuyen a dotar a las matemáticas de una tonalidad afectiva positiva. Con la utilización de los recursos apropiados es más fácil crear condiciones, en las que puedan arraigar los modelos intelectuales. Sirven como modelos, a los que las ideas matemáticas pueden asociarse (Mora Sánchez, 1995).

Desmos como Recurso Didáctico

Desmos es una calculadora que grafica cualquier tipo de función, ecuación o inecuación.

Definición de Desmos

La calculadora Desmos es una herramienta online sumamente práctica para realizar gráficas matemáticas avanzadas. Su uso es totalmente gratuito y el registro sólo opcional, una gran utilidad para los versados en esta ciencia, profesionales y estudiantes.

Desmos se compone de diferentes aplicaciones. La calculadora gráfica, que permite, entre otras cosas, representar funciones gráficamente, introducir datos en forma de tabla, evaluar expresiones algebraicas y añadir deslizadores para manipular algún parámetro. Así mismo ofrece la opción de guardar, compartir con otros usuarios, conseguir el código HTML (Marcos del Olmo, 2016).

Desmos dispone de la herramienta de geometría dinámica (en estado beta), permitiendo relacionar álgebra y geometría. Lo más importante de Desmos son las actividades y secuencias didácticas que ofrece ya preparadas para su utilización y edición. Además, las actividades se las clasifica por tipos: De introducción, de desarrollo, para practicar y para aplicar (Beltrán Pellicer, 2018).

Características de Desmos

El autor menciona las características más destacadas que se puede encontrar en Desmos:

1. Se trata de una herramienta online, es decir, accesible con un navegador de internet.
2. Se puede acceder a ella desde cualquier dispositivo móvil: Ordenador, Tablet, Smartphone. No requiere ser instalada en el dispositivo desde el que nos conectamos.
3. No requiere usuario para ser utilizada, si bien la opción de utilizar un usuario de Google y, en este caso, poder guardar e imprimir el trabajo realizado, además es un recurso multi idioma.
4. Funciona como una plataforma de trabajo colaborativo, es decir, permite la aportación de nuevas actividades que puedan ser utilizadas por cualquier usuario (Marcos del Olmo, 2016).

Funcionalidad de Desmos

Desmos es una herramienta de apoyo tanto para el estudiante como para el docente, mismo que ofrece algunas funcionalidades fáciles e interactivas.

Tablas.

Para crear una nueva tabla o convertir una expresión existente en una tabla de valores, se debe seleccionar en la símbolo (+) añadir una tabla, seguido ingresamos los valores en los renglones respectivos.

Para convertir una expresión a tabla de valores simplemente seleccionamos en la parte donde indica (convertir a tabla).

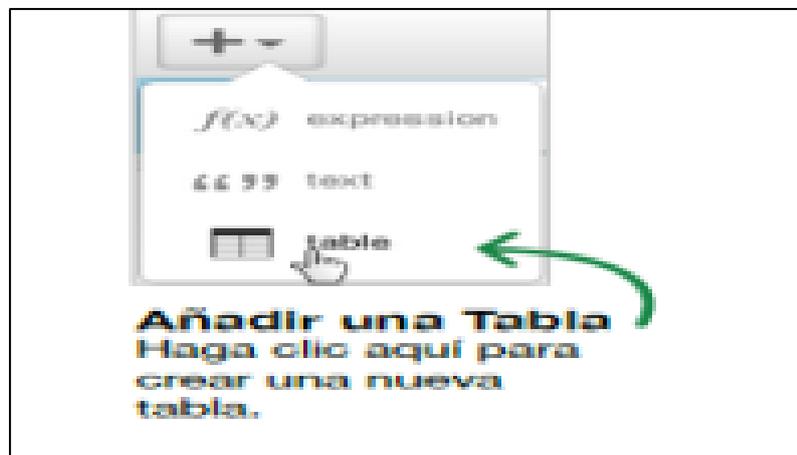


Ilustración 1: Insertar una tabla en Desmos.
Fuente: Parra, (s. f).

VARIABLES Y CONTROLES DESLIZANTES.

Desmos permite graficar expresiones como $y=2x+3$; pero, para hacer la gráfica más dinámica se puede utilizar expresiones como $y=mx+b$, y se procede a agregar controles deslizantes para los parámetros indefinidos haciendo clic en el indicador.

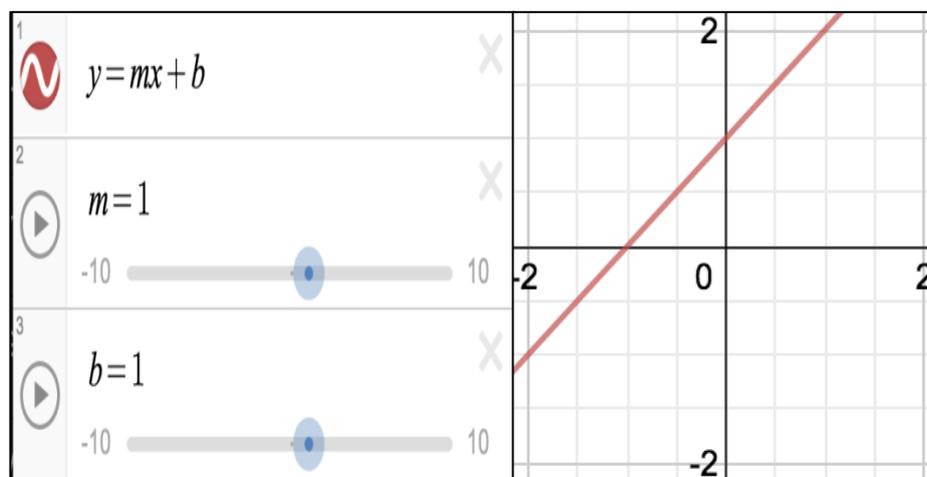


Ilustración 2: Variables y controles deslizantes.
Fuente: Parra, (s. f).

Configuración y Zoom.

Papel para graficar.

Al utilizar el modo proyector hará las gráficas y las líneas de los ejes más gruesos y los números de la graduación de los ejes, más grandes. También en la sección de papel se puede elegir entre cuadrículas cartesianas y polares, mostrar u ocultar la graduación de los ejes, las líneas de cuadrícula y los ejes, marcando o desmarcando esas casillas (Parra, s.f).

Ventana.

Se ajustan las escalas de los ejes para cambiar la vista de su gráfica.

Configuración para trigonometría.

Permite escoger entre graduaciones regulares o en términos de π , y el modo de radianes o de grados.

Zoom.

Se puede acercar mediante la opción (zoom in) o alejar con (zoom out), en la esquina superior derecha del espacio de graficación



Ilustración 3: Zoom.
Fuente: Parra, (s. f).

Expresiones que se pueden graficar.

Tipo de gráfica	Ejemplo(s)	Notas	Tipo de gráfica	Ejemplo(s)	Notas
Punto	(1,0)	Utilice paréntesis para trazar puntos	Funciones regulares	$y=2x+1$	
Lista de puntos	(1,1), (2,2), (3,3)	Puede trazar varios puntos separándolos con comas	x en términos de y	$x=\sqrt{1-y^2}$	
Punto móvil	(a,b)	Introduzca un punto con una variable en, al menos, una de las coordenadas.	Desigualdades	$y > \log(x)$ $x \leq 2y+3$	Las desigualdades estrictas se representan con líneas punteadas
Paramétrica	(sin(2t), cos(3t))	Las expresiones paramétricas tienen la misma forma que los puntos. Cualquier punto con funciones de t en las coordenadas será trazado como ecuación paramétrica	Polares	$r=\sin(5\theta)$	Las expresiones que contengan r y theta (θ) se interpretarán como polares
Implícita	$x^2+y^2=1$ $y^2+\sin(x)y+x=2$	Las ecuaciones implícitas solamente podrán ser graficadas si son cuadráticas en x y/o y	Por intervalos	$y=\{x<0: -x, x\}$ $x=\{-\pi<y<\pi:\sin(y)\}$	Limite el dominio o el rango de sus expresiones utilizando notación de funciones por intervalos

Ilustración 4: Expresiones que se pueden graficar.
Fuente: Parra, (s. f).

Funciones soportadas.

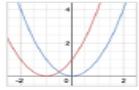
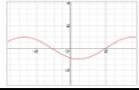
Exponenciales y logarítmicas $\exp(x)$ $\ln(x)$ $\log(x)$ $\log_n(x)$ x^n	Funciones trigonométricas hip-erbólicas $\sinh(x)$ $\cosh(x)$ $\tanh(x)$ $\operatorname{sech}(x)$ $\operatorname{csch}(x)$ $\operatorname{coth}(x)$	Pre cálculo y Cálculo d/dx \sum Π
Funciones trigonométricas $\sin(x)$ $\cos(x)$ $\tan(x)$ $\sec(x)$ $\csc(x)$ $\cot(x)$	Probabilidad y Estadística $\operatorname{ceil}(x)$ $\operatorname{floor}(x)$ $\operatorname{round}(x)$ $\operatorname{abs}(x)$ $\min(a,b)$ $\max(a,b)$ $\operatorname{mcm}(a,b)$ $\operatorname{mcd}(a,b)$ $nCr(n,r)$ $nPr(n,r)$ $!$ (factorial)	Defina su propia función Puede crear sus propias funciones, las cuales pueden definirse con cualquier letra (excepto las especiales, como x, y, r, t y e). Las funciones personalizadas pueden utilizarse como cualquier otra función de la lista. Por ejemplo, si escribe $f(x) = x^2$ puede entonces graficar $y = f(x + 1)$, que es la misma parábola pero desplazada a la izquierda: 
Funciones trigonométricas inversas $\arcsin(x)$ $\arccos(x)$ $\arctan(x)$ $\operatorname{arcsec}(x)$ $\operatorname{arccsc}(x)$ $\operatorname{arccot}(x)$		Incluso puede definir funciones que tengan más de un argumento. Por ejemplo, puede escribir $g(a, b) = \sin(a - b)$. Esto no graficará, pero entonces podrá graficar algo como $y = g(x, 2)$: 

Ilustración 5: Funciones Soportadas.
Fuente: Parra, (s. f).

Ejemplos de Representación de una Función en Desmos

Representación de una recta punto pendiente.

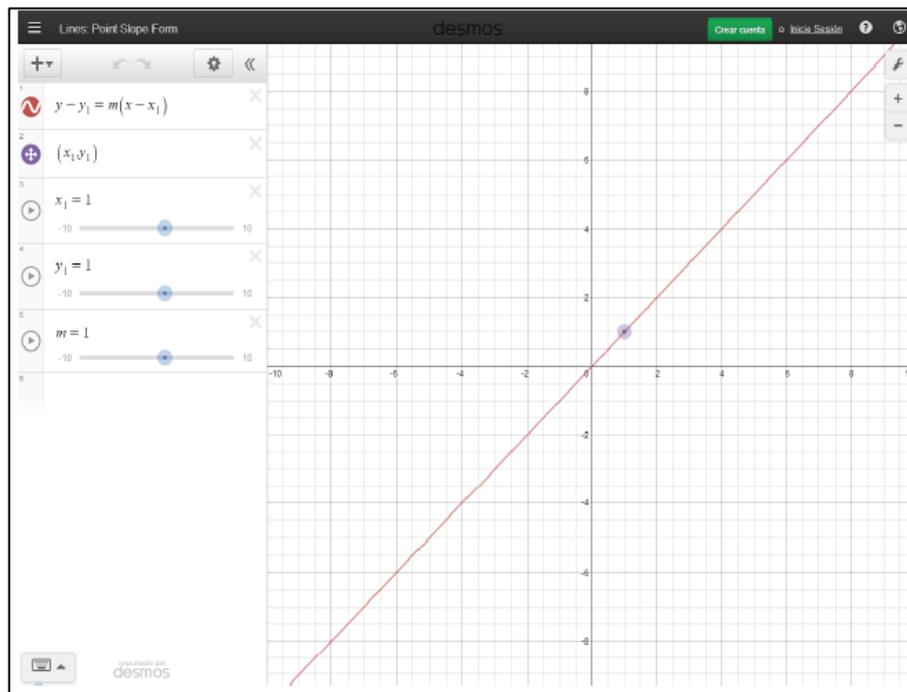


Ilustración 6: Recta punto pendiente
Fuente: Parra, (s. f).

Representación de una Parábola.

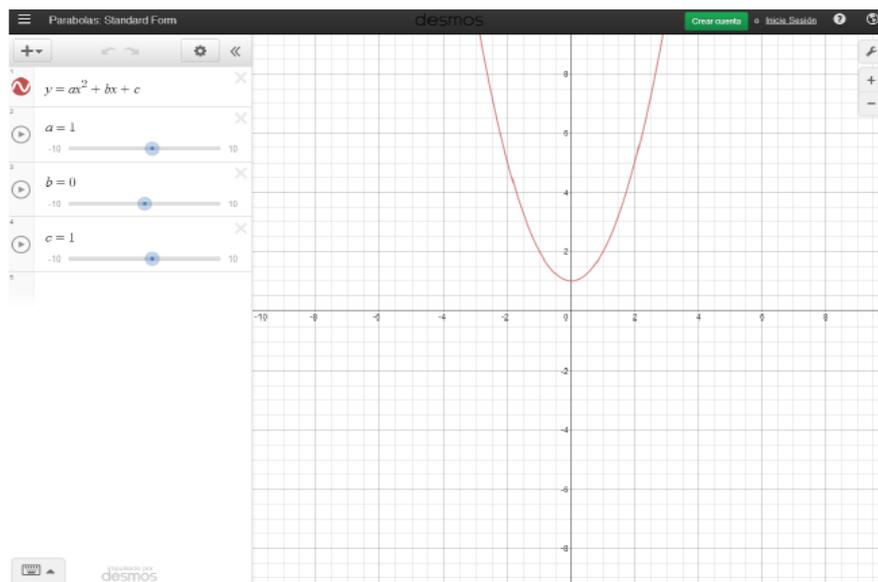


Ilustración 7: Parábola
Fuente: Parra, (s. f).

Aprendizaje en matemáticas

Definición de aprendizaje

Según el autor manifiesta que: Un criterio para definir el aprendizaje es el cambio conductual o cambio en la capacidad de comportarse. Empleamos el término aprendizaje cuando alguien se vuelve capaz de hacer algo distinto de lo que hacía antes. Aprender requiere el desarrollo de nuevas acciones o la modificación de las presentes. Asimismo menciona que el aprendizaje es inferencial, es decir, que no lo observamos directamente, sino a sus productos (Schunk, 1997).

Indicadores para medir el Aprendizaje

Según Cardona & Sánchez (2010) menciona que de acuerdo a un estudio realizado a los estudiantes de Educación a Distancia en Ambiente e-learning existen categorías para medir el proceso de aprendizaje, lo cual lo clasifica en: Institución, pedagogía, tecnología, contexto, servicios u otros, lo cual se detallan a continuación:

Institución: En esta categoría pretende medir la dotación de la infraestructura de la institución y soporte para TIC cuando el estudiante haga uso de la infraestructura educativa y la provisión de servicios de soporte a los estudiantes, observándose la relación de esta categoría con el segundo rasgo característico (Cardona & Sánchez, 2010).

Pedagogía: En la cual se mide el proceso de aprendizaje del estudiante, con base en los materiales ofrecidos, el diseño instruccional de cada curso, la asesoría del tutor, las retroalimentaciones a las actividades presentadas, donde esta categoría tiene relación con el tercer rasgo característico (Cardona & Sánchez, 2010).

Tecnología: En la cual se evalúa la accesibilidad, navegabilidad y usabilidad de la herramienta virtual utilizada como soporte al proceso educativo, las habilidades en el manejo de TIC por parte de los profesores y los estudiantes es un aspecto necesario que permite evaluar la efectividad de las TIC en la educación, de igual forma la comunicación en sentido bidireccional que permite al estudiante beneficiarse de ésta, para aclarar dudas o realizar su trabajo en equipo y de forma colaborativa, y se relaciona con el cuarto y quinto rasgo fundamental (Cardona & Sánchez, 2010).

Contexto: Todo proceso de evaluación depende de las características específicas del contexto de referencia, es por ello que se evalúa, el contexto social, económico, cultural y político, si bien podemos llegar a identificar indicadores en el ámbito internacional o nacional, de carácter más general, hay algunos que solamente son adecuados para una determinada región o centro o programa en función de su misión, valores, u otro tipo de características diferenciales (Cardona & Sánchez, 2010).

Servicios y otros: Pretende medir otros aspectos que no se encuentran directamente relacionados con los tres anteriores y tiene relación con la satisfacción del estudiante al terminar un curso utilizando recursos tecnológicos, la motivación del mismo durante el desarrollo del curso y su influencia en el proceso de aprendizaje, si se ha mejorado la educación con la inclusión del recurso tecnológico y cuáles son esos obstáculos que presentan tanto los estudiantes como los profesores cuando son inmersos en un ambiente de formación electrónica (Cardona & Sánchez, 2010).

Teorías de aprendizaje para la era digital

El conductismo, el cognitivismo y el constructivismo son las tres grandes teorías de aprendizaje utilizadas más a menudo en la creación de ambientes instruccionales. Estas teorías, sin embargo, fueron desarrolladas en una época en la que el aprendizaje no había sido impactado por la tecnología. En los últimos veinte años, la tecnología ha reorganizado la forma en la que vivimos, nos comunicamos y aprendemos (Siemens, 2004).

Según lo antes mencionado es importante acotar que existen más teorías que explican el desarrollo del aprendizaje, pero el conductismo, el conectivismo y el constructivismo son los que nos permiten explicar cómo ha ido avanzando el aprendizaje en el pasar del tiempo hasta llegar a la actualidad, ya que nos enfrentamos a una era digital, donde cada individuo construye su conocimiento a su manera, y no aprende a utilizar, clasificar y seleccionar de forma adecuada la gran información que se encuentra en el internet.

El conductismo iguala al aprendizaje con los cambios en la conducta observable, bien sea respecto a la forma o a la frecuencia de esas conductas. El aprendizaje se logra cuando se demuestra o se exhibe una respuesta apropiada a continuación de la presentación de un estímulo ambiental específico. Por ejemplo, cuando le presentamos a un estudiante la ecuación matemática " $2 + 4 = ?$ ", el estudiante contesta con la respuesta "6". La ecuación es el estímulo y la contestación apropiada es lo que se llama la respuesta asociada a aquel estímulo. Los elementos claves son, entonces, el estímulo, la respuesta, y la asociación entre ambos. La preocupación primaria es cómo la asociación entre el estímulo y la respuesta se hace, se refuerza y se mantiene (Newby & Ertmer, 1993).

Según el autor explica sobre el conductismo ante el aprendizaje y lo relaciona con la conducta observable, por lo tanto se puede destacar que esta teoría es de gran ayuda para explicar el aprendizaje, ya que se basa en elementos claves como estímulo y respuesta, mismo que dentro de la era digital ayuda a entender que estamos interconectados con muchas otras redes, por lo cual el conocimiento se vuelve caótico al no poder clasificar bien la información, por ende influye en el aprendizaje.

Newby & Ertmer (1993) analizan sobre el cognitivismo, donde el aprendizaje se equipara a cambios discretos entre los estados del conocimiento más que con los cambios en la probabilidad de respuesta. Esta teoría permite la conceptualización de los procesos del aprendizaje del estudiante y se ocupan de cómo la información es recibida, organizada, almacenada y localizada, es así como el aprendizaje se vincula, no tanto con lo que los estudiantes hacen, sino con lo que saben y cómo lo adquieren. Se acota también que la adquisición del conocimiento se describe como una actividad mental que implica una codificación interna y una estructuración por parte del estudiante. El estudiante es visto como un participante muy activo del proceso de aprendizaje.

Así mismo el constructivismo es una teoría que equipara al aprendizaje con la creación de significados a partir de experiencias. A pesar de ello se explica que cuando el constructivismo se considera una rama del cognitivismo (ambas teorías conciben el aprendizaje como una actividad mental), se diferencia de las teorías cognitivas tradicionales en varias formas (Newby & Ertmer, 1993). La mayoría de los psicólogos cognitivos consideran que la mente es una herramienta de referencia para el mundo real; los constructivistas creen que la mente filtra lo que nos llega del mundo para producir su propia y única realidad.

Las teorías de aprendizaje se ocupan del proceso de aprendizaje en sí mismo, no del valor de lo que está siendo aprendido. En un mundo interconectado, vale la pena explorar la misma forma de la información que adquirimos. La necesidad de evaluar la pertinencia de aprender algo es una meta-habilidad que es aplicada antes de que el aprendizaje mismo empiece. Cuando el conocimiento es escaso, el proceso de evaluar la pertinencia se asume como intrínseco al aprendizaje. Cuando el conocimiento es abundante, la evaluación rápida del conocimiento es importante (Siemens, 2004).

Cuando las teorías de aprendizaje existentes son vistas a través de la tecnología, surgen muchas preguntas importantes. El intento natural de los teóricos es seguir revisando y desarrollando las teorías a medida que las condiciones cambian. Sin embargo, en algún punto, las condiciones subyacentes se han alterado de manera tan significativa, que una modificación adicional no es factible. Se hace necesaria una aproximación completamente nueva. Así surge una nueva teoría alternativa como es el conectivismo; El conectivismo es orientado por la comprensión que las decisiones están basadas en principios que cambian rápidamente. Continuamente se está adquiriendo nueva información. La habilidad de realizar distinciones entre la información importante y no importante resulta vital. También es crítica la habilidad de reconocer cuándo una nueva información altera un entorno basado en las decisiones tomadas anteriormente (Siemens, 2004).

Principios del conectivismo:

1. El aprendizaje y el conocimiento dependen de la diversidad de opiniones.
2. El aprendizaje es un proceso de conectar nodos o fuentes de información especializados.
3. El aprendizaje puede residir en dispositivos no humanos.

4. La capacidad de saber es más crítica que aquello que se sabe en un momento dado.
5. La alimentación y mantenimiento de las conexiones es necesaria para facilitar el aprendizaje continuo.
6. La habilidad de ver conexiones entre áreas, ideas y conceptos es una habilidad clave.
7. La actualización (conocimiento preciso y actual) es la intención de todas las actividades conectivistas de aprendizaje.
8. La toma de decisiones es, en sí misma, un proceso de aprendizaje. El acto de escoger qué aprender y el significado de la información que se recibe, es visto a través del lente de una realidad cambiante. Una decisión correcta hoy, puede estar equivocada mañana debido a alteraciones en el entorno informativo que afecta la decisión (Siemens, 2004).

Según Siemens (2004) expone que el conectivismo presenta un modelo de aprendizaje que reconoce los movimientos tectónicos en una sociedad en donde el aprendizaje ha dejado de ser una actividad interna e individual. La forma en la cual trabajan y funcionan las personas se altera cuando se usan nuevas herramientas, se puede mencionar también que el área de la educación ha sido lenta para reconocer el impacto de nuevas herramientas de aprendizaje y los cambios ambientales, en la concepción misma de lo que significa aprender. Consecuentemente esta teoría provee una mirada a las habilidades de aprendizaje y las tareas necesarias para que los aprendices florezcan en una era digital.

Estilos de aprendizaje en matemáticas

Los Estilos de aprendizaje de Honey y Mumford excluyen parcialmente de la insistencia en el factor inteligencia, que no es fácilmente modificable, insistiendo en otras facetas más accesibles y mejorables. Clasifican los Estilos de Aprendizaje en cuatro tipos: Activo, Reflexivo, Teórico y Pragmático (Gallego Gil & Luna, 2008).

Estilo Activo. Las personas que tienen predominancia en este estilo se implican plenamente y sin prejuicios en nuevas experiencias. Son de mente abierta, nada escépticos y acometen con entusiasmo las tareas nuevas. Sus días están llenos de actividad. Se crecen ante los desafíos de nuevas experiencias, y se aburren con los largos plazos. Piensan que por lo menos una vez hay que intentarlo todo. Son personas muy de grupo que se involucran en los asuntos de los demás y centran a su alrededor todas las actividades

Estilo Reflexivo. A los reflexivos les gusta considerar experiencias y observarlas desde diferentes perspectivas. Reúnen datos, analizándolos con detenimiento antes de llegar a alguna conclusión. Su filosofía consiste en ser prudente. Disfrutan observando la actuación de los demás, escuchan a los demás y no intervienen hasta que se han adueñado de la situación. Crean a su alrededor un aire ligeramente distante y condescendiente.

Estilo Teórico. Los teóricos enfocan los problemas de forma vertical escalonada, por etapas lógicas. Tienden a ser perfeccionistas. Integran los hechos en teoría coherentes. Son profundos en su sistema de pensamiento, a la hora de establecer teorías, principios y modelos. Les gusta analizar y sintetizar. Buscan la racionalidad y la objetividad huyendo de lo subjetivo y de lo ambiguo.

Estilo Pragmático. El punto fuerte de las personas con predominancia en estilo pragmático es la aplicación práctica de las ideas. Descubren el aspecto positivo de las nuevas ideas y aprovechan la primera oportunidad para experimentarlas. Les gusta actuar rápidamente y con seguridad con aquellas ideas y proyectos que les atraen. Tienden a ser impacientes cuando hay personas que teorizan (Gallego Gil & Luna, 2008).

El aprendizaje de matemáticas con herramientas tecnológicas

Según Gómez (1997) manifiesta que la tecnología es un catalizador de este proceso, pero el éxito de su utilización depende de la forma como el profesor opere como agente decisor y negociador de tal forma que la tecnología aporte a un encuentro fructífero (desde el punto de vista del aprendizaje) entre el sujeto y el medio. El profesor es quien puede conocer el estado de los estudiantes (sus dificultades y sus necesidades) y quien puede promover y decidir la forma como se debe utilizar la tecnología de manera eficiente, siendo él el protagonista principal para tomar decisiones frente a sus estudiantes; Estas decisiones se expresan en el tipo de situaciones didácticas que el profesor proponga al estudiante y de la manera como estas situaciones didácticas, al requerir o promover la utilización de la tecnología, le permitan al estudiante vivir experiencias matemáticas que aporten a la construcción de su conocimiento matemático.

Por otro lado a la tecnología muchas de las veces la miramos como la solución al problema de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. No obstante, la tecnología es un catalizador del cambio (Gomez, 1997). En particular, la tecnología, además de promover nuevas formas didácticas que aporten al aprendizaje del estudiante, también puede influir en la formación de los profesores.

El aprendizaje cooperativo en el aula

Aprender es algo que los alumnos hacen, y no algo que se les hace a ellos. El aprendizaje no es un encuentro deportivo al que uno puede asistir como espectador. Requiere la participación directa y activa de los estudiantes. Al igual que los alpinistas, los alumnos escalan más fácilmente las cimas del aprendizaje cuando lo hacen formando parte de un equipo cooperativo (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999).

El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. Este método contrasta con el aprendizaje competitivo, en el que cada alumno trabaja en contra de los demás para alcanzar objetivos escolares tales como una calificación de “10” que sólo uno o algunos pueden obtener, y con el aprendizaje individualista, en el que los estudiantes trabajan por su cuenta para lograr metas de aprendizaje desvinculadas de los demás alumnos (Gallego Gil & Luna, 2008). El aprendizaje cooperativo comprende tres tipos de grupos de aprendizaje. Los grupos formales, informales y los grupos de base cooperativos.

Los grupos formales de aprendizaje cooperativo funcionan durante un período que va de una hora a varias semanas de clase. En estos grupos, los estudiantes trabajan juntos para lograr objetivos comunes, asegurándose de que ellos mismos y sus compañeros de grupo completen la tarea de aprendizaje asignada. Cualquier tarea, de cualquier materia y dentro de cualquier programa de estudios, puede organizarse en forma cooperativa (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999).

Los grupos informales de aprendizaje cooperativo operan durante unos pocos minutos hasta una hora de clase. El docente puede utilizarlos durante una actividad de enseñanza directa (una clase magistral, una demostración, una película o un vídeo) para centrar la atención de los alumnos en el material en cuestión, para promover un clima propicio al aprendizaje, para crear expectativas acerca del contenido de la clase, para asegurarse de que los alumnos procesen cognitivamente el material que se les está enseñando y para dar cierre a una clase (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999).

Según Johnson, & Holubec (1999) expresan que los grupos de base cooperativos tienen un funcionamiento de largo plazo (por lo menos de casi un año) y son grupos de aprendizaje heterogéneos, con miembros permanentes, cuyo principal objetivo es posibilitar que sus

integrantes se brinden unos a otros el apoyo, la ayuda, el aliento y el respaldo que cada uno de ellos necesita para tener un buen rendimiento escolar. Consiguientemente los grupos de base permiten que los alumnos entablen relaciones responsables y duraderas que los motivarán a esforzarse en sus tareas, a progresar en el cumplimiento de sus obligaciones escolares (como asistir a clase, completar todas las tareas asignadas, aprender) y a tener un buen desarrollo cognitivo y social.

e. MATERIALES Y MÉTODOS

MATERIALES

Los materiales utilizados en la investigación se presentan a continuación:

- Materiales de oficina
- Computador portátil
- Infocus
- Impresora
- Cámara
- Papel Bond
- Fotocopias
- Servicio de Internet

Diseño de investigación

La investigación fue de tipo descriptivo. La población de estudio estuvo constituida por los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, la muestra estuvo conformada por todos los estudiantes del paralelo A, en un número de 34 integrada por hombres y mujeres. Se realizó un diagnóstico del aprendizaje de funciones reales y radicales para determinar las dificultades en el aprendizaje en la asignatura de matemáticas y detallar los datos a recolectar, para posteriormente encontrar las soluciones aplicando Desmos, por lo cual se pudo describir y obtener datos precisos sobre el objeto de estudio.

Métodos

Método científico.- Se usó para la producción de conocimiento; este método permitió describir hechos o fenómenos mediante la observación, la razón y la verificación y así explicar los elementos teóricos mediante fuentes bibliográficas.

