UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

TÍTULO

MÉTODO HEURÍSTICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DE LA SECCIÓN VESPERTINA DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO 2016-2017

Tesis previa a la obtención del grado de Licenciado en Ciencias de la Educación, mención: Físico Matemáticas

AUTOR

JOSE GEOVANNY YUNGA SALINAS

DIRECTOR DE TESIS

Ing. TELMO ANDRÉS GRANDA GRANDA Mg.Sc

LOJA – ECUADOR

2017

CERTIFICACIÓN

Ing. TELMO ANDRÉS GRANDA GRANDA Mg.Sc

DOCENTE DE LA CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS DE LA FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

CERTIFICA

Haber asesorado y monitoreado con pertinencia y rigurosidad científica la ejecución del proyecto de tesis titulado MÉTODO HEURÍSTICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DE LA SECCIÓN VESPERTINA DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO 2016-2017, de autoría del Sr. JOSÉ GEOVANNY YUNGA SALINAS, previa a la obtención del grado de licenciado en Ciencias de la Educación mención Físico Matemáticas.

Por lo que se autoriza su presentación, defensa y demás trámites correspondientes a la obtención del grado de licenciatura, según lo indica el artículo 159 del Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja.

Loja, 13 de diciembre de 2016

Ing. Telmo Andrés Granda Granda Mg.Sc

DIRECTOR DE TESIS

AUTORÍA

Yo, José Geovanny Yunga Salinas, declaro ser la autora de la presente tesis y eximo expresamente a la Universidad Nacional de Loja y a sus representantes jurídicos de posibles reclamos o acciones legales por el contenido de la misma.

Adicionalmente declaro y autorizo a la Universidad Nacional de Loja, la publicación de mi tesis en el Repositorio institucional – Biblioteca Virtual.

Autor: José Geovanny Yunga Salinas

Firma: ....

Cédula: 1104088966

Fecha: Loja, 19 de junio de 2017

CARTA DE AUTORIZACIÓN DE TESIS POR PARTE DEL AUTOR, PARA LA CONSULTA, REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL TEXTO COMPLETO.

Yo, José Geovanny Yunga Salinas, declaro ser el autor de la tesis intitulada MĚTODO HEURÍSTICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DE LA SECCIÓN VESPERTINA DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO 2016-2017, como requisito para optar al grado de Licenciado en Ciencias de la Educación, Mención: Físico Matemáticas; autorizo al Sistema Bibliotecario de la Universidad Nacional de Loja para que con fines académicos, muestre al mundo la producción intelectual de la Universidad, a través de la visibilidad de su contenido en el repositorio Digital Institucional, siempre considerando las normas APA.

Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo en RDI, en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad.

La Universidad Nacional de Loja, no se responsabiliza por el plagio o copia de tesis que realice un tercero.

Para constancia de esta autorización, en la ciudad de Loja a los diecinueve días del mes de junio de dos mil diecisiete

Firma..................................

Autor José Geovanny Yunga Salinas
Número de cédula 1104989619
Dirección: Loja, Urbanización Reina del Cisne, calles Av. De los Paltas y Rusia
Correo electrónico: geova66@yahoo.com
Teléfono: 2561866
Celular: 0979126708

DATOS COMPLEMENTARIOS:
Director de Tesis: Ing. Telmo Andrés Granda Granda Mg.sc.

Tribunal de Grado:

Presidenta	Dra. Rosario Zaruma Hidalgo Mg.Sc
Primer vocal	Dr. Luis Salinas Mg.Sc
Segundo vocal	Dr. Manuel Lizardo Tusa PhD

AGRADECIMIENTO

Expreso mi sincero agradecimiento a la Facultad de la Educación, el Arte y la Comunicación de la Universidad Nacional de Loja, especialmente a la Carrera de Físico Matemáticas por brindarme los conocimientos y la experiencia necesaria para el desarrollo y práctica profesional.

Al Director de Tesis Ing. TELMO ANDRÉS GRANDA GRANDA Mg.Sc, quien guió y asesoró a través de sus conocimientos, sugerencias y habilidades que fueron necesarios y pertinentes para la concreción del presente trabajo de investigación.

Agradezco también a las autoridades, personal docente y estudiantes del Colegio de Bachillerato Pio Jaramillo Alvarado, de la provincia de Loja, por su colaboración en la investigación de campo y en el desarrollo de los talleres descritos en la investigación.

