

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

# FACULTAD DE LA ENERGÍA, LAS INDUSTRIAS Y LOS RECURSOS NATURALES NO RENOVABLES

# INGENIERÍA ELECTROMECÁNICA

# TÍTULO:

# "DISEÑO DE UNA RED NEURONAL PARA LA PREDICCIÓN DE VALORES DEL DIAGRAMA DE MOODY"

*TESIS DE GRADO PREVIO A OPTAR POR EL TÍTULO DE INGENIERO ELECTROMECÁNICO.* 

Autor:

JOSÉ ANDRÉS MORENO MORENO

**Director:** 

ING. DARWIN GIOVANNY TAPIA PERALTA, Mg. Sc.

LOJA-ECUADOR

2017

# CERTIFICACIÓN

Ing. Darwin Giovanny Tapia Peralta, Mg. Sc. **DIRECTOR DE TESIS** 

### **CERTIFICA:**

Haber dirigido, asesorado, revisado y corregido el presente trabajo de tesis de grado, en su proceso de investigación cuyo tema versa en **"DISEÑO DE UNA RED NEURONAL PARA LA PREDICCIÓN DE VALORES DEL DIAGRAMA DE MOODY"**, previa a la obtención del título de **INGENIERO ELECTROMECÁNICO**, realizado por el señor egresado: **JOSÉ ANDRÉS MORENO MORENO**, la misma que cumple con la reglamentación y políticas de investigación, por lo que autorizo su presentación y posterior sustentación y defensa.

Loja, 16 de febrero del 2017



Ing. Darwin Giovanny Tapia Peralta, Mg. Sc. **DIRECTOR DE TESIS** 

# AUTORÍA

Yo, **JOSÉ ANDRÉS MORENO MORENO**, declaro ser autor del presente trabajo de tesis y eximo expresamente a la Universidad Nacional de Loja y a sus representantes jurídicos de posibles reclamos o acciones legales por el contenido de la misma.

Adicionalmente acepto y autorizo a la Universidad Nacional de Loja, la publicación de mi tesis en el Repositorio Institucional – Biblioteca Virtual.

Firma:

And

Cédula: 0705602316

**Fecha:** 21 - 07- 2017

# CARTA DE AUTORIZACIÓN DE TESIS POR PARTE DEL AUTOR, PARA LA CONSULTA, REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL TEXTO COMPLETO

Yo, JOSÉ ANDRÉS MORENO MORENO, declaro ser autor de la tesis titulada: "DISEÑO DE UNA RED NEURONAL PARA LA PREDICCIÓN DE VALORES DEL DIAGRAMA DE MOODY", como requisito para optar el grado de: INGENIERO ELECTROMECÁNICO; autorizo al Sistema Bibliotecario de la Universidad Nacional de Loja para que, con fines académicos, muestre al mundo la producción intelectual de la Universidad, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera en el Repositorio Digital Institucional:

Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo en el RDI, en las redes de información del país y del exterior, con los cuales tenga convenio la Universidad.

La Universidad Nacional de Loja, no se responsabiliza por el plagio o copia de la tesis que realice un tercero.

Para constancia de esta autorización en la ciudad de Loja a los veintiún días del mes de julio del dos mil diecisiete.

Firma:



Autor: José Andrés Moreno Moreno

Cédula: 0705602316

Dirección: Loja (Celi Román, Av. Manuel Carrión y José Riofrio)

Correo electrónico personal: andres\_mrn@hotmail.com

Correo electrónico institucional: jamorenom@unl.edu.ec

Teléfono: 072 909 243 Celular: 0990044455

### **DATOS COMPLEMENTARIOS**

**Director de tesis:** Ing. Darwin Giovanny Tapia Peralta, Mg. Sc.

Tribunal de grado: Ing. Milton Amable León Tapia, Mg. Sc.

Ing. Byron Agustín Solórzano Castillo, Mg. Sc.

Ing. Jairo Darío Castillo Calderón, Mg. Sc.

# **DEDICATORIA**

La vida de todo ser humano, carecería de sentido, si el mismo no se traza metas que cumplir, y al cumplir las mismas con éxito, debe reconocer a los que le ayudaron a conseguir su gloria, sino de nada habrá servido llegar a cumplirla.

Con mucha gratitud y cariño dedico este trabajo investigativo principalmente a Dios por darme la vida y fortaleza que me permite llegar a culminar mi carrera profesional. A mis padres José y Esthela que me educaron de manera ejemplar sembrando en mi buenos valores y costumbres; así como los deseos de superarme cada día. A mis hermanos Junior, Xavier y Esthelita que siempre han estado junto a mí apoyándome. A todos mis familiares que estuvieron a mí lado en los buenos y malos momentos.

José Andrés Moreno Moreno

# AGRADECIMIENTO

Al haber culminado el presente proyecto investigativo, expreso mis más sinceros agradecimientos a mis padres y hermanos por haberme brindado su apoyo incondicional para poder alcanzar una de mis metas más importante en mi vida.

De igual manera quedo agradecido con todas las autoridades y docentes de la carrera de Ingeniería Electromecánica de la Facultad de la Energía, las Industrias y los Recursos Naturales no Renovables de la Universidad Nacional de Loja por impartirme una educación de calidad y generar el compromiso de trabajar por la región Sur del Ecuador.

A los ingenieros Darwin Giovanny Tapia Peralta y Jairo Darío Castillo Calderón, por su trabajo y esfuerzo para avanzar con el presente proyecto de tesis.

#### José Andrés Moreno Moreno

# **TABLA DE CONTENIDOS**

CERTIFICACIÓN	II
AUTORÍA	III
CARTA DE AUTORIZACIÓN DE TESIS POR PARTE DEL AUTOR	IV
DEDICATORIA	V
AGRADECIMIENTO	VI
1. TÍTULO	1
2. RESUMEN	2
2.1. ABSTRACT	3
3. INTRODUCCIÓN	4
4. REVISIÓN DE LITERATURA	6
4.1. PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS	6
4.1.1. Definición de Fluido	6
4.1.2. Viscosidad	6
4.1.3. Densidad y Gravedad Específica	7
4.2. FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERÍAS	8
4.2.1. Flujo laminar	
4.2.2. Flujo crítico	
4.2.3. Flujo turbulento	
4.2.4. Número de Reynolds	8
4.2.5. Pérdida de energía por fricción	9
4.2.6. Coeficiente de fricción	
4.2.7. Diagrama de Moody	11
4.3. REDES NEURONALES	
4.3.1. Inteligencia Artificial	
4.3.2. Introducción a las Redes Neuronales	14
4.3.3. Elementos Básicos de una Red Neuronal	14
4.3.4. Características generales de una red neuronal	16
4.3.5. Función de Activación	20
4.3.6. Tipos de Redes Neuronales	23
4.3.7. Redes de Retro propagación (Backpropagation)	

4.3.8.	Arquitectura de la Red Back-propagation	.26
4.3.9.	Algoritmo de Entrenamiento Backpropagation	.27
4.3.10	. Redes Neuronales Artificiales con Matlab	.31
5. M	IATERIALES Y MÉTODOS	.33
5.1.	MATERIALES	.33
5.2.	MÉTODOS	.33
5.2.1.	Tabulación del diagrama de Moody	.33
5.2.2.	Selección de la Arquitectura de la Red Neuronal	.35
5.2.3.	Selección de la Topología de la Red Neuronal	.37
5.2.4.	Implementación de la Red Neuronal en MATLAB	.37
5.2.5.	Validación de la Red Neuronal	. 39
6. RI	ESULTADOS	.40
6.1.	Conjunto de datos a tabular	.40
6.2.	Tabulación Diagrama de Moody	.41
6.3.	Pre-procesamiento de la base de datos	.53
6.4.	Resultados de selección de la Red Neuronal Óptima	.53
6.5.	Diseño de Red Neuronal Propuesto	.54
6.6.	Entrenamiento de la Red Neuronal	.56
6.7.	Análisis Descriptivo de variable	.58
6.8.	Validación y comprobación de la Red Neuronal	.60
6.9.	Uso de la Red Neuronal	.75
7. D	ISCUSIÓN	.76
8. C	ONCLUSIONES	.78
9. RI	ECOMENDACIONES	.79
10. Bl	IBLIOGRAFÍA	. 80
11. A	NEXOS	. 82

# 1. TÍTULO

# "DISEÑO DE UNA RED NEURONAL PARA LA PREDICCION DE VALORES DEL DIAGRAMA DE MOODY"

# 2. RESUMEN

El presente trabajo describe el diseño de una red neuronal, con el objeto de obtener el factor de fricción en el diagrama de Moody, el mismo que está inmerso en la ecuación de Darcy-Weisbach, que calcula las pérdidas por fricción en tuberías. En primera instancia, se revisa y selecciona en la literatura disponible, temarios sobre mecánica de fluidos y redes neuronales, que justifiquen técnicamente la investigación en cuestión.

Posteriormente se plantea una metodología para realizar la tabulación del diagrama de Moody obteniendo una base de 724 datos de puntos notables. Luego se caracterizó una arquitectura de red neuronal que mejor se ajuste a la aplicación de la investigación, la misma que tiene como datos de entrada el número de Reynolds y la rugosidad relativa.

Se entrenó varios diseños de red neuronal tipo backpropagation y se seleccionó la que presentó mejores resultados, eligiendo una topología 2-30-30-1 que exhibió un error porcentual medio de 0.162%.

Finalmente, se validó y comprobó el comportamiento de la red neuronal para cada una de las curvas del diagrama de Moody, demostrando que el diseño no se encuentra sobre ajustado o bajo ajustado, corroborando que se tiene un buen desempeño fuera de la muestra y es capaz de dar solución al problema.

# 2.1. ABSTRACT

The present work describes the design of a neural network, in order to obtain the friction factor in the Moody diagram, which is immersed in the Darcy-Weisbach equation, which calculates the friction losses in pipes. Firstly, it is reviewed and selected in the available literature topics on fluid mechanics and neural networks, that technically justify the research in question.

Subsequently, a methodology is proposed to perform the tabulation of the Moody diagram, obtaining a base of 724 data of notable points. Then was characterized a neural network architecture that best fits the application of the research, which has the input data Reynolds number and relative rugosity.

Several backpropagation neural network designs were trained and was selected the one that presented the best results, choosing a topology 2-30-30-1 that exhibited an average percentage error of 0.162%.

Finally, the behavior of the neural network was validated for each of the curves of the Moody diagram, showing that the design is not overfitting or underfitting, corroborating that it has a good performance outside the sample and is able to give solution to the problem.

# 3. INTRODUCCIÓN

La estimación de las pérdidas de carga debidas a la fricción en tuberías es una tarea importante en la solución de muchos problemas prácticos en las diferentes ramas de la ingeniería (Giles, 1975). El diseño hidráulico y el análisis de los sistemas de distribución de agua son dos ejemplos principales. La ecuación de Darcy-Weisbach se utiliza para evaluar las pérdidas de carga debido a la fricción, en la cual se encuentra inmerso el coeficiente de fricción que se obtiene a través del diagrama de Moody o ecuaciones que resultan de uso engorroso para flujo turbulento.

En la actualidad el Diagrama de Moody es el gráfico más conocido de la mecánica de fluidos, fue creado en 1944 por Lewis Ferry Moody que creó relaciones entre el coeficiente de fricción, el número de Reynolds y la rugosidad relativa de la tubería.

Por tal razón, el presente trabajo presenta una propuesta para la predicción del coeficiente de fricción del diagrama de Moody, por medio de redes neuronales, utilizando Neural Networks Toolbox de MATLAB®. En la actualidad, en nuestra región la evaluación del coeficiente de fricción se la realiza de manera gráfica o de manera tradicional a través de ecuaciones, lo que puede resultar lento y en consecuencia ineficiente.

En el primer capítulo del presente documento, se realiza una fundamentación teórica, donde se plantea una introducción a la mecánica de fluidos. Además, se aborda la temática de redes neuronales para comprender sus características, tipos y funcionamiento con la finalidad de efectuar posteriormente un adecuado diseño de red.

En el segundo capítulo se describe, los materiales y métodos necesarios para poder cumplir los objetivos del proyecto. En donde, se describe detalladamente la tabulación del diagrama de Moody, la selección de arquitectura y topología de la red neuronal y la validación de su comportamiento ante nuevas muestras de datos.

A continuación, en el tercer capítulo se describe los resultados alcanzados, tales como: la base de datos del diagrama de Moody, el diseño de red neuronal propuesto en MATLAB®, un análisis descriptivo de la variable del error porcentual entre la salida deseada y la salida de la red neuronal y la validación de cada una de sus curvas.

Finalmente se expone la discusión, conclusiones y recomendaciones a las cuales se ha llegado al culminar este proyecto.

Los objetivos planteados para este proyecto son los siguientes:

### **Objetivo general:**

Diseñar una red neuronal para la predicción de los valores del diagrama de Moody.

#### **Objetivos específicos:**

- Tabular los datos de valores de fricción del diagrama de Moody en una hoja de cálculo.
- Diseñar la red neuronal artificial en Matlab, para la predicción de los valores del Diagrama de Moody.
- Validar y comprobar el comportamiento de la red neuronal para la predicción de los valores del diagrama de Moody.

# 4. REVISIÓN DE LITERATURA

# 4.1. PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

La ciencia de la ingeniería de la mecánica de fluidos se ha desarrollado gracias al entendimiento de las propiedades de la mecánica de fluidos, a la aplicación de las leyes básicas de la mecánica y la termodinámica y a una experimentación ordenada. (Streeter, Wylie, & Bedford, 2000)

### 4.1.1. Definición de Fluido

Un fluido es una sustancia incapaz de resistir fuerzas o esfuerzos de corte, sin deformarse, por pequeño que sea este esfuerzo (capaz de fluir). (Duarte & Niño, 2004)

Los fluidos se clasifican en líquidos y gases:

Los líquidos a una presión y temperatura determinadas ocupan un volumen determinado. Introducido el líquido a un recipiente adopta la forma del mismo, pero llenando solo el volumen que le corresponde. Si sobre el líquido reina una presión uniforme, por ejemplo, la atmosférica, el líquido adopta, una superficie libre plana como la superficie de un lago o la de un cubo de agua.