Método inductivo.- Se constituyó en valiosa herramienta para llegar a determinar las dificultades de aprendizaje en la problemática. Bajo su orientación se elaboró una encuesta con preguntas precisas sobre cómo influye Desmos en el aprendizaje de matemáticas, se midió con una escala apropiada el grado de dificultad, se describió la información recabada, se analizó e interpretó.

Método sintético: Permitted construir la caracterización del problema en forma ordenada, sobre la base de las partes antes analizadas, además sirvió para la preparación de la fundamentación teórica en forma resumida y clara.

Método estadístico: Permitted manejar datos cuantitativos de la investigación para comprender el comportamiento de cada uno de los datos. Sirvió para tabular las preguntas del test aplicado, organizar en tablas y en gráficos, para luego analizar e interpretar los datos obtenidos, misma que ayudó a determinar si Desmos hace posible el aprendizaje en la asignatura de matemáticas.

Método analítico: Se utilizó para el análisis de la información teórica; así como el análisis e interpretación de los datos obtenidos del test antes y después de aplicar Desmos; dichos datos sirvieron para analizar el nivel de aprendizaje una vez que se aplicó Desmos como recurso didáctico.

Técnicas

Test: Se aplicó un test a los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado antes de usar Desmos con el fin de identificar las dificultades en la unidad temática de funciones reales y radicales, luego para analizar el aprendizaje después del uso de Desmos como recurso didáctico se aplicó el mismo test, y así comprobar el fortalecimiento en el aprendizaje de matemáticas.

Población y Muestra

Población

La población de estudio está constituido por los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado, de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, de la ciudad de Loja, correspondiente al paralelo “A” con un número de 34 estudiantes.

Muestra

La muestra es la misma de la población ya que, para mayor claridad en los resultados, fue necesario tomar en cuenta a los 34 estudiantes de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, de la ciudad de Loja.

Tabla 1: *Población y muestra*

Población	Muestra
Estudiantes de primero año de BGU paralelo “A” de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado	34 estudiantes

Fuente: Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado

Proceso a utilizarse en la aplicación de instrumentos y recolección de la información.

- Sensibilización sobre el tema de investigación con la población participante.
- Elaboración y aplicación de los instrumentos que permita conocer cómo se encuentra inicialmente el nivel de aprendizaje en matemáticas, por parte de los estudiantes involucrados.
- Para determinar si Desmos como recurso didáctico hace posible el aprendizaje en la asignatura de matemáticas, se procedió a realizar cinco talleres sobre cómo funciona Desmos y su aplicación, para ello se trabajó en la unidad **temática 2 correspondiente a funciones reales y radicales**, misma que comprende el segundo parcial del primer quimestre.
- Luego de la aplicación de Desmos como recurso didáctico, se procedió a aplicar un test para determinar el nivel de aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU.
- Procesamiento de la información recolectada.
- Análisis e interpretación de los resultados.
- Elaboración de conclusiones.

Procesamiento de la información

Una vez aplicados los instrumentos de investigación, se usó la estadística descriptiva, se procedió a tabular los datos de la investigación. Procediéndose a un análisis estadístico y luego interpretativo sustentando la mayor objetividad posible, para llegar a la ponderación de los resultados en relación a los objetivos.

Discusión de la información, cumplimiento de objetivos y conclusiones

Siendo una investigación de carácter descriptivo y para dar cumplimiento con los objetivos de la investigación, se procedió a tabular cada una de las preguntas del test aplicado para luego organizar en tablas y gráficos y así analizar e interpretar los datos obtenidos, lo que permitió comprender el comportamiento de los datos y determinar si Desmos hace posible el aprendizaje en la asignatura de matemáticas, tomando la información más sobresaliente de los resultados, cuidando de que éstos guarden coherencia entre sí.

Una vez que se concluyó el proceso investigativo y después de haber analizado los resultados de los instrumentos, se procedió a la verificación del cumplimiento de los objetivos respaldados con los datos correspondientes, que permitan llegar a las conclusiones adecuadas.

f. RESULTADOS

PRE TEST APLICADO A ESTUDIANTES

1. Las funciones cuyas gráficas son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas reciben el nombre de:

Tabla 1

Conocimiento de funciones lineales

Indicadores	f	%
a. Funciones afines	5	15
b. Funciones contantes	2	6
c. Funciones lineales	27	79
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

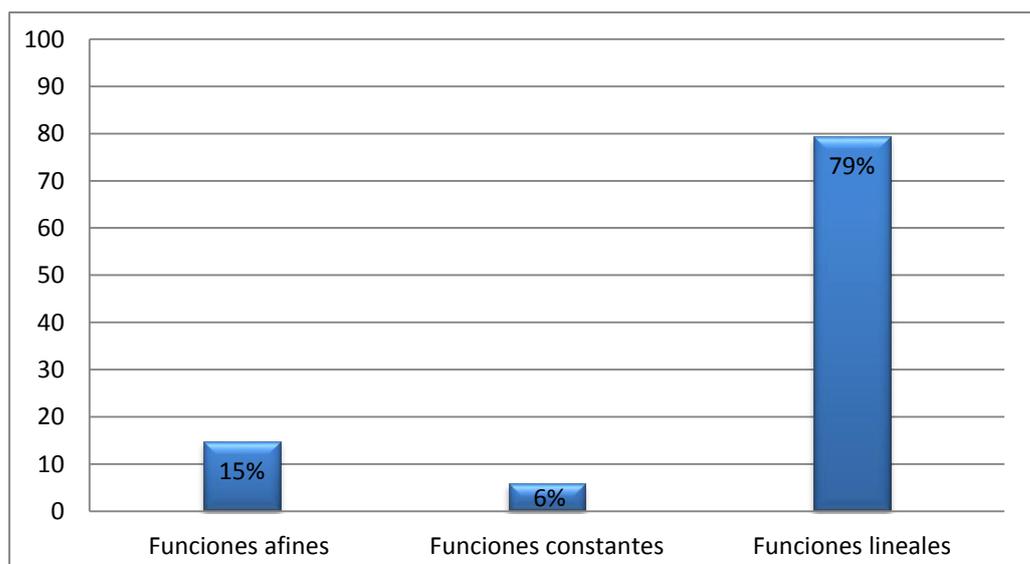


Figura 1. Conocimiento de funciones que pasan por el origen.

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Una función lineal es aquella cuya expresión algebraica es del tipo $y = mx$, siendo m un número cualquiera distinto de 0 y su gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, $(0,0)$.

De los datos obtenidos el 6% de los estudiantes respondieron la opción (b), el 15% de los estudiantes respondieron la opción (a) y el 79 % de los estudiantes respondieron la opción (c), siendo ésta la respuesta correcta.

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 1 el 21% tienen dificultad en el conocimiento sobre funciones cuyas gráficas son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas, por lo que se deduce que los estudiantes tienen dificultades para identificar una gráfica de una función lineal, por lo que es necesario reforzar cómo identificar este tipo de función.

2. La función de proporcionalidad directa recibe el nombre de:

Tabla 2

Conocimiento de funciones de proporcionalidad directa

Indicadores	f	%
a. Función afín	4	12
b. Función lineal	4	12
c. Función proporcionalidad	26	76
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

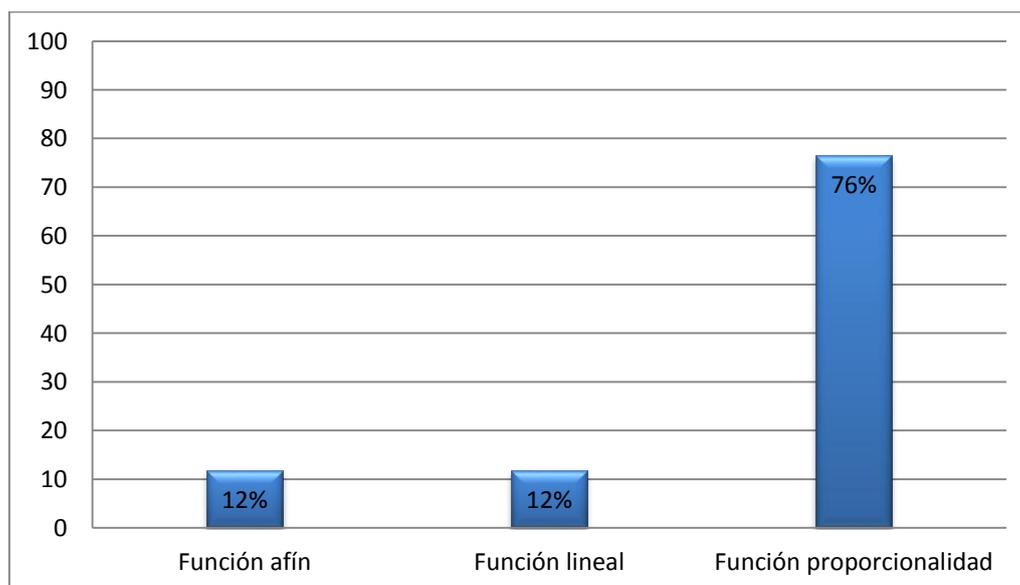


Figura 2. Conocimiento de funciones de proporcionalidad directa.

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Una función de proporcionalidad directa recibe el nombre de función lineal, relaciona dos magnitudes directamente proporcionales, donde la gráfica de esta función es siempre una línea recta que pasa por el origen.

De los datos obtenidos el 12% de los estudiantes respondieron la opción (a), el 12% de los estudiantes respondieron la opción (b), siendo ésta la respuesta correcta, y el 76 % de los estudiantes respondieron la opción c.

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 2 el 88% tienen dificultad en el conocimiento sobre función de proporcionalidad directa, por lo se deduce que la mayoría de los estudiantes desconoce sobre una función de proporcionalidad directa, y al no existir este conocimiento no podrán identificar la gráfica de una función.

3. La recta que pasa por el punto (3,6) tiene como función:

Tabla 3

Conocimiento sobre la recta que pasa por un punto

Indicadores	f	%
a. $y= 3x + 6$	26	76
b. $y= 6x - 3$	4	12
c. $y= 2x$	4	12
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

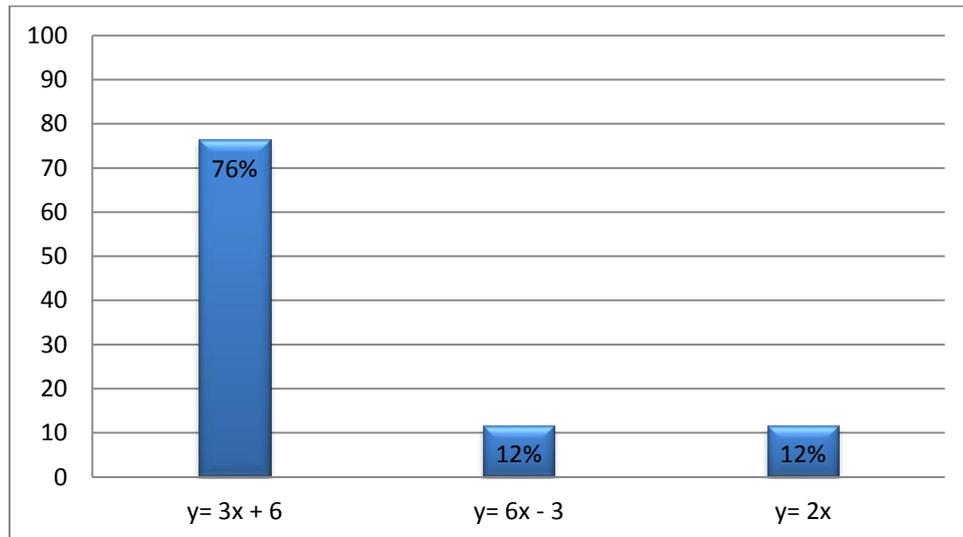


Figura 3. Conocimiento sobre la recta que pasa por un punto.

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Un punto está sobre la recta si satisface la ecuación, entonces se debe sustituir las coordenadas de ese punto en la ecuación de la recta encontrada y verificar que la igualdad se cumpla.

De los datos obtenidos el 12% de los estudiantes respondieron la opción (b), el 12% de los estudiantes respondieron la opción (c), siendo ésta la respuesta correcta, y el 76 % de los estudiantes respondieron la opción (a).

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 3 el 88% tienen dificultad en el conocimiento de identificar la función de una recta que pasa por un punto.

Se deduce que la mayoría de los estudiantes tienen falencias en identificar la función de una recta que pasa por un punto, y al no existir este conocimiento no podrán encontrar la ecuación de una recta dado las coordenadas de un punto.

4. Si la pendiente de una función lineal es positiva, la función es:

Tabla 4

Conocimiento sobre la monotonía de una función lineal

Indicadores	f	%
a. Creciente	30	88
b. Decreciente	1	3
c. Constante	3	9
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

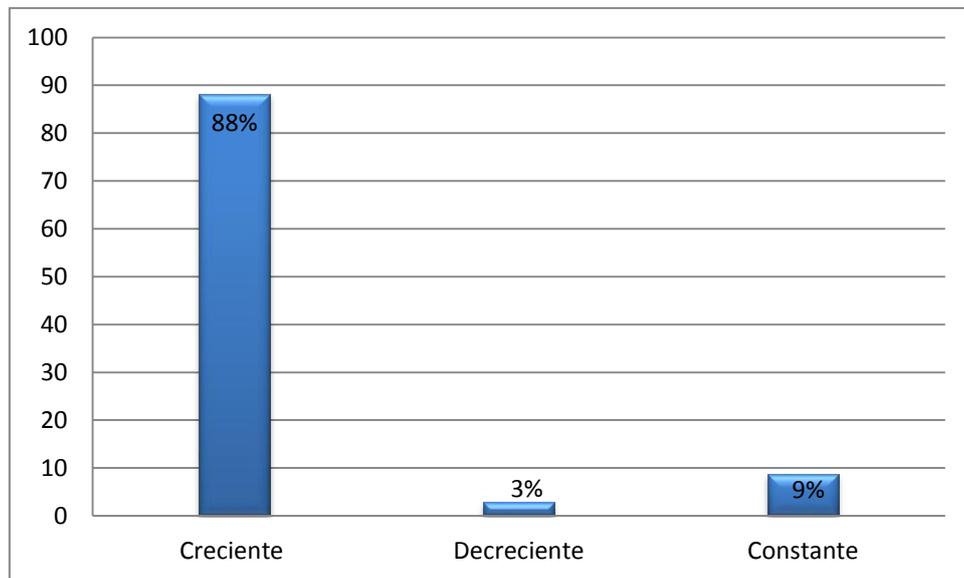


Figura 4. Conocimiento sobre la monotonía de una función lineal.

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Una función lineal que tiene como pendiente $m > 0$, es decir es positiva a medida que aumenta el valor de x también aumenta el valor de y , es decir que la función es monótona creciente.

De los datos obtenidos el 3% de los estudiantes respondieron la opción (b), el 9% de los estudiantes respondieron la opción (c) y el 88 % de los estudiantes respondieron la opción (a), siendo ésta la respuesta correcta.

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 4 el 12% tienen dificultad en el conocimiento sobre la monotonía de una función lineal.

Se deduce que la mayoría de los estudiantes si conocen sobre la monotonía de una función lineal, que es muy importante al momento de graficar una función.

5. Si la pendiente es cero, la función es:

Tabla 5

Conocimiento de una función con pendiente cero.

Indicadores	F	%
a. Creciente	0	0
b. Decreciente	6	18
c. Constante	28	82
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

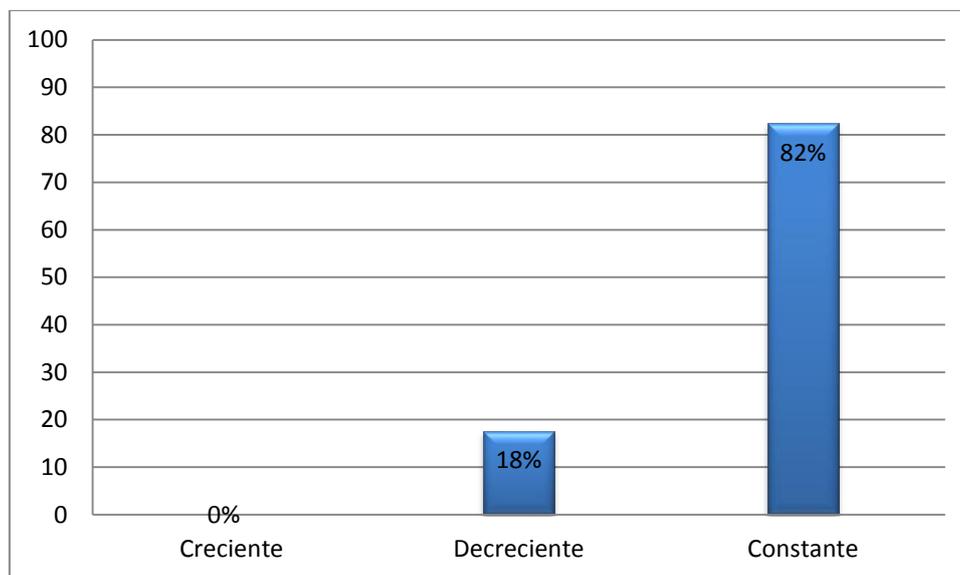


Figura 5. Conocimiento de una función con pendiente cero.

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Una función lineal que tiene como pendiente $m=0$ a medida que aumenta el valor de x , el valor de y se mantiene constante, es decir corresponde a una función constante.

De los datos obtenidos el 0% de los estudiantes respondieron la opción (a), el 18% de los estudiantes respondieron la opción (b) y el 82 % de los estudiantes respondieron la opción (c), siendo ésta la respuesta correcta.

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 5 el 18% tienen dificultad en el conocimiento sobre una función con pendiente cero.

Se deduce que la mayoría de los estudiantes tienen conocimiento sobre una función de pendiente cero, que es muy importante al momento de graficar una función.

6. Dada la función $y = 2x - 4$, señala todas las alternativas que sean verdaderas.

- a. Es una función decreciente
- b. Su ordenada en el origen es -4
- c. Es una función lineal
- d. Pasa por el punto (2,-4)
- e. No pasa por el origen de coordenadas

Tabla 6

Conocimiento de las características de una función lineal.

Indicadores	f	%
a,b,c	12	35
b,c	6	18
b,e	9	26
d,e	7	21
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

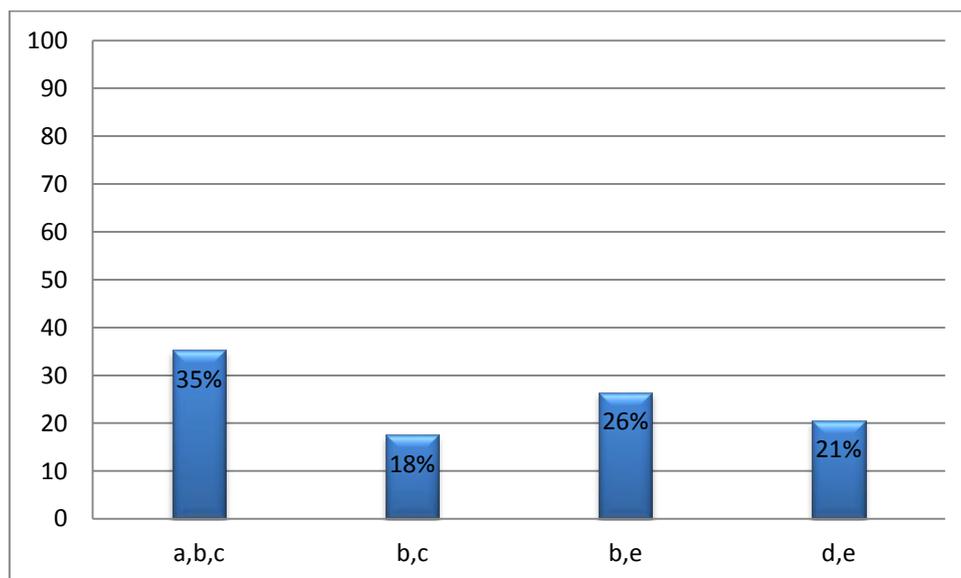


Figura 6. Conocimiento de las características de una función lineal.
 Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.
 Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Una función lineal se representa por $y=mx \pm b$, donde b es el valor constante que pertenece al conjunto de los reales, siendo así el punto $(0, b)$, es el punto donde la función corta el eje de las ordenadas (Y).

De los datos obtenidos el 18% de los estudiantes respondieron los literales (b, c), el 21% de los estudiantes respondieron los literales (d, e), el 26% de los estudiantes respondieron los literales (b, e), siendo ésta la opción correcta y el 35% de los estudiantes respondieron los literales (a, b, c).

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 6 el 26% responden la opción correcta, y el resto de estudiantes tienen dificultad en el conocimiento sobre las características de una función dada, por lo que se deduce que la mayoría de los estudiantes desconocen las características básicas de una función lineal, y al no existir este conocimiento no podrán identificar la gráfica de una función.

7. La recta que pasa por los puntos (1, 3) y (-1, 3) es una:

Tabla 7

Conocimiento sobre la función constante

Indicadores	F	%
a. Función afín	14	41
b. Función constante	15	44
c. Función lineal	5	15
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

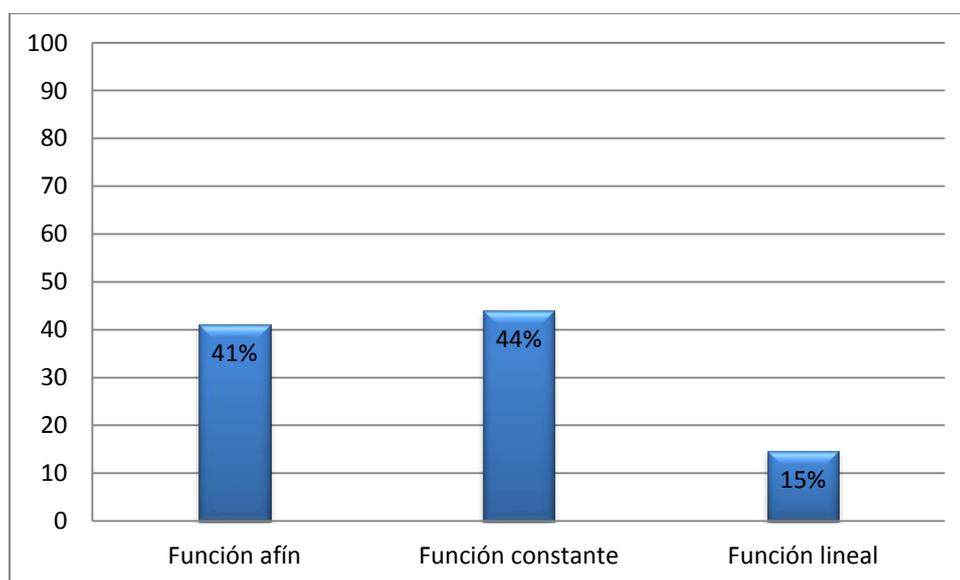


Figura 7. Conocimiento sobre la función constante.

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Una función constante $f(x)=k$, tiene el mismo valor de $(y)=f(x)$ para cualquier valor de x , y tiene como gráfica una línea horizontal.

De los datos obtenidos el 15% de los estudiantes respondieron la opción (c), el 41% de los estudiantes respondieron la opción (a) y el 44 % de los estudiantes respondieron la opción (b), siendo ésta la respuesta correcta.

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 7 el 56% tienen dificultad en el conocimiento sobre la función constante.

Se deduce que la mayoría de los estudiantes desconocen sobre la función constante dados puntos de la recta, esto constituye un problema al momento de diferenciar los tipos de funciones.

8. He comprado kilo y medio de tomates y me han costado 1,20 dólares. La función que da el coste de los tomates en función de su peso viene dada por la expresión:

Tabla 8

Conocimiento sobre identificar una función dado su costo y peso.

Indicadores	F	%
a. $y = 1,20 x$	22	65
b. $y = 0,80 x$	5	15
c. $y = 0,40 x$	7	21
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

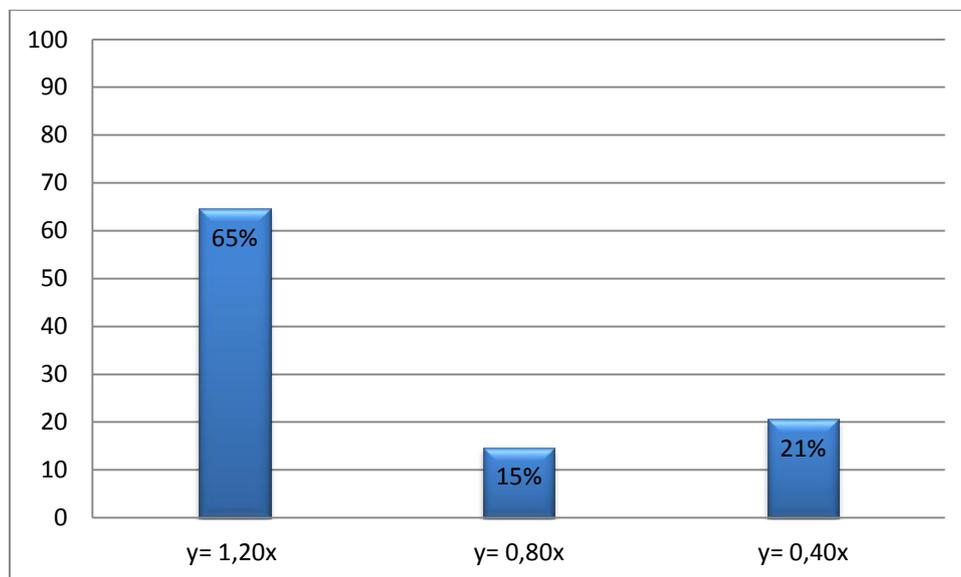


Figura 8. Conocimiento sobre identificar una función dado su costo y peso.

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Una función es una relación entre dos variables x e y , de modo que a cada valor de la variable independiente (x), le asocia un único valor de la variable (y), la dependiente.

De los datos obtenidos el 15% de los estudiantes respondieron la opción (b), siendo ésta la respuesta correcta, el 20% de los estudiantes respondieron la opción (c) y el 65 % de los estudiantes respondieron la opción (a).

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 8 el 85% tienen dificultad en el conocimiento sobre la identificación de una función dado el costo y peso.

Se deduce que los estudiantes no tienen claro cómo identificar la función de un problema dado, que es una falencia para poder relacionar problemas de la vida cotidiana.

9. Dos funciones tienen gráficas representadas por líneas paralelas cuando:

Tabla 9

Conocimiento sobre funciones representadas por líneas paralelas

Indicadores	F	%
a. Tienen la misma pendiente.	14	42
b. Tienen la misma ordenada en el origen.	10	29
c. Cortan al eje X en el mismo punto.	10	29
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

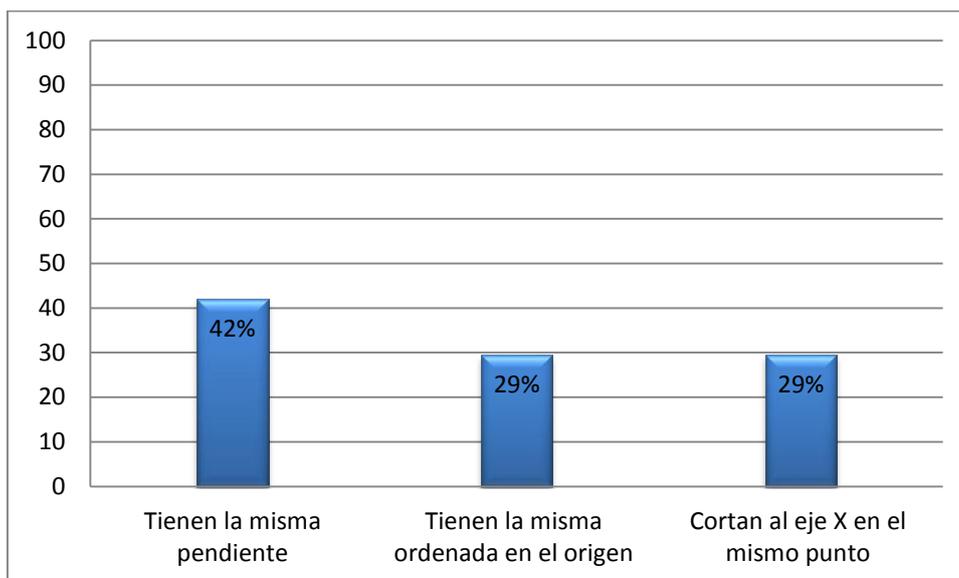


Figura 9. Conocimiento sobre funciones representadas por líneas paralelas.
 Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.
 Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Si se tiene dos líneas rectas en el plano que representan a funciones lineales, afines o constantes, al comparar sus gráficas se dice que las dos líneas son paralelas cuando las funciones tienen la misma pendiente pero distinta ordenada en el origen.

De los datos obtenidos el 19% de los estudiantes respondieron la opción (c), el 29% de los estudiantes respondieron los literales (b), el 42 % de los estudiantes respondieron los literales (a), siendo ésta la opción correcta.

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 9 el 58% tienen dificultad en el conocimiento sobre funciones representadas por líneas paralelas, por lo que se deduce que la mayoría de los estudiantes desconocen la pendiente si se tiene dos líneas rectas paralelas en el plano, y al no existir este conocimiento no podrán identificar y comparar dos gráficas de funciones en el plano.