El Autor

DEDICATORIA

Para mis queridos padres, Luis Vicente y Gloria Esperanza, y hermanas, quienes con su sacrificio y desvelo me brindan el apoyo incondicional, para lograr cumplir con uno de mis sueños en mi vida, que ha sido ser un profesional en el área de la Física y la Matemática para contribuir de mejor manera a la sociedad.

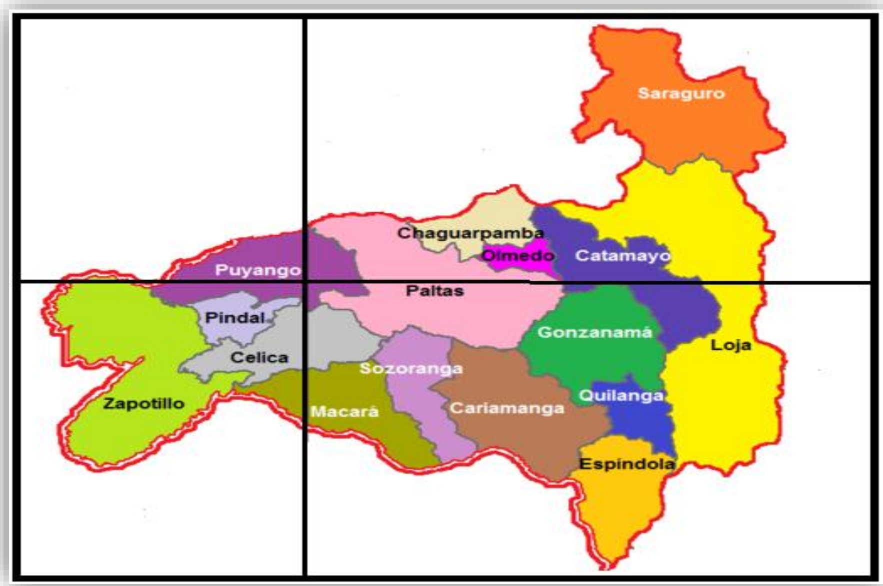
El Autor.

MATRIZ DE ÁMBITO GEOGRÁFICO

ÁMBITO GEOGRÁFICO DE LA INVESTIGACIÓN												
BIBLIOTECA: FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN												
TIPO DE DOCUMENTO	AUTOR TÍTULO DE LA TESIS	FUENTE	FECHA AÑO	ÁMBITO GEOGRÁFICO						OTRAS DESAGREGACIÓNES	OTRAS OBSERVACIONES	
				NACIONAL	REGIONAL	PROVINCIA	CANTÓN	PARROQUIA	BARRIO COMUNIDAD			
TESIS	José Geovanny Yunga Salinas MÉTODO HEURÍSTICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DE LA SECCIÓN VESPERTINA DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO 2016-2017	UNL	2017	ECUADOR	ZONA 7	LOJA	LOJA	SAN SEBASTIÁN	SAN SEBASTIÁN	CD	Licenciado en Ciencias de la Educación, mención: Físico Matemáticas	

MAPA GEOGRÁFICO Y CROQUIS

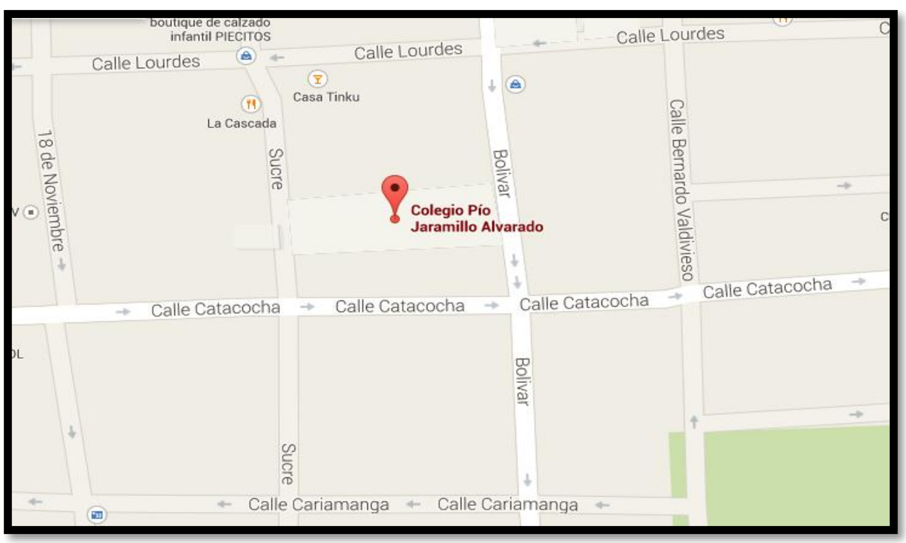
UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL CANTÓN LOJA