Los gases a una presión y temperatura determinada tienen también un volumen determinado, pero puestos en libertad se expansionan hasta ocupar el volumen completo del recipiente que lo contiene, y no presentan superficie libre. (Mataix, 2004)

### 4.1.2. Viscosidad

Es una medida de la resistencia del fluido al corte cuando el fluido esta en movimiento. Un fluido no puede resistir esfuerzos de corte sin moverse, pero un sólido sí. La viscosidad de debe principalmente a las interacciones de las moléculas de fluido. (Duarte & Niño, 2004)

Más concretamente, la viscosidad determina la velocidad de deformación del fluido cuando se le aplica un esfuerzo cortante dado. Podemos movernos fácilmente a través del aire, que tiene una viscosidad muy baja. El movimiento es más difícil en el agua, con una viscosidad 50 veces mayor; pero aún es más difícil en aceite SAE 30, que es 300 veces más viscoso que el agua. Trate de deslizar su mano por glicerina, cinco veces más viscosa que el aceite

SAE 30, o por melaza, aún cinco veces más viscosa que la glicerina. Como puede verse, los fluidos pueden tener un amplio rango de viscosidades. (White, 2013)

Según (Mott, 2006) existen dos tipos de viscosidades:

#### Viscosidad Dinámica

Conforme un fluido se mueve, dentro de él se desarrolla un esfuerzo cortante, cuya magnitud depende de la viscosidad del fluido. Se define al esfuerzo cortante, denotado con la letra griega  $\tau$ , como la fuerza que se requiere para que una unidad de área de una sustancia se deslice sobre otra. Entonces,  $\tau$  es una fuerza dividida entre un área, y se mide en las unidades de  $N/m^2$  (Pa) o  $lb/pie^2$ . En fluidos como el agua, el alcohol u otros líquidos comunes, la magnitud del esfuerzo cortante es directamente proporcional al cambio de velocidad entre las posiciones diferentes al fluido.

#### Viscosidad Cinemática

En hidrodinámica intervienen juntos con las fuerzas debidas a la viscosidad las fuerzas de inercia, que dependen de la densidad. Por eso tiene un significado importante la viscosidad dinámica referida a la densidad, o sea la relación de la viscosidad dinámica a la densidad, que se denomina viscosidad cinemática. (Mataix, 2004)

#### 4.1.3. Densidad y Gravedad Específica

La densidad se define como masa por unidad de volumen.

El recíproco de la densidad es el volumen específico v, el cual se define como volumen por unidad de masa.

En general, la densidad de una sustancia depende de la temperatura y de la presión. La densidad de la mayoría de los gases es proporcional a la presión e inversamente proporcional a la temperatura. Por otro lado, los líquidos y sólidos en esencia son sustancias incompresibles y la variación de su densidad con la presión suele ser despreciable.

A veces, la densidad de una sustancia se da en relación con la densidad de una sustancia conocida plenamente; entonces se le llama gravedad específica o densidad relativa, y se

define como la razón de la densidad de una sustancia a la densidad de alguna sustancia estándar, a una temperatura especificada (por lo general, agua a 4°C, para la cual  $\rho_{H_2O} = 1000 \ kg/m^3$ . (Cengel & Cimbala, 2006)

# 4.2. FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERÍAS

El método más universal para transportar fluidos de un lugar a otro es impulsarlo a través de un sistema de tuberías. Las tuberías de sección circular son las más común, ya que esta forma ofrece no sólo mayor resistencia estructural sino también mayor sección transversal para el mismo perímetro exterior que cualquier otra forma.

Según (Giles, 1975) existen dos tipos de flujos permanentes en el caso de fluidos reales. Estos son flujo laminar y flujo turbulento.

#### 4.2.1. Flujo laminar

Las partículas se mueven en direcciones paralelas formando capas o láminas, el fluido es uniforme y regular, es decir, la viscosidad domina el movimiento del fluido.

Se determina que hay flujo laminar cuando el número de Reynolds es menos a 2000.

#### 4.2.2. Flujo crítico

Existe cuando el caudal se incrementa después de estar en flujo laminar hasta que las láminas comienzan a ondularse y romperse en forma brusca y difusa.

Se determina cuando el número de Reynolds tiene valores entre 2000 y 4000.

#### 4.2.3. Flujo turbulento

Existe a velocidades mayores que la crítica, cuando hay un movimiento irregular e indeterminado de las partículas del fluido en direcciones transversales a la dirección principal de flujo.

Es determinado cuando el número de Reynolds tiene valores mayores a 4000.

# 4.2.4. Número de Reynolds

Según (Mott, 2006) el comportamiento de un fluido, en particular en lo que se refiere a las pérdidas de energía, depende de que el flujo sea laminar o turbulento. Por esta razón, se

necesita un medio para predecir el tipo de flujo sin tener que observarlo en realidad. Más aún, la observación directa es imposible para fluidos que van por tubos opacos. Se demuestra en forma experimental y se verifica de modo analítico, que el carácter del flujo en un tubo redondo depende de cuatro variables: la densidad del fluido  $\rho$ , su viscosidad dinámica  $\eta$ , el diámetro del tubo D y la velocidad promedio del flujo v, también, se la puede reducir al equivalente de viscosidad cinemática r que es igual a viscosidad dinámica sobre densidad. Osborne Reynolds fue el primero en demostrar que es posible pronosticar el flujo laminar o turbulento si se conoce la magnitud de un numero adimensional, al que hoy se lo denomina número de Reynolds ( $N_R$ ). La ecuación siguiente muestra la definición básica del número de Reynolds:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta} = \frac{vD}{r}$$
 Ecuación (1)

El número de Reynolds es la relación de la fuerza de inercia sobre un elemento de fluido a la fuerza viscosa.

Los flujos tienen números de Reynolds grandes debido a una velocidad elevada y/o una viscosidad baja y tienden a ser turbulentos. Aquellos fluidos con viscosidad alta y/o que se mueven a velocidades bajas, tendrán números de Reynolds bajos y tenderán a comportarse en forma laminar.

#### 4.2.5. Pérdida de energía por fricción

También es llamada pérdida de carga, y es la energía necesaria para vencer los efectos del rozamiento.

La ecuación de Darcy-Weisbach calcula las pérdidas por fricción,  $H_L$ , tanto en régimen laminar como turbulento.

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$
 Ecuación (2)

Donde

 $h_L$  = Pérdida de energía debido a la fricción (N·m/N, m, lb-pie/lb o pies)

L = Longitud de la corriente del flujo (m o pies)

- D = Diámetro de la tubería (m o pies)
- v = Velocidad promedio del flujo (m/s o pies/s)
- f = Factor de fricción (adimensional)

### 4.2.6. Coeficiente de fricción

Basados en (Giles, 1975) se explica cómo interactúa el coeficiente de fricción para flujo laminar y turbulento.

a) Para flujo laminar se puede deducir matemáticamente entre la relación conocida como ecuación de Hagen-Poiseuille que involucra las propiedades del fluido en cuanto a viscosidad y peso específico, las características geométricas de longitud y diámetro de la tubería, y la dinámica del flujo caracterizada por la velocidad promedio.

$$h_L = 64 \times \frac{r}{vD} \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g} = \frac{64}{N_R} \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$
 Ecuación (3)

Por tanto para flujo laminar, el valor de f viene dado por

$$f = \frac{64}{N_R}$$
 Ecuación (4)

b) Para flujo turbulento, existen algunas investigaciones para el cálculo de *f* pero todas son limitadas para cada caso es por eso que el Instituto Hidráulico de los Estados Unidos consideran para la mayoría de tuberías la ecuación de Colebrook-White como la más aceptable para el cálculo de *f*. La ecuación es

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left[\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{N_R(f^{0.5})}\right]$$
 Ecuación (5)

Aunque la ecuación 5 es de resolución muy engorrosa, se ha creado diagramas que den relaciones existente entre el coeficiente de fricción f, el numero de Reynolds  $N_R$  y la rugosidad relativa de la tubería  $\varepsilon/D$  como es el diagrama de Moody.

#### 4.2.7. Diagrama de Moody

Basados en (Mataix, 2004) el diagrama de Moody está construido en papel doblemente logarítmico y es la representación gráfica de dos ecuaciones:

- a) Expresión de la ecuación de Poiseuille (ecuación (4)): esta ecuación en papel logarítmico es una recta. La prolongación dibujada a trazos es la zona crítica.
- b) La ecuación de Colebrook-White (ecuación (5)): esta ecuación es función de dos variables  $(f = f(N_R, \varepsilon/D))$ . Dicha ecuación se representa en el diagrama de Moody por una familia de curvas, una para cada valor de rugosidad relativa.

En la figura 1 se presenta el diagrama de Moody.

#### Uso del diagrama de Moody

El diagrama de Moody se utiliza para ayudar a determinar el valor del factor de fricción f para el flujo turbulento. Debe conocerse el valor del número de Reynolds y la rugosidad relativa. (Mott, 2006)

El diagrama de Moody al tratarse de un método gráfico es recomendable seguir la siguiente secuencia de pasos:

- 1. Calcular el valor del  $N_R$  para determinar si el flujo es laminar o turbulento.
- 2. Calcular la rugosidad relativa.
- 3. Localizar  $N_R$  en el eje de las x.
- 4. Localizar la rugosidad relativa en el eje vertical.
- 5. En el caso que no exista una curva del valor de rugosidad relativa calculado se debe trazar una curva simétrica entre las curvas inmediata superior e inmediata inferior considerando el valor de la rugosidad relativa.
- 6. Extender una línea vertical desde nuestro valor de  $N_R$  hasta la curva de rugosidad relativa y una vez intersectada, extender una línea horizontal hacia la izquierda en el eje de "y" para determinar el coeficiente de fricción apropiado.



Fuente: (White, 2013)

# 4.3. REDES NEURONALES

# 4.3.1. Inteligencia Artificial

Aunque no existe una sola definición de inteligencia artificial se podría decir que es la rama de las ciencias de la computación que estudia el software y hardware necesarios para simular el comportamiento y comprensión humana, es decir, trata de simular la inteligencia humana.

Según (Landau, 2016) la inteligencia artificial radica en el razonamiento, el aprendizaje y la interacción de las máquinas con el mundo externo, sin que los humanos tengan que programarlas específicamente.

Inteligencia artificial es un término general y, de manera específica se lo conoce como aprendizaje automático que se refiere al conjunto de técnicas y herramientas que permiten que las computadoras "piensen" mediante la creación de algoritmos matemáticos basados en datos recopilados.

Según (Ponce Cruz, 2010) los métodos de inteligencia artificial son una respuesta al deseo de aproximar el comportamiento y el pensamiento humano a diversos sistemas para la solución de determinadas problemáticas. Por ello, no es de sorprender que actualmente se tiene sistemas muy avanzados que pueden emular ciertas características humanas, sin embargo, aún nos encontramos muy lejos de poder recrear algunas otras.

Existen varios métodos que componen la ciencia de la inteligencia artificial, dentro de los cuales se pueden encontrar tres grandes ramas:

- Lógica difusa
- Redes neuronales artificiales
- Algoritmos genéticos

Cada una consta de características especiales, así como de una función específica. El presente trabajo de investigación se centra en redes neuronales.

#### 4.3.2. Introducción a las Redes Neuronales

Las redes neuronales artificiales (RNA) son modelos matemáticos inspirados en la organización y el funcionamiento de la neurona biológica. (Pino Diez, De la Fuente Garcia, Parreño Fernandez, & Priore, 2004). Es decir, es un intento de simular el cerebro humano.

Según (Uchechukwu & Sunday, 2016) las RNA son una herramienta de modelado que es capaz de aprender relaciones de entrada-salida complejas y no lineales y reproducirlas de un conjunto dado de ejemplos mediante el uso de neuronas. Además, no requiere ningún conocimiento previo del mecanismo, principios o antecedentes que subyacen al proceso a ser modelado.

#### 4.3.3. Elementos Básicos de una Red Neuronal

Según (Ponce Cruz, 2010) los elementos básicos que conforman una red neuronal son:

- Conjuntos de unidades de procesamiento (neuronas).
- Conexiones entre unidades (asociado a cada conexión un peso o valor).
- Funciones de salida o activación para cada unidad de procesamiento.

El modelo de la neurona y la arquitectura de la red describen cómo esta última transforma sus entradas en las salidas.

Basados en (Camacho Costumero, 2016) las redes neuronales artificiales constan de un conjunto de elementos de procesamiento conectados entre sí y entre los que se envían información a través de conexiones. Las neuronas de cada capa están conectadas con neuronas de la capa anterior y de la posterior. Cada neurona obtiene la información. A partir de la situación que ocupen en la red, se pueden distinguir los siguientes elementos:

- Capa de entrada: es la primera capa y la que recibe de forma directa la información que proviene de fuentes externas a la red. Las neuronas de esta capa son pasivas, es decir, no modifican los datos que reciben. A las neuronas de esta capa no se les asigna ningún peso y su función de activación es lineal.
- **Capas Ocultas:** son las capas internas a la red, que se encuentran entre la capa de entrada y la de salida y que no tienen un contacto directo con el exterior. El número de capas ocultas puede ser muy variado, desde una hasta un número elevado.

El diseño de estas capas ocultas, tiene una gran importancia en el proceso de aprendizaje, ya que determinan la complejidad del sistema. Y la forma de encontrar el diseño correcto es variando los parámetros de las capas ocultas.

 Número de neuronas ocultas: el número de neuronas ocultas debe ser escogida según cumpla los requerimientos establecidos.

Según (ESCOM, 2010) un número excesivo de neuronas en la capa oculta puede ser causante de sobre ajuste (Overfitting) "pobre desempeño fuera de la muestra" y un número demasiado pequeño de neuronas puede ser causante de bajo ajuste (Underfitting) "no resuelve el problema", es por eso que el número de neurona debe ser suficiente para la realización correcta de la tarea, pero lo suficientemente bajo para permitir la generalización.

• Capa de salida: es la capa encargada de transferir la información hacia la red exterior.

Según (Valencia, Yáñez, & Sánchez, 2006) no se pueden dar reglas concretas para determinar el número de neuronas o número de capas ocultas de una red para resolver un problema concreto.

Respecto al número de capas de la red, en general tres capas son suficientes (entrada – oculta - salida). Sin embargo, hay veces que un problema es fácil de resolver con más de una capa oculta. El tamaño de las capas, tanto de entrada como de salida, suele estar determinado por la naturaleza de la aplicación. En cambio, decidir cuántas neuronas debe tener una capa oculta no suele ser tan evidente. No hay ninguna regla que indique el número óptimo, en cada problema esto se determina a través de la experimentación.

Un esquema básico de una red neuronal artificial se observa en la figura 2, la cual presenta las diferentes capas que tiene esta topología, que es una estructura que se conoce con el nombre de feed-forward (hacia delante) debido al flujo de la información.