10. En mi ciudad cobran la bajada de bandera, en los taxis, a 1,50 dólares y después cada kilómetro a 0,75 \$. La función que nos da el coste del recorrido (y) en función del número de kilómetros recorridos es:

Tabla 10

Conocimiento sobre identificar una función dado su costo y recorrido

Indicadores	f	%
a. $y = 2,25x$	7	21
b. $y = 1,50x + 0,75$	18	53
c. $y = 1,50 + 0,75x$	9	26
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

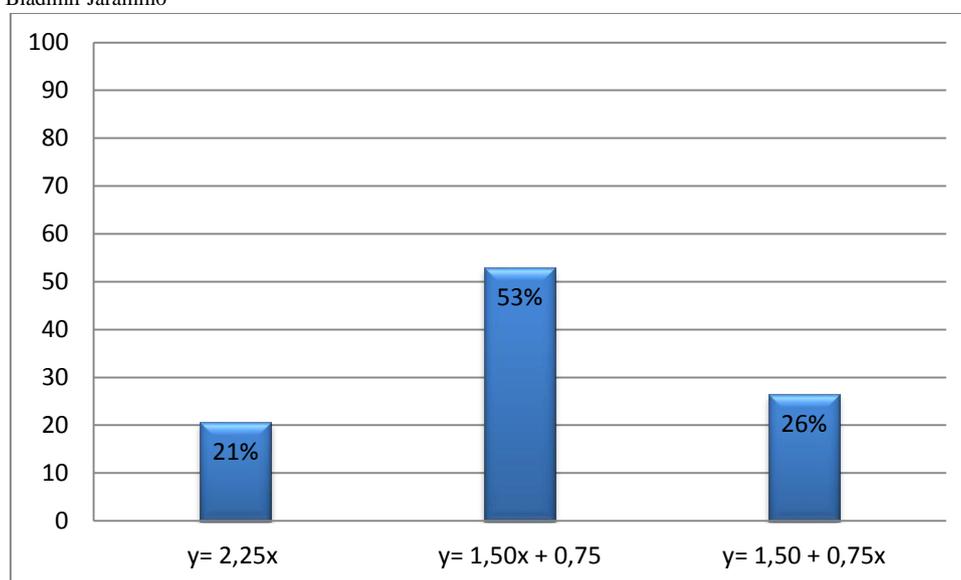


Figura 10. Conocimiento sobre identificar una función dado su costo y kilómetros recorridos.

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Una función es una relación entre dos variables x e y , de modo que a cada valor de la variable independiente (x), le asocia un único valor de la variable (y), la dependiente.

De los datos obtenidos el 21% de los estudiantes respondieron la opción (a), el 26% de los estudiantes respondieron la opción (c), siendo ésta la opción correcta y el 53 % de los estudiantes respondieron la opción (b).

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 10 el 74% tienen dificultad en el conocimiento sobre la identificación de una función dado el costo y kilómetros recorridos.

Se deduce que los estudiantes no tienen claro cómo identificar la función de un problema dado, que es una falencia para poder relacionar problemas de la vida cotidiana.

11. La función representada en la figura:

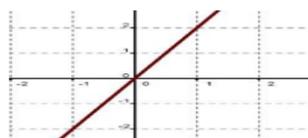


Tabla 11

Conocimiento sobre identificar el tipo de función dada su gráfica.

Indicadores	f	%
a. Es una función afín	14	41
b. Es una función constante	2	6
c. Es una función lineal	18	53
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

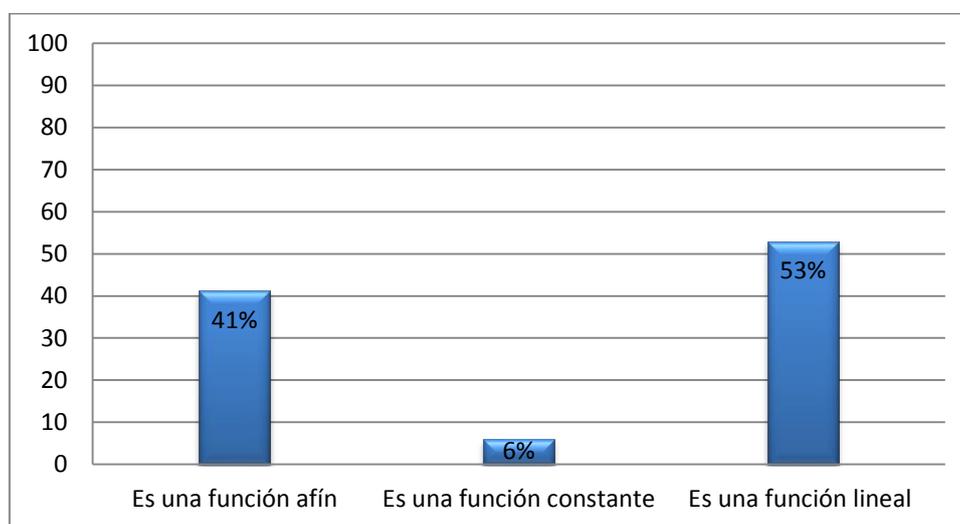


Figura 11. Conocimiento sobre identificar el tipo de función dada su gráfica.

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo

Análisis e interpretación

Una función lineal es aquella cuya expresión algebraica es del tipo $y = mx$, siendo m un número cualquiera distinto de 0 y su gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas (0,0).

De los datos obtenidos el 6% de los estudiantes respondieron la opción (b), el 41% de los estudiantes respondieron la opción (a), y el 53 % de los estudiantes respondieron la opción (c), siendo ésta la respuesta correcta.

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 11 el 47% tienen dificultad en el conocimiento sobre identificar una función lineal dada su gráfica, por lo que se deduce que una parte de los estudiantes aún no pueden identificar una función lineal, y al no existir este conocimiento no podrán identificar otro tipo de gráficas.

12. La recta de la gráfica corta al eje de abscisas en el punto:

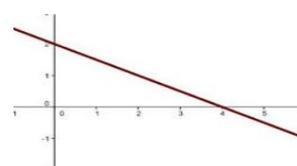


Tabla 12

Conocimiento sobre identificar el punto de corte de una gráfica.

Indicadores	f	%
a. (4, 0)	15	44
b. (2,0)	11	32
c. (0,0)	8	24
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes
Elaboración: Bladimir Jaramillo

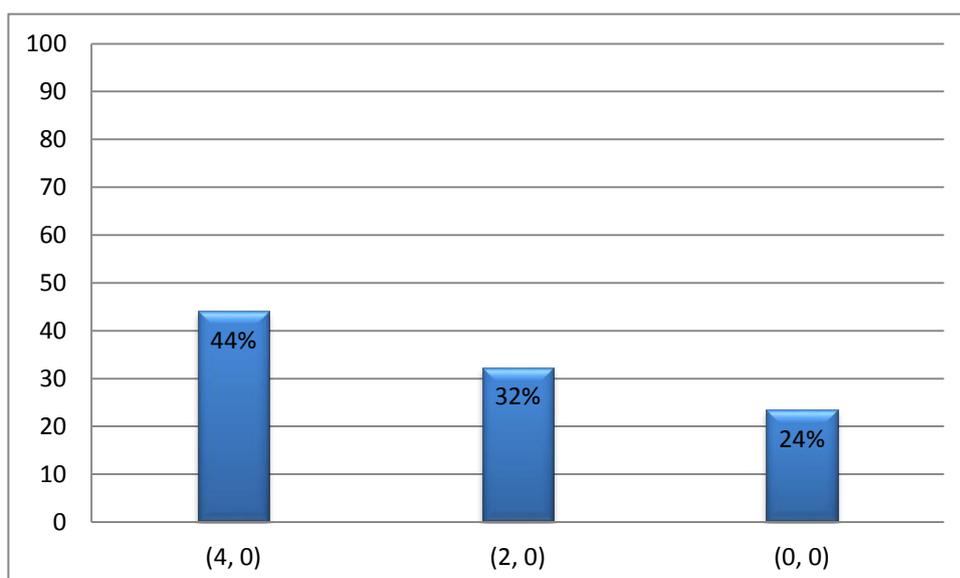


Figura 12. Aprendizaje sobre identificar el punto de corte de una gráfica.
Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.
Elaboración: Bladimir Jaramillo

Análisis e interpretación

Los puntos de corte con los ejes de una función $f(x)$ son los puntos de intersección de la gráfica de la función con cada uno de los ejes de coordenadas, los puntos de corte con el eje de abscisas OX se obtienen resolviendo la ecuación $f(x) = 0$, y son de la forma $(a, 0)$.

De los datos obtenidos el 24% de los estudiantes respondieron la opción (c), el 32% de los estudiantes respondieron la opción (b) y el 44 % de los estudiantes respondieron la opción (a), siendo ésta la respuesta correcta.

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 12 el 56% tienen dificultad en el conocimiento sobre identificar el punto de corte de una gráfica.

Se deduce que la mayoría de los estudiantes no conocen sobre cómo identificar los puntos de corte de la gráfica de una función dada, y al no tener este conocimiento no podrán representar gráficamente una función.

13. La recta de la figura tiene como ecuación.

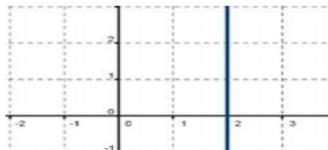


Tabla 13

Conocimiento sobre la ecuación de una recta paralela a los ejes.

Indicadores	f	%
a. $Y = 2$	16	47
b. $X = 2$	16	47
c. $X = 0$	2	6
TOTAL	34	100

Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

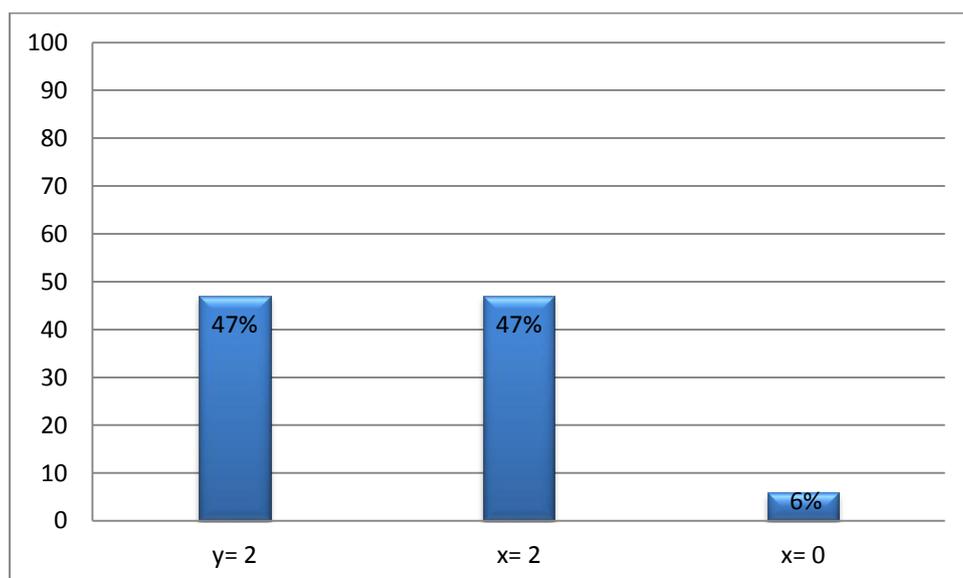


Figura 13. Conocimiento sobre la ecuación de una recta paralela a los ejes.
 Fuente: Pre-test aplicada a estudiantes.
 Elaboración: Bladimir Jaramillo

Análisis e interpretación

La ecuación de una recta paralela al eje Y es de la forma $x = k$. El propio eje Y tiene por ecuación $x = 0$.

De los datos obtenidos el 6% de los estudiantes respondieron la opción (c), el 47% de los estudiantes respondieron la opción (b), siendo ésta la respuesta correcta y el 47 % de los estudiantes respondieron la opción (a).

De acuerdo con los datos estadísticos de la tabla 13 el 53% tienen dificultad en el conocimiento sobre la ecuación de una recta paralela al eje (Y).

Por lo que se ha encontrado que la mayoría de los estudiantes no conocen sobre cómo identificar la ecuación de una recta paralela al eje de las ordenadas o eje (Y), y al no tener este conocimiento no podrán representar rectas paralelas a los ejes y hallar puntos que pertenecen a ellas.

POST TEST APLICADO A ESTUDIANTES

1. Las funciones cuyas gráficas son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas reciben el nombre de:

Tabla 14
Conocimiento de funciones lineales

Indicadores	f	%
a. Funciones afines	0	0
b. Funciones contantes	0	0
c. Funciones lineales	34	100
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes
Elaboración: Bladimir Jaramillo

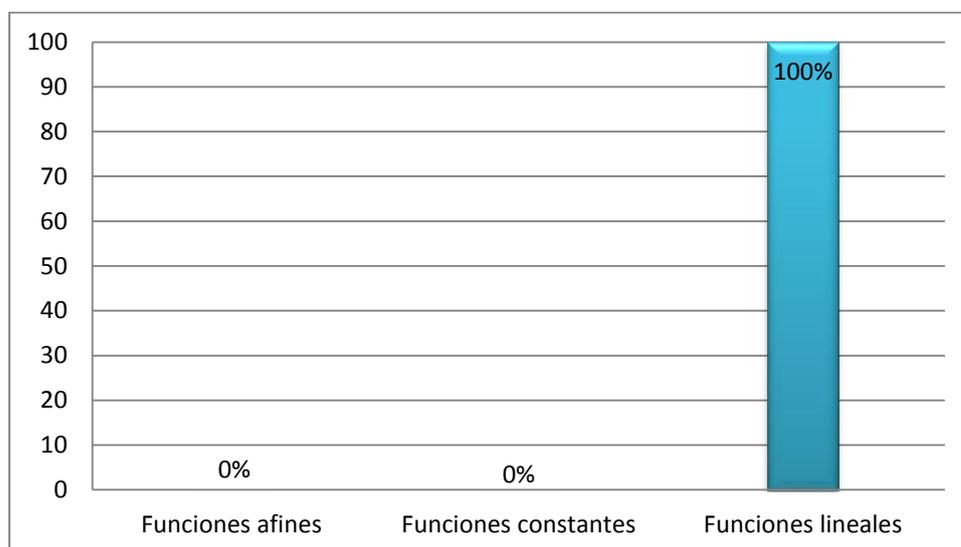


Figura 14. Conocimiento de funciones que pasan por el origen.
Fuente: Post test aplicada a estudiantes.
Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Analizando los datos estadísticos de la tabla 14 sobre el conocimiento de funciones que pasan por el origen, el 100% respondió correctamente. De los datos se puede deducir que los estudiantes tienen claro el concepto de una función lineal permitiendo así la comprensión de su gráfica.

2. La función de proporcionalidad directa recibe el nombre de:

Tabla 15

Conocimiento de funciones de proporcionalidad directa

Indicadores	f	%
a. Función afín	2	6
b. Función lineal	31	91
c. Función proporcionalidad	1	3
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

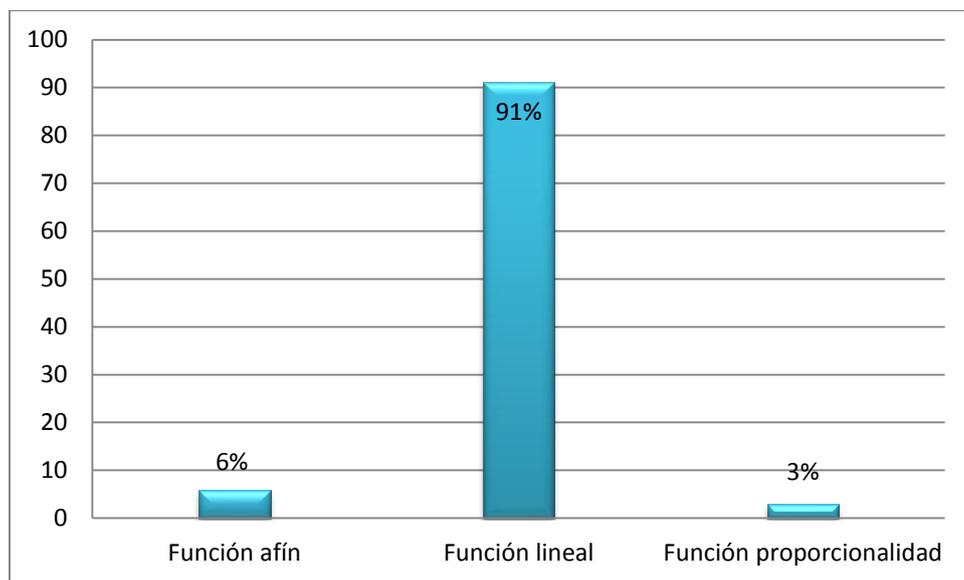


Figura 15. Conocimiento de funciones de proporcionalidad directa.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos en la tabla 15 sobre el conocimiento de funciones de proporcionalidad directa, el 91% respondió de manera correcta y el 9% respondió incorrectamente. Se deduce que los estudiantes dominan el concepto de una función de proporcionalidad directa y esto permite que puedan diferenciarlas con otros tipos de gráficas.

3. La recta que pasa por el punto (3,6) tiene como función:

Tabla 16

Conocimiento de la recta que pasa por un punto.

Indicadores	f	%
a. $y = 3x + 6$	6	18
b. $y = 6x - 3$	1	3
c. $y = 2x$	27	79
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

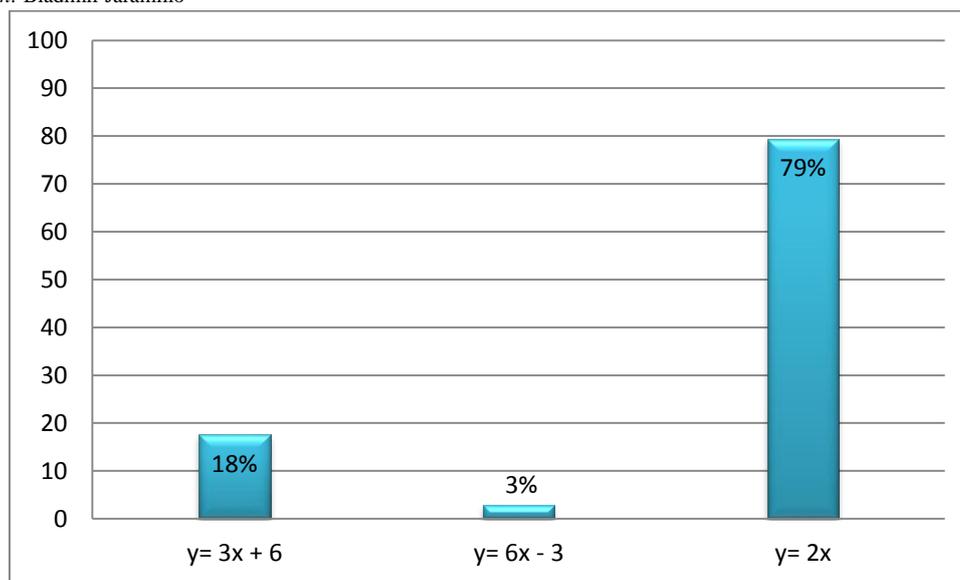


Figura 16. Conocimiento de la recta que pasa por un punto.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos en la tabla 16 sobre el conocimiento de la recta que pasa por un punto, el 79% contestó correctamente y el 21% de manera incorrecta. Los estudiantes tienen claro cuándo un punto está sobre la recta y satisface la ecuación, éste es un conocimiento básico para encontrar la ecuación de una recta dado las coordenadas de un punto.

4. Si la pendiente de una función lineal es positiva, la función es:

Tabla 17

Conocimiento sobre la monotonía de una función lineal

Indicadores	f	%
a. Creciente	34	100
b. Decreciente	0	0
c. Constante	0	0
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

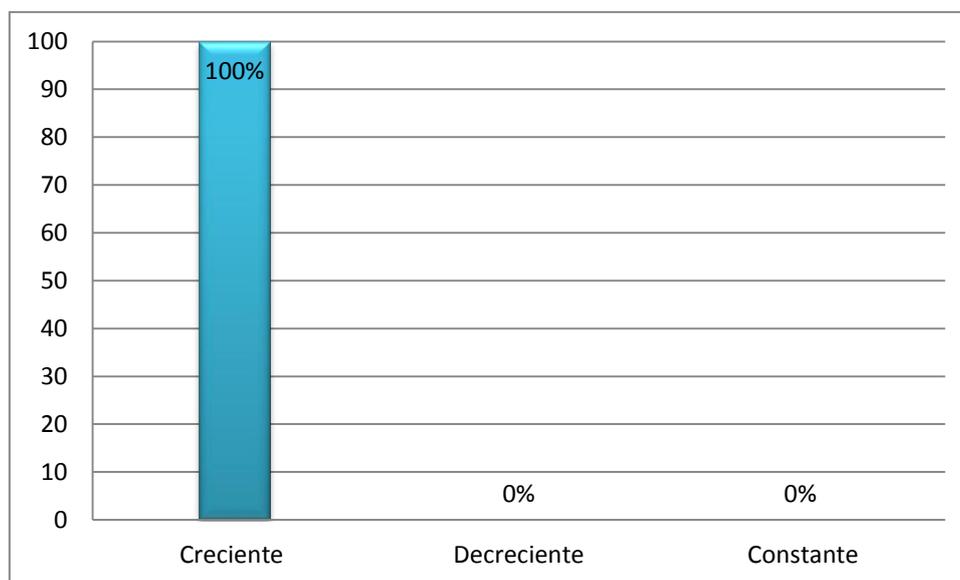


Figura 17. Aprendizaje sobre la monotonía de una función lineal.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Una función lineal que tiene como pendiente $m > 0$, es decir es positiva a medida que aumenta el valor de x también aumenta el valor de y , es decir que la función es monótona creciente.

De los datos obtenidos el 100% de los estudiantes respondieron correctamente. Se deduce que los estudiantes tienen claro sobre la monotonía de una función lineal, que es muy importante al momento de graficar una función.

5. Si la pendiente es cero, la función es:

Tabla 18

Conocimiento sobre una función de pendiente cero.

Indicadores	F	%
a. Creciente	0	0
b. Decreciente	1	3
c. Constante	33	97
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

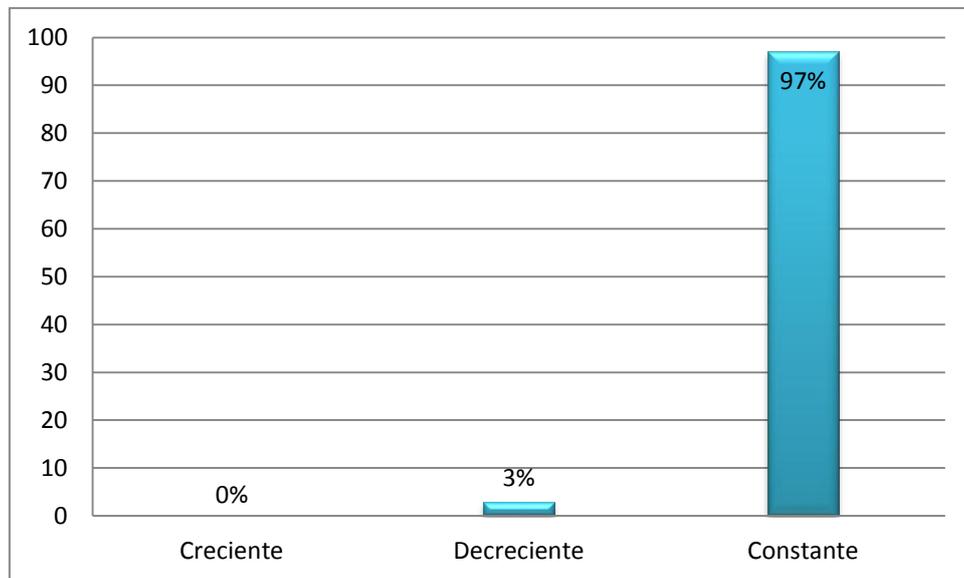


Figura 18. Conocimiento sobre una función de pendiente cero.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos en la tabla 18, el 97% de los estudiantes respondieron la opción correcta y el 3% respondieron incorrectamente. Se deduce que los estudiantes tienen conocimiento sobre una función de pendiente cero y pueden identificarla con mayor facilidad.

6. Dada la función $y = 2x - 4$, señala todas las alternativas que sean verdaderas.

- a. Es una función decreciente
- b. Su ordenada en el origen es -4
- c. Es una función lineal
- d. Pasa por el punto (2,-4)
- e. No pasa por el origen de coordenadas

Tabla 19

Conocimiento de las características de una función lineal.

Indicadores	f	%
a,b,c	5	15
b,c	7	21
b,e	15	44
d,e	7	21
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

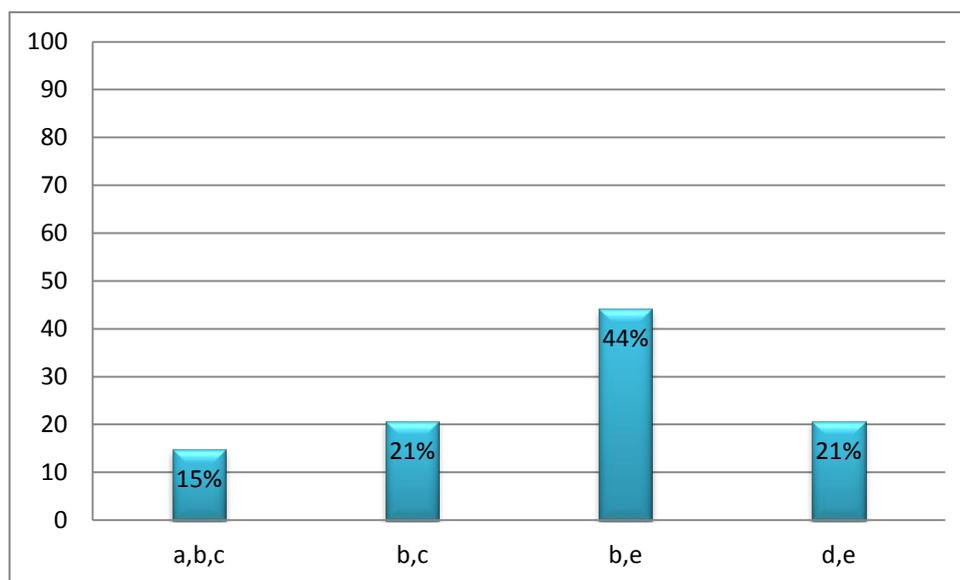


Figura 19. Conocimiento de las características de una función lineal.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos en la tabla 19 el 44% de los estudiantes respondieron correctamente y el 57 % respondieron incorrectamente. Se deduce que los estudiantes se les

dificultan identificar características propias de una función dada, y al no existir este conocimiento no podrán identificar la gráfica de una función.

7. La recta que pasa por los puntos (1, 3) y (-1, 3) es una:

Tabla 20

Conocimiento sobre la función constante.

Indicadores	F	%
a. Función afín	2	6
b. Función constante	31	91
c. Función lineal	1	3
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

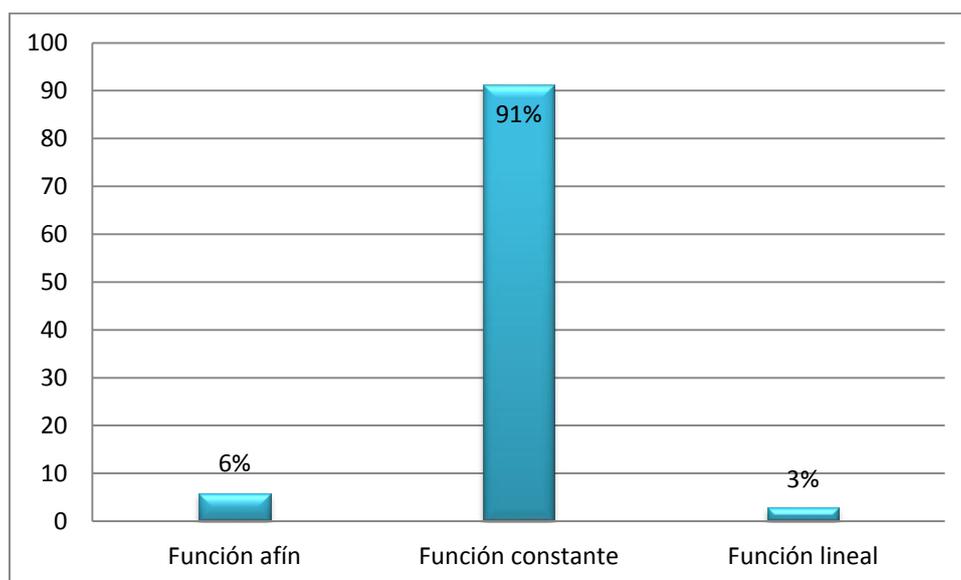


Figura 20. Conocimiento sobre la función constante.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos el 91% de los estudiantes respondieron correctamente y el 9% respondió incorrectamente. Los estudiantes dominan lo que es una función constante que permite posteriormente diferenciar los tipos de funciones.

8. He comprado kilo y medio de tomates y me han costado 1,20 dólares. La función que da el coste de los tomates en función de su peso viene dada por la expresión:

Tabla 21

Conocimiento sobre identificar una función dado su costo y peso.

Indicadores	F	%
a. $y = 1,20 x$	11	32
b. $y = 0,80 x$	15	44
c. $y = 0,40 x$	8	24
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

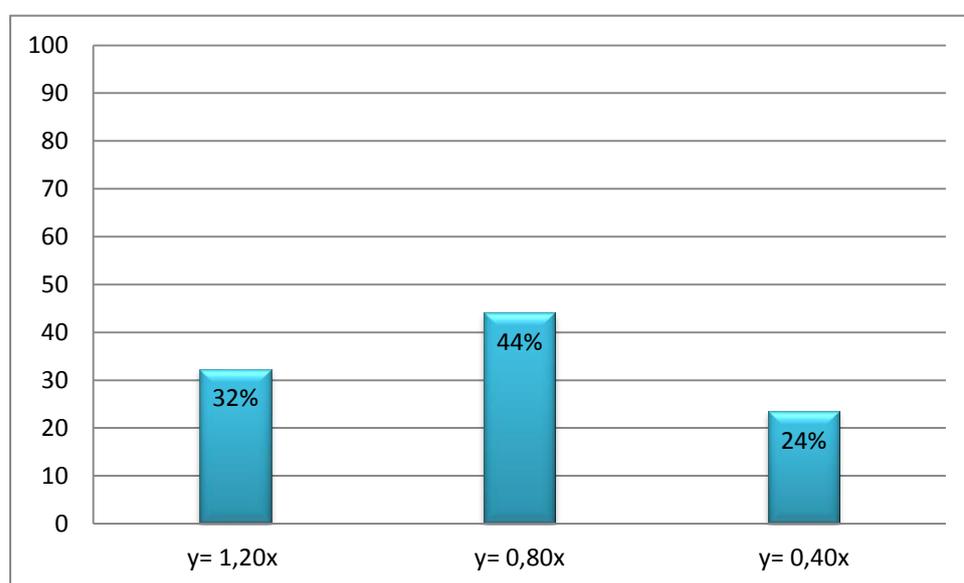


Figura 21. Conocimiento sobre identificar una función dado su costo y peso.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos en la tabla 21 el 44% de los estudiantes contestaron la opción correcta y el 56% de manera incorrecta. Se deduce que los estudiantes no tienen claro cómo identificar la función de un problema dado, que es una falencia para poder relacionar problemas de la vida cotidiana.