Fuente: http://goo.gl/EVqnRX

Año: 2016

CROQUIS DE LA INVESTIGACIÓN COLEGIO DE BACHILLERATO "PÍO JARAMILLO ALVARADO"



FUENTE: http://goo.gl/zntlwi

Año: 2016

ESQUEMA DE TESIS

a. TÍTULO

MÉTODO HEURÍSTICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DE LA SECCIÓN VESPERTINA DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO 2016-2017

b. RESUMEN

La presente investigación hace referencia al MÉTODO HEURÍSTICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DE LA SECCIÓN VESPERTINA DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO 2016-2017, tiene como objetivo general Optimizar el aprendizaje de inecuaciones mediante la aplicación del método heurístico en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado del colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de la cuidad de Loja, período 2016-2017, para el cumplimiento de este objetivo se cumplió con las siguientes fases: comprensivo, de diagnóstico, de modelación, taller de aplicación y la valoración del método heurístico a través de la prueba Signo Rango de Wilcoxon para valorar la efectividad del aprendizaje de problemas de inecuaciones con lo que se pudo comprobar las dificultades presentes en el aprendizaje. Con la realización de la investigación se confirmó que los estudiantes tienen dificultades en la resolución de problemas de inecuaciones, asimismo, que la aplicación del método heurístico permite que los estudiantes desarrollen la capacidad de resolver problemas de inecuaciones lo cual les facilita su aprendizaje. No obstante mediante la aplicación del método Heurístico de una manera apropiada sirve para el mejoramiento del aprendizaje de problemas de inecuaciones en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado sección vespertina del colegio Pío Jaramillo Alvarado.

SUMMARY

The present investigation refers to the heuristic METHOD FOR LEARNING PROBLEMS OF INEQUALITIES IN THE STUDENTS OF THE FIRST YEAR OF SECONDARY SCHOOL GENERAL UNIFIED OF THE EVENING SECTION OF THE COLLEGE BACCALAUREATE PIO JARAMILLO ALVARADO OF THE CITY OF LOJA, period 2016-2017, has as general objective to optimize the learning of inequalities through the application of the heuristic method in the first year of secondary school general High School College unified Pio Jaramillo Alvarado of the city of Loja, period 2016-2017, for the fulfillment of this goal was met with the following phases: Comprehensive, diagnostic, modeling, implementation and assessment of the heuristic method through the Wilcoxon sign rank test to assess the Effectiveness of the learning problems of inequalities which could present difficulties in learning. With the completion of the investigation it was confirmed that students have difficulties in the resolution of problems of inequalities, also, that the application of the heuristic method enables students to develop the ability to solve problems of inequalities which facilitates their learning. However through the application of the heuristic method in an appropriate manner to the improvement of the learning problems of inequalities in the first year of high school evening unified general section of the Pío Jaramillo Alvarado school

c. INTRODUCCIÓN

La Educación General Básica y el Bachillerato General Unificado constituyen en la presente época políticas de Estado, subsistemas educativos destinados a formar con calidad y calidez talentos humanos que coadyuven desde la ciencia y la educación al buen vivir.

En este contexto tuvo lugar la presente investigación intitulada el método heurístico para el aprendizaje de problemas de inecuaciones en los estudiantes del primer año de bachillerato general unificado de la sección vespertina del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, periodo 2016-2017.

El problema de investigación tiene como enunciado ¿De qué manera el método heurístico influye en el aprendizaje de problemas de inecuaciones en los estudiantes del primer año de bachillerato general unificado de la sección vespertina del colegio de bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja, periodo 2016-2017?

Los objetivos específicos de la investigación se detallan a continuación: desarrollar un diagnóstico de las falencias de los estudiantes en el aprendizaje de problemas de inecuaciones, construir una perspectiva teórica del método heurístico para el aprendizaje de inecuaciones; plantear la efectividad de un modelo alternativo basado en el método heurístico mediante la aplicación del taller como estrategia didáctica en la potenciación del aprendizaje de inecuaciones.