Figura 2. Esquema básico de una Red Neuronal Artificial Fuente: (Ponce Cruz, 2010)

#### 4.3.4. Características generales de una red neuronal

Según (Ochoa, 2003) existen cuatro aspectos que caracterizan una red neuronal: su topología, el mecanismo de aprendizaje, tipo de asociación realizada entre la información de entrada y salida, y la forma de representación de estas informaciones.

#### Topología de las Redes Neuronales

La topología o arquitectura de una red neuronal consiste en la organización y disposición de las neuronas en la misma, formando capas o agrupaciones de neuronas más o menos alejadas de la entrada y salida de dicha red.

Según (Matich, 2001) existen:

- Redes mono capa. es aquella que establecen conexiones entre las neuronas que pertenecen a la única capa que constituye la red. Las redes mono capas se utilizan generalmente en tareas relacionadas con lo que se conoce como auto asociación (regenerar información de entrada que se presenta a la red de forma incompleta o distorsionada).
- Redes Multicapas. Son aquellas que disponen de un conjunto de neuronas agrupadas en varios niveles o capas. Una forma de distinguir la capa a la que pertenece la neurona, consiste en fijarse en el origen de las señales que recibe a la entrada y el destino de señal a la salida.

Normalmente, todas las neuronas de una capa reciben señales de entrada desde otra capa anterior (la cual está más cerca a la entrada de la red), y envían señales de salida a una capa posterior (que está más cerca a la salida de la red). A estas conexiones se las denomina conexiones hacia adelante o feed-forward.

Sin embargo, en un gran número de estas redes también existe la posibilidad de conectar la salida de las neuronas de capas posteriores a la entrada de capas anteriores; a estas conexiones se las denomina conexiones hacia atrás o feed-back.

#### Mecanismo de Aprendizaje

El aprendizaje es el proceso por el cual una red neuronal modifica sus pesos en respuesta a una información de entrada. Los cambios que se producen durante la etapa de aprendizaje se reducen a la destrucción (el peso de la conexión toma el valor 0), modificación y creación (el peso de la conexión toma un valor distinto de 0) de conexiones entre las neuronas.

Existen dos tipos de mecanismo de aprendizaje el supervisado y el no supervisado:

**Redes con aprendizaje supervisado**. - Se caracteriza porque el proceso de aprendizaje se realiza mediante un entrenamiento controlado por un agente externo (supervisor, maestro) que determina la respuesta que debería generar la red a partir de una entrada determinada. El supervisor comprueba la salida generada por el sistema y en el caso de que no coincida con la esperada, se procederá a modificar los pesos de las conexiones.

En este tipo de aprendizaje se suelen distinguir a su vez tres formas de llevarlo a cabo:

- Aprendizaje por corrección de error: Consiste en ajustar los pesos de las conexiones de la red en función de la diferencia entre los valores deseados y los obtenidos en la salida.
- Aprendizaje por refuerzo: este tipo de aprendizaje es más lento que el anterior y se basa en la idea de no disponer de un ejemplo completo del comportamiento deseado; es decir, de no indicar durante el entrenamiento la salida exacta que se desea que proporcione la red ante una determinada entrada. Aquí la función del supervisor se reduce a indicar mediante una señal de refuerzo si la salida obtenida

en la red se ajusta a la deseada (éxito = +1 o fracaso = -1) y en función de ello se ajustan los pesos basándose en un mecanismo de probabilidades.

• Aprendizaje estocástico: consiste básicamente en realizar cambios aleatorios en los valores de los pesos y evaluar su efecto a partir del objetivo deseado y de distribuciones de probabilidad.

**Redes con aprendizaje no supervisado.** – Estas no requieren de influencia externa para ajustar los pesos de las conexiones entre sus neuronas. La red no recibe ninguna información por parte del entorno que le indique si la salida generada en respuesta a una determinada entrada es o no correcta; son capaces de auto organizarse. Estas redes deben encontrar las características, regularidades, correlaciones o categorías que se pueden establecer entre los datos de la entrada.

Los algoritmos de aprendizaje no supervisado suelen ser de dos tipos:

- Aprendizaje hebbiano: pretende medir la familiaridad o extraer características de los datos de entrada. Este aprendizaje consiste básicamente en el ajuste de los pesos de las conexiones de acuerdo con la correlación de los valores de activación (salidas) de las dos neuronas conectadas.
- Aprendizaje competitivo y cooperativo: las neuronas compiten unas con otras con el fin de llevar a cabo una tarea dada. Se pretende que cuando se presente a la red cierta información, sólo una o un grupo de ellas se activen. Por tanto, las neuronas compiten por activarse, quedando las perdedoras a sus valores de respuesta mínimos.

El objetivo de este aprendizaje es categorizar los datos que se introducen en la red. De esta forma, las informaciones similares son clasificadas formando parte de la misma categoría, activando por tanto la misma neurona de salida.

#### Tipo de asociación entre las informaciones de entrada y salida

Las redes neuronales son sistemas que almacenan cierta información aprendida; esta se registra de forma distribuida en los pesos asociados a las conexiones entre neuronas. Hay que establecer cierta relación o asociación entre la información presentada a la red y la salida ofrecida por esta. Esto se conoce como memoria asociativa.

Existen dos formas primarias de realizar esta asociación entrada/salida y que generan dos tipos de redes:

- Redes heteroasociativas: La red aprende en parejas de datos [(A1, B1), (A2, B2),....(An, Bn)], de tal forma que cuando se le presente determinada información de entrada Ai responda con la salida correspondiente Bi. Al asociar informaciones de entrada con diferentes informaciones de salida, precisan al menos de 2 capas, una para captar y retener la información de entrada y otra para mantener la salida con la información asociada. Si esto no fuese así se perdería la información inicial al obtenerse la salida asociada; es necesario mantener la información de entrada puesto que puede ser necesario acceder varias veces a ella, por lo que debe permanecer en la capa de entrada. El aprendizaje de este tipo de redes puede ser con supervisión.
- Redes auto asociativas: La red aprende ciertas informaciones A1, A2, ..., An de forma que cuando se le presenta una información de entrada realizará una auto correlación, respondiendo con uno de los datos almacenados, el más parecido al de entrada. Este tipo de redes pueden implementarse con una sola capa de neuronas. El tipo de aprendizaje utilizado habitualmente es el no supervisado y suelen utilizarse en tareas de filtrado de información para la reconstrucción de datos, eliminando distorsiones o ruido, explorar relaciones entre informaciones similares para facilitar la búsqueda por contenido en bases de datos y para resolver problemas de optimización.

#### Representación de la información de entrada y salida

Esta característica se clasifica en 3 tipos:

- **Redes continuas:** En un gran número de redes, tanto los datos de entrada como de salida son de naturaleza analógica (valores reales continuos y normalmente normalizados, por lo que su valor absoluto será menor que la unidad). En este caso las funciones de activación de las neuronas serán también continuas, del tipo lineal o sigmoidal.
- **Redes discretas:** Por el contrario, otras redes sólo admiten valores discretos [0,1] a la entrada, generando también en la salida respuestas de tipo binario. La función de activación en este caso es del tipo escalón.

• **Redes híbridas:** La información de entrada es continua, pero a la salida ofrecen información binaria.

#### 4.3.5. Función de Activación

Basados en (Ponce Cruz, 2010) estas también son conocidas como función de neurona y las más utilizadas son las siguientes:

#### Función escalón

La función de activación escalón se asocia a neuronas binarias en las cuales, cuando la suma de las entradas es mayor o igual que el umbral de la neurona, la activación es 1; si es menor, la activación es 0 o -1 como se observa en la figura 3.



Figura 3. Función de activación escalón Fuente: (Ponce Cruz, 2010)

#### • Función lineal

Es la más sencilla. Se la llama función de identidad porque responde a la expresión  $F_k(u) = (u)$ . En realidad, esta función equivale a no aplicar función de salida. Como se observa en la figura 4.



#### • Función mixta

En las neuronas con función mixta, si la activación es menor que un límite inferior, la salida es 0 (ó -1). Si la activación es mayor o igual que el límite superior, entonces la salida es 1. Si la activación está entre los límites, la salida es una función lineal de la activación. Como se observa en la figura 5.



#### • Función tangente hiperbólica

La función de activación tangente hiperbólica se emplea en los casos que presentan variaciones suaves de valores positivos y negativos de la señal a clasificar. Como se puede ver en su descripción en la figura 6.

Debe tenerse cuidado de emplear esta función entre los umbrales positivos y negativos antes de la saturación, de otra forma la salida siempre generara valores saturados iguales a 1 y -1.



Figura 6. Función tangente hiperbólica Fuente: (Ponce Cruz, 2010)

Según (Ponce Cruz, 2010) es una de las funciones más empleadas en entrenamientos supervisados, como en el caso de la red backpropagation.

#### • Función sigmoidal

Con la función sigmoidal el valor dado por la función es cercano a uno de los valores asintóticos. Esto hace que, en la mayoría de los casos, el valor de salida esté comprendido en la zona alta o baja del sigmoide. De hecho, cuando la pendiente es elevada, esta función tiende a la función escalón. Sin embargo, la importancia de la función sigmoidal es que su derivada siempre es positiva y cercana a cero para los valores grandes positivos o negativos; además, toma su valor máximo cuando x = 0. Esto hace que se puedan utilizar reglas de aprendizaje definidas para las funciones escalón, con la ventaja, respecto a esta función, de que la derivada está definida en todo el intervalo (véase la figura 7).



Fuente: (Ponce Cruz, 2010)

Según (Llano, Hoyos, Francisco, & Velásquez, 2007) la selección de funciones de activación se realiza de acuerdo con el problema y a criterio del investigador, en ocasiones por ensayo y error, debido a que no existe en la literatura una regla estándar para la selección de estas funciones de activación en las redes neuronales.

# 4.3.6. Tipos de Redes Neuronales

Existen diferentes tipos de redes neuronales, en la tabla 1 se presenta una clasificación con la descripción de las RNA más comunes y frecuentes en la mayoría de los simuladores software de sistemas de computación neuronal.

Según (Basogain Olage, 2014) la selección de una red se realiza en función de las características del problema a resolver. La mayoría de estos se pueden clasificar en aplicaciones de Predicción, Clasificación, Asociación, Conceptualización, Filtrado y Optimización.

En la tabla 1 las redes neuronales "Adaline y Madaline" y "Backpropagation" son caracterizadas por realizar trabajos de predicción; sin embargo, la "Adaline y Madaline" presenta limitaciones, puesto que está estructurado por una sola capa a comparación de la red backpropagation que puede ser multicapa como precisamente, requiere la investigación en cuestión. (Ponce Cruz, 2010)

	Diseñador	Año	Тіро	Características
Adaline y Madaline	Bernard Widrow	1960	Predicción	Técnicas de Adaptación para el Reconocimiento de Patrones.
Adaptive Resonance Theory Networks	Carpenter, Grossberg	1960-1986	Conceptualización	Reconocimiento de Patrones y Modelo del Sistema Neuronal. Concepto de Resonancia Adaptiva.
BackPropagation	Rumelhart y Parker	1985	Predicción	Solución a las limitaciones de su red predecesora el Perceptron.
Bi-Directional Associative Memory (BAM) Networks	Bart Kosko	1985	Asociación	Inspiradas en la red ART.
The Bolzmann Machine	Ackley, Hinton y Sejnowski	1985	Asociación	Similar a la red Hopfield.
Brain-State-in a Box	James Anderson	1970-1986	Asociación	Red Asociativa Lineal.
Cascade-Correlation- Networks	Fahhman y Lebiere	1990	Asociación	Adición de nuevas capas oculta en cascada.
Counter-Propagation	Hecht-Nielsen	1987	Clasificación	Clasificación Adaptiva de Patrones.
Delta-Bar-Delta (DBD) Networks	Jacobb	1988	Clasificación	Métodos Heurísticos para Acelerar la Convergencia.
Digital Neural Network Architecture (DNNA) Networks	Neural Semiconductor Inc.	1990	Predicción	Implementación Hardware de la función Sigmoid.

Tabla 1. Clasificación de Redes Neuronales

Directed Random Search (DRS) Networks	Maytas y Solis	1965-1981	Clasificación	Técnica de valores Random en el mecanismo de Ajustes de Pesos.
Hamming Networks	Lippman	1987	Asociación	Clasificación de vectores binarios utilizando la Distancia Hamming.
Hopfield Networks	Hopfield	1982	Optimización	Concepto de la red en términos de energía.
Learning Vector Quantization (LVQ) Networks	Kohonen	1988	Clasificación	Red Clasificadora.
Perceptron Networks	Rosenblatt	1950	Predicción	Primer modelo de sistema Neuronal Artificial.
Probabilistic Neural Network (PNN)	Spetcht	1988	Asociación	Clasificación de Patrones utilizando métodos estadísticos.
Recirculation Networks	Hinton y McClelland	1988	Filtrado	Alternativa a la red Backpropagation.
Self-Organizing Maps (SOM)	Kohonen	1979-1982	Conceptualización	Aprendizaje sin supervisión.
Spatio.Temporal- Pattern Recognition (SPR)	Grossberg	1960-1970	Asociación	Red clasificadora Invariante en el espacio y tiempo.

Fuente: (Basogain Olage, 2014)

### 4.3.7. Redes de Retro propagación (Backpropagation)

La retro propagación del error es un entrenamiento supervisado que se emplea para redes multicapa, donde se ajusta el valor de los pesos en función del error generado. Esta técnica es muy empleada ya que permite tener un método de optimización que se encuentra al definir el gradiente del error y minimizarlo con respecto a los parámetros de la red neural. (Ponce Cruz, 2010)

Según (Matich, 2001) el nombre de Backpropagation resulta de la forma en que el error es propagado hacia atrás a través de la red neuronal, en otras palabras, el error se propaga hacia atrás desde la capa de salida. Esto permite que los pesos sobre las conexiones de las neuronas ubicadas en las capas ocultas cambien durante el entrenamiento.

El cambio de los pesos en las conexiones de las neuronas además de influir sobre la entrada global, influye en la activación y por consiguiente en la salida de una neurona. Por lo tanto, es de gran utilidad considerar las variaciones de la función de activación al modificarse el valor de los pesos. Esto se llama sensibilidad de la función activación, de acuerdo al cambio en los pesos.