9. Dos funciones tienen gráficas representadas por líneas paralelas cuando:

Tabla 22

Conocimiento sobre funciones representadas por líneas paralelas

Indicadores	F	%
a. Tienen la misma pendiente.	20	59
b. Tienen la misma ordenada en el origen.	10	29
c. Cortan al eje X en el mismo punto.	4	12
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

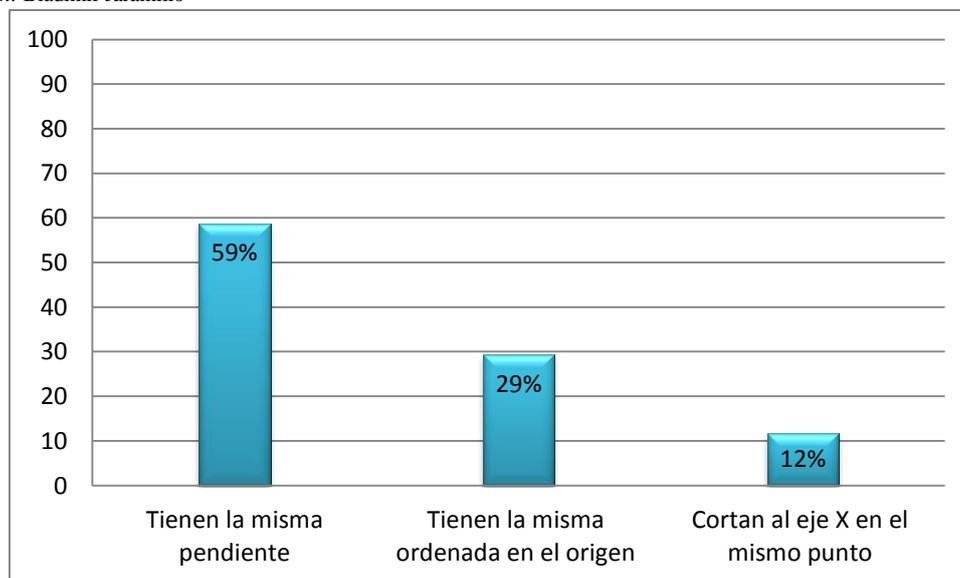


Figura 22. Conocimiento sobre funciones representadas por líneas paralelas.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

Si se tiene dos líneas rectas en el plano que representan a funciones lineales, afines o constantes, al comparar sus gráficas se dice que las dos líneas son paralelas cuando las funciones tienen la misma pendiente pero distinta ordenada en el origen.

De los datos obtenidos el 59% de los estudiantes respondieron correctamente y el 41% respondió incorrectamente. Esto muestra que los estudiantes conocen la pendiente si se tienen dos líneas rectas paralelas, que les permite identificar y comparar dos gráficas de funciones en el plano.

10. En mi ciudad cobran la bajada de bandera, en los taxis, a 1,50 dólares y después cada kilómetro a 0,75 \$. La función que nos da el coste del recorrido (y) en función del número de kilómetros recorridos es:

Tabla 23

Conocimiento sobre identificar una función dado su costo y recorrido

Indicadores	f	%
a. $y = 2,25x$	6	18
b. $y = 1,50x + 0,75$	17	50
c. $y = 1,50 + 0,75x$	11	32
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

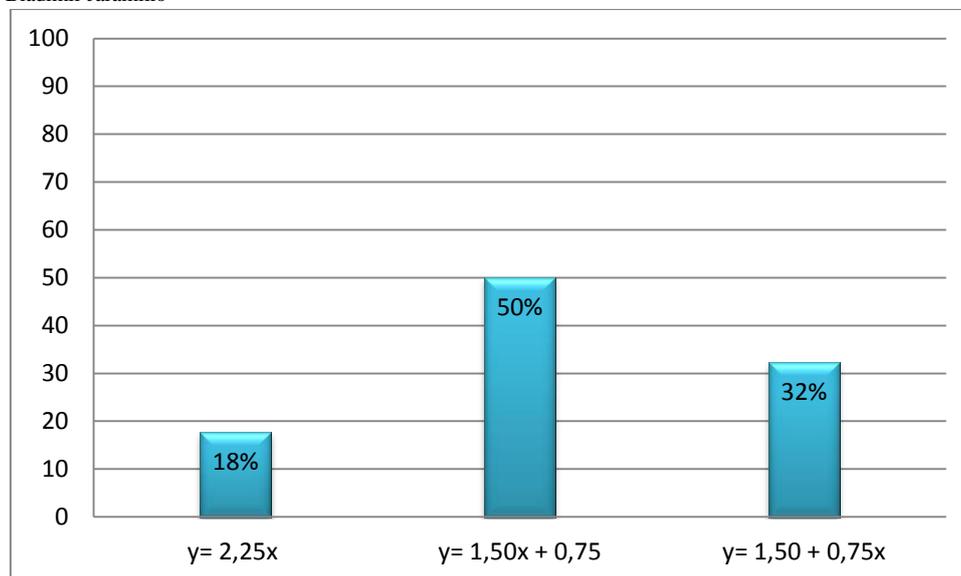


Figura 23. Conocimiento sobre identificar una función dado su costo y kilómetros recorridos.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo.

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos en la tabla 23 el 68% respondieron incorrectamente y el 32% respondieron la opción correcta. Los estudiantes no tienen claro cómo identificar la función de un problema dado, que es una falencia para poder relacionar problemas de la vida cotidiana.

11. La función representada en la figura:

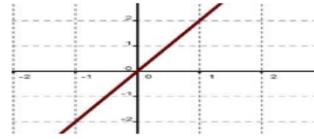


Tabla 24

Conocimiento sobre identificar el tipo de función dada su gráfica.

Indicadores	f	%
a. Es una función afín	7	21
b. Es una función constante	0	0
c. Es una función lineal	27	79
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

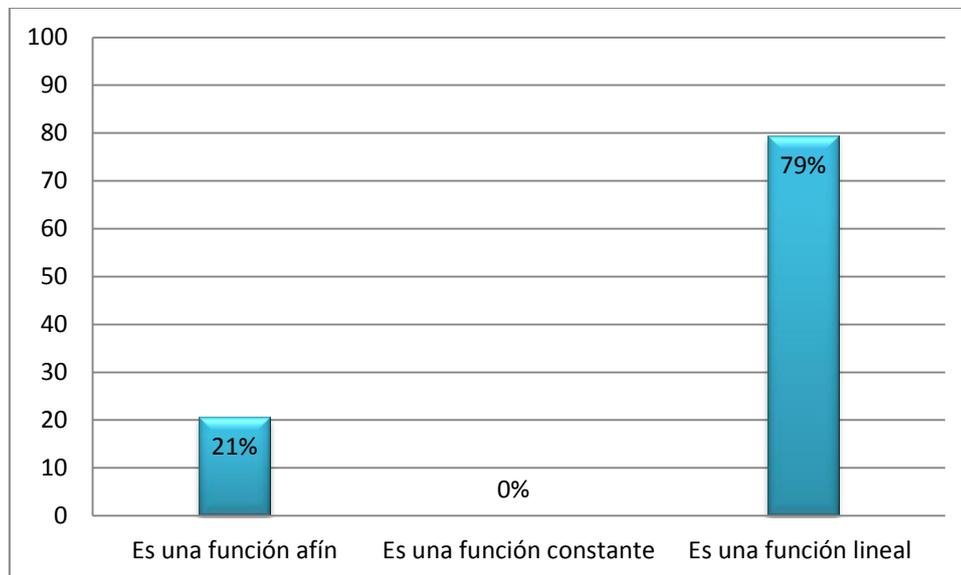


Figura 24. Conocimiento sobre identificar el tipo de función dada su gráfica.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos de la tabla 24 el 79% de los estudiantes respondieron la opción correcta y el 21% no lo hizo. Los estudiantes reconocen la gráfica de una función lineal, que les permite diferenciarlas de otro tipo de gráficas.

12. La recta de la gráfica corta al eje de abscisas en el punto:

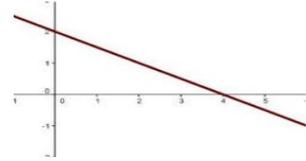


Tabla 25

Conocimiento sobre identificar el punto de corte de una gráfica.

Indicadores	f	%
a. (4, 0)	32	94
b. (2,0)	2	6
c. (0,0)	0	0
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

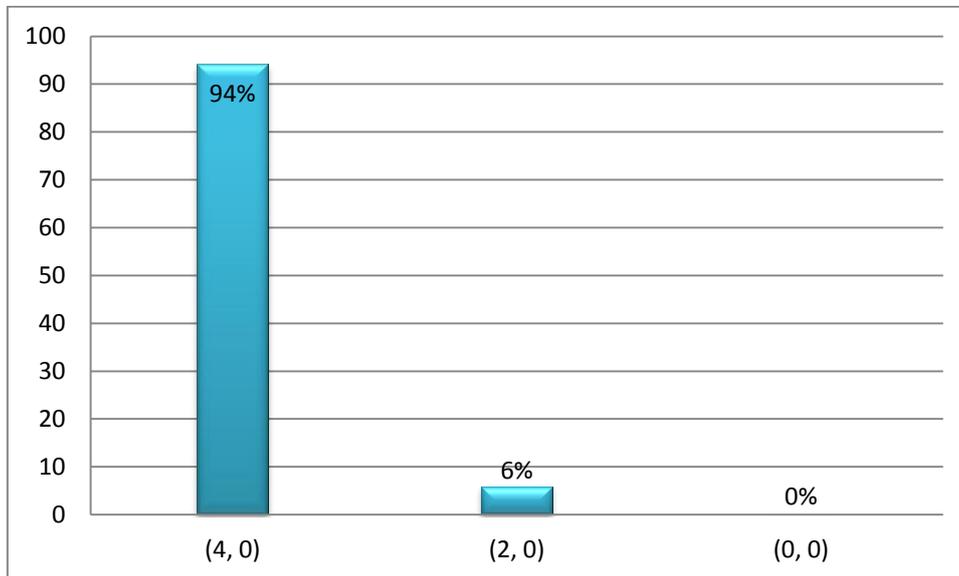


Figura 25. Conocimiento sobre identificar el punto de corte de una gráfica.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos el 94% respondieron correctamente y el 6% respondieron incorrectamente. Esto muestra que los estudiantes reconocen el punto de corte de una gráfica, que les permite posteriormente representar gráficamente una función.

13. La recta de la figura tiene como ecuación.

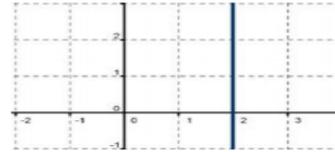


Tabla 26

Conocimiento sobre la ecuación de una recta paralela a los ejes.

Indicadores	f	%
a. $Y = 2$	2	6
b. $X = 2$	31	91
c. $X = 0$	1	3
TOTAL	34	100

Fuente: Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

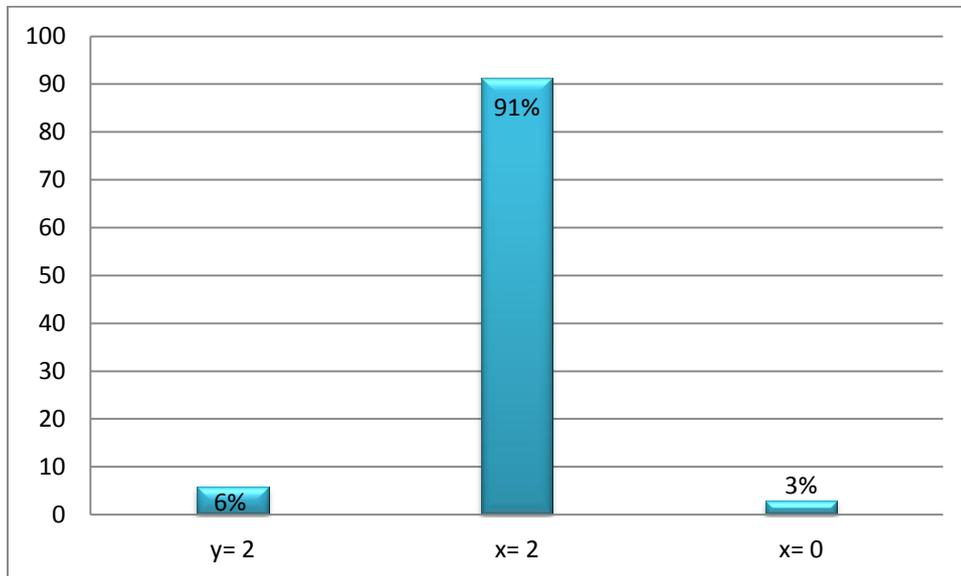


Figura 26. Conocimiento sobre la ecuación de una recta paralela a los ejes.

Fuente: Post test aplicada a estudiantes.

Elaboración: Bladimir Jaramillo

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos sobre el aprendizaje de la ecuación de una recta paralela a los ejes, el 91% respondieron la opción correcta y el 9% lo hizo incorrectamente. Se deduce que los estudiantes saben reconocer la ecuación de una recta paralela al eje de las ordenadas o eje (Y), que les permite representar rectas paralelas a los ejes y hallar puntos que pertenecen a ellas.

CUADRO DE CALIFICACIONES ANTES Y DESPUÉS DE APLICAR DESMOS

N°	ANTES		DESPUÉS	
	Cuantitativa	Cualitativa	Cuantitativa	Cualitativa
1	6	PAAR	10	DAR
2	5	PAAR	8	AAR
3	5	PAAR	7	AAR
4	6	PAAR	7	AAR
5	5	PAAR	9	DAR
6	6	PAAR	9	DAR
7	5	PAAR	8	AAR
8	5	PAAR	8	AAR
9	5	PAAR	7	AAR
10	5	PAAR	8	AAR
11	6	PAAR	8	AAR
12	4	NAAR	7	AAR
13	5	PAAR	8	AAR
14	7	AAR	10	DAR
15	5	PAAR	9	DAR
16	6	PAAR	8	AAR
17	2	NAAR	6	PAAR
18	4	NAAR	7	AAR
19	5	PAAR	8	AAR
20	5	PAAR	9	DAR
21	6	PAAR	8	AAR
22	6	PAAR	9	DAR
23	5	PAAR	7	AAR
24	3	NAAR	6	PAAR
25	3	NAAR	7	AAR
26	4	NAAR	7	AAR
27	4	NAAR	9	DAR
28	4	NAAR	8	AAR
29	4	NAAR	7	AAR
30	5	PAAR	8	AAR
31	3	NAAR	7	AAR
32	3	NAAR	6	PAAR
33	2	NAAR	5	PAAR
34	5	PAAR	9	DAR

Tabla 27

Escala de Calificaciones

Escala cuantitativa	Escala cualitativa	Antes	%	Después	%
9-10	DAR	0	0	9	26
7-8,99	AAR	1	3	21	62
4,001-6,99	PAAR	21	62	4	12
≤ 4	NAAR	12	35	0	0
TOTAL		34	100	34	100

Fuente: Pre test y Post test aplicada a estudiantes

Elaboración: Bladimir Jaramillo

Análisis e interpretación

De los datos obtenidos en la tabla 27 antes de aplicar Desmos el 3% de los estudiantes se encuentra en una escala de calificación cuantitativa (9-10) que dominan los aprendizajes requeridos (DAR), el 35 % no adquieren los aprendizajes requeridos (NAAR), y el 62% están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos (PAAR). Se deduce que existe un bajo nivel de aprendizaje ya que no alcanzan una calificación cuantitativa mayor a 7, siendo la base para alcanzar los aprendizajes requeridos de acuerdo con la escala de calificaciones dada por el Ministerio de Educación (2018).

Después de aplicar Desmos como recurso didáctico se obtuvo que el 12% de los estudiantes se encuentra en una escala de calificación cuantitativa (4,01-6,99) que están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos, el 26 % dominan los aprendizajes requeridos (DAR), y el 62% alcanzan los aprendizajes requeridos (AAR). Se deduce que existe una mejora en sus calificaciones después de aplicar Desmos como recurso didáctico, ya que la mayoría de los estudiantes tiene una calificación mayor a 7 que es la base para alcanzar los aprendizajes requeridos de acuerdo con la escala de calificaciones dada por el Ministerio de Educación (2018).

g. DISCUSIÓN

Para dar cumplimiento con los objetivos planteados con el presente trabajo de investigación, se aplicó un pre test a 34 estudiantes, para evaluar los conocimientos previos e identificar las dificultades en la unidad temática de funciones reales y radicales, luego en base a las falencias encontradas se elaboró cinco talleres con el recurso didáctico Desmos para fortalecer el aprendizaje y posteriormente se aplicó un post test para determinar si Desmos hace posible el aprendizaje en la asignatura de matemáticas.

Objetivo Específico 1: Determinar si Desmos como recurso didáctico hace posible el aprendizaje en la asignatura de matemáticas.

Al aplicar un test antes y después de usar Desmos como recurso didáctico, la variación entre las dos calificaciones es significativa ya que los estudiantes mejoran su rendimiento académico en la asignatura de matemáticas obteniendo una calificación mayor que 7 lo que confirma que Desmos utilizado correctamente sirve como recurso didáctico para fortalecer el aprendizaje en la asignatura de matemáticas. De acuerdo el artículo denominado Laboratorio de Cálculo con la aplicación Desmos (Delgado, Quezada, & Rubén Darío, 2015), mostró que la aplicación Desmos tiene características inigualables para el análisis gráfico de conceptos de funciones y es muy útil por su elaboración de actividades interactivas de apoyo para el aprendizaje, generando en los estudiantes la curiosidad para explorar y descubrir conceptos matemáticos. Por lo que se puede decir que Desmos si hace posible el aprendizaje en la asignatura de matemáticas.

Objetivo Específico 2: Analizar el nivel de aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, aplicando Desmos como recurso didáctico.

El nivel de aprendizaje para Loyola Campus (2017) “En matemáticas se lo puede medir a través de exámenes, test, lecciones; pero hace hincapié que las pruebas tipo test son instrumentos de medida que brindan la posibilidad de abarcar mucho conocimiento en poco tiempo, por lo que es recomendable a la hora de medir aprendizajes sobre hechos y conceptos”.

Una vez aplicado Desmos como recurso didáctico se obtuvo los siguientes resultados el 12% de los estudiantes se encuentra en una escala de calificación cuantitativa (4,01-6,99) que están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos, el 26 % se encuentran en la escala (9-10) dominan los aprendizajes requeridos (DAR), y el 62% se encuentran en la escala de calificaciones (7-8,99) que alcanzan los aprendizajes requeridos.

Según el Art. 193, del Reglamento General a la LOEI para superar cada nivel, el estudiante debe demostrar que logró “aprobar” los objetivos de aprendizaje definidos en el programa de asignatura o área de conocimiento fijados para cada uno de los niveles y subniveles del Sistema Nacional de Educación.

Las calificaciones hacen referencia al cumplimiento de los objetivos de aprendizaje establecidos en el currículo y en los estándares de aprendizaje nacionales, según lo detalla el Art. 194 del Reglamento a la LOEI.

Se observa que efectivamente los estudiantes han alcanzado un nivel de calificación aceptable que de acuerdo a la escala de calificaciones dada por el Ministerio de Educación (2018) la mayoría de los estudiantes alcanzan los aprendizajes requeridos (AAR). Existe una mejora en sus calificaciones después de aplicar Desmos como recurso didáctico.

h. CONCLUSIONES

El nivel de aprendizaje de los estudiantes de primero de BGU de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado antes de aplicar Desmos, según la escala cualitativa de la Reforma Curricular del Ministerio de Educación el 62% de los estudiantes están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos (PAAR) y un 35% de los estudiantes no alcanzan los aprendizajes requeridos (NAAR).

El nivel de aprendizaje de los estudiantes de primero de BGU de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado después de aplicar Desmos, según la escala cualitativa de la Reforma Curricular del Ministerio de Educación el 62% de los estudiantes alcanzan los aprendizajes requeridos (AAR) y un 26% dominan los aprendizajes requeridos (DAR).

En base a los resultados obtenidos de los test aplicados se puede concluir que es necesario la utilización y aplicación de las Tics, de modo que ayude a los estudiantes en el proceso de aprendizaje con el objetivo de mejorar su calidad educativa.

Usar Desmos en el aprendizaje de matemáticas, puede ayudar a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, ya que, mediante su uso, permite al estudiante entender e interpretar la naturaleza de las mismas, provocando preguntas de desequilibrio cognitivo, donde, las respuestas se las obtiene a través de la experiencia.

i. RECOMENDACIONES

Las autoridades de la institución educativa deben incentivar el uso de softwares educativos para el área de matemáticas, como lo es Desmos, que será de ayuda al momento de realizar las gráficas de funciones y posteriormente facilitar su análisis e interpretación.

Impulsar al docente a formarse y capacitarse en el uso y aplicación de software educativo en la asignatura de matemáticas, ya que podrá satisfacer las necesidades de los estudiantes obteniendo mejores resultados.

Inducir a los estudiantes el uso de las Tics en el proceso de aprendizaje, especialmente en la asignatura de matemáticas, ya que la sociedad se desarrolla de la mano con la tecnología, razón por la cual no se podría ser indiferente a la misma.

j. BIBLIOGRAFÍA

- Acevedo Marín, G. F. (2017). *La Resolución de Problemas para el aprendizaje de Funciones*. Antioquia: s/n.
- Alayo, F. (1990). *El lenguaje de Funciones y Gráficas*. España: Universidad del país Vasco.
- Ballester Sampedro, S. (2009). *Aplicaciones de las Funciones Matemáticas en la vida real y otras áreas*. Granada: s/n.
- Beltrán Pellicer, P. (2014). *Una Introducción a los tipos de actividades que podemos encontrar en Desmos*. Saragoza: s/n.
- Cardona, D. M., & Sánchez, J. M. (2010). *Indicadores Básicos para Evaluar el Proceso de Aprendizaje*. Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Contreras, T. (3 de junio de 2013). *SlideShare*. Recuperado el 12 de diciembre de 2019, de Función valor absoluto: <https://es.slideshare.net/yulipaola19/diapositivas-valor-absolute-22401159>
- Corroquino Cazas, J. (10 de enero de 2019). *cinesoft*. Recuperado el 12 de noviembre de 2019, de Propiedades de las funciones: http://matematica.cubaeduca.cu/media/matematica.cubaeduca.cu/medias/interactividades/piu/51Funcion/co/funcion_6.html
- D. Godino, J. (2013). *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.

- Delgado, F., Quezada, M., & Rubén Darío. (2015). *Laboratorio de Cálculo con la aplicación Desmos*. México : CLAM.
- Fernández , P., & Díaz , P. (2002). *Investigación Cuantitativa y Cualitativa*. España: Unidad de Epidemiología Clínica y Bioestadística.
- Gallego Gil, D. J., & Luna, A. (2008). *Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Revista Complutense de Educación.
- Garijo Alonso, L. (2014). *Enseñanza de funciones y gráficas*. Barcelona: s/n.
- Gomez, P. (1997). *Tecnología y Educación Matemática*. Colombia: Universidad de los Andes.
- Huircan Cabrera, M., & Carmona Valdés, K. (2013). *Funcion Lineal y Afín*. Chile: RR Donnelley.
- Huircan Cabrera, M., & Carmona Valdés, K. (2013). *Guia de aprendizaje función lineal y afin*. Ministerio de Educación de Chile. Chile: RR Donnelley.
- Johnson, R. T., Johnson, D. W., & Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje Cooperativo en eL aula*. México : Paidos .
- Lopez, J. (15 de octubre de 2018). *Economipedia*. Recuperado el 12 de noviembre de 2019, de Plano Cartesiano: <https://economipedia.com/definiciones/plano-cartesiano.html>
- Marcos del Olmo, E. J. (2016). *Uso de la calculadora gráfica en linea Desmos para la enseñanza de funciones y gráficas* . Madrid: Universidad Internacional de la Rioja.

- Montenegro, F. (9 de julio de 2013). *SlideShare*. Recuperado el 23 de diciembre de 2020, de
Función raíz cuadrada: https://es.slideshare.net/Francisco_Fuentes/funciones-cuadraticas-24042856
- Mora Sánchez, J. A. (2010). *Los recursos didácticos en el aprendizaje de la geometría*.
España: Revista de didáctica de las matemáticas.
- Newby, T. J., & Ertmer, P. A. (1993). *Conductismo, cognitivismo y constructivismo*.
- Parra, B. (2016). *Desmos: Guía del Usuario*. Madrid: s/n.
- Pérez Alarcón, S. (9 de julio de 2010). Los Recursos Didácticos . andalucia , Sevilla, España .
- Puculpala Daquilema, M. S. (2016). *Aplicación de la Metodología de resolución de problemas para el aprendizaje de Funciones llineales* . Riobamba: s/n.
- Reyes Baños , F. (2008). *Los Recursos Didácticos* . México: UPN-Cosdac.
- Rojas, A. (13 de diciembre de 2015). *SlideShare*. Recuperado el 15 de diciembre de 2020, de
Función raíz cuadrada: <https://es.slideshare.net/AndreaRojasRioja/matematica-funcion-raz-cuadrada>
- Rollinson, C., & BB&N. (2014). Recuperado el 7 de diciembre de 2018, de Demos dinámico y dinamita Desmos: <https://sites.google.com/a/bbns.org/desmosdemos/#TOC-Some-useful-links-from-the-folks-at-Desmos.com>
- Salazar, E. (15 de octubre de 2018). *Math*. Recuperado el 12 de noviembre de 2020, de
Funcion constante, lineal y afin: <https://www.sangakoo.com/es/temas/funcion-constante-lineal-y-afin>

Schunk, D. (1997). *Teorías del Aprendizaje*. México: Camara Nacional de la Industria Editorial.

Siemens, G. (2004). *Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital* .

k. ANEXOS



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA
FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN
CARRERA DE FÍSICO MATEMÁTICAS

TEMA

DESMOS COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE BGU PARALELO "A" DE LA UNIDAD EDUCATIVA PIO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO LECTIVO 2019.

Proyecto de tesis previo a la obtención del grado de Licenciado en Ciencias de la Educación mención Físico Matemáticas.

AUTOR

Bladimir Sebastián Jaramillo Cango.

LOJA-ECUADOR

2019

a. TEMA

Desmos como recurso didáctico para fortalecer el aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU paralelo “A” de la Unidad Educativa Pio Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, periodo lectivo 2019.

b. PROBLEMÁTICA

Las tendencias actuales en los países de la región iberoamericana apuntan a definir estrategias, planes, políticas o programas digitales tendientes a poner en práctica políticas públicas en las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), considerándolas como medios para contribuir a salvar la brecha digital y social, así como también adaptarse a los cambios constantes de la llamada sociedad del conocimiento.

Ecuador no es ajeno a las tendencias de la Sociedad de la Información, está dotando a las escuelas públicas de equipamiento de aulas de informática con acceso a internet y con miras al modelo tecnológico 1x1. En el 2010, según expresa el informe Rendición de Cuentas, del Ministerio de Educación del Ecuador, no utilizar las TIC es “no vivir el progreso”. Aunque, en el 2006 es cuando Ecuador formalmente se afianza en incorporar las TIC a los gestión pública y a los procesos educacionales a través del Libro Blanco de la Sociedad de la Información, como un instrumento que recoge los planteamientos de diversos sectores del Estado y que puede constituir el marco de la política de TIC para los próximos años.

A pesar que las instituciones educativas cuentan en su mayoría con equipos informáticos, no lo saben aprovechar como recurso didáctico para sus clases, especialmente en la asignatura de matemáticas ya que falta capacitación a los docentes de los centros educativos, con el fin de dotar a los docentes de habilidades pedagógicas y tecnológicas.

A nivel local esto se lo puede evidenciar, ya que los docentes se sienten obligados a utilizar recursos didácticos tradicionales como lo son el pizarrón o los carteles, aquellos que se centran en el uso exclusivo del docente, y en el cual escasamente interviene el alumno, o simplemente no utilizan recursos didácticos apropiados para impartir sus clases de matemáticas. A los docentes les toma tiempo el cambio de sus esquemas mentales acerca del

proceso formativo, se mantienen prácticas tradicionales de educación centrados en el docente, y basados en la repetición y memorización de contenidos por parte de los estudiantes. Es importante que los docentes de matemáticas se involucren en procesos de capacitación en aspectos pedagógicos, curriculares, didácticos y tecnológicos que se traduzcan en una transición hacia nuevas prácticas educativas más eficientes, donde su rol sea mediar entre el estudiante y la consecución de sus aprendizajes. En matemáticas deben utilizar estrategias que permitan desarrollar ejercicios y problemas de aplicación, contextualizados, de manera que el estudiante incorpore a su mente estos aprendizajes de manera significativa y duradera.

Conscientes de la importancia que tiene el uso de la tecnología como recurso didáctico dentro del aula de clases, se consideró pertinente realizar una investigación en la Unidad Educativa Pio Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja.