Los métodos utilizados en la investigación fueron: el científico que permitió explicar los fenómenos que observamos, en la unidad educativa siendo una guía para lograr los objetivos propuestos en la investigación, el método deductivo que permite partir de la generalización a hechos particulares de cómo está el aprendizaje en la unidad educativa, además se utilizó los métodos sintético-analítico para ordenar, organizar, analizar e interpretar la información obtenida en el proceso de investigación.

Se utilizó la encuesta, para obtener información sobre los métodos utilizados tanto por los docentes y estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de problemas de inecuaciones, la entrevista permitió recoger información sobre las dificultades que se presentan en el aprendizaje de problemas de inecuaciones, para el desarrollo de los talleres y la valoración de la alternativa se realizó un pre test y un post test al iniciar y al finalizar los talleres pedagógicos y se empleó el modelo estadístico prueba Signo Rango de Wilcoxon para validar el método heurístico.

Las principales conclusiones que se ha obtenido del presente investigación son: los factores internos como la falta de motivación, mínima atención en clase, y el poco interés por aprender influyen de manera negativa en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes ya que no les permite desarrollarse en su aspecto psicológico y llegar a tener un buen rendimiento académico.

La aplicación del método heurístico surge como alternativa para lograr el aprendizaje de problemas de inecuaciones en los estudiantes del primer año de bachillerato general unificado sección vespertina del colegio de bachillerato Pio Jaramillo Alvarado.

El informe de investigación está estructurado en coherencia con lo dispuesto en el art. 151 del Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja, en vigencia, comprende los siguientes elementos: el título contiene las principales variables del problema, el resumen está constituido por una breve descripción del tema, el objetivo general y los principales resultados, en la introducción se enuncia el problema, los objetivos específicos, las principales conclusiones y una descripción breve de cada uno de los elementos que constituyen el informe de investigación, la revisión de literatura hace referencia a los fundamentos teóricos que sustentan la explicación del problema de investigación, los materiales y métodos contiene los recursos materiales que se utilizaron en el proceso investigativo y los métodos empleados en el mismo, en los resultados se hace el análisis e interpretación de los datos, la discusión se basa en el diagnóstico de necesidades y dificultades que se presentan en el tratamiento de problemas de inecuaciones y la valoración mediante la prueba Signo Rango de Wilcoxon, las conclusiones y recomendaciones están elaborados en base a los resultados obtenidos en el proceso investigativo, la bibliografía contiene las principales fuentes de información que sirvió para la elaboración de la revisión de literatura y finalmente en anexos se hace constar el proyecto aprobado por las instancias institucionales.

d. REVISIÓN DE LITERATURA

La Matemática es una de las asignaturas que, por su esencia misma estructura, lógica, formalidad, la demostración como su método, lenguaje cuantitativo preciso y herramienta de todas las ciencias, facilita el desarrollo del pensamiento y posibilita al sujeto conocedor integrarse a equipos de trabajo interdisciplinario para resolver los problemas de la vida real, los mismos que, actualmente, no pueden ser enfrentados a través de una sola ciencia. Además, la sociedad tecnológica e informática en que vivimos requiere de individuos capaces de adaptarse a los cambios que ésta fomenta; así, las destrezas matemáticas son capacidades fundamentales sobre las cuales se cimientan otras destrezas requeridas en el mundo laboral.

1. MÉTODO HEURÍSTICO

1.1 Definición de heurística

"La Heurística es la capacidad que ostenta un sistema determinado para realizar de manera inmediata innovaciones positivas para sí mismo y sus propósitos." (BRITO, MARÍA, & IZQUIERDO, 2012)

Se habla de heurística para referirse a una técnica o método inteligente, para realizar una tarea que no es producto de un riguroso análisis formal, sino del conocimiento experto sobre un tema a solucionar, la cual aporta soluciones a problemas combinacionales con un buen en lo referente a calidad de soluciones y a los recursos empleados, procurando cierto grado de confianza al encontrar soluciones de alta calidad con un costo computacional razonable, aunque no garantice su óptimo rendimiento o factibilidad, e incluso en algunos casos, sin lograr establecer lo cerca que se está de dicha situación. Se usa el calificativo heurístico en contraposición a exacto. (RAMIREZ C. , 2006, pág. 18)

De acuerdo con los autores la heurística es una técnica para la resolución de ejercicios de un alto grado de confianza

1.2 Uso de la heurística

El uso del método Heurístico basado en la Resolución de Problemas en donde se combinan los métodos Socráticos e individual y los procedimientos inductivos y deductivo puede ser útil para el mejoramiento de la enseñanza de la matemática, diseñando una estrategia que proporciona una enseñanza sistemática o metódica mediante la resolución de problemas.