### 4.3.8. Arquitectura de la Red Back-propagation

Según (Basogain Olage, 2014) normalmente, la Red Backpropagation utiliza tres o más capas de unidades procesadoras. La Figura 2 presentada anteriormente muestra una topología Backpropagation típica de tres capas. La capa de la izquierda es la capa de entrada, y se caracteriza por ser la única capa cuyas unidades procesadoras reciben entradas desde el exterior. Sirven como puntos distribuidores, no realizan ninguna operación de cálculo. La capa intermedia es la capa oculta, y sus unidades procesadoras individualmente están interconectadas con su capa derecha y su capa de izquierda. La capa de la derecha es la capa de salida que presenta la respuesta de la red.

Una unidad procesadora básica de la red Backpropagation se representa en la Figura 8. Las entradas se muestran a la izquierda, y a la derecha se encuentran unidades que reciben la salida de la unidad procesadora situada en el centro de la figura.



**Figura 8. Unidad Procesadora Básica Backpropagation** Fuente: (Basogain Olage, 2014). Adaptación: El Autor

La unidad procesadora se caracteriza por realizar una suma ponderada de las entradas, en esta unidad se llamara  $S_j$ , la cual presenta una salida  $a_j$  y tiene un valor  $\delta_j$  asociado que se utilizará en el proceso de ajuste de los pesos, esto se explicara en el siguiente apartado. El peso asociado a la conexión desde la unidad i a la unidad j se representa por  $w_{ij}$ , y es modificado durante el proceso de aprendizaje.

### 4.3.9. Algoritmo de Entrenamiento Backpropagation

Las redes Backpropagation tienen un método de entrenamiento supervisado. A la red se le presenta parejas de patrones, un patrón de entrada emparejado con un patrón de salida deseada. Por cada presentación los pesos son ajustados de forma que disminuya el error entre la salida deseada y la respuesta de la red. (Basogain Olage, 2014)

Según (Ponce Cruz, 2010) para enseñarle a la red neuronal es necesario entrenar un conjunto de datos, el cual consta de señales de entradas  $x_1$  y  $x_2$  asignadas con objetivos correspondientes (salidas deseadas) denominados z. El entrenamiento es un proceso iterativo. En cada iteración los pesos de los nodos se modifican usando nuevos datos del conjunto para el entrenamiento. Las modificaciones de los pesos se calculan empleando el siguiente algoritmo que se explica a continuación.

Cada paso del entrenamiento comienza al forzar ambas entradas del conjunto de entrenamiento. Después es posible determinar los valores de salida de las señales de cada neurona en cada capa de la red.

La figura 9 muestra dos ejemplos de cómo se propaga la señal a través de la red, donde los pesos  $w_{mn}$  corresponden a la conexión de la salida de la neurona m con la entrada de la neurona n en la capa siguiente.



**Figura 9. Propagación de las señales hacia las neuronas** Fuente: (Ponce Cruz, 2010)

En el siguiente paso del algoritmo, la salida de la red es comparada con el valor objetivo deseado. La diferencia se denomina error de la señal ( $\delta = z - y$ ). Es imposible conocer el error en las neuronas de las capas internas directamente, debido a que se desconocen los valores de salida de estas neuronas. El algoritmo de retro propagación propaga el error de regreso a todas las neuronas, cuya salida fue la entrada de la última neurona, como se muestra en la figura 10.


Figura 10. Retro propagación del error para  $\delta_4$ Fuente: (Ponce Cruz, 2010)

Posteriormente el error se va propagando a las neuronas de capas anteriores, considerando los pesos de las conexiones, según se aprecia en la figura 11.



Figura 11. Retro propagación del error para  $\delta_1$ Fuente: (Ponce Cruz, 2010)

Cuando se calcula el error para cada neurona, los pesos de entrada pueden modificarse según los ejemplos de la figura 12. Donde  $\eta$  es el coeficiente de aprendizaje, que se encuentra entre en un rango de  $0 < \eta < 1$ . Los coeficientes  $\eta$  afectan la velocidad de aprendizaje y pueden seleccionarse por distintos métodos. Uno de ellos implica que al inicio del proceso de entrenamiento se elige un valor grande, el cual va descendiendo gradualmente conforme avanza el proceso. Otro método comienza con parámetros pequeños que aumentan a medida que el proceso avanza y nuevamente disminuye en la

etapa final. Comenzar el proceso con un parámetro pequeño permite el establecimiento de los signos de los pesos.



**Figura 12.** Actualización de los pesos Fuente: (Ponce Cruz, 2010)

En la figura 13 se presenta un esquema de un diseño de red neuronal backpropagation en diagrama de bloques. En él se muestra su estructura y la manera en cómo se lleva a cabo el flujo de información en la neurona de la capa oculta.



**Figura 13. Diagrama de bloques de un diseño de red neuronal backpropagation** Fuente: (Ponce Cruz, 2010)

#### 4.3.10. Redes Neuronales Artificiales con Matlab

El software MATLAB® cuenta con una herramienta que permite trabajar con redes neuronales denominada Neuronal Network Toolbox.

Neural Network Toolbox ofrece una amplia variedad de arquitecturas y funciones de entrenamiento para modelizar complejos sistemas no lineales de un modo sencillo utilizando redes neuronales. Las aplicaciones disponibles en Neural Network Toolbox permiten diseñar, entrenar, visualizar y simular interactivamente la red para posteriormente generar el código MATLAB equivalente y así automatizar el proceso.

Neural Network Toolbox soporta aprendizaje supervisado, no supervisado y reforzado utilizando arquitecturas como: Perceptron, Perceptron multicapa, Adaline, Backpropagation entre otras.

El objeto de entrenamiento de la red neuronal en MATLAB® consiste en presentarle ejemplos de manera iterativa de las respuestas correctas. Lo fundamental del entrenamiento es encontrar un conjunto de pesos entre las neuronas que determinan el mínimo global de la función de error. A menos que el modelo esté sobre ajustado (overfitting), el conjunto de pesos debería proporcionar una buena generalización.

El entrenamiento de la red neuronal que se plantea utilizar es la técnica del gradiente descendente inmerso en el algoritmo de retro propagación (backpropagation). Este entrenamiento se detendrá cuando ocurra cualquiera de las siguientes variantes:

- 1. El número de iteraciones excede del propuesto inicialmente.
- 2. Si la función de evaluación cae por debajo de la meta establecida (underfitting).
- 3. Si el error de validación se incrementa mientras que el de entrenamiento decrece (overfitting)

En cualquier caso, los pesos y bias obtenidos son los encontrados en el mínimo error medido por la función de evaluación.

# 5. MATERIALES Y MÉTODOS

## 5.1. MATERIALES

Los principales materiales que se emplearon en la ejecución del presente proyecto son los siguientes:

- ✓ Fuentes bibliográficas e internet para obtener información acerca del tema de investigación.
- ✓ Software de apoyo para el desarrollo del diseño:
  - Paquete Office®
  - IBM SPSS Statistics 22®
- ✓ Software para el desarrollo de la red neuronal, (MATLAB®).

# 5.2. MÉTODOS

Para el correcto desarrollo del proceso de diseño de red neuronal para predecir el coeficiente de fricción del diagrama de Moody se estructuró y cumplió la siguiente metodología.

## 5.2.1. Tabulación del diagrama de Moody

Para realizar la tabulación del diagrama de Moody se consultó bibliografía referente al tema y se seleccionó la siguiente secuencia de pasos como técnica a aplicarse en la tabulación:

- 1. Localizar Re en el eje de las x.
- 2. Localizar la rugosidad relativa en el eje vertical.
- 3. Con el dato de rugosidad relativa se sigue la tendencia de la curva en el diagrama.
- 4. Extender una línea vertical desde el valor de Re hasta la curva de la rugosidad relativa.
- En el punto de intersección de Re con la curva de rugosidad relativa, extender una línea horizontal hacia la izquierda en el eje de "y" para determinar el coeficiente de fricción apropiado.

Al tratarse de un método gráfico que cuenta con un grupo grande de datos se tiene que delimitar el conjunto de datos a utilizar, seleccionando los puntos notables en la escala de

número de Reynolds que interviene en cada una de las curvas, a continuación, se da un ejemplo de cómo seleccionar el conjunto de datos en cada curva.

La curva de rugosidad relativa 0,05 intersecta en un rango de número de Reynolds de 4000 a 100000000 como se observa en el diagrama de Moody, seleccionando los puntos notables presentes en el diagrama, considerando que se trata de una escala logarítmica se selecciona los siguientes puntos:

Curva de Rugosidad Relativa	Número de Reynolds
0.05	4000 - 5000 - 6000 - 7000 - 8000 - 9000 - 10000 - 20000 - 30000 - 40000 - 50000 - 60000 - 70000 - 80000 - 90000 - 100000 - 200000 - 300000 - 400000 - 500000 - 600000 - 7000000 - 800000 - 900000 - 1000000 - 2000000 - 3000000 - 4000000 - 5000000 - 6000000 - 7000000 - 8000000 - 9000000 - 10000000 - 20000000 - 30000000 - 40000000 - 50000000 - 60000000 - 70000000 - 8000000 - 90000000 - 100000000

Tabla 2. Selección de puntos notables de la curva de rugosidad relativa 0,05

Fuente: El Autor

El diagrama de Moody cuenta con un total de 20 curvas trazadas siendo la mayor la curva de rugosidad relativa 0,05 y la menor de 0,000001, se consideró conveniente para un mejor manejo enumerarlas de mayor a menor como se observa en la tabla 3.

Se realizó la tabulación de cada una de las 20 curvas presentes en el diagrama de Moody, sin considerar el flujo laminar y el flujo crítico.

A manera de ejemplo, se presenta el desarrollo de la técnica de tabulación para la curva 20 en la cual se obtienen los siguientes puntos:

Rugosidad Relativa = 0,000001 Número de Reynolds = 6000000	$\rightarrow$	$Coeficiente \ de \ fricción = 0,0084$
Rugosidad Relativa = 0,000001 Número de Reynolds = 7000000	$\rightarrow$	<i>Coeficiente de fricción</i> = 0,0083
Rugosidad Relativa = 0,000001 Número de Reynolds = 8000000	$\rightarrow$	<i>Coeficiente de fricción</i> = 0,0082
Rugosidad Relativa = 0,000001 Número de Reynolds = 9000000	$\rightarrow$	<i>Coeficiente de fricción</i> = 0,0081

Rugosidad Relativa	Curva
0,05	Curva 1
0,04	Curva 2
0,03	Curva 3
0,02	Curva 4
0,015	Curva 5
0,01	Curva 6
0,008	Curva 7
0,006	Curva 8
0,004	Curva 9
0,002	Curva 10
0,001	Curva 11
0,0008	Curva 12
0,0006	Curva 13
0,0004	Curva 14
0,0002	Curva 15
0,0001	Curva 16
0,00005	Curva 17
0,00001	Curva 18
0,000005	Curva 19
0,000001	Curva 20

Tabla 3. Enumeración de curvas de mayor a menor

Fuente: El Autor

### 5.2.2. Selección de la Arquitectura de la Red Neuronal

Para realizar la selección de la arquitectura se consultó diferentes investigaciones de redes neuronales que se utilizan para la predicción del coeficiente de fricción.

Se realizó una clasificación detallada de la arquitectura de los bosquejos de red neuronal con mejores rendimientos, para a través, de una ponderación de resultados brinden varios criterios para el diseño. La matriz de ponderación permite seleccionar los parámetros más óptimos para el diseño de la aplicación de red neuronal.

A manera, de ejemplo de la técnica usada se expone la siguiente tabla 4.

	Tipo de Red	Función De entrenamiento	Topología	Base de datos	Número de datos	Función de rendimiento	Función de activ. Ocultas	Función de activ. Salidas	Error Porcentual Medio
(Shayya & Sablani, 1998)	Back- propagation	-	2-14-14- 14-1	Ecuación Colebrook	1720	Error cuadrático medio	-	-	1.25%
(Uchechukwu & Sunday, 2016)	Back- propagation	Levenberg- Marquardt	2-30-30-1	Ecuación Colebrook	60000	Error cuadrático medio	-	-	0.004%
(Fadare & Ofidhe, 2009)	Back- propagation	Levenberg- Marquardt	2-20-31-1	Ecuación Colebrook	2560	Error cuadrático medio	tansig	purelin	0.68%
(Yazdi & Bardi, 2011)	Back- propagation	Levenberg- Marquardt	2-20-25-1	Fórmula Haaland	2000	Error cuadrático medio	tansig	purelin	0.98% 0.35%
(Brkić & Ćojbašić, 2016)	Back- propagation	-	2-50-1	Ecuación Colebrook	90000	-	-	-	0.07%

Tabla 4. Matriz de diferentes Tipos de Arquitecturas

Fuente: El Autor

Con la matriz presentada se puede seleccionar los parámetros más óptimos para la presente aplicación de la investigación tomando en cuenta que tienen el mismo rango de trabajo, pero distinta obtención de la base datos ya que el presente trabajo aborda el diagrama de Moody como método de obtención de base de datos.

Se concluye que para desarrollar una red neuronal de predicción del coeficiente de fricción los parámetros más utilizados en la mayoría de los casos son los siguientes:

- Tipo de Red Neuronal: Backpropagation
- Función de entrenamiento: Levenberg-Marquardt
- Función de Rendimiento: Error cuadrático medio "MSE"

El índice de rendimiento por defecto usado por MATLAB para entrenar el modelo de red neuronal es el error cuadrático medio.

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} (f_{Diagrama} - f_{predicho})^2}{N}$$

Este índice distribuye el error total sobre los puntos de datos considerados. Sin embargo, no proporciona ninguna información sobre el rendimiento de cada punto de datos individuales.

- Función de activación (capas ocultas): "tansig"
- Función de activación (capa de salida): "purelin"

#### 5.2.3. Selección de la Topología de la Red Neuronal

Como ya se mencionó en las secciones anteriores la topología para cada diseño de red neuronal es individual para cada caso, dependiendo del diseñador seleccionar cual es la más óptima para su aplicación.

Para realizar la selección de la topología de la red neuronal más óptima, se intentarán varias configuraciones en la que el número de capas ocultas se modificará de una a tres, y el número de neuronas dentro de cada capa oculta variará de 5 a 40 con incremento de 5.

Se realizó una matriz de ponderación de resultados, para a través de una ponderación se brinden criterios de selección.