Se debe tomar en cuenta que existen docentes que no se actualizan para estar a tono con las innovaciones tecnológicas, dificultándoles hacer uso adecuado de recursos didácticos muy valiosos, en otros casos éste no dispone de tiempo necesario para su planificación y elaboración de recursos didácticos apropiados para la enseñanza de la matemática.

A pesar de los beneficios que trae consigo el uso de recursos didácticos tecnológicos, como son los simuladores virtuales, plataformas educativas e incluso software educativo, algunos docentes siguen utilizando métodos tradicionales como son las clases magistrales o simplemente el uso del pizarrón, y otros que al utilizarlos no obtienen el resultado esperado, repercutiendo en el aprendizaje. Es por ello, por lo que se deben tomar en cuenta las diferentes variables que intervienen, como son el docente, los alumnos, el aula, la infraestructura, la malla curricular de la que se rigen y el tema a tratar. Así mismo con el uso adecuado de los recursos tecnológicos los alumnos, que bien son asesorados por el profesor,

pueden realizar actividades que les permitan explorar, experimentar y extraer conclusiones, haciendo su aprendizaje más comprensivo que memorístico.

Para levantar la línea de base de esta investigación, a más de la observación no estructurada, también se realizó un sondeo mediante una encuesta dirigida a los estudiantes, para ello se tomó una muestra de 34 estudiantes, en la que se pudo constatar lo siguiente:

Al preguntarles a los estudiantes si su docente de matemáticas hace uso de algún recurso tecnológico para el aprendizaje de matemáticas, el 74% de los estudiantes manifiestan que no utiliza ningún recurso tecnológico en sus clases.

Luego de este análisis que se ha esbozado, se formuló el siguiente problema:

¿El uso adecuado de Desmos como recurso didáctico permitirá fortalecer el aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU paralelo “A” de la Unidad Educativa Pio Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja?

c. JUSTIFICACIÓN

Esta investigación se fundamenta en la idea de que, quien aprende, lo hace a partir de la actividad, el ensayo y el descubrimiento, en tal virtud se plantea el uso de Desmos como recurso didáctico para fortalecer el aprendizaje en la asignatura de matemáticas, y lograr que los estudiantes centren la atención en la creación intelectual, la cooperación social y el desarrollo afectivo, convirtiendo el salón de clases en un ámbito de trabajo cooperativo para la resolución de problemas, haciendo uso de la tecnología como recurso didáctico.

La utilización de la tecnología en las clases de matemáticas es de vital importancia para el proceso de aprendizaje, ya que permite desarrollar competencias básicas como es el caso de Desmos como recurso didáctico que beneficia al docente y al estudiante, desarrollando la competencia matemática y la competencia digital, debido a su grado de significatividad que aportan al aprendizaje por su carácter visual e interactivo.

Desmos es una herramienta dinámica que se compone de diferentes aplicaciones: Una calculadora gráfica, una calculadora con cuatro campos de entrada que se pueden relacionar de forma interactiva, una calculadora científica, una herramienta de geometría dinámica, Sin embargo, el factor diferenciador de Desmos son las actividades y secuencias didácticas que ofrece, ya preparadas para su utilización y edición.

Debido a esto, la presente investigación pretende investigar cómo la aplicación Desmos como recurso didáctico permite fortalecer el aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa Pio Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, y así proponer alternativas de solución sobre el buen uso del Software Desmos a los docentes durante el proceso educativo, con lo cual se espera robustecer el aprendizaje en la asignatura de matemáticas, promoviendo el uso de software educativos e

incentivando al uso de la tecnología a favor del aprendizaje y a su vez el interés por la asignatura.

También es de gran importancia, ya que a través de este trabajo de investigación se pondrá de manifiesto la calidad de educación recibida en la Universidad Nacional de Loja, especialmente en la carrera de Físico Matemáticas, la cual permitirá contar con buenos fundamentos científicos para la práctica profesional.

Por ello, es importante señalar que el desarrollo del presente trabajo investigativo es pertinente debido a que es necesario encontrar una solución o alternativa al problema planteado, ya que está afectando a los estudiantes de primero de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado.

Dicha investigación, se considera factible porque existen los recursos económicos, tecnológicos, y bibliográficos acordes a las exigencias actuales, así como también accesibilidad a la institución, objeto de estudio.

d. OBJETIVOS

Objetivo General

Investigar cómo la aplicación Desmos como recurso didáctico permite fortalecer el aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, periodo lectivo 2019.

Objetivos Específicos

1. Determinar si Desmos como recurso didáctico hace posible el aprendizaje en la asignatura de matemáticas.
2. Analizar el nivel de aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, aplicando Desmos como recurso didáctico.

e. MARCO TEÓRICO

Desmos como Recurso Didáctico

Desmos es una calculadora que grafica cualquier tipo de función, ecuación o inecuación.

Definición de Desmos como Recurso Didáctico

La calculadora Desmos es una herramienta online sumamente práctica para realizar gráficas matemáticas avanzadas. Su uso es totalmente gratuito y el registro sólo opcional, una gran utilidad para los versados en esta ciencia, profesionales y estudiantes

Desmos se compone de diferentes aplicaciones. La calculadora gráfica, que permite, entre otras cosas, representar funciones gráficamente, introducir datos en forma de tabla, evaluar expresiones algebraicas y añadir deslizadores para manipular algún parámetro. Asimismo ofrece la opción de guardar, compartir con otros usuarios, conseguir el código HTML (Marcos del Olmo, 2016).

Desmos dispone de la herramienta de geometría dinámica (en estado beta), permitiendo relacionar álgebra y geometría. Lo más importante de Desmos son las actividades y secuencias didácticas que ofrece ya preparadas para su utilización y edición. Además las actividades se las clasifica por tipos: De introducción, de desarrollo, para practicar y para aplicar (Beltrán Pellicer, 2018).

Características de Desmos

1. El autor hace mención de las características más destacadas que se puede encontrar en Desmos:
2. Se trata de una herramienta online, es decir, accesible con un navegador de internet.

3. Se puede acceder a ella desde cualquier dispositivo móvil: Ordenador, Tablet, 4. Smartphone. No requiere ser instalada en el dispositivo desde el que nos conectamos.
4. No requiere usuario para ser utilizada, si bien la opción de utilizar un usuario de Google y, en este caso, poder guardar e imprimir el trabajo realizado y es multi idioma.
5. Funciona como una plataforma de trabajo colaborativo, es decir, permite la aportación de nuevas actividades que puedan ser utilizadas por cualquier usuario (Marcos del Olmo, 2016).

Funcionalidad de Desmos

Desmos es una herramienta de apoyo tanto para el estudiante como para el docente, mismo que ofrece algunas funcionalidades fáciles e interactivas.

Tablas.

Para crear un nueva tabla o convertir una expresión existente en una tabla de valores, se debe seleccionar en la símbolo (+) añadir una tabla, seguido ingresamos los valores en los renglones respectivos. Y para convertir una expresión a tabla de valores simplemente seleccionamos en la parte donde indica (convertir a tabla).



Ilustración 8: Insertar una tabla en Desmos.
Fuente: Parra, (2016).

VARIABLES Y CONTROLES DESLIZANTES.

Desmos permite graficar expresiones como $y=2x+3$; pero, para hacer la gráfica más dinámica se puede utilizar expresiones como $y= mx+b$, y procedemos agregar controles deslizantes para los parámetros indefinidos haciendo clic en el indicador.



Ilustración 9: Variables y controles deslizantes.
Fuente: Parra, (2016).

Configuración y Zoom.

Papel para graficar.

Al utilizar el modo proyector hará las gráficas y las líneas de los ejes más gruesos y los números de la graduación de los ejes, más grandes. También en la sección de papel se puede elegir entre cuadrículas cartesianas y polares, mostrar u ocultar la graduación de los ejes, las líneas de cuadrícula y los ejes, marcando o desmarcando esas casillas (Parra, s.f).

Ventana.

Se ajustan las escalas de los ejes para cambiar la vista de su gráfica.

Configuración para trigonometría.

Permite escoger entre graduaciones regulares o en términos de π , y el modo de radianes o de grados.

Zoom.

Se puede acercar mediante la opción (zoom in) o alejar con (zoom out), en la esquina superior derecha del espacio de graficación

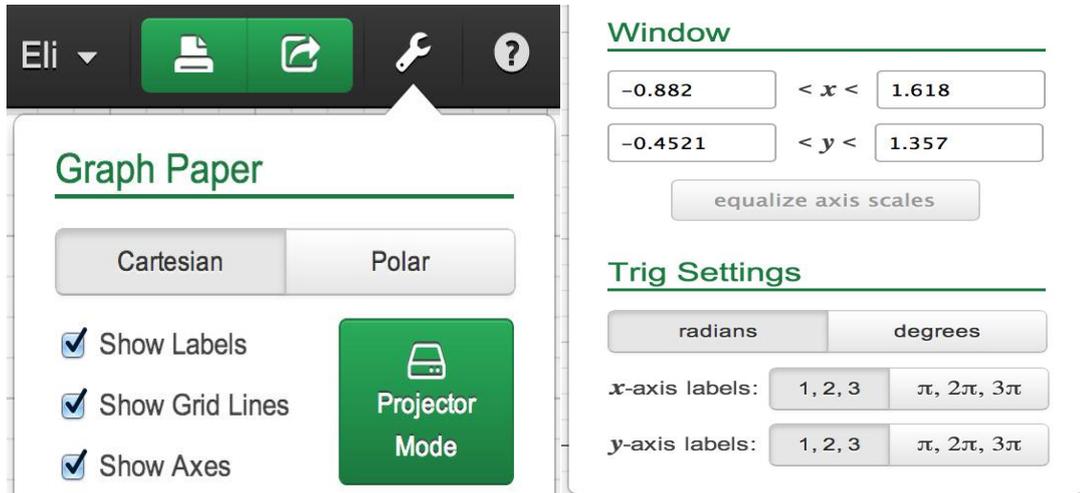


Ilustración 10: Zoom.
Fuente: Parra, (2016)

Expresiones que se pueden graficar.

Tipo de gráfica	Ejemplo(s)	Notas	Tipo de gráfica	Ejemplo(s)	Notas
Punto	(1,0)	Utilice paréntesis para trazar puntos	Funciones regulares	$y=2x+1$	
Lista de puntos	(1,1), (2,2), (3,3)	Puede trazar varios puntos separándolos con comas	x en términos de y	$x=\sqrt{1-y^2}$	
Punto móvil	(a,b)	Introduzca un punto con una variable en, al menos, una de las coordenadas.	Desigualdades	$y > \log(x)$ $x \leq 2y+3$	Las desigualdades estrictas se representan con líneas punteadas
Paramétrica	($\sin(2t)$, $\cos(3t)$)	Las expresiones paramétricas tienen la misma forma que los puntos. Cualquier punto con funciones de t en las coordenadas será trazado como ecuación paramétrica	Polares	$r=\sin(5\theta)$	Las expresiones que contengan r y theta (θ) se interpretarán como polares
Implícita	$x^2+y^2=1$ $y^2+\sin(x)y+x=2$	Las ecuaciones implícitas solamente podrán ser graficadas si son cuadráticas en x y/o y	Por intervalos	$y=\{x<0: -x, x\}$ $x=\{-\pi<y<\pi:\sin(y)\}$	Limite el dominio o el rango de sus expresiones utilizando notación de funciones por intervalos

Ilustración 11: Expresiones que se pueden graficar.
Fuente: Parra, (2016).

Funciones soportadas.

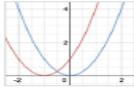
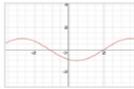
Exponenciales y logarítmicas $\exp(x)$ $\ln(x)$ $\log(x)$ $\log_n(x)$ x^n	Funciones trigonométricas hip-erbólicas $\sinh(x)$ $\cosh(x)$ $\tanh(x)$ $\operatorname{sech}(x)$ $\operatorname{csch}(x)$ $\operatorname{coth}(x)$	Pre cálculo y Cálculo d/dx \sum Π
Funciones trigonométricas $\sin(x)$ $\cos(x)$ $\tan(x)$ $\sec(x)$ $\csc(x)$ $\cot(x)$	Probabilidad y Estadística $\operatorname{ceil}(x)$ $\operatorname{floor}(x)$ $\operatorname{round}(x)$ $\operatorname{abs}(x)$ $\min(a,b)$ $\max(a,b)$ $\operatorname{mcm}(a,b)$ $\operatorname{mcd}(a,b)$ $nCr(n,r)$ $nPr(n,r)$ $!$ (factorial)	Defina su propia función Puede crear sus propias funciones, las cuales pueden definirse con cualquier letra (excepto las especiales, como x, y, r, t y e). Las funciones personalizadas pueden utilizarse como cualquier otra función de la lista. Por ejemplo, si escribe $f(x) = x^2$ puede entonces graficar $y = f(x + 1)$, que es la misma parábola pero desplazada a la izquierda: 
Funciones trigonométricas inversas $\arcsin(x)$ $\arccos(x)$ $\arctan(x)$ $\operatorname{arcsec}(x)$ $\operatorname{arccsc}(x)$ $\operatorname{arccot}(x)$		Incluso puede definir funciones que tengan más de un argumento. Por ejemplo, puede escribir $g(a, b) = \sin(a - b)$. Esto no graficará, pero entonces podrá graficar algo como $y = g(x, 2)$: 

Ilustración 12: Funciones Soportadas.
Fuente: Parra, (2016).

Ejemplos de Representación de una Función en Desmos

Representación de una recta punto pendiente.

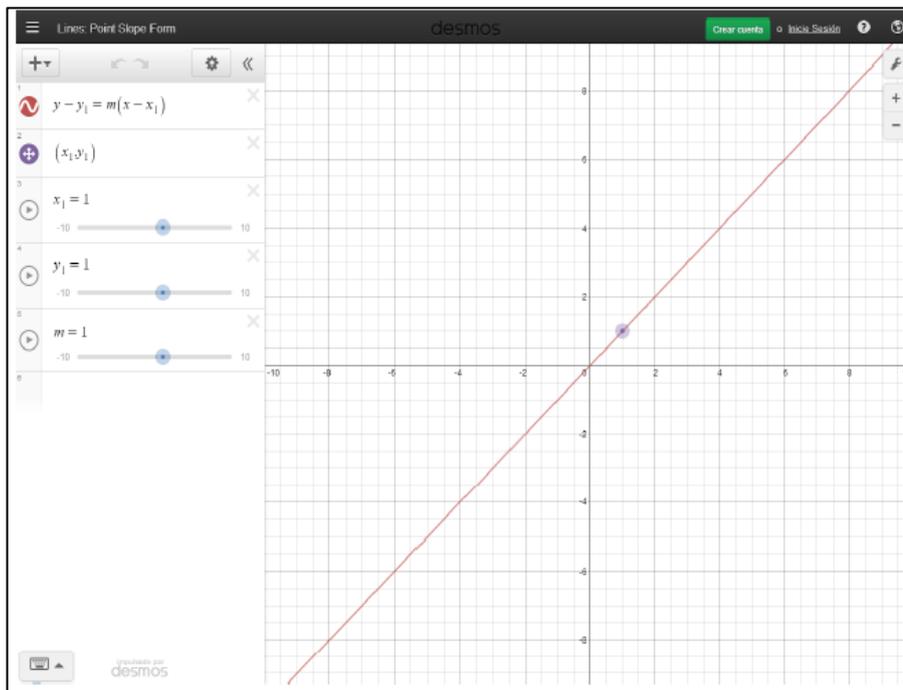


Ilustración 13: Recta punto pendiente
Fuente: Parra, (2016).

Representación de una Parábola.

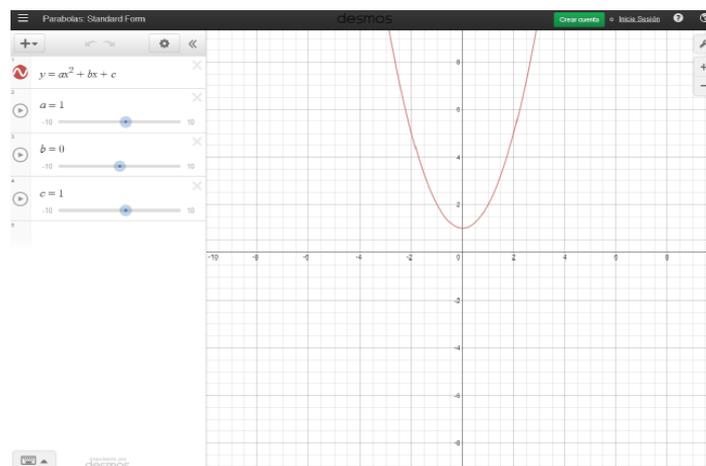


Ilustración 14: Parábola
Fuente: Parra, (2016).

Aprendizajes en Matemáticas

Definición de aprendizaje

Según el autor manifiesta que: Un criterio para definir el aprendizaje es el cambio conductual o cambio en la capacidad de comportarse. Empleamos el término aprendizaje cuando alguien se vuelve capaz de hacer algo distinto de lo que hacía antes. Aprender requiere el desarrollo de nuevas acciones o la modificación de las presentes. Asimismo menciona que el aprendizaje es inferencial, es decir, que no lo observamos directamente, sino a sus productos (Schunk, 1997).

Indicadores para medir el Aprendizaje

Según Cardona & Sánchez (2010) menciona que de acuerdo a un estudio realizado a los estudiantes de Educación a Distancia en Ambiente e-learning existen categorías para medir el proceso de aprendizaje, lo cual lo clasifica en: Institución, pedagogía, tecnología contexto, servicios u otros, lo cual se menciona a continuación:

Institución: En esta categoría pretende medir la dotación de la infraestructura de la institución y soporte para TIC cuando el estudiante haga uso de la infraestructura educativa y la provisión de servicios de soporte a los estudiantes, observándose la relación de esta categoría con el segundo rasgo característico (Cardona & Sánchez, 2010).

Pedagogía: En la cual se mide el proceso de aprendizaje del estudiante, con base en los materiales ofrecidos, el diseño instruccional de cada curso, la asesoría del tutor, las retroalimentaciones a las actividades presentadas, donde ésta categoría tiene relación con el tercer rasgo característico (Cardona & Sánchez, 2010).

Tecnología: En la cual se evalúa la accesibilidad, navegabilidad y usabilidad de la herramienta virtual utilizada como soporte al proceso educativo, las habilidades en el manejo de TIC por parte de los profesores y los estudiantes es un aspecto necesario que permite evaluar la efectividad de las TIC en la educación, de igual forma la comunicación en sentido bidireccional que permite al estudiante beneficiarse de esta para aclarar dudas o realizar su trabajo en equipo y de forma colaborativa, y se relaciona con el cuarto y quinto rasgo fundamental (Cardona & Sánchez, 2010).

Contexto: todo proceso de evaluación depende de las características específicas del contexto de referencia, es por ello que se evalúa, el contexto social, económico, cultural y político, si bien podemos llegar a identificar indicadores en el ámbito internacional o nacional, de carácter más general, hay algunos que solamente son adecuados para una determinada región o centro o programa en función de su misión, valores, u otro tipo de características diferenciales (Cardona & Sánchez, 2010).

Servicios y otros: pretende medir otros aspectos que no se encuentran directamente relacionados con los tres anteriores y tiene relación con la satisfacción del estudiante al

terminar un curso utilizando recursos tecnológicos, la motivación del mismo durante el desarrollo del curso y su influencia en el proceso de aprendizaje, si se ha mejorado la educación con la inclusión del recurso tecnológico y cuáles son esos obstáculos que presentan tanto los estudiantes como los profesores cuando son inmersos en un ambiente de formación electrónica (Cardona & Sánchez, 2010).

Teorías de aprendizaje para la era digital

El conductismo, el cognitivismo y el constructivismo son las tres grandes teorías de aprendizaje utilizadas más a menudo en la creación de ambientes instruccionales. Estas teorías, sin embargo, fueron desarrolladas en una época en la que el aprendizaje no había sido impactado por la tecnología. En los últimos veinte años, la tecnología ha reorganizado la forma en la que vivimos, nos comunicamos y aprendemos (Siemens, 2004).

Según lo antes mencionado es importante acotar que existen más teorías que explican el desarrollo del aprendizaje, pero el conductismo, el conectivismo y el constructivismo son los que nos permiten explicar cómo ha ido avanzando el aprendizaje en el pasar del tiempo hasta llegar a la actualidad, ya que nos enfrentamos a una era digital, donde cada individuo construye su conocimiento a su manera, y no aprende a utilizar, clasificar y seleccionar de forma adecuada la gran información que se encuentra en el internet.

El conductismo iguala al aprendizaje con los cambios en la conducta observable, bien sea respecto a la forma o a la frecuencia de esas conductas. El aprendizaje se logra cuando se demuestra o se exhibe una respuesta apropiada a continuación de la presentación de un estímulo ambiental específico. Por ejemplo, cuando le presentamos a un estudiante la ecuación matemática $2 + 4$

= ?", el estudiante contesta con la respuesta "6". La ecuación es el estímulo y la contestación apropiada es lo que se llama la respuesta asociada a aquel estímulo. Los elementos claves son, entonces, el estímulo, la respuesta, y la asociación entre ambos. La preocupación primaria es cómo la asociación entre el estímulo y la respuesta se hace, se refuerza y se mantiene (Newby & Ertmer, 1993).

Según el autor explica sobre el conductismo ante el aprendizaje y lo relaciona con la conducta observable, por lo tanto se puede destacar que esta teoría es de gran ayuda para explicar el aprendizaje, ya que se basa en elementos claves como estímulo y respuesta, mismo que dentro de la era digital ayuda a entender que estamos interconectados con muchas otras redes, por lo cual el conocimiento se vuelve caótico al no poder clasificar bien la información, por ende influye en el aprendizaje.

Newby & Ertmer (1993) analizan sobre el cognitivismo, donde el aprendizaje se equipara a cambios discretos entre los estados del conocimiento más que con los cambios en la probabilidad de respuesta. Esta teoría permite la conceptualización de los procesos del aprendizaje del estudiante y se ocupan de cómo la información es recibida, organizada, almacenada y localizada, es así como el aprendizaje se vincula, no tanto con lo que los estudiantes hacen, sino con lo que saben y cómo lo adquieren. Se acota también que la adquisición del conocimiento se describe como una actividad mental que implica una codificación interna y una estructuración por parte del estudiante. El estudiante es visto como un participante muy activo del proceso de aprendizaje.

Asimismo el constructivismo es una teoría que equipara al aprendizaje con la creación de significados a partir de experiencias. A pesar de ello se explica que cuando el constructivismo

se considera una rama del cognitivismo (ambas teorías conciben el aprendizaje como una actividad mental), se diferencia de las teorías cognitivas tradicionales en varias formas (Newby & Ertmer, 1993). La mayoría de los psicólogos cognitivos consideran que la mente es una herramienta de referencia para el mundo real; los constructivistas creen que la mente filtra lo que nos llega del mundo para producir su propia y única realidad.

Las teorías de aprendizaje se ocupan del proceso de aprendizaje en sí mismo, no del valor de lo que está siendo aprendido. En un mundo interconectado, vale la pena explorar la misma forma de la información que adquirimos. La necesidad de evaluar la pertinencia de aprender algo es una meta-habilidad que es aplicada antes de que el aprendizaje mismo empiece. Cuando el conocimiento es escaso, el proceso de evaluar la pertinencia se asume como intrínseco al aprendizaje. Cuando el conocimiento es abundante, la evaluación rápida del conocimiento es importante (Siemens, 2004).

Inquietudes adicionales surgen debido al rápido incremento de la cantidad de información. En el entorno actual, a menudo se requiere acción sin aprendizaje personal, es decir, necesitamos actuar a partir de la obtención de información externa a nuestro conocimiento primario. La capacidad de sintetizar y reconocer conexiones y patrones es una habilidad valiosa. La inclusión de la tecnología y la identificación de conexiones como actividades de aprendizaje, empieza a mover a las teorías de aprendizaje hacia la edad digital. Ya no es posible experimentar y adquirir personalmente el aprendizaje que necesitamos para actuar (Siemens, 2004).

Cuando las teorías de aprendizaje existentes son vistas a través de la tecnología, surgen muchas preguntas importantes. El intento natural de los teóricos es seguir revisando y desarrollando las teorías a medida que las condiciones cambian. Sin embargo, en algún punto,

las condiciones subyacentes se han alterado de manera tan significativa, que una modificación adicional no es factible. Se hace necesaria una aproximación completamente nueva. Así surge una nueva teoría alternativa como es el conectivismo; El conectivismo es orientado por la comprensión que las decisiones están basadas en principios que cambian rápidamente. Continuamente se está adquiriendo nueva información. La habilidad de realizar distinciones entre la información importante y no importante resulta vital. También es crítica la habilidad de reconocer cuándo una nueva información altera un entorno basado en las decisiones tomadas anteriormente (Siemens, 2004).

Principios del conectivismo:

9. El aprendizaje y el conocimiento dependen de la diversidad de opiniones.
10. El aprendizaje es un proceso de conectar nodos o fuentes de información especializados.
11. El aprendizaje puede residir en dispositivos no humanos.
12. La capacidad de saber más es más crítica que aquello que se sabe en un momento dado.
13. La alimentación y mantenimiento de las conexiones es necesaria para facilitar el aprendizaje continuo.
14. La habilidad de ver conexiones entre áreas, ideas y conceptos es una habilidad clave.
15. La actualización (conocimiento preciso y actual) es la intención de todas las actividades conectivistas de aprendizaje.
16. La toma de decisiones es, en sí misma, un proceso de aprendizaje. El acto de escoger qué aprender y el significado de la información que se recibe, es visto a través del lente de una realidad cambiante. Una decisión correcta hoy, puede estar equivocada

mañana debido a alteraciones en el entorno informativo que afecta la decisión (Siemens, 2004).

Según Siemens (2004) expone que el conectivismo presenta un modelo de aprendizaje que reconoce los movimientos tectónicos en una sociedad en donde el aprendizaje ha dejado de ser una actividad interna e individual. La forma en la cual trabajan y funcionan las personas se altera cuando se usan nuevas herramientas, se puede mencionar también que el área de la educación ha sido lenta para reconocer el impacto de nuevas herramientas de aprendizaje y los cambios ambientales, en la concepción misma de lo que significa aprender. Consecuentemente esta teoría provee una mirada a las habilidades de aprendizaje y las tareas necesarias para que los aprendices florezcan en una era digital.

Estilos de aprendizaje en matemáticas

Honey y Mumford (1986) excluyen parcialmente de la insistencia en el factor inteligencia, que no es fácilmente modificable, insistiendo en otras facetas más accesibles y mejorables. Clasifican los Estilos de Aprendizaje en cuatro tipos: Activo, Reflexivo, Teórico y Pragmático.

Estilo Activo. Las personas que tienen predominancia en este estilo se implican plenamente y sin prejuicios en nuevas experiencias. Son de mente abierta, nada escépticos y acometen con entusiasmo las tareas nuevas. Sus días están llenos de actividad. Se crecen ante los desafíos de nuevas experiencias, y se aburren con los largos plazos. Piensan que por lo menos una vez hay que intentarlo todo. Son personas muy de grupo que se involucran en los asuntos de los demás y centran a su alrededor todas las actividades

Estilo Reflexivo. A los reflexivos les gusta considerar experiencias y observarlas desde diferentes perspectivas. Reúnen datos, analizándolos con detenimiento antes de llegar a

alguna conclusión. Su filosofía consiste en ser prudente. Disfrutan observando la actuación de los demás, escuchan a los demás y no intervienen hasta que se han adueñado de la situación. Crean a su alrededor un aire ligeramente distante y condescendiente.

Estilo Teórico. Los teóricos enfocan los problemas de forma vertical escalonada, por etapas lógicas. Tienden a ser perfeccionistas. Integran los hechos en teoría coherentes. Son profundos en su sistema de pensamiento, a la hora de establecer teorías, principios y modelos. Les gusta analizar y sintetizar. Buscan la racionalidad y la objetividad huyendo de lo subjetivo y de lo ambiguo. Par ellos si es lógico son bueno.

Estilo Pragmático. El punto fuerte de las personas con predominancia en estilo pragmático es la aplicación práctica de las ideas. Descubren el aspecto positivo de las nuevas ideas y aprovechan la primera oportunidad para experimentarlas. Les gusta actuar rápidamente y con seguridad con aquellas ideas y proyectos que les atraen. Tienden a ser impacientes cuando hay personas que teorizan (Gallego Gil & Luna, 2008).

El aprendizaje de matemáticas con herramientas tecnológicas

Según Gómez (1997) menciona que la tecnología es un catalizador de este proceso, pero el éxito de su utilización depende de la forma como el profesor opere como agente decisor y negociador de tal forma que la tecnología aporte a un encuentro fructífero (desde el punto de vista del aprendizaje) entre el sujeto y el medio. El profesor es quien puede conocer el estado de los estudiantes (sus dificultades y sus necesidades) y quien puede promover y decidir la forma como se debe utilizar la tecnología de manera eficiente, siendo él el protagonista principal para tomar decisiones frente a sus estudiantes; Estas decisiones se expresan en el tipo de situaciones didácticas que el profesor proponga al estudiante y de la manera como

estas situaciones didácticas, al requerir o promover la utilización de la tecnología, le permitan al estudiante vivir experiencias matemáticas que aporten a la construcción de su conocimiento matemático.

Por otro lado a la tecnología muchas de las veces la miramos como la solución al problema de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. No obstante, la tecnología es un catalizador del cambio (Gomez, 1997). En particular, la tecnología, además de promover nuevas formas didácticas que aporten al aprendizaje del estudiante, también puede influir en la formación de los profesores.

El aprendizaje cooperativo en el aula

Aprender es algo que los alumnos hacen, y no algo que se les hace a ellos. El aprendizaje no es un encuentro deportivo al que uno puede asistir como espectador. Requiere la participación directa y activa de los estudiantes. Al igual que los alpinistas, los alumnos escalan más fácilmente las cimas del aprendizaje cuando lo hacen formando parte de un equipo cooperativo (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999).