Este método motiva al estudiante a enfrentar ejercicios y problemas matemáticos que lo entrenen en el razonamiento y demostración, en la resolución de problemas y en el manejo de la comunicación matemática que debe ser clara precisa y sencilla, para el logro de aprendizajes significativos.

Esta metodología está enmarcada en el aprendizaje activo y centrado en el alumno, se convierte en un medio poderoso de construir el conocimiento matemático; el uso de estrategias y demostraciones creativas para hallar soluciones, rechazando el dogmatismo, desarrollar y potenciar competencias y habilidades; promueve el autoaprendizaje, el trabajo cooperativo, así como expresar mediante argumentos matemáticos el grado de comprensión de los nuevos conocimientos. El método Heurístico basado en la Resolución de Problemas necesita el desarrollo de actitudes personales para crear en los estudiantes confianza en sus posibilidades de hacer matemática, seguridad y satisfacción al resolver problemas (evaluación intrínseca), honestidad y transparencia para lograr los resultados; rigurosidad al plantear argumentos; autodisciplina en el trabajo; respecto por las opiniones de los demás y tolerancia a la crítica de sus condiscípulos. (ALVARADO, 2009, págs. 14,15)

1.3 Motivos para el uso de heurísticas

Los principios para el uso de técnicas heurísticas se deben a que las soluciones exactas pueden ser difíciles de obtener –sino imposibles– para una formulación matemática (razonablemente representativa del problema real).

Factores para el uso de heurística

- **Facilidad en la implementación:** Las personas prefieren convivir con un problema que no pueden resolver que aceptar una solución que no pueden entender. Este tipo de entendimiento es más probable con reglas heurísticas que con una rutina compleja de optimización. Tal razonamiento no necesariamente implica que las heurísticas deban ser simples en su naturaleza, pues en efecto para algunos problemas complejos las heurísticas simples no podrán producir soluciones aceptables.

- **Argumenta mejores soluciones sobre prácticas vigentes:** Relacionados con el punto anterior, los Managers estarán más satisfechos con la solución heurística debido a que producen mejores resultados que los logros hasta la fecha obtenidos.

- **Resultados óptimos:** Algunas veces rápidos, otras veces razonables, pero en su conjunto, menores a lo que demoraría una solución exacta, los resultados son muy cercanos al óptimo, y las heurísticas pueden ser desarrolladas y usadas con mayor velocidad que las rutinas de optimización.

- **Solidez:** Las heurísticas son menos sensibles a la variación de calidad de información y a las características de los problemas. Las soluciones óptimas son frágiles en el sentido que son exquisitamente sensibles a los cambios en la información si la descripción del problema cambia ligeramente, el recobrar la solución óptima requiere normalmente resolver el problema entero nuevamente (lo cual computacionalmente hablando en cálculos, es costoso en un primer momento) y por otra parte, las heurísticas particionan el problema y de esa forma ignoran las interrelaciones entre sus partes. Esto permite que las modificaciones sean dirigidas a las partes afectadas de manera más rápida sin necesidad de recomputar todo el problema.
- **Son usadas dentro de las rutinas de optimización:** Las heurísticas pueden ser usadas provechosamente dentro de rutinas de optimización por dos motivos: primero, proveen una buena solución inicial en un plan interactivo, y segundo, pueden proporcionar límites que facilitan la eliminación de porciones en un espacio de soluciones con miras al proceso de optimización. (FONSECA, 2012, pág. 14)

1.4 Resolución de problemas

Un problema es una situación a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la respuesta. Un problema debe lograr que el individuo lo acepte; debe existir un compromiso formal, que puede ser debido a motivaciones tanto externas como internas. Además, los intentos iniciales de resolución no dan fruto, las técnicas habituales de abordar la situación no funcionan; lo anterior lleva al individuo a la búsqueda y exploración de nuevos métodos para resolver el problema.

La resolución del problema es el proceso de ataque de ese problema: aceptar el desafío, formular preguntas, clarificar el objetivo, definir y ejecutar el plan de acción y evaluar la solución. Llevará consigo el uso de la heurística, pero no de una manera predecible, porque si la heurística pudiera ser prescrita de antemano, entonces ella se convertiría en algoritmo y el problema en ejercicio.