Los criterios de evaluación tomados en cuenta son los siguientes:

- Coeficiente de correlación  $R^2$ .- este criterio es una medida de relación entre los datos reales y los pronosticados. La herramienta del software MATLAB® da el valor de este coeficiente para cada diseño.
- Error porcentual medio. este criterio brinda una visión general del rendimiento del todo el diseño y se calcula con la ecuación (6):

Error porcentual medio = 
$$\frac{\sum_{i=1}^{i=N} \frac{\left|f_{diagrama} - f_{predicho}\right|}{f_{diagrama}} \times 100$$
 Ecuación (6)

Donde:

 $f_{diagrama}$ : coeficiente de fricción para un punto x  $f_{predicho}$ : salida de la red neuronal para un punto x N : número de datos utilizados

## 5.2.4. Implementación de la Red Neuronal en MATLAB®

Antes de empezar la implementación de la red neuronal se debe tener listas las variables en MATLAB® que se utilizarán como entrada y salida deseada del diseño.

Para la implementación se basó en (Hudson Beale, Hagan, & Demuth, 2016) a continuación se detalla los pasos a seguir:

Abrir el software MATLAB® y aplicar las siguientes líneas de programación:

#### >>load valoresred

Al aplicar esta línea de programación las variables de entrada y salida deseada previamente guardadas se cargarán en el workspace.

#### >>nntool

Al aplicar este comando se carga el interfaz gráfico de usuario de Neural Network Toolbox; es decir, el comando nntool abre la ventana Network / Data Manager, que permite importar, crear, usar y exportar redes y datos neuronales, como se muestra en la figura 14.

A Neural Network/Data Manager (nntool)		
• Input Data:	Setworks	• Output Data:
Target Data:		Krror Data:
♥ Input Delay States:		States:
S Import 😤 New 🔲 Open.	Export Delete	🕜 Help 🔇 Close

Figura 14. Ventana Neural Network/Data Manager Fuente: MATLAB®

Se debe importar las variables que se cargaron previamente en Workspace de la siguiente manera: la entrada en Input Data y la salida deseada en Target Data, y se creará una nueva red neuronal donde las propiedades de red serán las escogidas en la investigación.

Una vez seleccionado los parámetros se deben seleccionar el número de neuronas ocultas en cada capa para proceder a entrenarla.

## 5.2.5. Validación de la Red Neuronal

Para realizar la validación de la red neuronal se planteó una comparación entre el diagrama de Moody y el diseño de red neuronal diseñado, graficando los resultados de la red para utilizarlos y sobreponerlos en cada una de las 20 curvas.

Para graficar la red neuronal primero se debió delimitar un conjunto de datos en donde variará los números de Reynolds para los 20 valores de rugosidad relativa utilizando la misma metodología que se utilizó anteriormente.

La comparación se la realizó individual para cada una de las 20 curvas con el fin de analizar el comportamiento en el rango que aborda cada curva en el diagrama.

# 6. RESULTADOS

## 6.1. Conjunto de datos a tabular

Siguiendo la metodología planteada se delimitó el conjunto de puntos que se van a tabular, seleccionando los puntos notables presentes en la tabla 5.

PUNTOS NOTABLES CONSIDERADOS DEL DIAGRAMA DE MOODY			
Curvas de Rugosidad Relativa	Número de Reynolds		
0.05 - 0.04 - 0.03 - 0.02 - 0.015 - 0.01 - 0.008 - 0.006 - 0.004 - 0.002 - 0.001	4000 - 5000 - 6000 - 7000 - 8000 - 9000 - 10000 - 20000 - 30000 - 40000 - 50000 - 60000 - 70000 - 80000 - 90000 - 100000 - 200000 - 300000 - 400000 - 500000 - 600000 - 7000000 - 800000 - 900000 - 1000000 - 2000000 - 3000000 - 4000000 - 5000000 - 6000000 - 7000000 - 8000000 - 9000000 - 10000000 - 20000000 - 30000000 - 40000000 - 50000000 - 60000000 - 70000000 - 8000000 - 90000000 - 100000000		
0.0008 - 0.0001	30000 - 40000 - 50000 - 60000 - 70000 - 80000 - 90000 - 100000 - 200000 - 300000 - 400000 - 500000 - 600000 - 7000000 - 800000 - 900000 - 1000000 - 2000000 - 3000000 - 4000000 - 5000000 - 6000000 - 7000000 - 8000000 - 9000000 - 10000000 - 20000000 - 30000000 - 40000000 - 50000000 - 60000000 - 70000000 - 80000000 - 90000000 - 100000000		
0.0006 - 0.0002	20000 - 30000 - 40000 - 50000 - 60000 - 70000 - 80000 - 90000 - 100000 - 200000 - 300000 - 400000 - 500000 - 600000 - 7000000 - 800000 - 900000 - 1000000 - 2000000 - 3000000 - 4000000 - 5000000 - 6000000 - 7000000 - 8000000 - 9000000 - 10000000 - 20000000 - 30000000 - 40000000 - 50000000 - 60000000 - 70000000 - 80000000 - 90000000 - 100000000		
0.0004	6000 - 7000 - 8000 - 9000 - 10000 - 20000 - 30000 - 40000 - 50000 - 60000 - 70000 - 80000 - 90000 - 100000 - 200000 - 300000 - 400000 - 500000 - 600000 - 7000000 - 800000 - 900000 - 1000000 - 2000000 - 3000000 - 4000000 - 5000000 - 6000000 - 7000000 - 8000000 - 9000000 - 10000000 - 20000000 - 30000000 - 40000000 - 50000000 - 60000000 - 70000000 - 80000000 - 90000000 - 100000000		

Tabla 5. Puntos Notables presentes en el Diagrama de Moody

0.00005	100000 - 200000 - 300000 - 400000 - 500000 - 600000 - 7000000 - 800000 - 900000 - 1000000 - 2000000 - 3000000 - 4000000 - 5000000 - 6000000 - 7000000 - 8000000 - 9000000 - 10000000 - 20000000 - 30000000 - 40000000 - 50000000 - 60000000 - 70000000 - 80000000 - 90000000 - 100000000
0.00001	500000 - 600000 - 7000000 - 800000 - 900000 - 1000000 - 2000000 - 3000000 - 4000000 - 5000000 - 6000000 - 7000000 - 8000000 - 9000000 - 10000000 - 20000000 - 30000000 - 40000000 - 50000000 - 60000000 - 70000000 - 80000000 - 90000000 - 100000000
0.000005	2000000 - 3000000 - 4000000 - 5000000 - 6000000 - 7000000 - 8000000 - 9000000 - 10000000 - 20000000
0.000001	5000000 - 6000000 - 7000000 - 8000000 - 9000000 - 10000000
	Fuente: El Autor

#### 6.2. Tabulación Diagrama de Moody

Siguiendo lo planteado anteriormente se logró obtener la tabulación de cada una de las 20 curvas presentes en el diagrama de Moody, exponiendo la metodología, a manera de ejemplo se explica en la curva 1 la tabla de tabulación de los puntos notables y se aplica de manera similar en las curvas restantes.

#### CURVA 1

En la tabla 6 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva de rugosidad relativa 0.05:

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
4000	0.05	0.0769
5000	0.05	0.0759
6000	0.05	0.0752
7000	0.05	0.0747
8000	0.05	0.0743
9000	0.05	0.074
10000	0.05	0.0738
20000	0.05	0.0736
30000	0.05	0.0733
40000	0.05	0.0731
50000	0.05	0.073
60000	0.05	0.0729

Tabla (	5. 1	Valores	tabulados	rugosidad	relativa	0.05
1 abia (	0.	v alores	tabulados	rugosidad	1 Clati va	0.05

70000	0.05	0.0728		
80000	0.05	0.0728		
90000	0.05	0.0728		
100000	0.05	0.0728		
200000	0.05	0.0726		
300000	0.05	0.0723		
400000	0.05	0.0721		
500000	0.05	0.072		
600000	0.05	0.0719		
700000	0.05	0.0718		
800000	0.05	0.0718		
900000	0.05	0.0718		
1000000	0.05	0.0717		
2000000	0.05	0.0716		
3000000	0.05	0.0716		
4000000	0.05	0.0716		
5000000	0.05	0.0715		
6000000	0.05	0.0715		
7000000	0.05	0.0715		
8000000	0.05	0.0715		
9000000	0.05	0.0715		
10000000	0.05	0.0715		
2000000	0.05	0.0715		
30000000	0.05	0.0715		
4000000	0.05	0.0715		
5000000	0.05	0.0715		
6000000	0.05	0.0715		
7000000	0.05	0.0715		
8000000	0.05	0.0715		
9000000	0.05	0.0715		
10000000	0.05	0.0715		
Fuente: El Autor				

En la figura 15 se observa los valores de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Fuente: El Autor

En la Anexo 1 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 2. En la figura 16 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Figura 16. Curva de rugosidad relativa 0.04 Fuente: El Autor

En la Anexo 2 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 3. En la figura 17 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Fuente: El Autor

#### CURVA 4

En la Anexo 3 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 4. En la figura 18 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Figura 18. Curva de rugosidad relativa 0.02 Fuente: El Autor

En la Anexo 4 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 5. En la figura 19 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Fuente: El Autor

#### CURVA 6

En la Anexo 5 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 6. En la figura 20 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Figura 20. Curva de rugosidad relativa 0.01 Fuente: El Autor

En la Anexo 6 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 7. En la figura 21 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Fuente: El Autor

#### CURVA 8

En la Anexo 7 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 8. En la figura 22 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Figura 22. Curva de rugosidad relativa 0.006 Fuente: El Autor

En la Anexo 8 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 9. En la figura 23 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Fuente: El Autor

#### **CURVA 10**

En la Anexo 9 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 10. En la figura 24 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Figura 24. Curva de rugosidad relativa 0.002 Fuente: El Autor

#### <u>CURVA 11</u>

En la Anexo 10 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 11. En la figura 25 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Fuente: El Autor

#### **CURVA 12**

En la Anexo 11 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 12. En la figura 26 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Figura 26. Curva de rugosidad relativa 0.0008 Fuente: El Autor

En la Anexo 12 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 13. En la figura 27 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Fuente: El Autor

#### <u>CURVA 14</u>

En la Anexo 13 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 14. En la figura 28 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Figura 28. Curva de rugosidad relativa 0.0004 Fuente: El Autor

#### <u>CURVA 15</u>

En la Anexo 14 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 15. En la figura 29 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Fuente: El Autor

#### **CURVA 16**

En la Anexo 15 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 16. En la figura 30 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Figura 30. Curva de rugosidad relativa 0.0001 Fuente: El Autor

#### <u>CURVA 17</u>

En la Anexo 16 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 17. En la figura 31 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Fuente: El Autor

#### **CURVA 18**

En la Anexo 17 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 18. En la figura 32 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Figura 32. Curva de rugosidad relativa 0.00001 Fuente: El Autor

#### <u>CURVA 19</u>

En la Anexo 18 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 19. En la figura 33 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Fuente: El Autor

#### **CURVA 20**

En la Anexo 19 se presentan los valores tabulados del diagrama de Moody de la curva 20. En la figura 34 se observa los resultados de la tabulación de manera gráfica representando el diagrama de Moody en una escala doblemente logarítmica:



Figura 34. Curva de rugosidad relativa 0.000001 Fuente: El Autor

#### 6.3. Pre-procesamiento de la base de datos

La base de datos en esta investigación es la recolectada de la tabulación del diagrama de Moody, pero se debe dividir en dos variables una se llamará entrada en la cual se ingresara una matriz 2 X 724 formada por los número de Reynolds y rugosidad relativa, estos serán los datos que sirvan como entrada de la red neuronal artificial; la otra variable se llamará objetivo, está contendrá una matriz 1 X 724 en la cual estarán los coeficiente de fricción y estos datos serán la salida deseada de la red.

Debido a que se desea obtener la mayor precisión posible, se realiza una normalización de los datos de entrada basados en las experiencias de (Shayya & Sablani, 1998), (Uchechukwu & Sunday, 2016) y (Yazdi & Bardi, 2011) en la que recomiendan realizar una normalización a la escala logarítmica a los datos de entrada, debido a que se encuentran en un extenso dominio de números lo cual puede causar una mayor cantidad de error porcentual después del entrenamiento de la red.

#### 6.4. Resultados de selección de la Red Neuronal Óptima

Una vez seleccionado los parámetros de la arquitectura de la red neuronal se debe seleccionar cual es la topología más óptima, para esto se implementó varios diseños de red neuronal en la herramienta Neuronal Network Toolbox del software MATLAB® con distintas topologías siguiendo la metodología planteada.

En la siguiente matriz de la tabla 7 se presentan los diferentes resultados de entrenamiento de las diferentes topologías creadas:

En la tabla 7 se observa que las estructuras 2-30-30-1 y 2-25-25-25-1 tienen un error porcentual de 0.162% y 0.2282% respectivamente, siendo las estructuras con mejores resultados al tener ambas una correlación de 0.99999 se seleccionó la primera debido a que cuenta con un error más bajo.

N° de capas ocultas	N° de neuronas en cada capa	Error Porcentual Medio (%)	R <sup>2</sup>
	5	0,7422	0,99985
	10	0,5995	0,99993
	15	0,4743	0,99994
1	20	0,4707	0,99995
L	25	0,6497	0,99991
	30	0,447	0,99996
	35	0,464	0,99994
	40	0,4227	0,99995
	5	0,5362	0,99992
	10	0,4737	0,99996
	15	0,3641	0,99996
2	20	0,3587	0,99997
2	25	0,2617	0,99998
	30	0,162	0,99999
	35	0,3248	0,99996
	40	0,4675	0,99984
	5	0,4722	0,99995
	10	0,4588	0,99995
	15	0,2591	0,99998
2	20	0,3169	0,99997
3	25	0,2282	0,99999
	30	0,2936	0,99997
	35	0,3581	0,9999
	40	0,3858	0,99994

Tabla 7. Diseño de topologías creadas

Fuente: El Autor

# 6.5. Diseño de Red Neuronal Propuesto

En la tabla 8 se presenta un resumen de la red neuronal implementada para la predicción del coeficiente de fricción del diagrama de Moody.

BASE DE DATOS PROCESADA	724			
VARIABLE A PREDECIR	COEFICIENTE DE FRICCIÓN			
NÚMERO DE NEURONA DE ENTRADA	2			
NÚMERO DE CAPAS OCULTAS	2			
NÚMERO DE NEURONAS OCULTAS EN	30			
CADA CAPA				
NÚMERO DE NEURONA DE SALIDA	1			
TIPO DE RED	BACKPROPAGATION			
ALGORITMO DE ENTRENAMIENTO	LEVENBERG-MARQUARDT			
FUNCIÓN DE ACTIVACIÓN (CAPAS	Tansig			
OCULTAS)				
FUNCIÓN DE ACTIVACIÓN (CAPA DE	purelin			
SALIDA)	Paronni			
FUNCIÓN DE RENDIMIENTO	ERROR CUADRATICO MEDIO			
Fuente: El Autor				

Tabla 8. Resumen de Diseño de Red Neuronal

En la figura 35 se presenta la estructura de la red neuronal propuesta como la óptima para la aplicación de la presente investigación.