El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. Este método contrasta con el aprendizaje competitivo, en el que cada alumno trabaja en contra de los demás para alcanzar objetivos escolares tales como una calificación de “10” que sólo uno o algunos pueden obtener, y con el aprendizaje individualista, en el que los estudiantes trabajan por su cuenta para lograr metas de aprendizaje desvinculadas de las de los demás alumnos (Gallego Gil & Luna, 2008). El aprendizaje cooperativo comprende tres tipos de grupos de aprendizaje. Los grupos formales, informales y los grupos de base cooperativos.

Los grupos formales de aprendizaje cooperativo funcionan durante un período que va de una hora a varias semanas de clase. En estos grupos, los estudiantes trabajan juntos para lograr objetivos comunes, asegurándose de que ellos mismos y sus compañeros de grupo completen la tarea de aprendizaje asignada. Cualquier tarea, de cualquier materia y dentro de cualquier programa de estudios, puede organizarse en forma cooperativa (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999).

Los grupos informales de aprendizaje cooperativo operan durante unos pocos minutos hasta una hora de clase. El docente puede utilizarlos durante una actividad de enseñanza directa (una clase magistral, una demostración, una película o un vídeo) para centrar la atención de los alumnos en el material en cuestión, para promover un clima propicio al aprendizaje, para crear expectativas acerca del contenido de la clase, para asegurarse de que los alumnos procesen cognitivamente el material que se les está enseñando y para dar cierre a una clase (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999).

Según Johnson, & Holubec (1999) expresan que los grupos de base cooperativos tienen un funcionamiento de largo plazo (por lo menos de casi un año) y son grupos de aprendizaje heterogéneos, con miembros permanentes, cuyo principal objetivo es posibilitar que sus integrantes se brinden unos a otros el apoyo, la ayuda, el aliento y el respaldo que cada uno de ellos necesita para tener un buen rendimiento escolar. Consiguientemente los grupos de base permiten que los alumnos entablen relaciones responsables y duraderas que los motivarán a esforzarse en sus tareas, a progresar en el cumplimiento de sus obligaciones escolares (como asistir a clase, completar todas las tareas asignadas, aprender) y a tener un buen desarrollo cognitivo y social.

f. METODOLOGÍA

Diseño de investigación

La investigación es de tipo descriptiva. El presente trabajo tiene un diseño descriptivo ya que se analizará el nivel de aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, aplicando Desmos, y así poder describir y obtener datos precisos sobre el objeto de estudio.

Métodos y Técnicas

Métodos

Método científico.- Se usará para la producción de conocimiento; éste método permitirá describir hechos o fenómenos mediante la observación, la razón y la verificación y así explicar los elementos teóricos mediante fuentes bibliográficas.

Método inductivo.- Se constituyó en valiosa herramienta para llegar a determinar las dificultades de aprendizaje en la problemática. Bajo su orientación se elaboró una encuesta con preguntas precisas sobre cómo influye Desmos en el aprendizaje de matemáticas, se midió con una escala apropiada el grado de dificultad, se describió la información recabada, se analizó e interpretó.

Método sintético: Permitirá construir la caracterización del problema en forma ordenada, sobre la base de las partes antes analizadas, además servirá para la preparación de la fundamentación teórica en forma resumida y clara.

Método estadístico. La estadística descriptiva en determinación de la problemática del aprendizaje concretamente para describir las interpretaciones de cada pregunta.

Los resultados de las preguntas se tabularán y se organizarán en tablas, se representarán en gráficos, se analizarán e interpretarán.

Método analítico: Se utilizará para el análisis de la información teórica; así como el análisis e interpretación de los datos obtenidos tras el proceso de recolección de datos.

Técnicas

La Encuesta: Esta técnica se la usará para la recolección de datos, ya que permitirá estar en contacto directo con el personal involucrado, y de esa manera tener datos precisos para realizar un diagnóstico de la problemática.

Test: Se aplicará un test a los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado, una vez que se explique y se realice ejercicios en la aplicación Desmos; con el fin de conocer cómo se encuentran en el aprendizaje de matemáticas después del uso de Desmos como recurso didáctico, y así comprobar el fortalecimiento en el aprendizaje de matemáticas.

Los instrumentos para la recolección de datos de campo, una vez diseñados, serán revisados por tres expertos en el tema, esto para mayor veracidad.

Población y Muestra

Población

La población de estudio estará constituido por los estudiantes de primero de bachillerato general unificado, de la Unidad Educativa Pio Jaramillo Alvarado, de la ciudad de Loja, correspondiente al paralelo "A" con un número de 34 estudiantes.

Muestra

La muestra es la misma de la población ya que, para mayor claridad en los resultados, será necesario tomar en cuenta a los 34 estudiantes de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, de la ciudad de Loja.

Tabla 2: Población y muestra

Población	Muestra
Estudiantes de primero año de BGU paralelo “A” de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado.	34 estudiantes

Fuente: Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado

Proceso a utilizarse en la aplicación de Instrumentos y recolección de la información.

- Sensibilización sobre el tema de investigación con la población participante.
- Elaboración de los instrumentos que permita conocer cómo se encuentra inicialmente el nivel de aprendizaje en matemáticas, por parte de los estudiantes involucrados.
- Para determinar si Desmos como recurso didáctico hace posible el aprendizaje en la asignatura de matemáticas, se procederá a realizar unas cinco clases sobre cómo funciona Desmos y su aplicación, para ello se trabajará en la unidad **temática 2 correspondiente a funciones reales y radicales**, misma que comprende el segundo parcial del primer quimestre.
- Luego de la aplicación de Desmos como recurso didáctico, se procederá a aplicar un test para determinar el nivel de aprendizaje en la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primer año de BGU.
- Procesamiento de la información recolectada.

- Análisis e interpretación de los resultados.
- Elaboración de conclusiones.

Procesamiento de la información

Una vez aplicados los instrumentos de investigación, se usará la estadística descriptiva, se procederá a tabular los datos de la investigación del grupo experimental. Procediéndose a un análisis estadístico y luego interpretativo sustentando la mayor objetividad posible, para llegar a la ponderación de los resultados en relación a los objetivos.

Discusión de la información, verificación de la hipótesis y conclusiones

Siendo una investigación de carácter descriptiva no se usará un modelo de contrastación estadística específico, más bien para dar cumplimiento con los objetivos de la investigación se hará por vía lógica-empírica, tomando la información más sobresaliente de los resultados, cuidando de que éstos guarden coherencia entre sí.

Una vez que se ha concluido el proceso investigativo y después de haber analizado los resultados de los instrumentos, se procederá a la verificación del cumplimiento de los objetivos respaldados con los datos correspondientes, que permitan llegar a las conclusiones adecuadas.

h. PRESUPUESTO Y FINANCIAMIENTO

Tabla 3: Presupuesto Estimado

Rubros	Cantidad	Valor	Autofinanciamiento
Viajes Técnico	30	0.30	9.00
Equipos Portátiles			
Computación Portátil	1	1200.00	1200.00
Proyector	1	700.00	700.00
SmartPhone	1	300.00	300.00
Materiales Impresos			
Documentos bibliográficos	6	5.00	30.00
Borradores del Proyecto	15	4.00	60.00
Test, post test	100	0.10	10.00
Materiales de Escritorio			
Pizarra portátil, marcadores, cartulinas, lápiz, esferos, portafolio	1	50.00	50.00
Total			2359.00

Financiamiento

Los costos que ocasionen la presente investigación serán cubiertos por el investigador.

i. BIBLIOGRAFÍA

- Beltrán Pellicer, P. (2014). *Una Introducción a los tipos de actividades que podemos encontrar en Desmos* . Saragoza: s/n.
- Cardona , D. M., & Sánchez , J. M. (2010). *Indicadores Básicos para Evaluar el Proceso de Aprendizaje* . Colombia : Universidad Nacional de Colombia.
- Fernández , P., & Díaz , P. (2002). *Investigación Cuantitativa y Cualitativa*. España: Unidad de Epidemiología Clínica y Bioestadística.
- Gallego Gil, D. J., & Luna, A. (2008). *Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Revista Complutense de Educación.
- Gomez, P. (1997). *Tecnología y Educación Matemática*. Colombia: Universidad de los Andes.
- Johnson, R. T., Johnson, D. W., & Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje Cooperativo en el aula*. México : Paidós .
- Marcos del Olmo, E. J. (2016). *Uso de la calculadora gráfica en línea Desmos para la enseñanza de funciones y gráficas* . Madrid: Universidad Internacional de la Rioja.
- Newby, T. J., & Ertmer, P. A. (1993). *Conductismo, cognitivismo y constructivismo*.
- Parra, B. (2016). *Desmos: Guía del Usuario*. Madrid: s/n.
- Rollinson, C., & BB&N. (2014). Recuperado el 7 de diciembre de 2018, de Demos dinámico y dinamita Desmos: <https://sites.google.com/a/bbns.org/desmosdemos/#TOC-Some-useful-links-from-the-folks-at-Desmos.com>

Schunk, D. (1997). *Teorías del Aprendizaje*. México: Camara Nacional de la Industria Editorial.

Siemens, G. (2004). *Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital*.

Acevedo Marín, G. F. (2017). *La Resolución de Problemas para el aprendizaje de Funciones*. Antioquia: s/n.

Alayo, F. (1990). *El lenguaje de Funciones y Gráficas*. España: Universidad del país Vasco.

Ballester Sampedro, S. (2009). *Aplicaciones de las Funciones Matemáticas en la vida real y otras áreas*. Granada: s/n.

D. Godino, J. (2013). *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.

Fernández, P., & Díaz, P. (2002). *Investigación Cuantitativa y Cualitativa*. España: Unidad de Epidemiología Clínica y Bioestadística.

Garijo Alonso, L. (2014). *Enseñanza de funciones y gráficas*. Barcelona: s/n.

Huircan Cabrera, M., & Carmona Valdés, K. (2013). *Funcion Lineal y Afín*. Chile: RR Donnelley.

OTROS ANEXOS

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA
FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA
COMUNICACIÓN**

CARRERA DE FÍSICO MATEMÁTICAS

TALLERES DE APLICACIÓN

Autor: Bladimir Sebastián Jaramillo Cango

Loja – Ecuador

2019

TALLERES DE APLICACIÓN

Introducción

Los talleres que se desarrollan a continuación están enfocados para la asignatura de matemáticas en los estudiantes de primero de BGU de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado; bajo la unidad temática correspondiente a funciones reales y radicales.

Los talleres tienen como finalidad superar el concepto de educación tradicional en el cual el alumno ha sido un receptor pasivo, bancario, del conocimiento; asimismo facilitar que los alumnos o participantes en los talleres sean creadores de su propio proceso de aprendizaje. Se utilizó Desmos como recurso didáctico para realizar las diferentes actividades y ejercicios durante cada taller, de esa forma constituir un camino adecuado para desarrollar conocimientos, destrezas y actitudes que permitan fortalecer el aprendizaje en los estudiantes.

Contenidos

Los contenidos que se trató en los talleres son los siguientes:

Funciones y gráficas

- Conceptos previos: variable, ejes de coordenadas, pares ordenados.
- Concepto de función
 - Reconocer si una gráfica representa una función o no.
- Tipos de representación de una función: expresión algebraica, tabla de valores, representación gráfica.

- Propiedades de las funciones: Monotonía, curvatura.

Funciones Lineales

- Funciones de proporcionalidad: pendiente
- Funciones Afines
- Funciones constantes

Funciones raíz cuadrada

- Representación gráfica: Propiedades
- Traslaciones.

Función valor absoluto

- Función valor absoluto de la función afín.
- Propiedades

Funciones cuadrática

- La parábola como representación gráfica de una función cuadrática
- Propiedades de la parábola: vértice, curvatura.

Objetivos

General

- Fortalecer el aprendizaje en los estudiantes de primer año de BGU de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, sobre funciones reales y radicales.

Específicos

- Dada una gráfica, identificar si se trata de una función o no.
- Aprender a relacionar entre una expresión algebraica de una función, tabla de valores y representación gráfica.
- Obtener los parámetros de una función lineal: pendiente y ordenada en el origen.
- Identificar los tipos de funciones: lineal, afín, constante, valor absoluto, raíz cuadrada y cuadrática.
- Reconocer una función por su representación gráfica e identificar sus características más importantes.
- Aplicar los conceptos adquiridos para la resolución de problemas sobre funciones.

Competencia

Durante el desarrollo de los talleres se pretende alcanzar las siguientes competencias:

- Comunicación Lingüística: Ser capaz de expresar nuevos conceptos con una terminología adecuada.
- Competencia digital: Manejar con facilidad la calculadora gráfica Desmos.
- Iniciativa: Ser capaz de proponer otros tipos de ejercicios en la herramienta Desmos.
- Competencia matemática: Comprender el concepto de función, sus características, tipos de funciones y su aplicación en otras ramas del saber.

Metodología

La metodología a seguir fue la utilización de la calculadora gráfica online Desmos, para mostrar de una forma interactiva los contenidos de la unidad a tratar en cada taller. Se realizó una breve exposición sobre el funcionamiento de Desmos y sus características más

importantes, así mismo apoyando con ejemplos de la vida cotidiana se explicó los diferentes gráficos que se pueden realizar en la calculadora gráfica online Desmos. Los talleres se llevaron a cabo en la sala de cómputo de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado, se utilizó el proyector para mostrar el funcionamiento y las diferentes actividades en Desmos, lo que permitió que los estudiantes sientan curiosidad para investigar por ellos mismos:

Se planteó actividades a los alumnos para que practiquen con la calculadora gráfica Desmos.

MATRIZ DE OPERATIVIDAD

Tabla 1: *Talleres de aplicación.*

DÍA	TIEMPO	CONTENIDO	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS DIDÁCTICOS	PRODUCTOS ACREDITABLES	RESPONSABLE
Día primero	2h	Taller 1: Funciones y gráficas	<ul style="list-style-type: none"> • Dar a conocer una breve introducción histórica sobre Descartes. • Explicar los conceptos de variable, ejes de coordenadas, pares ordenados, función y los tipos de representación de una función con la ayuda de la calculadora gráfica Desmos. • Con la ayuda de la calculadora gráfica Desmos se expone ejemplos de cada uno de los tipos de representación de una función. • Explicar las propiedades de una función con la ayuda de la calculadora gráfica Desmos. • Se evaluará para verificar si se ha logrado alcanzar los objetivos del taller. 	<ul style="list-style-type: none"> • Computadora portátil • Sala de cómputo o dispositivo digital con conexión a internet. • Proyector • Pizarra 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexión personal • Participación individual y grupal • Presentación de ejemplos en Desmos • Evaluación 	Autor de la Investigación
Día segundo	2h	Taller 2: Funciones lineales	<ul style="list-style-type: none"> • Dar a conocer la diferencia entre función proporcionalidad, afín y constante. • Con ayuda de la calculadora gráfica online Desmos se enseñará 	<ul style="list-style-type: none"> • Computadora portátil • Sala de cómputo o dispositivo 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexión personal • Participación individual y grupal 	Autor de la Investigación

			<p>la representación de funciones proporcionalidad, funciones afines y funciones constantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se mostrará a los alumnos ejemplos de dichas funciones donde se aprecian algunas de las características principales de las mismas. • Se expondrá ejercicios para trabajo grupal. • Se evaluará para verificar si se ha logrado alcanzar los objetivos del taller. 	<p>digital con conexión a internet.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Proyector • Pizarra 	<ul style="list-style-type: none"> • Presentación de ejemplos en Desmos. • Evaluación 	
Día tercero	2h	Taller 3: Funciones raíz cuadrada	<ul style="list-style-type: none"> • Dar a conocer la definición de una función raíz cuadrada. • Con ayuda de la calculadora gráfica online Desmos se enseñará la representación de funciones raíz cuadrada, sus propiedades y traslaciones. • Se expondrá ejercicios para trabajo grupal. • Se evaluará para verificar si se ha logrado alcanzar los objetivos del taller. 	<ul style="list-style-type: none"> • Computadora portátil • Sala de cómputo o dispositivo digital con conexión a internet. • Proyector • Pizarra 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexión personal • Participación individual y grupal • Presentación de ejemplos en Desmos • Evaluación 	Autor de la Investigación
Día cuarto	2h	Taller 4: Función valor absoluto	<ul style="list-style-type: none"> • Dar a conocer la definición de una función valor absoluto. • Con ayuda de la calculadora gráfica online Desmos se enseñará ejercicios de funciones valor absoluto, y sus propiedades. 	<ul style="list-style-type: none"> • Computadora portátil • Sala de cómputo o dispositivo digital con 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexión personal • Participación individual y grupal • Presentación de 	Autor de la Investigación

			<ul style="list-style-type: none"> • Se evaluará para verificar si se ha logrado alcanzar los objetivos del taller. 	<ul style="list-style-type: none"> • conexión a internet. • Proyector • Pizarra 	<ul style="list-style-type: none"> • ejemplos en Desmos • Evaluación 	
Día quinto	2h	Taller 5: Funciones cuadráticas	<ul style="list-style-type: none"> • Dar a conocer la definición de una función cuadrática. • Con ayuda de la calculadora gráfica online Desmos se enseñará la representación de funciones cuadráticas. • Se mostrará ejemplos de dichas funciones donde se aprecian algunas de las características principales. • Se expondrá ejercicios para trabajo grupal. • Se evaluará para verificar si se ha logrado alcanzar los objetivos del taller. 	<ul style="list-style-type: none"> • Computadora portátil • Sala de cómputo o dispositivo digital con conexión a internet. • Proyector • Pizarra 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexión personal • Participación individual y grupal • Presentación de ejemplos en Desmos • Evaluación 	Autor de la Investigación

TALLER N° 1:

Tema: Desmos para fortalecer el aprendizaje del concepto de función, sus tipos de representación y propiedades.

Datos Informativos:

- Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado.
- Alumnos a quienes van dirigidos el taller: Primer Año de BGU paralelo “A”.
- Alumno Docente: Bladimir Sebastián Jaramillo Cango.

Objetivos

- Enseñar a relacionar los tipos de representación de una función.
- Utilizar Desmos como recurso didáctico en el aprendizaje de los tipos de representación de una función, y así tenga el docente material para reforzar a sus estudiantes.

Metodología de trabajo

De acuerdo a los resultados obtenidos del pre-test que se evaluó a los estudiantes de primer año de BGU y luego de extraer las dificultades y carencias, se desarrolló el presente taller.

Se inició exponiendo los objetivos del taller y las temáticas que se van a tratar, así mismo se realizó una motivación sobre el uso de Desmos (calculadora gráfica online) en la asignatura de matemáticas para fortalecer el aprendizaje. Luego se explicó las características principales de Desmos y su funcionalidad.

Se dio a conocer una breve introducción histórica sobre Descartes, donde proviene el nombre de ejes cartesianos o ejes de coordenadas; se explicó una serie de conceptos como lo que es una variable, ejes de coordenadas, pares ordenados, concepto de función y los tipos de representación con la ayuda de la calculadora gráfica Desmos.

En Desmos se mostró las tres formas de representación de una función: Expresión algebraica, tabla de valores, representación gráfica. Se explicó a los alumnos ejemplos de funciones donde se aprecian algunas de las características principales de las mismas. Se incentivó a los estudiantes a participar activamente, a preguntar, discutir en el grupo y debatir y a aprender entre ellos. Si surge un problema, permitir que el mismo grupo intente resolverlo para posteriormente aclarar las dudas de los estudiantes.

Al finalizar se evaluó para verificar si se ha logrado alcanzar los objetivos del taller. Es importante mencionar que el taller se llevó a cabo cuando los estudiantes tuvieron dos periodos seguidos de clase, en la cual el primer periodo se proyectó las funcionalidades y características importantes de Desmos y en el segundo periodo se realizó un trabajo grupal.

Recursos

Los recursos utilizados fueron:

- Una computadora portátil
- Sala de cómputo con conexión a internet.
- Un proyector
- Pizarra
- Estudiantes de primer año de BGU a quienes van dirigido este taller.

Programación

El taller se llevó a cabo en una sala de cómputo con acceso a internet y se utilizó un proyector, con una duración de noventa minutos, misma que es dividida en dos periodos, en el primer periodo se desarrolló una breve explicación sobre el funcionamiento de Desmos y los conceptos indispensables para iniciar con el tema de estudio sobre funciones, se explicó los tipos de representación de una función y sus propiedades, haciendo uso de ejemplos significativos para los alumnos y con la ayuda de la calculadora gráfica online Desmos; en el segundo periodo se hizo una actividad grupal (resolución de ejercicios).

La Estrategia metodológica que se utilizó es la aplicación de Desmos para fortalecer el aprendizaje en los estudiantes.

Resultados de aprendizaje

Se tomó una evaluación, de manera que conciba el mejoramiento del aprendizaje de este taller.

Conclusiones

Se elaboró al término del taller tanto de la realidad temática como de la alternativa.

Recomendaciones

Se recomienda la alternativa ya que mostró resultados positivos.

Bibliografía

- <https://www.desmos.com/calculator>
- López, J. F. (15 de Octubre de 2018). *Economipedia*. Obtenido de Plano Cartesiano: <https://economipedia.com/definiciones/plano-cartesiano.html>

- Corroquino Cazas, J. (10 de enero de 2020). *Cinesoft*. Obtenido de Propiedades de las funciones:
http://matematica.cubaeduca.cu/media/matematica.cubaeduca.cu/medias/interactividades/piu/51Funcion/co/funcion_6.html

Anexos

Funciones y gráficas

René Descartes

El plano cartesiano fue usado por primera vez por René Descartes (1596-1650). René Descartes conocido filósofo e influyente matemático fue el fundador de la geometría analítica. Una disciplina que se utiliza mucho, aunque de forma superficial, en las representaciones gráficas de los análisis de teoría económica.

Con la idea de plasmar su pensamiento filosófico, construyó un plano con dos rectas que se cruzaban en un punto de forma perpendicular. A la recta vertical la llamó **eje de ordenadas** y a la recta horizontal de **eje de abscisas**. Así, a un punto cualquiera determinado por un valor en abscisas y otro en ordenadas lo conocemos como coordenada.

Eje de coordenadas

El plano cartesiano es uno de los dispositivos más importante en las matemáticas.

El plano sirve para dar con precisión la posición de cualquier objeto, en relación a un punto fijo que llamaremos origen.

Sus principales elementos son: un punto llamado origen de donde parte toda medición (o coordenada). Dos rectas perpendiculares, llamados ejes, el eje vertical es llamado el eje de la coordenada (y), o eje de las ordenadas, o simplemente "eje y", el eje vertical, o el eje de la coordenada (x), o eje de la las abscisas, o simplemente "eje x". Estos dos ejes dividen al plano en 4 partes, llamado primer cuadrante, segundo cuadrante, tercer cuadrante y cuarto cuadrante.

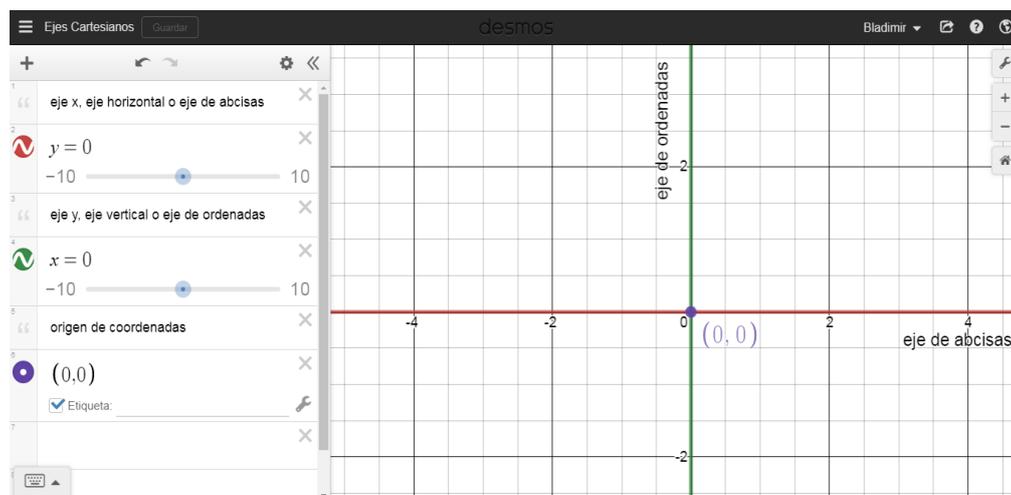


Figura 1: Eje de coordenadas
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

Pares ordenados

(X, Y) es un par ordenado cualquiera, $x \neq y$, en donde (X) es el primer elemento llamado primera componente y (Y) es el segundo elemento llamado segunda componente.

Es importante mencionar que $(x, y) \neq (y, x)$. Es decir el orden de las componentes no puede ser cambiado. Estas componentes numéricas, se pueden graficar en los ejes cartesianos o plano cartesiano; la primera componente representa la abscisa y se ubica en el eje x , la segunda componente representa la ordenada y se ubica en el eje y .

Función

En matemática, una función (f) es una relación entre un conjunto dado X (llamado dominio) y otro conjunto de elementos Y (llamado codominio) de forma que a cada elemento x del dominio le corresponde un único elemento $f(x)$ del codominio (los que forman el recorrido, rango).

¿Qué condiciones debe tener para ser una función?

Para que una relación R sea una “relación funcional” o “función” deben cumplirse dos condiciones:

- **EXISTENCIA:** Todo elemento correspondiente al conjunto de partida X debe tener una imagen en el conjunto de llegada Y . Es decir que el dominio de la relación debe ser igual al conjunto de partida X .
- **UNICIDAD:** Cada elemento correspondiente al conjunto de partida X debe tener una sola imagen en el conjunto de llegada Y . Es decir que no puede haber un elemento del dominio asociado con dos valores distintos de imagen en el conjunto de llegada.

Dada una relación en coordenadas cartesianas, para determinar si es una función o no, se procede así:

- 1) Se toma una recta vertical (de ecuación $x=\text{constante}$) y se barre con ella todos los elementos del conjunto de partida especificados.

2) Se esta recta “imaginaria” corta siempre una y sólo una vez a la gráfica dada, la misma corresponde a una función. Si no la corta en algún punto o la corta más de una vez, no corresponderá a una función.

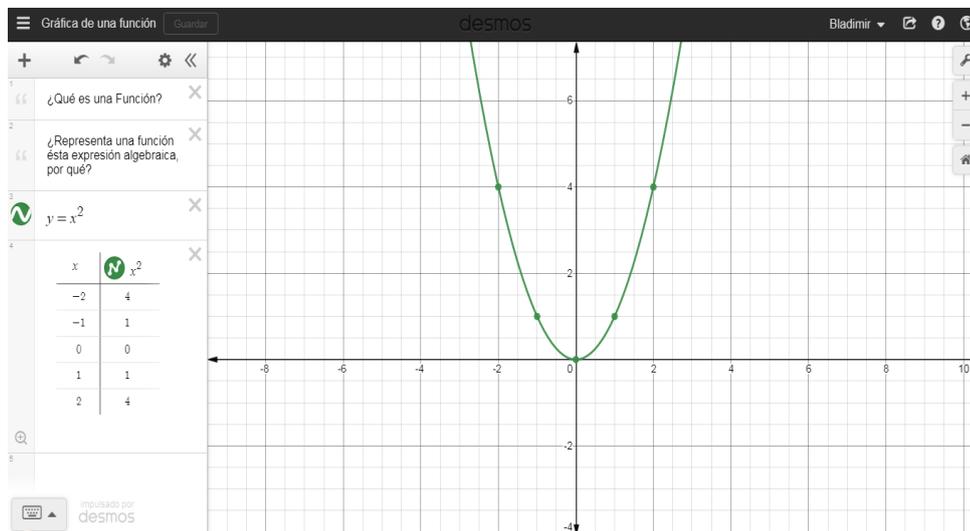


Figura 2: Representación de una Función
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

Tipos de representación de una función

Con la ayuda de la calculadora gráfica online Desmos, se muestra las tres formas de representación de una función:

- Expresión algebraica
- Tabla de valores
- Representación gráfica

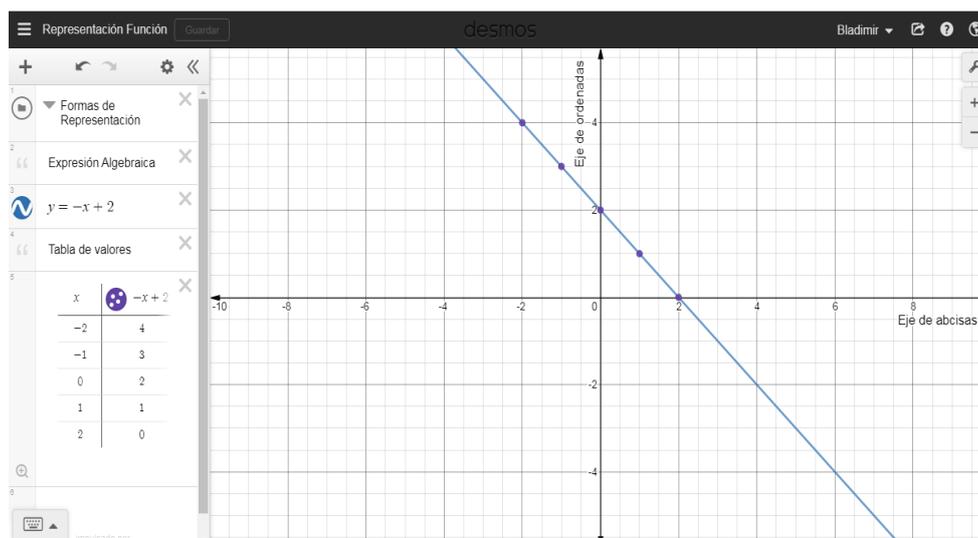


Figura 3: Formas de representación de una función
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

Propiedades de una función

Crecimiento de una función

CRECIENTE si al aumentar (x), la (y) también aumenta

DECRECIENTE si al aumentar el valor de (x), el valor de (y) disminuye

CONSTANTE al variar (x), (y) se mantiene igual

MÁXIMO es el punto en el cual la variable dependiente toma el valor más alto. MÍNIMO es el punto en el cual la variable dependiente toma el valor más bajo. CONTINUIDAD Se dice que una función es continua, si al dibujarla no hay que levantar el lápiz del papel.