En la resolución de problemas podemos servirnos de modelos o guías que nos faciliten el camino que debemos recorrer a lo largo de todo el proceso de resolución. (PÉREZ R. V., 2007, pág. 1)

1.4.1 Método Heurístico de Pólya

Pólya, desde 1945, en su libro *How to solve it* indica cuatro fases, que se consideran esenciales dentro de la metodología de resolución de problemas. Para Pólya, la actividad de resolución de problemas involucra cuatro momentos: comprender el problema en el sentido de poder establecer cuál es la meta, los datos y condiciones iniciales; luego, idear un plan de acción que permita combinar las condiciones iniciales; un tercer momento comprende llevar a cabo el plan ideado en el paso anterior y, por último, lo que Pólya llama “mirar atrás ", que consiste en comprobar el resultado obtenido. Según Pólya, la habilidad para resolver problemas no solo se adquiere resolviendo muchos problemas ni conociendo las distintas fases de resolución, sino también tomando soltura y familiaridad con una gama de técnicas de resolución que él llama heurísticas.

El plan de George Pólya (1945) contempla cuatro fases principales para resolver un problema:

1. Comprender el problema.

Consiste en la comprensión del problema, es la fase del cuestionamiento y de la identificación de datos e incógnitas. Entender el problema, según Polya, es apropiárselo; concretarlo en tan pocas palabras que pueda ser reformulado de manera distinta sin modificar la idea. Por supuesto, para lograrlo es necesario aprehender su enunciado verbal.

2. Elaborar un plan.

La segunda fase consiste en la concepción de un plan, en esta fase el docente debe guiar al estudiante para la concepción de un plan pero sin imponérselo. Al ya tener concebido un plan se prosigue con la ejecución del mismo.

3. Ejecutar el plan.

Esta es la tercera fase propuesta por Polya, que corresponde a la elaboración del proceso creativo; es importante que se vaya verificando cada paso que se ejecute del plan, examinar a cabalidad que cada pieza encaje perfectamente; la veracidad de todo razonamiento; la claridad de toda operación.

4. Hacer la verificación.

Es una visión retrospectiva en donde se tiene que reconsiderar la solución así como el procedimiento que llevó a ésta; esta fase ayuda a que el estudiante consolide sus conocimientos y desarrolle sus aptitudes para resolver problemas. Es importante que el docente vaya guiando al estudiante a lo largo de este proceso para que después éste lo pueda reproducir sin su compañía. (BOACÁN & KAREN, 2012, pág. 6)

1.4.2 Método Heurístico de Alan Schoenfeld (1985)

Planteó que en el proceso de resolución de problemas influyen:

1. Los recursos: aquí entran la serie de conocimientos, conceptos y algoritmos necesarios. Pero Schoenfeld va más allá y habla de cómo el estudiante tiene acceso a estos recursos o por qué en algunas ocasiones no puede; incluso, el profesor debe valorar si los recursos del estudiante contienen errores que no le permiten avanzar con el problema.

2. Las heurísticas: para Schoenfeld, el problema de las heurísticas es que son demasiado específicas para un determinado problema; es decir, las estrategias para un determinado problema no funcionan para otro.

3. El control: en el sentido de que el estudiante sea capaz de saber cuándo puede continuar con una estrategia y cuándo la debe abandonar y cambiar por otra más viable.

4. El sistema de creencias: las creencias condicionan la forma en que se enseña y se aprende Matemática. Schoenfeld divide las creencias en tres grupos: creencias de los estudiantes, creencias del profesor y creencias sociales. (BARRANTES, H; 2006, pp. 2-3)

Plan:

1. **Analizar y comprender un problema**

Dibujar un diagrama, examinar un caso especial, intentar simplificarlo.

2. Diseñar y planificar una solución

3. **Explorar soluciones**

Considerando una variedad de problemas equivalentes, considerando ligeras modificaciones del problema original, y considerando amplias modificaciones del problema original.

4. **Verificar la solución**.

1. ¿Verifica la solución los criterios específicos siguientes?:
   a) ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
   b) ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?
   c) ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?

2. ¿Verifica la solución los criterios generales siguientes?:
   a) ¿Es posible obtener la misma solución por otro método?
   b) ¿Puede quedar concretada en casos particulares?
   c) ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?