Figura 35. Topología de la Red Neuronal Fuente: Fuente: El Autor

### 6.6. Entrenamiento de la Red Neuronal

La red neuronal fue entrenada utilizando una red back-propagation con algoritmo de entrenamiento de Levenberg-Marquardt. De forma predeterminada, el software MATLAB® divide el conjunto de datos en 3 conjuntos:

- Conjunto de datos de entrenamiento (70%)
- Conjunto de datos de prueba (15%)
- Conjunto de datos de validación (15%)

Como ya se explicó en el marco teórico los criterios de parada se determinan generalmente por los índices de error preestablecidos (como el error cuadrático medio, MSE) o cuando el número de iteraciones llega a 1000 (ajuste predeterminado).

El proceso de entrenamiento fue truncado en sólo 91 iteraciones para una topología de red 2-30-30-1, habiendo alcanzado un valor MSE de  $1.75 \times 10^{-8}$ .

La Figura 36 muestra el desempeño de los conjuntos de datos de entrenamiento, pruebas y validación en comparación con la salida deseada.



Figura 36. Rendimiento del entrenamiento de la Red diseñada Fuente: El Autor

En la figura 37 se observa, el coeficiente de correlación de la red neuronal diseñada que es igual a  $R^2 = 0.99999$  el cual es muy cercano a 1 lo cual es una indicación de que el modelo de red neuronal es capaz de generalizar con alta precisión. En la línea se indican los puntos reales y los círculos negros representan los datos pronosticados.



Figura 37. Correlación entre los valores reales y pronosticados Fuente: El Autor

#### 6.7. Análisis Descriptivo de variable

En el siguiente apartado se efectúa el análisis descriptivo de la variable error porcentual individual para los 724 datos. La ecuación (7) calcula el error porcentual entre la salida deseada y la salida de la red neuronal, aplicada para cada dato.

$$Error porcentual individual = \frac{\left|f_{Diagrama} - f_{predicho}\right|}{f_{Diagrama}} \times 100 \qquad \text{Ecuación (7)}$$

La tabla 9 exhibe los resultados del análisis descriptivo realizado en el software IBM SPSS Statistics 22®. Como se observa, el universo de datos analizado es de 724. Se obtiene una media del error porcentual de 0.16206% y una mediana de 0.072%. El error que más se repite en el análisis es de 0.29%, con un total de 12 apariciones. Del análisis realizado se desprende que el error mínimo es de 0% y un máximo es de 4.259%.

Error Porcentual (%)		
N° de Variables	724	
Media	0.16206	
Mediana	0.072	
Moda	0.029	
Rango	4.259	
Mínimo	0	
Máximo	4.259	
Percentiles	25%	0.03125
	50%	0.072
	75%	0.17575

 Tabla 9. Análisis Descriptivo del Error Porcentual

 Freor Porcentual (%)

Fuente: IBM SPSS Statistics 22®

El histograma que se muestra en la figura 38, indica que predomina un error menor al 1%. Al analizar el primer percentil de la muestra, se tiene errores entre la salida deseada y la salida de la red menores al 0.03125%; además, a partir del tercer percentil se obtienen errores relativamente bajos, demostrando así, el análisis de percentiles, que el diseño de la red neuronal es óptimo. Cabe mencionar, que existen datos rezagados, que son mayores al 1% de error, sin embargo, éstos representan apenas el 3% del total de la muestra.



## 6.8. Validación y comprobación de la Red Neuronal

Siguiendo la metodología planteada se delimito el conjunto de datos que se van a predecir utilizando la red neuronal, seleccionando los puntos presentes en la tabla 10.

PUNTOS NOTABLES CONSIDERADOS PARA PREDECIR		
Curvas de Rugosidad Relativa	Número de Reynolds	
0.05 - 0.04 - 0.03 - 0.02 - 0.015 - 0.01 - 0.008 - 0.006 - 0.004 - 0.002 - 0.001	$\begin{array}{l} 4000-4500-5500-6500-7500-8500-9500-15000-25000-\\ 35000-45000-55000-65000-75000-85000-95000-150000-\\ 250000-350000-450000-550000-650000-750000-850000-\\ 950000-1500000-2500000-3500000-4500000-5500000-\\ 6500000-7500000-8500000-9500000-15000000-25000000-\\ 35000000-45000000-55000000-65000000-75000000-\\ 85000000-9500000-\end{array}$	
0.0008 - 0.0001	$\begin{array}{l} 25000-35000-45000-55000-65000-75000-85000-95000-\\ 150000-250000-350000-450000-550000-650000-750000-\\ 850000-950000-1500000-2500000-3500000-4500000-\\ 5500000-6500000-7500000-8500000-9500000-15000000-\\ 25000000-35000000-45000000-55000000-65000000-\\ 75000000-85000000-95000000\end{array}$	
0.0006 - 0.0002	$\begin{array}{l} 15000-25000-35000-45000-55000-65000-75000-85000-\\ 95000-150000-250000-350000-450000-550000-650000-\\ 750000-850000-950000-1500000-2500000-3500000-\\ 4500000-5500000-6500000-7500000-8500000-9500000-\\ 15000000-25000000-35000000-45000000-55000000-\\ 65000000-7500000-8500000-95000000-\end{array}$	
0.0004	$\begin{array}{l} 5500-6500-7500-8500-9500-15000-25000-35000-45000\\ -55000-65000-75000-85000-95000-150000-250000-\\ 350000-450000-550000-650000-750000-850000-950000-\\ 1500000-2500000-3500000-4500000-5500000-6500000-\\ 7500000-8500000-9500000-15000000-25000000-35000000-\\ 45000000-55000000-6500000-75000000-85000000-\\ 95000000\end{array}$	
0.00005	95000 - 150000 - 250000 - 350000 - 450000 - 550000 - 650000 - 750000 - 850000 - 950000 - 1500000 - 2500000 - 3500000 - 4500000 - 5500000 - 6500000 - 7500000 - 8500000 - 9500000 - 15000000 - 25000000 - 35000000 - 45000000 - 55000000 - 65000000 - 75000000 - 85000000 - 95000000	
0.00001	450000 - 550000 - 650000 - 750000 - 850000 - 950000 - 1500000 - 2500000 - 3500000 - 4500000 - 5500000 - 6500000 - 7500000 - 8500000 - 9500000 - 15000000 - 25000000 - 35000000 - 45000000 - 55000000 - 65000000 - 75000000 - 85000000 - 95000000	
0.000005	1500000 - 2500000 - 3500000 - 4500000 - 5500000 - 6500000 - 7500000 - 8500000 - 9500000 - 15000000	
0.000001	5000000 - 5500000 - 6500000 - 7500000 - 8500000 - 9500000	

Tabla 10. Puntos Notables para que prediga la Red Neuronal

Fuente: El Autor

Con el conjunto de datos se procedió a validar y comprobar el comportamiento de la red neuronal para cada una de las 20 curvas del diagrama de Moody.

#### CURVA 1

En la figura 39 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.05, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



#### CURVA 2

En la figura 40 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.04, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



**Fuente: Fuente: El Autor** 

En la figura 41 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.03, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



Fuente: Fuente: El Autor

En la figura 42 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.02, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



#### CURVA 5

En la figura 43 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.015, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.


**Fuente: Fuente: El Autor** 

En la figura 44 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.01, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



Figura 44. Validación de la curva 6 Fuente: Fuente: El Autor

En la figura 45 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.008, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



#### CURVA 8

En la figura 46 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.006, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



**Fuente: Fuente: El Autor** 

En la figura 47 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.004, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



Figura 47. Validación de la curva 9 Fuente: El Autor

En la figura 48 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.002, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



## <u>CURVA 11</u>

En la figura 49 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.001, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



Fuente: El Autor

En la figura 50 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.0008, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



Figura 50. Validación de la curva 12 Fuente: El Autor

En la figura 51 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.0006, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



#### CURVA 14

En la figura 52 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.0004, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



Fuente: El Autor

## <u>CURVA 15</u>

En la figura 53 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.0002, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



Fuente: El Autor

En la figura 54 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.0001, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



#### Fuente: El Autor

#### **CURVA 17**

En la figura 55 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.00005, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



**Fuente: El Autor** 

En la figura 56 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.00001, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



Figura 56. Validación de la curva 18 Fuente: El Autor

En la figura 57 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.000005, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



Fuente: El Autor

#### **CURVA 20**

En la figura 58 se observa los resultados de los valores del coeficiente de fricción predichos por la red neuronal diseñada, junto con los determinados en la tabulación del diagrama de Moody para los valores de rugosidad relativa 0.000001, se presentan de manera gráfica en una escala doblemente logarítmica. Comprobando que la red neuronal predice con una gran precisión.



Fuente: El Autor

## 6.9. Uso de la Red Neuronal

Para realizar la validación anterior se usó la red neuronal a continuación se presenta una captura de pantalla de la utilización de la red neuronal para encontrar los valores de la curva 20 en la figura 59.

Command Window	$\odot$	Workspace	
>> % UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA	^	Name 🔺	Value
>> % CARRERA DE INGENIERÍA ELECTROMECÁNICA		A	0.0086
>> % DISEÑO DE UNA RED NEURONAL PARA LA PREDICCIÓ	N	\rm B	0.0085
>> % DE VALORES DEL DIAGRAMA DE MOODY		🛨 C	0.0084
>> load Moody		📙 D	0.0082
>> A=sim(Moody,[log(5000000); log(0.000001)])		E	0.0081
		🛨 entrada	2x724 double
A =		F F	0.0081
		Moody	1x1 network
0.0086		Moody_errors	1x724 double
		Moody_outputs	1x/24 double
>> B=sim(Moody,[log(5500000); log(0.000001)])		📩 objetivo	1x/24 double
B =			
0.0085			
>> C=sim(Moody,[log(6500000); log(0.000001)])			
C =			
0.0084			
>> D=sim(Moody,[log(7500000); log(0.000001)])			
D =			
6 0.0000			
Jx 0.0082	~		

Figura 59. Uso de la red neuronal Fuente: MATLAB®

## 7. DISCUSIÓN

En el presente trabajo se presenta una propuesta para la predicción del coeficiente de fricción del Diagrama de Moody, por medio de redes neuronales, utilizando Neural Networks Toolbox de MATLAB®.

La presente red neuronal desarrollada tiene como objetivo principal buscar una solución al problema de la predicción del coeficiente de fricción, por lo que fue necesario realizar una introducción a los modelos neuronales y su aplicabilidad en la predicción.

Para lograr los objetivos planteados se realizó una fase experimental, en donde se evaluaron detalladamente las variables óptimas para el tipo de aplicación del proyecto.

Para la obtención de la base de datos se propuso una metodología de tabulación considerando 724 puntos notables distribuidos en el rango de trabajo del flujo turbulento del Diagrama de Moody, los cuales sirvieron para el entrenamiento de la red neuronal, la misma que tiene como datos de entrada el Número de Reynolds y la rugosidad relativa, y como salida deseada el coeficiente de fricción.

Debido a que se desea obtener la mayor precisión posible, se realiza una normalización de los datos de entrada basados en las experiencias de (Shayya & Sablani, 1998), (Uchechukwu & Sunday, 2016) y (Yazdi & Bardi, 2011) en las que se recomiendan realizar una normalización a escala logarítmica de estos datos, debido a que se encuentran en un extenso dominio de números lo cual puede causar una mayor cantidad de error porcentual después del entrenamiento de la red.

Para la selección de la topología se realizó un análisis comparativo entre los resultados de entrenamiento de cada estructura teniendo como criterio de evaluación la correlación y el error porcentual medio, de donde se determinó que las estructuras 2-30-30-1 y la 2-25-25-25-1 presentan mejores resultados ya que cuenta con una correlación de 0.99999 a diferencia del resto de estructuras como se observó en la tabla 7, de estas dos estructuras se seleccionó la primera debido a que cuenta con un error porcentual más bajo.

Se realizó un análisis descriptivo de frecuencia del error porcentual comparando el Diagrama de Moody y la salida de la red neuronal seleccionada con el fin de conocer su porcentaje en el rango de trabajo. Como se puede observar en el histograma (figura 38), el error porcentual predominante es menor al 1%, ya que este abarca a más del 97% del total de la muestra, teniendo casos puntuales que presentan un error mayor al 1% pero los mismos solo representan apenas el 3% del total de la muestra siendo el máximo de 4.259% de error.

Realizando la validación de las curvas del Diagrama de Moody se comprueba que el diseño propuesto no se encuentra sobre ajustado (overfitting) o bajo ajustado (underfitting) debido a que tiene un buen desempeño fuera de la muestra y es capaz de dar solución al problema.

Al efectuar una comparación entre el modelo desarrollado en este trabajo investigativo con otros modelos similares, se concluye que el diseño propuesto exhibe mejores resultados que los presentados por (Shayya & Sablani, 1998), (Fadare & Ofidhe, 2009) y (Yazdi & Bardi, 2011), pues estos cuentan con un error porcentual medio mayor, los mismos que tienen una base de datos de 1720, 2560, 2000 y errores de 1.25%, 0.68% y 0.35% respectivamente, a diferencia del propuesto que tiene una base de 724 datos y un porcentaje de error de 0.162%. Lo antes expuesto permite concluir que la aplicación desarrollada es satisfactoria, puesto que con menor número de datos de obtiene un porcentaje de error menor al presentado en investigaciones similares.

## 8. CONCLUSIONES

- Se tabuló y organizó los datos el diagrama de Moody, planteando una metodología que aborda todo el rango de trabajo del régimen de flujo turbulento, obteniendo 724 puntos notables entre las 20 curvas disponibles del diagrama.
- Se diseñó en MATLAB, un modelo de red neuronal artificial tipo Backpropagation óptimo para predecir el factor de fricción en el diagrama de Moody aplicado al régimen de flujo turbulento. El modelo implica una red neuronal con una topología de 2 neuronas en la capa de entrada, 2 capas ocultas con 30 neuronas en cada capa y 1 neurona de salida.
- Se obtuvo un error porcentual medio de 0.162%, con un error porcentual individual máximo de 4.259%, alcanzando una confiabilidad del diseño mayor al 95% en el modelo propuesto.
- Se validó y comprobó el comportamiento de la red neuronal para cada una de las 20 curvas presentes en el Diagrama de Moody, concluyendo que la actual red neuronal diseñada no se encuentra sobre ajustada o bajo ajustada probando que tiene un buen desempeño fuera de la muestra y es capaz de dar solución al problema.