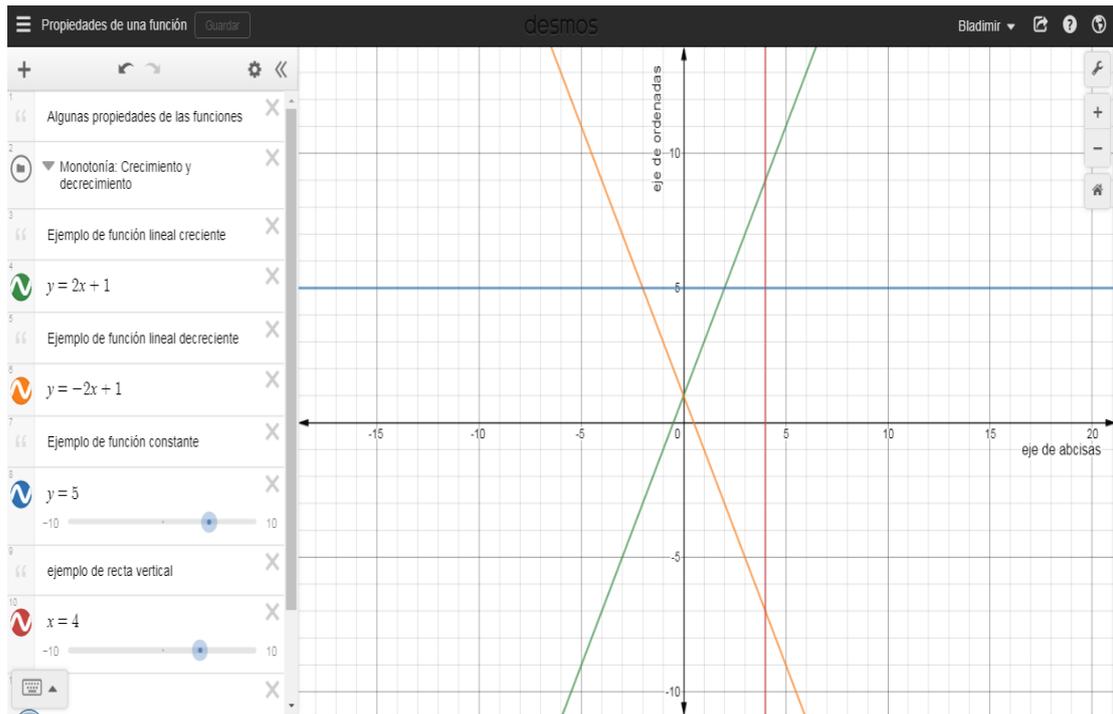


Figura 4: Propiedades de las Funciones

Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

TALLER N° 2:

Tema: Desmos para fortalecer el aprendizaje de funciones lineales.

Datos Informativos:

- Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado.
- Alumnos a quienes van dirigidos el taller: Primer Año de BGU paralelo “A”.
- Alumno Docente: Bladimir Sebastián Jaramillo Cango.

Objetivos

- Enseñar problemas en los que intervienen magnitudes directamente proporcionales.
- Utilizar Desmos como recurso didáctico en el aprendizaje de funciones de proporcionalidad, funciones afines y funciones constantes.

Metodología de trabajo

Se inició exponiendo los objetivos del taller y las temáticas que se van a tratar, así mismo se realizó una motivación sobre el uso de Desmos (calculadora gráfica online) en la asignatura de matemáticas para fortalecer el aprendizaje.

Con ayuda de la calculadora gráfica online Desmos se enseñó ejercicios de funciones de proporcionalidad, funciones afines y funciones constantes. Se mostró a los alumnos ejemplos de dichas funciones donde se aprecian algunas de las características principales de las mismas. Se incentivó a los estudiantes a participar activamente, invitarlos a preguntar, discutir en el grupo y debatir.

Al finalizar se evaluó para verificar si se ha logrado alcanzar los objetivos del taller.

Recursos

Los recursos utilizados fueron:

- Una computadora portátil
- Sala de cómputo con conexión a internet.
- Un proyector
- Pizarra
- Estudiantes de primer año de BGU a quienes van dirigido este taller.

Programación

El taller se llevó a cabo en una sala de cómputo con acceso a internet, con una duración de noventa minutos, misma que es dividida en dos periodos, en el primer periodo se explicó ejercicios significativos sobre funciones lineales, de proporcionalidad, afines y constantes con la ayuda de la calculadora gráfica online Desmos; en el segundo periodo se hizo una actividad grupal (resolución de ejercicios), y se evaluó para ver los resultados del taller.

Resultados de aprendizaje

Se tomó una evaluación, de manera que conciba el mejoramiento del aprendizaje de este taller.

Conclusiones

Se elaboró al término del taller tanto de la realidad temática como de la alternativa.

Recomendaciones

Se recomienda la alternativa ya que se obtuvo resultados positivos por parte de los estudiantes.

Bibliografía

- <https://www.desmos.com/calculator>
- Salazar, Eugenia. (15 de Octubre de 2018). Math. Obtenido de Sangakoo Math: <https://www.sangakoo.com/es/temas/funcion-constante-lineal-y-afin>

Anexos

Funciones Lineales

Función de proporcionalidad directa

Se llama función de proporcionalidad directa o, simplemente, función lineal a cualquier función que relacione dos magnitudes directamente proporcionales (x,y) . Su ecuación tiene la forma $y = mx$ o $f(x) = mx$. El factor m es la constante de proporcionalidad y recibe el nombre de pendiente de la función ya que indica la inclinación de la recta que la representa gráficamente.

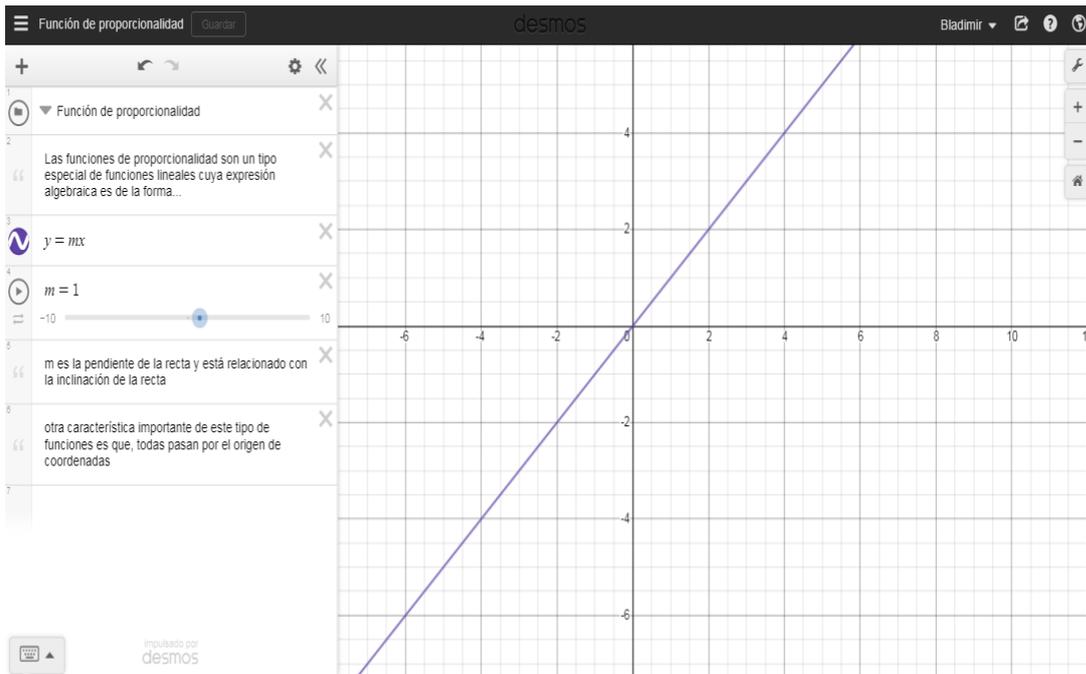


Figura 5: Función proporcionalidad
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

Función constante

Es una función del tipo $f(x)=k$, donde k es un número real cualquiera. Fijémonos en que el valor de $f(x)$ es siempre k , independientemente del valor de x .

Así, por ejemplo, si quisiésemos representar una cantidad que se mantiene constante a lo largo del tiempo t , utilizaríamos una función constante $f(t)=k$, en la que no aparece la variable t .

Las funciones constantes cortan el eje vertical en el valor de la constante y son paralelas al eje horizontal (y por tanto no lo cortan).

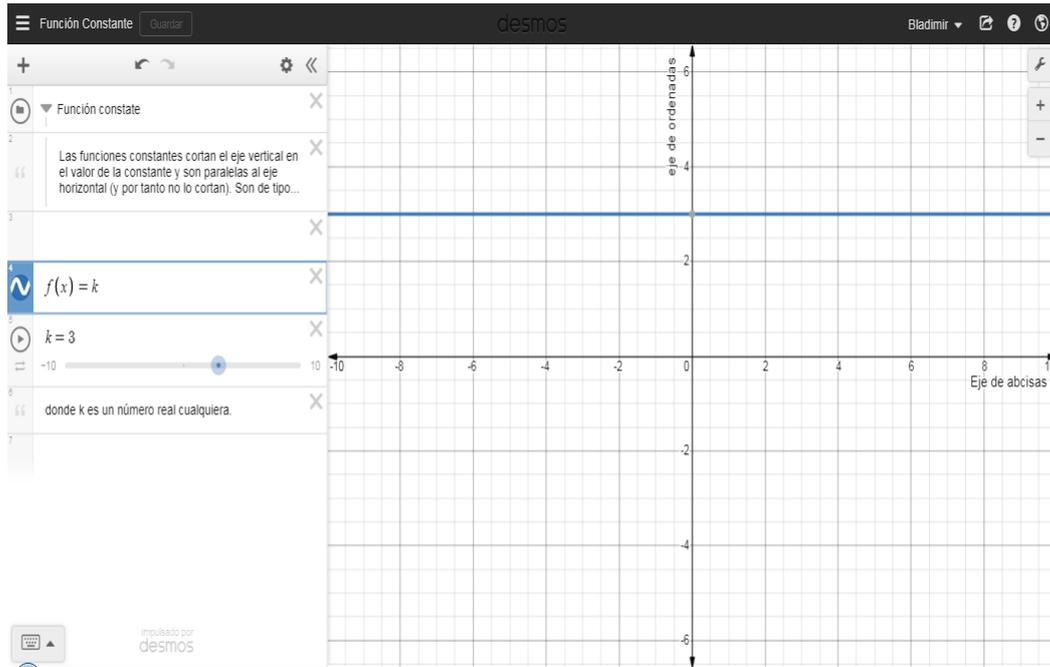


Figura 6: Función constante
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

Función lineal

La función de variable real que tiene por ecuación general $y=mx$, cuya gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas, se llama función lineal.

En las funciones lineales de este tipo ($y=mx$), el valor de m , que corresponde a un número real, se llama pendiente. El pendiente mide la inclinación de la recta respecto del eje de abscisas. Es importante entender que como mayor es el valor de la pendiente m , mayor inclinación respecto el eje horizontal posee la recta. Además:

- Si m es positivo ($m > 0$), la recta pasa por el primer y por el tercer cuadrante.
- Si m es negativo ($m < 0$), la recta pasa por el segundo y cuarto cuadrante.
- Si m es cero ($m = 0$), la recta es horizontal y coincide con el eje de las abcisas.

El pendiente de una recta también puede ser calculado a partir de las coordenadas de un punto de la recta para una función lineal, y de las coordenadas de dos puntos en general para una recta cualquiera.

Dados dos puntos de una recta (sea una función lineal o afín), (x_1, y_1) y (x_2, y_2) y podemos calcular el pendiente de dicha recta mediante la expresión:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

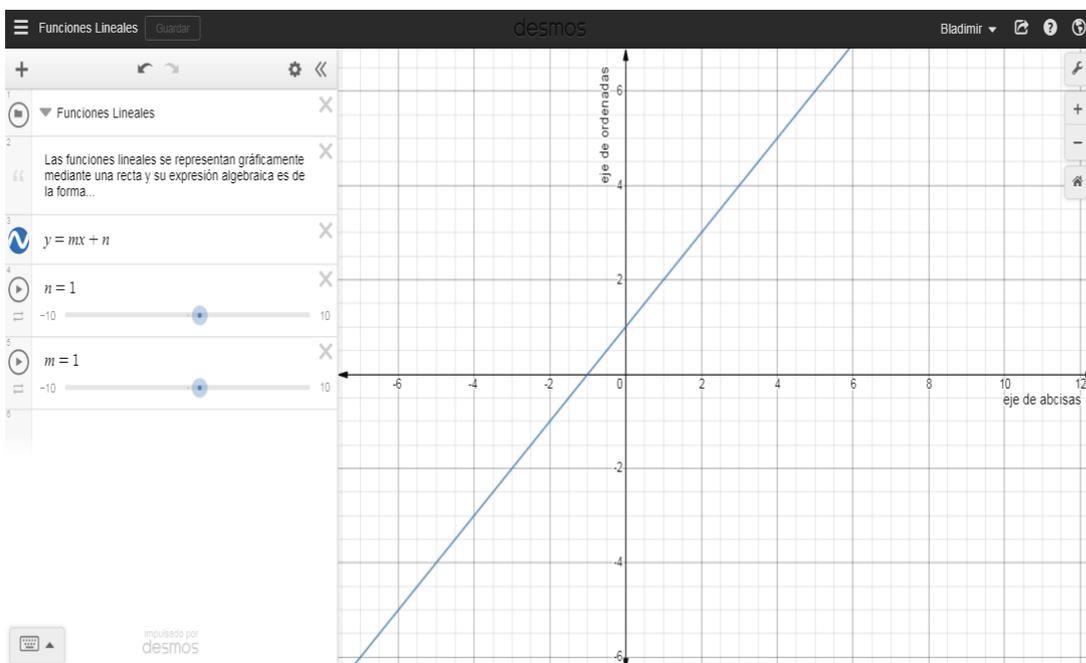


Figura 7: Función lineal

Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

Función afín

La función de variable real que tiene como ecuación general $y=mx+n$, cuya gráfica es una recta que no pasa por el origen (si $n \neq 0$), se llama función afín.

Como en el caso anterior, m es el pendiente de la recta. Es destacable también que el punto de corte de una función afín $f(x)=mx+n$ con el eje de ordenadas es el punto $(0, n)$.

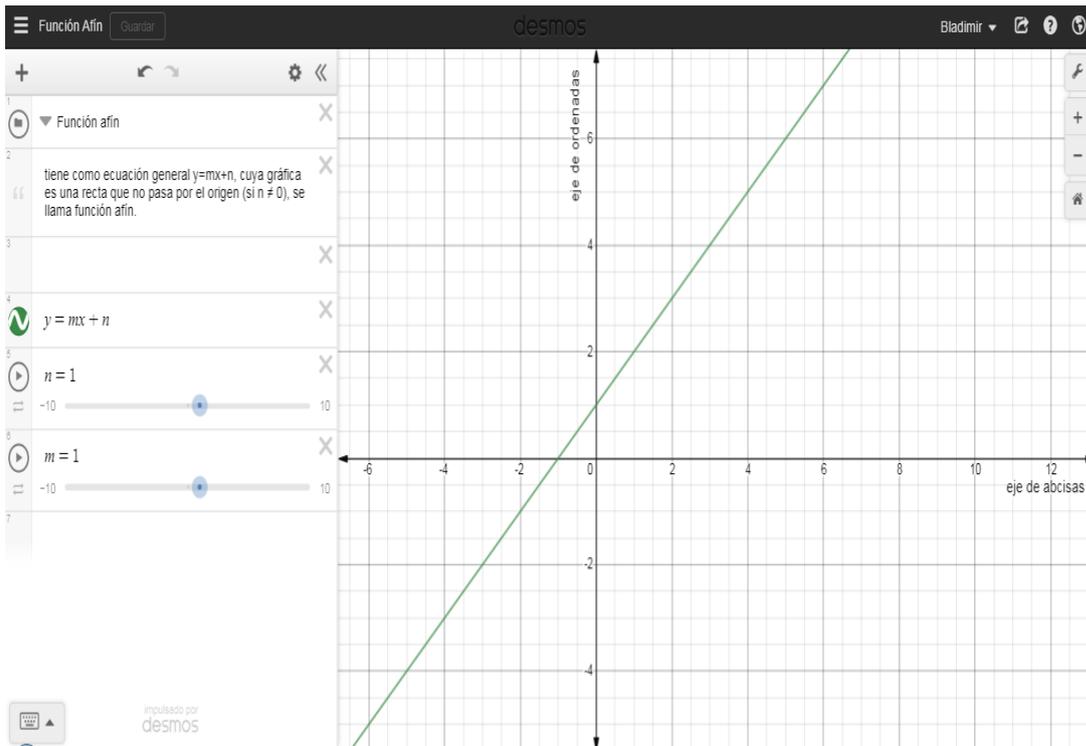


Figura 8: Función afín

Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

Se propuso a los alumnos los siguientes ejercicios con la ayuda de la calculadora gráfica online Desmos.

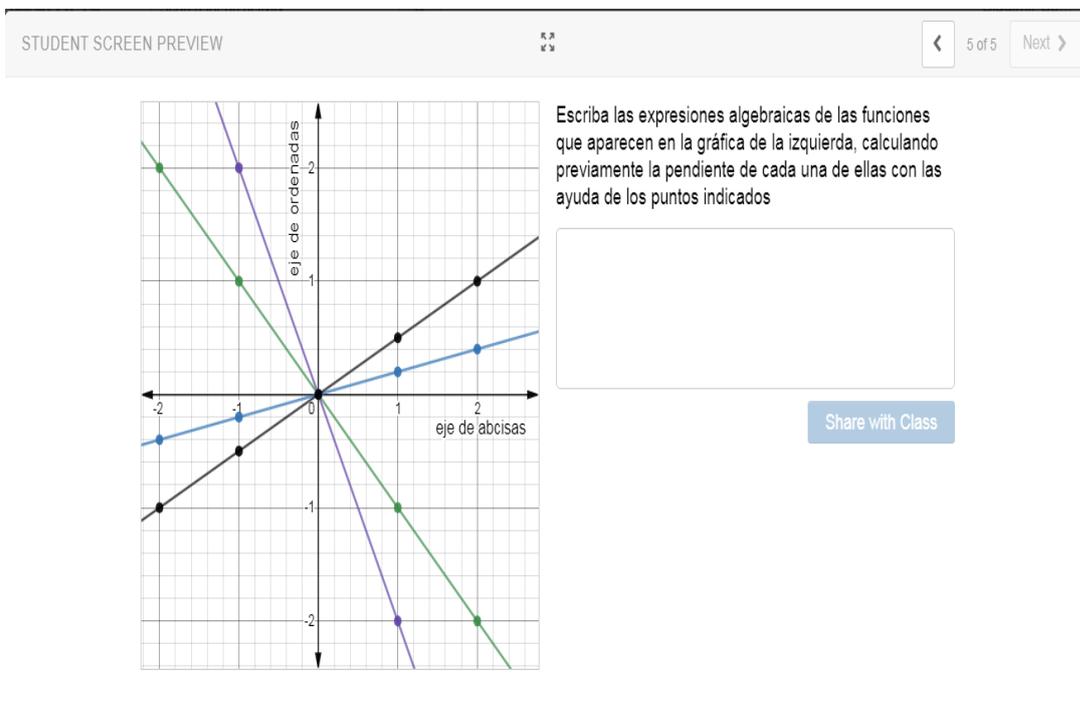
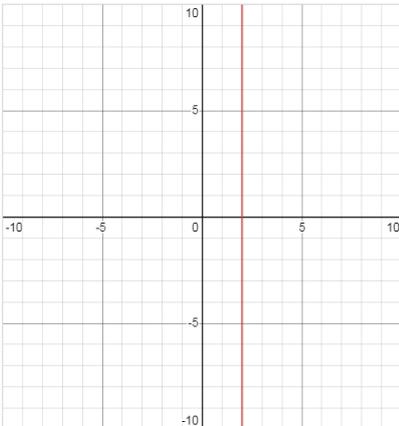


Figura 9: Ejercicio cálculo de pendiente

Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

STUDENT SCREEN PREVIEW 4 of 5 Next >

La recta de la imagen tiene como ecuación:

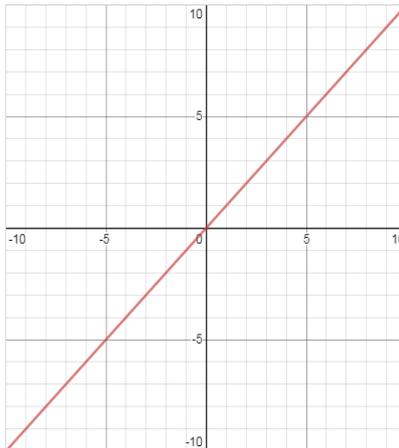


- $x=2$
- $y=2$
- $x=0$

Figura 10: Ecuación de la recta
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

STUDENT SCREEN PREVIEW 3 of 5 Next >

La función representada en la figura:



- Es una función afín
- Es una función constante
- Es una función lineal

Figura 11: Identificar el tipo de función
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

TALLER N° 3:

Tema: Desmos para fortalecer el aprendizaje de funciones raíz cuadrada.

Datos Informativos:

- Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado.
- Alumnos a quienes van dirigidos el taller: Primer Año de BGU paralelo “A”.
- Alumno Docente: Bladimir Sebastián Jaramillo Cango.

Objetivos

- Enseñar a graficar y desplazar funciones raíz cuadrada.
- Utilizar Desmos como recurso didáctico en el aprendizaje de funciones raíz cuadrada, sus propiedades y traslaciones, mediante la resolución de ejercicios.

Metodología de trabajo

Se inició exponiendo los objetivos del taller y las temáticas que se van a tratar, se realizó una motivación para el buen uso de Desmos (calculadora gráfica online) en la asignatura de matemáticas.

Se enseñó con Desmos ejercicios de funciones raíz cuadrada, sus propiedades y traslaciones. Se mostró a los alumnos ejemplos de dichas funciones donde se aprecian algunas de las características principales de las mismas. Se invitó a los estudiantes a participar activamente para poder aclarar las dudas presentes en el taller.

Finalmente se trabajó en grupos para consolidar conocimientos verificar si se ha logrado los objetivos del taller.

Recursos

Los recursos utilizados fueron:

- Una computadora portátil
- Sala de cómputo con conexión a internet.
- Un proyector
- Pizarra
- Estudiantes de primer año de BGU a quienes van dirigido este taller.

Programación

El taller se llevó a cabo en una sala de cómputo con conexión a internet, con una duración de noventa minutos, misma que es dividida en dos periodos, en el primer periodo se explicó la parte teórica sobre funciones raíz cuadrada, sus propiedades y traslaciones; en el segundo periodo se planteó una actividad grupal (resolución de ejercicios).

Resultados de aprendizaje

Se tomó una lección para verificar el mejoramiento del aprendizaje de este taller.

Conclusiones

Se elaboró al término del taller tanto de la realidad temática como de la alternativa.

Recomendaciones

Se recomienda la alternativa ya que los estudiantes mostraron un buen resultado en los trabajos en clase con Desmos.

Bibliografía

- <https://www.desmos.com/calculator>
- Rojas, A. (13 de diciembre de 2015). Función raíz cuadrada. Obtenido de SlideShare: <https://es.slideshare.net/AndreaRojasRioja/matematica-funcin-raz-cuadrada>

Anexos

Funciones raíz cuadrada

La función raíz cuadrada es aquella donde, por primera vez, tendrás que tomar en cuenta el dominio de la función antes de proceder a graficarla. El dominio es muy importante porque la función raíz cuadrada no está definida si la expresión dentro del signo del radical (o, sencillamente, dentro de la raíz cuadrada) es negativa. La región (o conjunto) de valores de x que hacen que dicha expresión dentro de la raíz cuadrada sea negativa, no pertenece, definitivamente, al dominio de la función. Como resultado, no habrá gráfica alguna para esa región (o conjunto) de valores de x .

Por tanto el dominio son todos los números reales positivos $(0, \infty)$, lo cual significa que x no puede ser negativo. Si el valor de x fuese negativo no sería una función raíz cuadrada.

La gráfica de una función raíz cuadrada corresponde a la mitad de una parábola como las que conocemos de la función cuadrática, pero en este caso el eje de simetría de la media parábola es horizontal (paralelo al eje de las abscisas).

Las funciones raíz cuadrada las escribimos de la forma: $f(x) = \sqrt{x}$

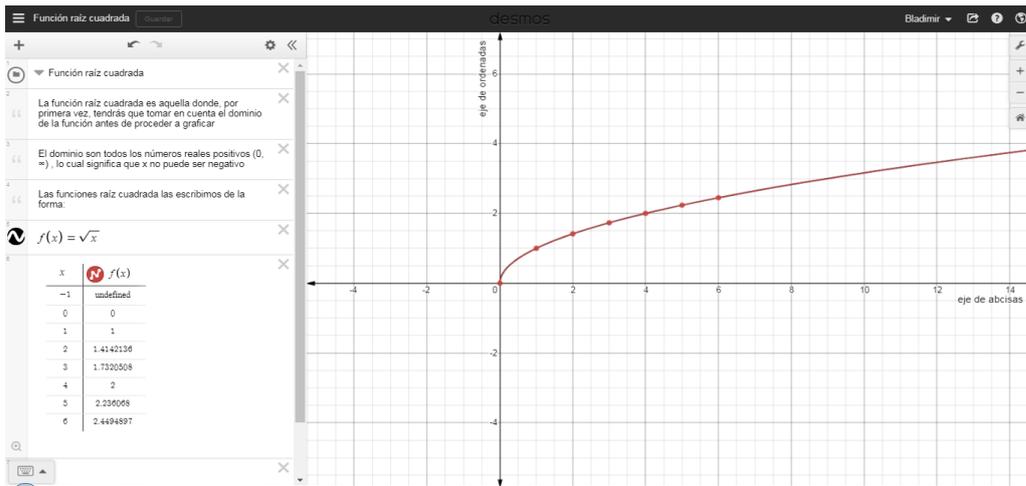


Figura 12: Función raíz cuadrada
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

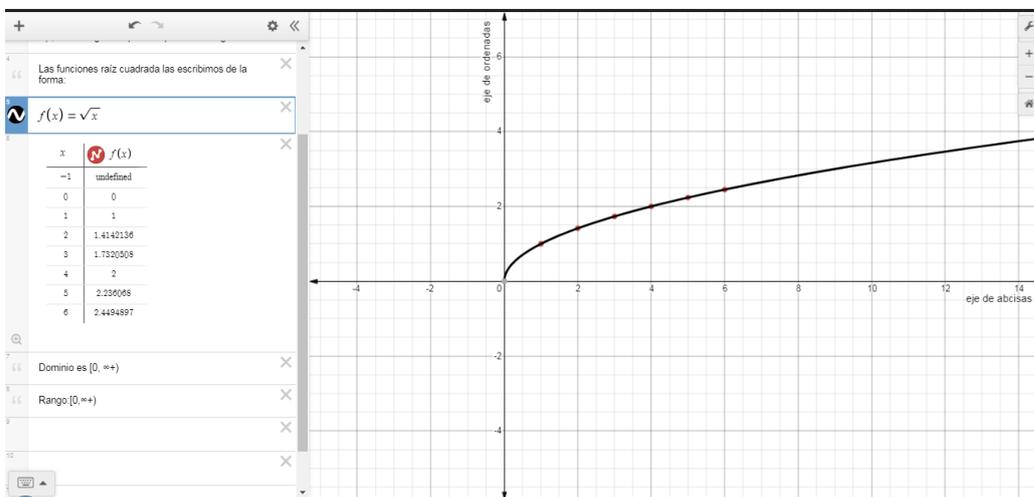


Figura 13: Dominio y rango de la función raíz cuadrada
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

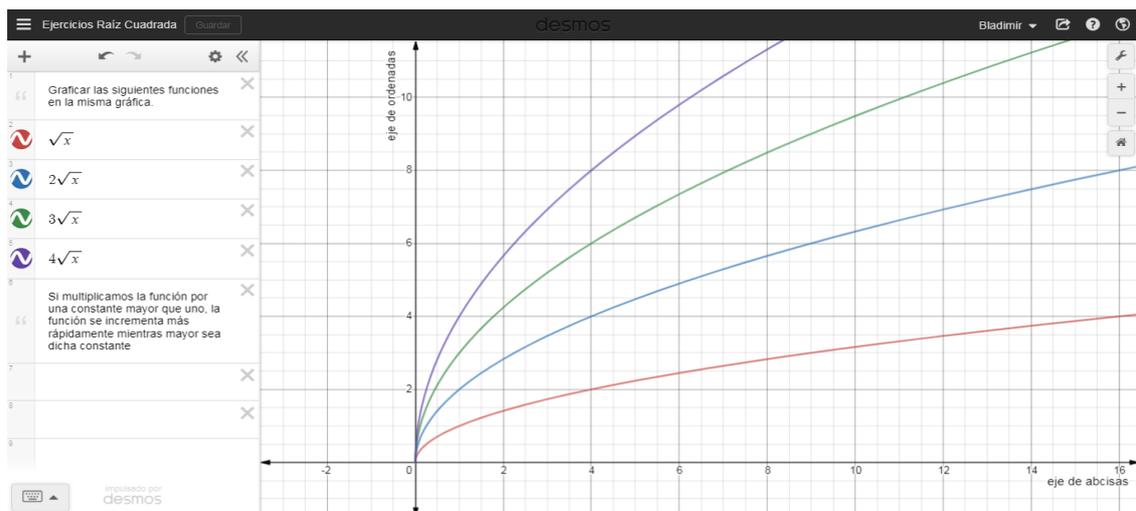


Figura 14: Graficar Funciones
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

Desplazamiento de Gráficas de Funciones Raíz cuadrada

Esto ocurre cuando a la función raíz cuadrada le sumamos constantes positivas y negativas a la función.