## 9. RECOMENDACIONES

- Se recomienda ampliar el conjunto de datos utilizado para la tabulación del Diagrama de Moody, con el fin de obtener mejores resultados en un nuevo diseño de red neuronal.
- Utilizar una metodología para la selección de la topología que permita realizar un mayor número de combinaciones de estructuras en las capas ocultas.
- Desarrollar un interfaz gráfica de usuario (GUI) en MATLAB®, aplicando el diseño de red neuronal propuesto en la presente investigación, con el fin de mejorar la presentación de la aplicación y que esta sea más amigable con los usuarios.
- Incluir el diseño de red neuronal en algoritmos de cálculos o aplicaciones de pérdidas hidráulicas que se realicen en la plataforma de MATLAB®.

## 10. BIBLIOGRAFÍA

- Basogain Olage, X. (01 de Febrero de 2014). *Redes Neuronales Artificiales y sus Aplicaciones*. Obtenido de Universidad Nacional Abierta: http://www.ciberesquina.una.edu.ve:8080/2014\_2/350\_E.pdf
- Brkić, D., & Ćojbašić, Ž. (2016). Intelligent Flow Friction Estimation. *Computer Intelligence and Neuroscience*.
- Camacho Costumero, C. (2016). *DESARROLLO DE UN SISTEMA DE RECONOCIMIENTO DE HABLA BASADO EN REDES NEURONALES*. Madrid: Universidad Autonoma de Madrid.
- Cengel, Y., & Cimbala, J. (2006). *MECANICA DE FLUIDOS: Fundamentos y Aplicaciones*. Mexico: McGraw-Hill.
- Duarte, A., & Niño, J. R. (2004). *INTRODUCCION A LA MECANICA DE FLUIDOS*. Bogotá: UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA.
- ESCOM. (2010). *Slide Share*. Obtenido de https://es.slideshare.net: https://es.slideshare.net/mentelibre?utm\_campaign=profiletracking&utm\_medium= sssite&utm\_source=ssslideview
- Fadare, D., & Ofidhe, U. (2009). Artificial Neural Network Model for Prediction of Friction Factor in Pipe Flow. *Journal of Applied Sciences Research*, 662-670.
- Giles, R. (1975). MECÁNICA DE LOS FLUIDOS E HIDRAULICA. McGraw-Hill.
- Hudson Beale, M., Hagan, M., & Demuth, H. (2016). *Neural Network Toolbox™ User's Guide*. Baston: MathWorks.
- Landau, D. M. (1 de Septiembre de 2016). *Intel iQ Latinoamérica*. Obtenido de https://iq.intel.la: https://iq.intel.la/inteligencia-artificial-y-aprendizaje-automatico-como-aprenden-las-computadoras/
- Llano, L., Hoyos, A., Francisco, A., & Velásquez, J. (2007). Comparación del Desempeño de Funciones de Activación en Redes Feedforward para aproximar Funciones de Datos con y sin Ruido. *Avances en Sistemas e Informática, IV*(2), 79-88.
- Mataix, C. (2004). *MECANICA DE FLUIDOS Y MAQUINAS HIDRAULICAS*. Madrid: Marcombo.
- Matich, D. J. (2001). *Redes Neuronales: Conceptos Básicos y Aplicaciones*. Rosario: Universidad Tecnológica Nacional.
- Mott, R. (2006). Mecánica de fluidos. Mexico: PEARSON educación.

- Ochoa, S. (2003). *CARACTERÍSTICAS DE UNA RED NEURONAL*. Obtenido de UNIVERSIDAD EIA: http://fluidos.eia.edu.co/hidraulica/articuloses/flujoentuberias/neuronal/neuronal\_ar chivos/page0002.htm
- Pino Diez, R., De la Fuente Garcia, D., Parreño Fernandez, J., & Priore, P. (2004). APLICACIÓN DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES AL CÁLCULO DE PREVISIONES A CORTO PLAZO EN EL MERCADO ELÉCTRICO ESPAÑOL. Investigaciones Europeas de Dirección y Economia de la Empresa, X(2), 221-232.
- Ponce Cruz, P. (2010). *Inteligencia artificial con aplicaciones a la Ingeniería*. Mexico: Alfaomega Grupo Editor.
- Shayya, W., & Sablani, S. (1998). An artificial neural network for non-iterative calculation of the friction factor in pipeline flow. *Computers and Electronics in Agriculture*, 219-228.
- Streeter, V., Wylie, B., & Bedford, K. (2000). *MECANICA DE FLUIDOS*. Santafé de Bogotá: McGraw-Hill.
- Uchechukwu, H. O., & Sunday, B. A. (2016). Artificial Neural Network Model for Friction. *Journal of Materials Science and Chemical Engineering*, 77-83.
- Valencia, M., Yáñez, C., & Sánchez, L. (2006). *Algoritmo Backpropagation para Redes Neuronales: conceptos y aplicaciones.* Mexico: Instituto Politecnico Nacional.
- White, F. (2013). Mecánica de fluidos. Madrid: McGraw-Hill.
- Yazdi, M., & Bardi, A. (2011). Estimation of Friction Factor in Pipe Flow Using Artificial Neural Networks. *Canadian Journal on Automation, Control & Intelligent Systems, II*(4).

# **11. ANEXOS**

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
4000	0.04	0.0707
5000	0.04	0.0695
6000	0.04	0.0687
7000	0.04	0.0682
8000	0.04	0.0677
9000	0.04	0.0674
10000	0.04	0.0671
20000	0.04	0.0659
30000	0.04	0.0655
40000	0.04	0.0653
50000	0.04	0.0651
60000	0.04	0.0651
70000	0.04	0.065
80000	0.04	0.0649
90000	0.04	0.0649
100000	0.04	0.0649
200000	0.04	0.0648
300000	0.04	0.0647
400000	0.04	0.0647
500000	0.04	0.0647
600000	0.04	0.0647
700000	0.04	0.0647
800000	0.04	0.0647
900000	0.04	0.0647
1000000	0.04	0.0646
2000000	0.04	0.0646
3000000	0.04	0.0646
4000000	0.04	0.0646
5000000	0.04	0.0646
6000000	0.04	0.0646
7000000	0.04	0.0646
8000000	0.04	0.0646
9000000	0.04	0.0646
1000000	0.04	0.0646
20000000	0.04	0.0646
3000000	0.04	0.0646

Anexo 1: Valores tabulados rugosidad relativa 0.04

4000000	0.04	0.0646
50000000	0.04	0.0646
6000000	0.04	0.0646
7000000	0.04	0.0646
8000000	0.04	0.0646
9000000	0.04	0.0646
10000000	0.04	0.0646

Anexo 2: Valores tabulados rugosidad relativa 0.03

Número de	Rugosidad	Coeficiente
Reynolds	Relativa	de Fricción
4000	0.03	0.0647
5000	0.03	0.0628
6000	0.03	0.0619
7000	0.03	0.0612
8000	0.03	0.0605
9000	0.03	0.06
10000	0.03	0.0596
20000	0.03	0.0581
30000	0.03	0.0579
40000	0.03	0.0579
50000	0.03	0.0577
60000	0.03	0.0576
70000	0.03	0.0576
80000	0.03	0.0575
90000	0.03	0.0575
100000	0.03	0.0574
200000	0.03	0.0573
300000	0.03	0.0572
400000	0.03	0.0572
500000	0.03	0.0572
600000	0.03	0.0572
700000	0.03	0.0572
800000	0.03	0.0572
900000	0.03	0.0572
1000000	0.03	0.0572
2000000	0.03	0.0571
300000	0.03	0.0571
400000	0.03	0.0571

0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
0.03	0.0571
	0.03   0.03

Anexo 3: Valores tabulados rugosidad relativa 0.02

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
4000	0.02	0.0573
5000	0.02	0.056
6000	0.02	0.055
7000	0.02	0.0541
8000	0.02	0.0531
9000	0.02	0.0524
10000	0.02	0.0521
20000	0.02	0.0505
30000	0.02	0.0499
40000	0.02	0.0495
50000	0.02	0.0494
60000	0.02	0.0492
70000	0.02	0.0491
80000	0.02	0.0491
90000	0.02	0.049
100000	0.02	0.049
200000	0.02	0.0488
300000	0.02	0.0487
400000	0.02	0.0487
500000	0.02	0.0487

600000	0.02	0.0487
700000	0.02	0.0486
800000	0.02	0.0486
900000	0.02	0.0486
1000000	0.02	0.0486
2000000	0.02	0.0486
3000000	0.02	0.0486
4000000	0.02	0.0486
5000000	0.02	0.0486
6000000	0.02	0.0486
7000000	0.02	0.0486
8000000	0.02	0.0486
9000000	0.02	0.0486
1000000	0.02	0.0486
20000000	0.02	0.0486
30000000	0.02	0.0486
4000000	0.02	0.0486
50000000	0.02	0.0486
6000000	0.02	0.0486
7000000	0.02	0.0486
8000000	0.02	0.0486
9000000	0.02	0.0486
10000000	0.02	0.0486

Fuente: 1	El Autor
-----------	----------

Anexo 4: Valores tabulados rugosidad relativa 0.015

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
4000	0.015	0.0531
5000	0.015	0.0515
6000	0.015	0.0508
7000	0.015	0.0501
8000	0.015	0.0495
9000	0.015	0.0485
10000	0.015	0.0481
20000	0.015	0.046
30000	0.015	0.0451
40000	0.015	0.0446
50000	0.015	0.0441
60000	0.015	0.0441

70000	0.015	0.0441
80000	0.015	0.0441
90000	0.015	0.0441
100000	0.015	0.0441
200000	0.015	0.044
300000	0.015	0.044
400000	0.015	0.044
500000	0.015	0.044
600000	0.015	0.044
700000	0.015	0.044
800000	0.015	0.044
900000	0.015	0.044
1000000	0.015	0.044
2000000	0.015	0.044
3000000	0.015	0.044
4000000	0.015	0.044
5000000	0.015	0.044
6000000	0.015	0.044
7000000	0.015	0.044
8000000	0.015	0.044
9000000	0.015	0.044
1000000	0.015	0.044
20000000	0.015	0.044
30000000	0.015	0.044
40000000	0.015	0.044
50000000	0.015	0.044
60000000	0.015	0.044
7000000	0.015	0.044
8000000	0.015	0.044
9000000	0.015	0.044
100000000	0.015	0.044

Anexo 5: Valores tabulados rugosidad relativa 0.01

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
4000	0.01	0.0503
5000	0.01	0.0483
6000	0.01	0.0472
7000	0.01	0.0465

8000	0.01	0.0458
9000	0.01	0.0452
10000	0.01	0.0446
20000	0.01	0.0418
30000	0.01	0.0407
40000	0.01	0.04
50000	0.01	0.0392
60000	0.01	0.039
70000	0.01	0.0388
80000	0.01	0.0386
90000	0.01	0.0384
100000	0.01	0.0382
200000	0.01	0.0381
300000	0.01	0.0381
400000	0.01	0.038
500000	0.01	0.038
600000	0.01	0.0379
700000	0.01	0.0379
800000	0.01	0.0379
900000	0.01	0.0379
1000000	0.01	0.0379
2000000	0.01	0.0379
3000000	0.01	0.0379
4000000	0.01	0.0379
5000000	0.01	0.0379
6000000	0.01	0.0379
7000000	0.01	0.0379
8000000	0.01	0.0379
9000000	0.01	0.0379
1000000	0.01	0.0379
2000000	0.01	0.0379
3000000	0.01	0.0379
4000000	0.01	0.0379
5000000	0.01	0.0379
6000000	0.01	0.0379
7000000	0.01	0.0379
8000000	0.01	0.0379
90000000	0.01	0.0379
10000000	0.01	0.0379

Fuente: El Autor

Número de	Rugosidad	Coeficiente
Reynolds	Relativa	de Fricción
4000	0.008	0.048
5000	0.008	0.0459
6000	0.008	0.0444
7000	0.008	0.0436
8000	0.008	0.0425
9000	0.008	0.042
10000	0.008	0.0415
20000	0.008	0.0388
30000	0.008	0.0377
40000	0.008	0.037
50000	0.008	0.0365
60000	0.008	0.0363
70000	0.008	0.0361
80000	0.008	0.036
90000	0.008	0.0359
100000	0.008	0.0358
200000	0.008	0.0355
300000	0.008	0.0354
400000	0.008	0.0353
500000	0.008	0.0353
600000	0.008	0.0353
700000	0.008	0.0352
800000	0.008	0.0352
900000	0.008	0.0352
1000000	0.008	0.0352
2000000	0.008	0.0352
3000000	0.008	0.0352
4000000	0.008	0.0352
5000000	0.008	0.0352
6000000	0.008	0.0352
7000000	0.008	0.0352
8000000	0.008	0.0352
9000000	0.008	0.0352
1000000	0.008	0.0351
2000000	0.008	0.0351
3000000	0.008	0.0351
4000000	0.008	0.0351
5000000	0.008	0.0351

Anexo 6: Valores tabulados rugosidad relativa 0.008

60000000	0.008	0.0351
70000000	0.008	0.0351
80000000	0.008	0.0351
90000000	0.008	0.0351
100000000	0.008	0.0351

Fuente:	El A	Autor
---------	------	-------

Anexo 7: Valores tabulados rugosidad relativa 0.006

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
4000	0.006	0.046
5000	0.006	0.0431
6000	0.006	0.042
7000	0.006	0.0408
8000	0.006	0.04
9000	0.006	0.0391
10000	0.006	0.0388
20000	0.006	0.0358
30000	0.006	0.0347
40000	0.006	0.0341
50000	0.006	0.0337
60000	0.006	0.0334
70000	0.006	0.0332
80000	0.006	0.0331
90000	0.006	0.033
100000	0.006	0.0329
200000	0.006	0.0325
300000	0.006	0.0324
400000	0.006	0.0323
500000	0.006	0.0322
600000	0.006	0.0322
700000	0.006	0.0322
800000	0.006	0.0322
900000	0.006	0.0322
1000000	0.006	0.0322
2000000	0.006	0.0321
3000000	0.006	0.0321
4000000	0.006	0.0321
5000000	0.006	0.0321
6000000	0.006	0.0321