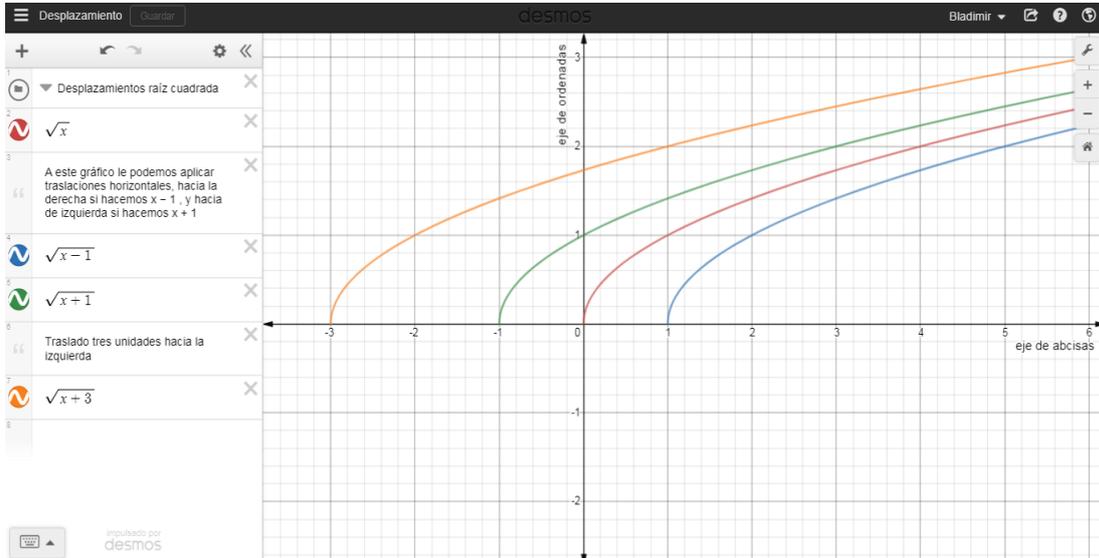


Figura 15: Desplazamiento raíz cuadrada
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

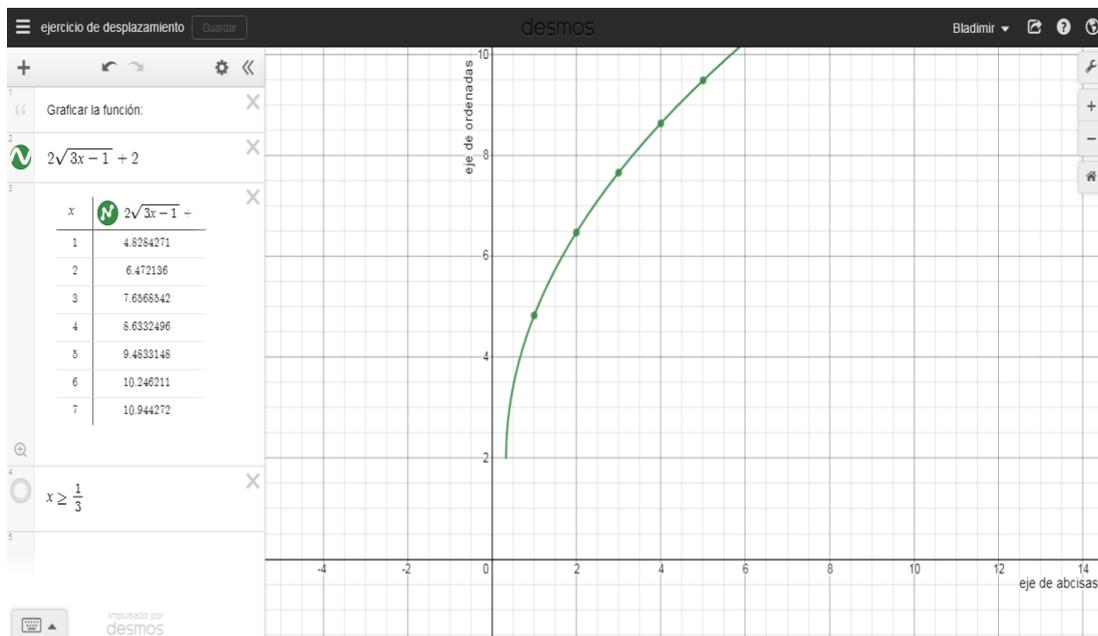


Figura 16: Ejercicio raíz cuadrada
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

TALLER N° 4:

Tema: Desmos para fortalecer el aprendizaje de función valor absoluto.

Datos Informativos:

- Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado.
- Alumnos a quienes van dirigidos el taller: Primer Año de BGU paralelo “A”.
- Alumno Docente: Bladimir Sebastián Jaramillo Cango.

Objetivos

- Enseñar algunas propiedades de la función valor absoluto de la función afín.
- Utilizar Desmos como recurso didáctico en el aprendizaje de funciones valor absoluto, mediante la resolución de ejercicios.

Metodología de trabajo

Se empezó exponiendo los objetivos del taller y las temáticas que se van a tratar, luego se procedió hacer un diálogo con los estudiantes recordando lo estudiado en talleres anteriores.

Con ayuda de la calculadora gráfica online Desmos se enseñó ejercicios de funciones valor absoluto, y sus propiedades. Se explicó a los alumnos ejemplos de dichas funciones donde se aprecian algunas de las características principales de las mismas. Se aclaró dudas presentes en el taller.

Al finalizar se trabajó ejercicios en Desmos individualmente para verificar si se ha logrado alcanzar los objetivos del taller.

Recursos

Los recursos utilizados fueron:

- Una computadora portátil
- Sala de cómputo con conexión a internet.
- Un proyector
- Pizarra
- Estudiantes de primer año de BGU a quienes van dirigido este taller.

Programación

El taller se llevó a cabo en una sala de cómputo con acceso a internet, con una duración de noventa minutos, misma que es dividida en dos periodos, en el primer periodo se explicó ejercicios significativos sobre funciones valor absoluto con la ayuda de la calculadora gráfica online Desmos; en el segundo periodo se hizo una actividad grupal (resolución de ejercicios), y se evaluó para ver los resultados del taller.

Resultados de aprendizaje

Se tomó una evaluación, de manera que conciba el mejoramiento del aprendizaje de este taller.

Conclusiones

Se elaboró al término del taller tanto de la realidad temática como de la alternativa.

Recomendaciones

Se recomienda la alternativa por lo que se evidenció buenos resultados por parte de los estudiantes.

Bibliografía

- <https://www.desmos.com/calculator>
- Contreras, Tony. (3 de junio de 2013). Función valor absoluto. Obtenido de SlideShare: <https://es.slideshare.net/yulipaola19/diapositivas-valor-absoluto-22401159>

Anexos

Función valor absoluto

Una función de valor absoluto es una función que contiene una expresión algebraica dentro de los símbolos de valor absoluto. Recuerde que el valor absoluto de un número es su distancia desde 0 en la recta numérica

La función padre de valor absoluto, escrita como $f(x) = |x|$, está definida como.

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

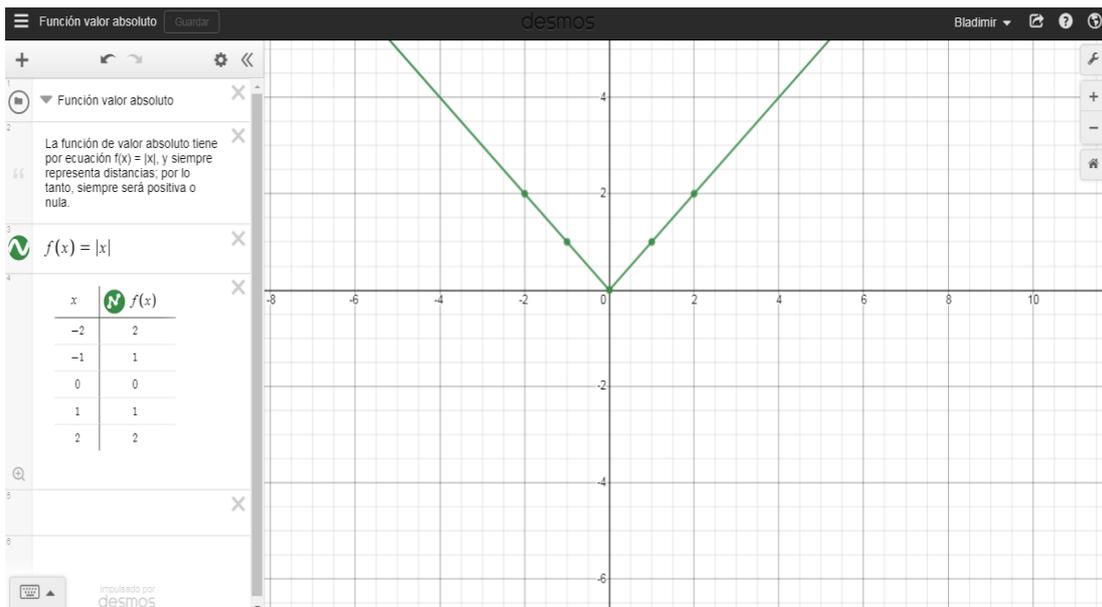


Figura 17: Función valor absoluto
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

Propiedades

- Los números opuestos tienen igual valor absoluto.

$$|a| = |-a|$$

$$|5| = |-5| = 5$$

- El valor absoluto de un producto es igual al producto de los valores absolutos de los factores.

$$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

$$|5 \cdot (-2)| = |5| \cdot |(-2)|$$

$$|-10| = |5| \cdot |2|$$

$$10 = 10$$

- El valor absoluto de una suma es menor o igual que la suma de los valores absolutos de los sumandos.

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|5 + (-2)| \leq |5| + |(-2)|$$

$$|3| = |5| + |2|$$

$$3 \leq 7$$

Las funciones en valor absoluto siempre representan una distancia o intervalos (tramos o trozos) y se pueden resolver o calcular siguiendo los siguientes pasos:

- Se iguala a cero la función, sin el valor absoluto, y se calculan sus raíces (los valores de x).
- Se forman intervalos con las raíces (los valores de x) y se evalúa el signo de cada intervalo.
- Definimos la función a intervalos, teniendo en cuenta que en los intervalos donde la x es negativa se cambia el signo de la función.
- Representamos la función resultante.

Ejercicios

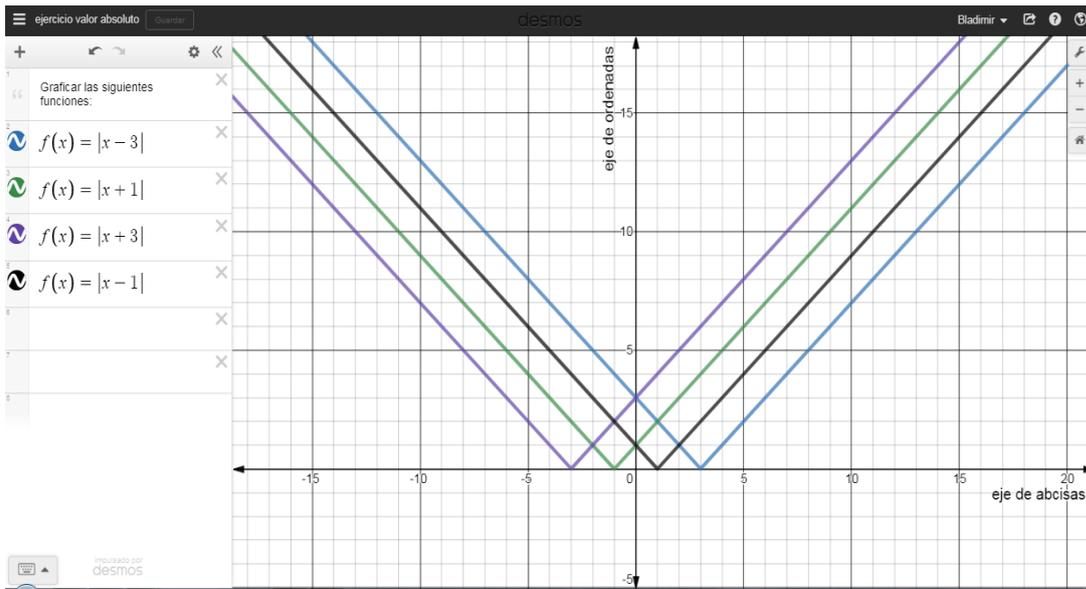


Figura 18: Ejemplos de función valor absoluto
 Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

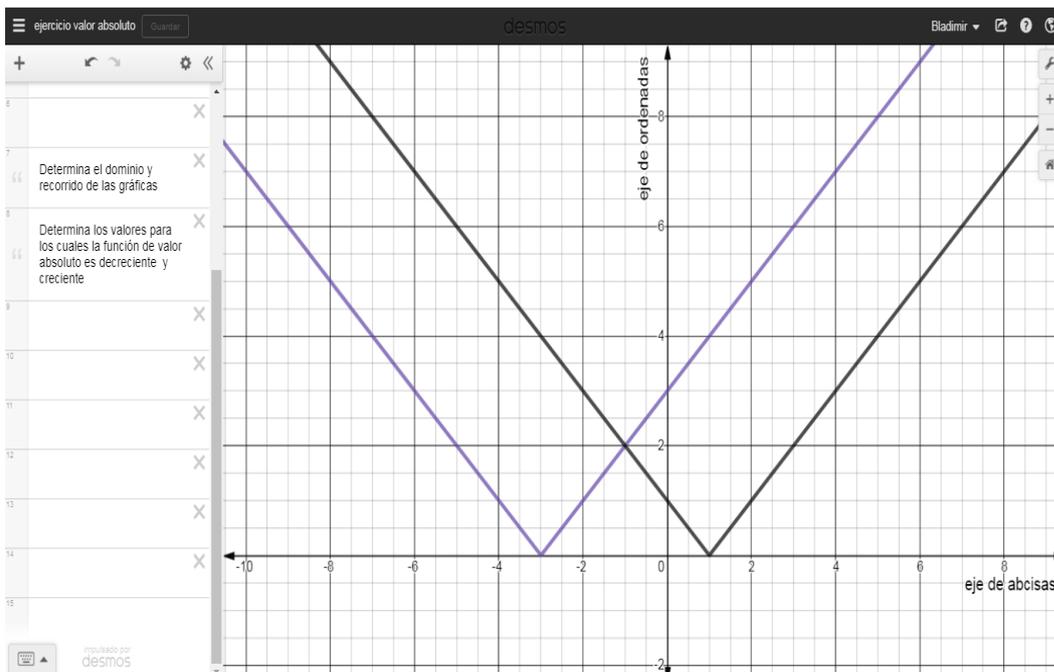


Figura 19: Determinar el dominio y recorrido de la función valor absoluto
 Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

TALLER N° 5:

Tema: Desmos para fortalecer el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Datos Informativos:

- Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado.
- Alumnos a quienes van dirigidos el taller: Primer Año de BGU paralelo “A”.
- Alumno Docente: Bladimir Sebastián Jaramillo Cango.

Objetivos

- Enseñar la parábola como representación de una función cuadrática.
- Utilizar Desmos como recurso didáctico en el aprendizaje de funciones cuadráticas y sus propiedades.

Metodología de trabajo

Se inició exponiendo los objetivos del taller y las temáticas que se van a tratar, así mismo se realizó una motivación sobre el uso de Desmos (calculadora gráfica online) en la asignatura de matemáticas para fortalecer el aprendizaje.

Con ayuda de la calculadora gráfica online Desmos se enseñó ejercicios de funciones cuadráticas y se explicó a los alumnos ejemplos de dichas funciones donde se aprecian algunas de las características principales de las mismas. Se incentivó a los estudiantes a participar activamente y a exponer criterios de cómo les pareció la herramienta como recurso didáctico y si es de utilidad para fortalecer sus aprendizajes dentro y fuera del aula.

Al finalizar se evaluó para verificar si se ha logrado alcanzar los objetivos del taller. Es importante mencionar que el taller se llevó a cabo cuando los estudiantes tuvieron dos periodos seguidos de clase

Recursos

Los recursos utilizados serán:

- Una computadora portátil
- Sala de cómputo con conexión a internet.
- Un proyector
- Pizarra
- Estudiantes de primer año de BGU a quienes van dirigido este taller.

Programación

El taller se llevó a cabo en una sala de cómputo con acceso a internet y se utilizó el proyector, con una duración de noventa minutos, misma que es dividida en dos periodos, en el primer periodo se explicó ejercicios significativos sobre funciones cuadráticas con la ayuda de la calculadora gráfica online Desmos; en el segundo periodo se desarrolló una actividad grupal (resolución de ejercicios), y se evaluó para ver los resultados del taller.

Resultados de aprendizaje

Se tomó una evaluación, de manera que conciba el mejoramiento del aprendizaje de este taller.

Conclusiones

Se elaboró al término del taller tanto de la realidad temática como de la alternativa.

Recomendaciones

Se recomienda la alternativa ya que los estudiantes mostraron resultados positivos al utilizar Desmos como recurso didáctico.

Bibliografía

- <https://www.desmos.com/calculator>
- Montenegro, Francisco. (9 de julio de 2013). Función Cuadrada Obtenido de SlideShare: https://es.slideshare.net/Francisco_Fuentes/funciones-cuadraticas-24042856

Anexos

Función Cuadrática

Las funciones polinómicas de segundo grado son funciones cuya expresión algebraica es de la forma:

$$F(x) = ax^2 + bx + c, \text{ con } a \neq 0.$$

Su gráfica es una curva que se llama parábola, en la que se distinguen el vértice y el eje de simetría.

Propiedades generales de una función cuadrática

Vértice

- Su vértice tiene coordenada $x = -b/2a$
- Sustituyendo este valor en la ecuación de la parábola obtendríamos la coordenada Y del vértice.

Concavidad

Para $y = f(x) = ax^2 + b x + c$

- Si $a > 0$, la parábola se abre hacia arriba.
- Si $a < 0$, la parábola se abre hacia abajo.

Máximo y mínimo

- Si $a > 0$, la parábola se abre hacia arriba, tiene valor mínimo.
- Si $a < 0$, la parábola se abre hacia abajo, tiene valor máximo.

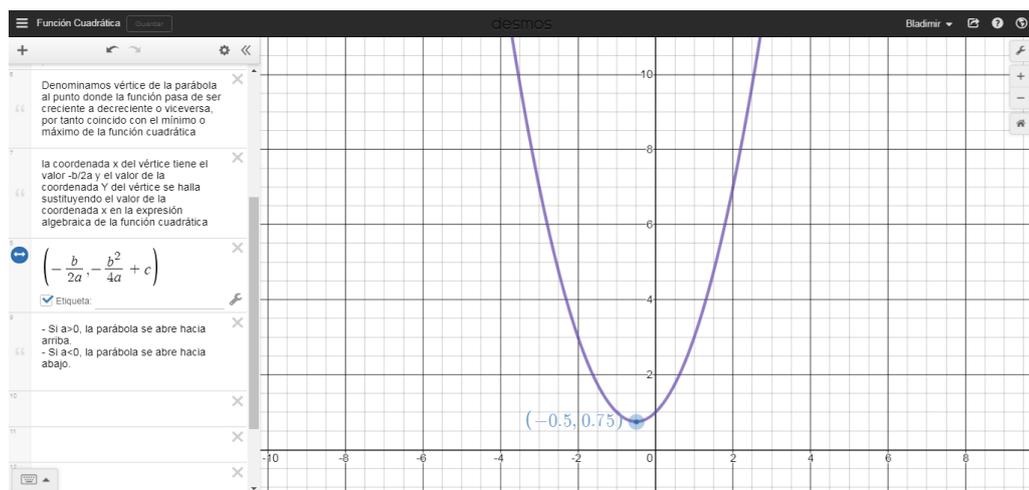


Figura 20: Función cuadrática
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo



Figura 21: Ejercicio sobre función cuadrática
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo

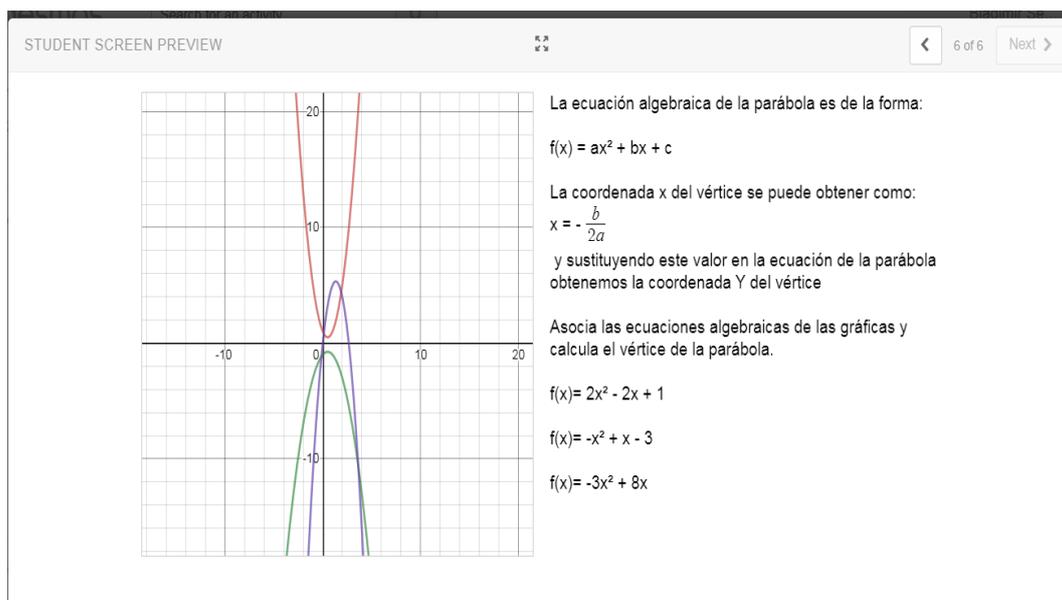


Figura 22: Cálculo de vértice de las funciones cuadráticas
Fuente: Desmos. Elaboración: Bladimir Jaramillo



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA
FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN
CARRERA DE FÍSICO MATEMÁTICAS

ENCUESTA

Me dirijo a usted para solicitarle muy comedidamente se digne dar contestación a las siguientes preguntas y me permito indicarle, que la presente encuesta es totalmente confidencial. La misma que tiene la finalidad de conocer sobre la utilización de Desmos, como recurso didáctico en el aprendizaje de matemáticas, para primero año de BGU, de la Unidad Educativa Pío Jaramillo Alvarado.

Marque con una X las respuestas que considere adecuada para su caso:

1. De los siguientes recursos didácticos, señale los que usa su profesor de matemáticas

- a. Pizarrón
- b. Plataformas educativas
- c. Simuladores virtuales

2. ¿El docente utiliza laboratorio de computación para la clase de matemáticas?

Siempre a veces nunca

3. ¿Del siguiente listado de recursos didácticos tecnológicos, señale el que utiliza su docente de matemáticas?

- a. Geogebra
- b. Desmos
- c. Symbolab
- d. Mathway
- e. Ninguno

4. ¿En la clase de matemáticas cree usted que es necesario utilizar recursos tecnológicos?

Sí

No

5. ¿Utiliza algún software educativo que le ayude al aprendizaje de matemáticas?

Cabri

GraphCalc

Desmos

Otro.....

6. ¿Ha usado alguna vez el software educativo Desmos?

Siempre

a veces

nunca

7. ¿Conoce el funcionamiento del Software Educativo Desmos?

Sí

No

8. ¿Cree usted que Desmos ayuda a mejorar el aprendizaje en la asignatura de matemáticas?

Sí

No

Gracias por su colaboración.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA DE FÍSICO MATEMÁTICAS

TEST APLICADO A LOS ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA PIO
JARAMILLO ALVARADO

Objetivo: Determinar el nivel de aprendizaje de los estudiantes de primero de bachillerato en la asignatura de matemáticas, en la unidad temática de funciones reales y radicales.

Fecha: _____

De manera muy comedida responda las siguientes preguntas, y me permito indicarle, que el presente test es totalmente confidencial.

Señale la respuesta correcta:

1. Las funciones cuyas gráficas son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas reciben el nombre de:

- a) Funciones afines.
- b) Funciones constantes.
- c) Funciones lineales.

2. La función de proporcionalidad directa recibe el nombre de:

- a) Función afín.
- b) Función lineal.
- c) Función proporcional.

3. La recta que pasa por el punto (3,6) tiene como función:

- a) $y = 3x+6$
- b) $y = 6x-3$
- c) $y = 2x$

4. Si la pendiente de una función lineal es positiva, la función es:
- a) Creciente.
 - b) Decreciente.
 - c) Constante.
5. Si la pendiente es cero, la función es:
- a) Creciente.
 - b) Decreciente.
 - c) Constante.
6. Dada la función $y = 2x - 4$, señala todas las alternativas que sean verdaderas.
- a) Es una función decreciente.
 - b) Su ordenada en el origen es -4.
 - c) Es una función lineal.
 - d) Pasa por el punto (2, -4)
 - e) No pasa por el origen de coordenadas.
7. La recta que pasa por los puntos (1, 3) y (-1, 3) es una:
- a) Función afín.
 - b) Función constante.
 - c) Función lineal.
8. He comprado kilo y medio de tomates y me han costado 1,20 dólares. La función que da el coste de los tomates en función de su peso viene dada por la expresión:
- a) $y = 1,20 x$
 - b) $y = 0,80 x$
 - c) $y = 0,40 x$

9. Dos funciones tienen gráficas representadas por líneas paralelas cuando:

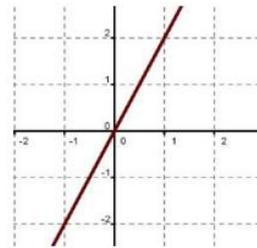
- a) Tienen la misma pendiente.
- b) Tienen la misma ordenada en el origen.
- c) Cortan al eje X en el mismo punto.

10. En mi ciudad cobran la bajada de bandera, en los taxis, a 1,50 dólares y después cada kilómetro a 0,75 \$. La función que nos da el coste del recorrido (y) en función del número de kilómetros recorridos es:

- a) $y = 2,25x$
- b) $y = 1,50x + 0,75$
- c) $y = 1,50 + 0,75x$

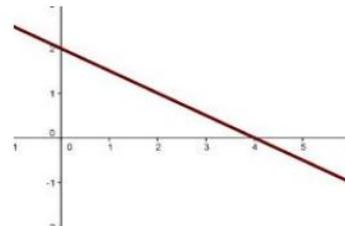
11. La función representada en la figura:

- a) Es una función afín.
- b) Es una función constante.
- c) Es una función lineal.



12. La recta de la gráfica corta al eje de abscisas en el punto:

- a) (4,0)
- b) (2,0)
- c) (0,0)



13. La recta de la figura tiene como ecuación.

- a) $Y = 2$.
- b) $X = 2$.
- c) $X = 0$



GRACIAS POR SU COLABORACIÓN



Figura 23: Aplicación del pre-test. Fuente y elaboración: Bladimir Jaramillo.



Figura 24: Aplicación de talleres. Fuente y elaboración: Bladimir Jaramillo.



Figura 25: Aplicación de ejercicios en Desmos. Fuente y elaboración: Bladimir Jaramillo.



Figura 26: Aplicación del post-test. Fuente y elaboración: Bladimir Jaramillo.

ÍNDICE

PORTADA.....	i
CERTIFICACIÓN	ii
AUTORÍA.....	iii
CARTA DE AUTORIZACIÓN.....	iv
AGRADECIMIENTO.....	v
DEDICATORIA	vi
MATRIZ DE ÁMBITO GEOGRÁFICO.....	vii
MAPA GEOGRÁFICO Y CROQUIS	viii
ESQUEMA DE TESIS	ix
a. TÍTULO.....	1
b. RESUMEN	2
ABSTRACT	3
c. INTRODUCCIÓN.....	4
d. REVISIÓN DE LITERATURA	6
Recursos didácticos.....	6
Tipos de recursos didácticos	6

Funciones de los recursos didácticos	7
Recursos didácticos en matemáticas	7
¿Por qué los recursos didácticos?	8
¿Para qué los recursos didácticos?	8
Desmos como Recurso Didáctico	8
Definición de Desmos	8
Características de Desmos.....	9
Funcionalidad de Desmos	9
Ejemplos de Representación de una Función en Desmos	13
Aprendizaje en matemáticas	14
Definición de aprendizaje	14
Indicadores para medir el Aprendizaje	14
Teorías de aprendizaje para la era digital.....	16
Estilos de aprendizaje en matemáticas	19
El aprendizaje de matemáticas con herramientas tecnológicas.....	21
El aprendizaje cooperativo en el aula.....	21
e. MATERIALES Y MÉTODOS.....	24

f.	RESULTADOS	29
g.	DISCUSIÓN	61
h.	CONCLUSIONES	63
i.	RECOMENDACIONES	64
j.	BIBLIOGRAFÍA	65
k.	ANEXOS	69
a.	TEMA	70
b.	PROBLEMÁTICA	71
c.	JUSTIFICACIÓN	74
d.	OBJETIVOS	76
e.	MARCO TEÓRICO.....	77
f.	METODOLOGÍA	92
g.	CRONOGRAMA.....	96
h.	PRESUPUESTO Y FINANCIAMIENTO	97
i.	BIBLIOGRAFÍA	98
	OTROS ANEXOS	100
	TALLER N° 1:.....	108

TALLER N° 2:.....	117
TALLER N° 3:.....	125
TALLER N° 4:.....	130
TALLER N° 5:.....	136
ÍNDICE	148