7000000	0.006	0.0321
8000000	0.006	0.0321
9000000	0.006	0.0321
10000000	0.006	0.0321
20000000	0.006	0.0321
30000000	0.006	0.0321
40000000	0.006	0.0321
50000000	0.006	0.0321
60000000	0.006	0.0321
7000000	0.006	0.0321
8000000	0.006	0.0321
90000000	0.006	0.0321
100000000	0.006	0.0321

Anexo 8: Valores tabulados rugosidad relativa 0.004

Número de	Rugosidad	Coeficiente
Reynolds	Relativa	de Fricción
4000	0.004	0.0441
5000	0.004	0.0416
6000	0.004	0.04
7000	0.004	0.0388
8000	0.004	0.0378
9000	0.004	0.0367
10000	0.004	0.036
20000	0.004	0.0326
30000	0.004	0.0313
40000	0.004	0.0308
50000	0.004	0.0301
60000	0.004	0.0296
70000	0.004	0.0294
80000	0.004	0.0291
90000	0.004	0.029
100000	0.004	0.0289
200000	0.004	0.0285
300000	0.004	0.0285
400000	0.004	0.0284
500000	0.004	0.0283
600000	0.004	0.0283
700000	0.004	0.0283

800000	0.004	0.0283
900000	0.004	0.0283
1000000	0.004	0.0283
2000000	0.004	0.0282
3000000	0.004	0.0282
4000000	0.004	0.0281
5000000	0.004	0.0281
6000000	0.004	0.0281
7000000	0.004	0.0281
8000000	0.004	0.0281
9000000	0.004	0.028
1000000	0.004	0.028
20000000	0.004	0.028
30000000	0.004	0.028
4000000	0.004	0.028
50000000	0.004	0.0279
6000000	0.004	0.0279
7000000	0.004	0.0279
8000000	0.004	0.0279
9000000	0.004	0.0279
10000000	0.004	0.0279

Anexo 9:	Valores	tabulados	rugosidad	relativa	0.002
----------	---------	-----------	-----------	----------	-------

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
4000	0.002	0.0422
5000	0.002	0.0399
6000	0.002	0.0382
7000	0.002	0.0367
8000	0.002	0.0355
9000	0.002	0.0345
10000	0.002	0.034
20000	0.002	0.0301
30000	0.002	0.0285
40000	0.002	0.0276
50000	0.002	0.0269
60000	0.002	0.0264
70000	0.002	0.026
80000	0.002	0.0258

90000	0.002	0.0255
100000	0.002	0.0253
200000	0.002	0.0244
300000	0.002	0.0241
400000	0.002	0.0239
500000	0.002	0.0237
600000	0.002	0.0237
700000	0.002	0.0237
800000	0.002	0.0236
900000	0.002	0.0236
1000000	0.002	0.0235
2000000	0.002	0.0235
3000000	0.002	0.0235
4000000	0.002	0.0234
5000000	0.002	0.0234
6000000	0.002	0.0233
7000000	0.002	0.0233
8000000	0.002	0.0233
9000000	0.002	0.0233
1000000	0.002	0.0233
20000000	0.002	0.0233
30000000	0.002	0.0232
4000000	0.002	0.0232
5000000	0.002	0.0231
6000000	0.002	0.0231
7000000	0.002	0.0231
8000000	0.002	0.0231
9000000	0.002	0.0231
10000000	0.002	0.0231

Anexo 10: Va	alores tabul	lados rugo	osidad 1	relativa	0.001
--------------	--------------	------------	----------	----------	-------

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
4000	0.001	0.0417
5000	0.001	0.0382
6000	0.001	0.0368
7000	0.001	0.0352
8000	0.001	0.0339
9000	0.001	0.033

10000	0.001	0.0322
20000	0.001	0.0278
30000	0.001	0.0261
40000	0.001	0.0251
50000	0.001	0.0244
60000	0.001	0.0237
70000	0.001	0.0231
80000	0.001	0.023
90000	0.001	0.0227
100000	0.001	0.0226
200000	0.001	0.0213
300000	0.001	0.0208
400000	0.001	0.0206
500000	0.001	0.0203
600000	0.001	0.0202
700000	0.001	0.0201
800000	0.001	0.02
900000	0.001	0.02
1000000	0.001	0.0199
2000000	0.001	0.0198
3000000	0.001	0.0198
4000000	0.001	0.0198
5000000	0.001	0.0198
6000000	0.001	0.0198
7000000	0.001	0.0198
8000000	0.001	0.0198
9000000	0.001	0.0198
1000000	0.001	0.0198
2000000	0.001	0.0197
3000000	0.001	0.0197
4000000	0.001	0.0197
5000000	0.001	0.0197
6000000	0.001	0.0197
7000000	0.001	0.0197
8000000	0.001	0.0197
9000000	0.001	0.0197
10000000	0.001	0.0197

Fuente: El Autor

Número de	Rugosidad	Coeficiente
Reynolds	Relativa	de Fricción
30000	0.0008	0.0256
40000	0.0008	0.0245
50000	0.0008	0.0235
60000	0.0008	0.0228
70000	0.0008	0.0225
80000	0.0008	0.0221
90000	0.0008	0.0219
100000	0.0008	0.0216
200000	0.0008	0.0204
300000	0.0008	0.02
400000	0.0008	0.0197
500000	0.0008	0.0195
600000	0.0008	0.0193
700000	0.0008	0.0192
800000	0.0008	0.0191
900000	0.0008	0.019
1000000	0.0008	0.0189
2000000	0.0008	0.0187
3000000	0.0008	0.0187
4000000	0.0008	0.0187
5000000	0.0008	0.0187
6000000	0.0008	0.0187
7000000	0.0008	0.0187
8000000	0.0008	0.0187
9000000	0.0008	0.0187
10000000	0.0008	0.0187
2000000	0.0008	0.0186
30000000	0.0008	0.0186
4000000	0.0008	0.0186
5000000	0.0008	0.0186
6000000	0.0008	0.0186
7000000	0.0008	0.0186
8000000	0.0008	0.0186
9000000	0.0008	0.0186
100000000	0.0008	0.0186

Anexo 11: Valores tabulados rugosidad relativa 0.0008

Fuente: El Autor

Número de	Rugosidad	Coeficiente
Reynolds	Relativa	de Fricción
20000	0.0006	0.027
30000	0.0006	0.0251
40000	0.0006	0.024
50000	0.0006	0.0229
60000	0.0006	0.0223
70000	0.0006	0.0219
80000	0.0006	0.0214
90000	0.0006	0.021
100000	0.0006	0.0208
200000	0.0006	0.0193
300000	0.0006	0.0188
400000	0.0006	0.0184
500000	0.0006	0.0181
600000	0.0006	0.018
700000	0.0006	0.0179
800000	0.0006	0.0179
900000	0.0006	0.0178
1000000	0.0006	0.0178
2000000	0.0006	0.0175
3000000	0.0006	0.0174
4000000	0.0006	0.0174
5000000	0.0006	0.0174
6000000	0.0006	0.0174
7000000	0.0006	0.0174
8000000	0.0006	0.0174
9000000	0.0006	0.0174
1000000	0.0006	0.0174
20000000	0.0006	0.0174
3000000	0.0006	0.0174
4000000	0.0006	0.0174
50000000	0.0006	0.0174
6000000	0.0006	0.0174
7000000	0.0006	0.0174
8000000	0.0006	0.0174
9000000	0.0006	0.0174
10000000	0.0006	0.0174

Anexo 12: Valores tabulados rugosidad relativa 0.0006

Fuente: El Autor

Número de	Rugosidad	Coeficiente
Reynolds	Relativa de Fricci	
6000	0.0004	0.0359
7000	0.0004	0.0345
8000	0.0004	0.0332
9000	0.0004	0.032
10000	0.0004	0.0314
20000	0.0004	0.027
30000	0.0004	0.0247
40000	0.0004	0.0234
50000	0.0004	0.0224
60000	0.0004	0.0219
70000	0.0004	0.0213
80000	0.0004	0.0208
90000	0.0004	0.0205
100000	0.0004	0.0203
200000	0.0004	0.0185
300000	0.0004	0.0177
400000	0.0004	0.0172
500000	0.0004	0.017
600000	0.0004	0.0168
700000	0.0004	0.0167
800000	0.0004	0.0166
900000	0.0004	0.0165
1000000	0.0004	0.0165
2000000	0.0004	0.0161
3000000	0.0004	0.0161
4000000	0.0004	0.016
5000000	0.0004	0.016
6000000	0.0004	0.0159
700000	0.0004	0.0159
8000000	0.0004	0.0159
900000	0.0004	0.0159
1000000	0.0004	0.0159
20000000	0.0004	0.0159
3000000	0.0004	0.0159
4000000	0.0004	0.0159
5000000	0.0004	0.0159
6000000	0.0004	0.0159
70000000	0.0004	0.0159

Anexo 13: Valores tabulados rugosidad relativa 0.0004

8000000	0.0004	0.0159
9000000	0.0004	0.0159
10000000	0.0004	0.0159

Anexo 14:	Valores	tabulados	rugosidad	relativa	0.0002
-----------	---------	-----------	-----------	----------	--------

Número de	Rugosidad	Coeficiente
20000	0.0002	0.026
30000	0.0002	0.0241
40000	0.0002	0.0229
50000	0.0002	0.0219
60000	0.0002	0.0212
70000	0.0002	0.0207
80000	0.0002	0.0203
90000	0.0002	0.0198
100000	0.0002	0.0196
200000	0.0002	0.0176
300000	0.0002	0.0169
400000	0.0002	0.0164
500000	0.0002	0.0161
600000	0.0002	0.0159
700000	0.0002	0.0157
800000	0.0002	0.0155
900000	0.0002	0.0153
1000000	0.0002	0.0152
2000000	0.0002	0.0145
3000000	0.0002	0.0142
4000000	0.0002	0.0141
5000000	0.0002	0.0139
6000000	0.0002	0.0139
7000000	0.0002	0.0138
8000000	0.0002	0.0138
9000000	0.0002	0.0138
1000000	0.0002	0.0138
20000000	0.0002	0.0137
3000000	0.0002	0.0137
4000000	0.0002	0.0137
5000000	0.0002	0.0137
6000000	0.0002	0.0137

70000000	0.0002	0.0137
8000000	0.0002	0.0137
90000000	0.0002	0.0137
100000000	0.0002	0.0137

Anexo 15: Valores tabulados rugosidad relativa 0.0001

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
30000	0.0001	0.0237
40000	0.0001	0.0224
50000	0.0001	0.0213
60000	0.0001	0.0206
70000	0.0001	0.02
80000	0.0001	0.0195
90000	0.0001	0.0189
100000	0.0001	0.0185
200000	0.0001	0.0166
300000	0.0001	0.0158
400000	0.0001	0.0152
500000	0.0001	0.0147
600000	0.0001	0.0145
700000	0.0001	0.0143
800000	0.0001	0.014
900000	0.0001	0.0138
1000000	0.0001	0.0137
2000000	0.0001	0.0129
3000000	0.0001	0.0126
4000000	0.0001	0.0124
5000000	0.0001	0.0123
6000000	0.0001	0.0122
7000000	0.0001	0.0121
8000000	0.0001	0.0121
9000000	0.0001	0.012
1000000	0.0001	0.012
20000000	0.0001	0.0119
3000000	0.0001	0.0119
40000000	0.0001	0.0119
5000000	0.0001	0.0119
6000000	0.0001	0.0119

7000000	0.0001	0.0119
8000000	0.0001	0.0119
9000000	0.0001	0.0119
10000000	0.0001	0.0119

Fuente: El	Autor
------------	-------

Anexo 16: Valores tabulados rugosidad relativa 0.00005

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
100000	0.00005	0.018
200000	0.00005	0.016
300000	0.00005	0.015
400000	0.00005	0.0143
500000	0.00005	0.0138
600000	0.00005	0.0135
700000	0.00005	0.0132
800000	0.00005	0.0129
900000	0.00005	0.0127
1000000	0.00005	0.0126
2000000	0.00005	0.0117
3000000	0.00005	0.0114
4000000	0.00005	0.0112
5000000	0.00005	0.0111
6000000	0.00005	0.011
7000000	0.00005	0.0109
8000000	0.00005	0.0109
9000000	0.00005	0.0108
1000000	0.00005	0.0108
2000000	0.00005	0.0107
30000000	0.00005	0.0106
4000000	0.00005	0.0106
50000000	0.00005	0.0106
6000000	0.00005	0.0106
7000000	0.00005	0.0106
8000000	0.00005	0.0106
9000000	0.00005	0.0106
10000000	0.00005	0.0106

Fuente: El Autor

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
500000	0.00001	0.0131
600000	0.00001	0.0127
700000	0.00001	0.0123
800000	0.00001	0.012
900000	0.00001	0.0118
1000000	0.00001	0.0117
2000000	0.00001	0.0107
3000000	0.00001	0.0102
4000000	0.00001	0.0099
5000000	0.00001	0.0096
6000000	0.00001	0.0095
7000000	0.00001	0.0094
8000000	0.00001	0.0092
9000000	0.00001	0.0091
1000000	0.00001	0.009
20000000	0.00001	0.0085
3000000	0.00001	0.0083
4000000	0.00001	0.0083
5000000	0.00001	0.0082
6000000	0.00001	0.0081
7000000	0.00001	0.0081
8000000	0.00001	0.0081
9000000	0.00001	0.008
10000000	0.00001	0.008

Anexo 17: Valores tabulados rugosidad relativa 0.00001
Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
2000000	0.000005	0.0102
3000000	0.000005	0.0097
4000000	0.000005	0.0094
5000000	0.000005	0.0091
6000000	0.000005	0.0089
7000000	0.000005	0.0087
8000000	0.000005	0.0086
9000000	0.000005	0.0085
10000000	0.000005	0.0084
20000000	0.000005	0.008

Anexo 18: Valores tabulados rugosidad relativa 0.000005

Fuente: El Autor

Anexo 19: Valores tabulados rugosidad relativa 0.000001

Número de Reynolds	Rugosidad Relativa	Coeficiente de Fricción
5000000	0.000001	0.0086
6000000	0.000001	0.0084
7000000	0.000001	0.0083
8000000	0.000001	0.0082
9000000	0.000001	0.0081
1000000	0.000001	0.008

Fuente: Fuente: El Autor