1.4.3 Método Heurístico de Miguel de Guzmán

Miguel de Guzmán (1991) desarrolló su propuesta en su libro *Para pensar mejor*. Planteó la resolución de problemas como un trabajo de investigación; expuso la necesidad de tratar en clases problemas cerrados y los denominados abiertos. Para Guzmán, el proceso de resolver problemas requiere cuatro pasos: en un inicio, la familiarización, dentro de lo que cabe destacar lo que él llama hacer una película, contar el problema con nuestras propias palabras; luego, las estrategias que contemplan la forma de abordar el problema; llevar a cabo la estrategia pensada y, por último, la revisión y consecuencias.

Miguel de Guzmán ha propuesto que cuando se resuelve un problema, antes de iniciar la tarea, el resolutor entra en una serie de bloqueos que afectan directamente la forma en que se enfrenta al problema que debe resolver. Los bloqueos los enlista en cuatro tipos:

1. Bloqueos de tipo inercial: nuestro pensamiento sigue ciertas reglas fijas.
2. Bloqueos afectivos: emociones tales como el miedo y la ansiedad.
3. Bloqueos de tipo cognoscitivos: consisten en la incapacidad para saber cuándo aplicar un proceso o concepto.
4. Bloqueos de tipo cultural y ambiental: corresponde a las ideas presentes en el contexto en el que nos desenvolvemos.(BLANCO, 1996. p. 15)

Para Guzmán, los bloqueos deben tomarse como una etapa más de proceso de solución de un problema que permite enriquecer el proceso.

El proceso de resolución de problemas. El reconocimiento que se le ha dado a la actividad de resolver problemas ha originado algunas propuestas sobre su cuales podemos citar las siguientes:

Miguel de Guzmán (1991) presenta el siguiente modelo:

1. Familiarízate con el problema.
2. Búsqueda de estrategias.
3. Lleva adelante tu estrategia.
4. Revisa el proceso y saca consecuencias de él. La resolución de problemas según. Este investigador se considera continuador de la obra de Pólya, sin embargo sus trabajos están enmarcados en otra corriente psicológica, la del procesamiento de la información. Sus investigaciones se han centrado en la observación de la conducta de expertos y novicios resolviendo problemas.

Su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas y se fundamenta en las siguientes ideas:

• En el salón de clase hay que propiciar a los estudiantes condiciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de las matemáticas.

• Para entender cómo los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente para proponer actividades que puedan ayudarlos es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en este proceso influyen los siguientes factores:

El dominio del conocimiento, que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema; tales como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema ,hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar en él.

Estrategias cognoscitivas que incluyen métodos heurísticos; por ejemplo, descomponer el problema en casos simples, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.

– *Estrategias metacognitivas* que se relacionan con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias; es decir, acciones tales como planear, evaluar y decidir.

– *El sistema de creencias* que se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras. (EDUCACIÓN., 2007, pág. 41)

2 APRENDIZAJE DE INECUACIONES

2.1 Intervalos

Según (M.Sc.ALCIDES ASTORGA M., 1994) plantea las siguientes definiciones sobre intervalos

Definición 1

Sean *a* y *b* números reales tales que *a* es menor que *b* (*a* < *b*). Se llama intervalo abierto de extremos *a* y *b*, al conjunto cuyos elementos son los números reales *x* que cumplen la condición de que:

$$a < x \quad \text{y} \quad x < b$$

Notación:

- El intervalo abierto de extremo a y b se lo denota por $]a,b[$
- Si a < x y x > b escribimos a< x < b, por ejemplo, la expresión -3 < x >5, significa que -3< x y x < 5.

De esta manera se tiene que:

$$]a,b[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x < b\}$$

El intervalo abierto de extremos *a* y *b* lo representamos geométricamente de la manera siguiente:

Definición 2

Sean *a* y *b* números reales tales que *a* < *b*. Se llama intervalo cerrado de extremos *a* y *b*, al conjunto cuyos elementos son los números reales *x* que cumplen la condición:

$$a \leq x \quad y \quad x \leq b$$

Notación

I. El intervalo cerrado de extremos a y b lo denotaremos por $[a,b]$

De esta manera se tiene que:

$$[a,b] = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x \leq b\}$$

El intervalo cerrado de extremos a y b lo representamos geométricamente de la manera siguiente:

Definición 3

Sean a y b números reales tales que a < b: Se llama intervalo semi-abierto de extremos a y b, “abierto" en a y “cerrado" en b, al conjunto cuyos elementos son los números reales x que cumplen la condición:

$$a < x \quad y \quad x \leq b$$

Notación:

Este intervalo lo denotaremos por $]a,b]$

Notación:

Si $a < x$ y $x \leq b$ escribimos $a < x \leq b$

De esta manera se tiene que:

$$]a,b] = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x \leq b\}$$

Geométricamente el intervalo semi-abierto, de extremos a y b, “abierto" en a y “cerrado" en b, lo representamos de la manera siguiente:

En forma similar se define el intervalo”semi-abierto" de extremos a y b, “cerrado" en a y “abierto" en b, y se denota [a; b [de la manera siguiente:

$$[a,b[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x < b\}$$

Geométricamente este intervalo se representa de la manera siguiente:

Definición 4 Sea a un número real. El conjunto cuyos elementos son los números reales x tales que x > a; lo denotaremos por $]a,+\infty[$ y lo representamos geométricamente de la manera siguiente:

así: $]a,+\infty[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > a\}$

En forma similar:

I. El conjunto cuyos elementos son los números reales *x* tales que $x \geq a$ lo denotaremos por $[a,+\infty[$ y lo representaremos geométricamente de la manera siguiente:

Así: $[a,+\infty[= \{x \in \mathbb{R}/x \geq a\}$

II. El conjunto cuyos elementos son los números reales x tales que x < a, lo denotaremos por $]-\infty,a[$ y lo representaremos geométricamente de la manera siguiente:

Así: $]-\infty,a[= \{x \in \mathbb{R}/x < a\}$

III. El conjunto cuyos elementos son los números reales *x* tales que $x \leq a,$ lo denotaremos por y lo representaremos geométricamente de la manera siguiente: $]-\infty, a]$

Así: $]-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R}/x \leq a\}$ (M.Sc.ALCIDES ASTORGA M., 1994, pág. 3)

2.2 Operaciones con intervalos

Para (AGUILERA Liborio Raúl, 1996) los intervalos son conjuntos de números reales, por lo tanto las operaciones usuales con conjuntos: unión, intersección, diferencia de conjuntos, se pueden realizar con los intervalos.

Por ejemplo, si tenemos los intervalos M = [1, 5 [y N = [5, 8], puedes concluir que si reunimos M con N obtenemos el intervalo [1, 8]. De la misma manera podemos observar que M y N no tienen números comunes, ya que el número 5 se encuentra en N pero no está en M, por lo tanto podemos decir que su intersección es vacía: Ø. Formalicemos las operaciones de la siguiente manera: Si A y B son dos intervalos de números reales, tenemos las siguientes operaciones:

- $A \cup B$: Unión de A con B.

  Contiene todos los números de A más todos los números de B.

  $A \cup B = \{x \in R/x \in A \text{ ó } x \in B\}$
- $A \cap B$: Intersección de A con B.

  Contiene todos los números que son comunes a A y a B.

  $A \cap B = \{x \in R/x \in A \text{ y } x \in B\}$
- A' Complemento de A.

Contiene los números que no se encuentran en A.

$A' = \{x \in R/x \notin A\}$

A – B: Diferencia A menos B.

Contiene los números que están en A, pero que no se encuentran en B.

$A - B = \{x \in R/x \in A \text{ y } x \notin B\}$ (AGUILERA Liborio Raúl, 1996, pág. 9)

2.3 DESIGUALDADES

Para (AVILA, 2014,) las propiedades de las desigualdades so las siguientes

2.3.1 Definición de desigualdad

Una desigualdad, llamada también inecuación por algunos autores, es una expresión matemática, específicamente del álgebra, que nos indica que un cierto conjunto de números son mayores, menores y/o iguales a una cantidad dada. Por ejemplo:

- $(2x^2 + 3x - 2) < (4x + 1)$

2.3.2 Propiedades de las desigualdades.

Para resolver las desigualdades se observan las mismas reglas del álgebra, por lo que podemos efectuar las siguientes operaciones:

- Si le sumamos el mismo número a ambos miembros de una desigualdad sin importar el signo, la dirección de la desigualdad NO se altera.

Es decir, si $A > B$ y $C > 0$ entonces $A + C > B + C$

De la misma forma, si $A > B$ y $C < 0$ entonces $A - C > B - C$

• Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un número positivo la dirección de la desigualdad NO se altera.

Es decir, si $A > B$ y $C > 0$ entonces $A * C > B * C$

• Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un número negativo la dirección de la desigualdad se invierte.

Es decir, si $A > B$ y $C < 0$ entonces $A * C < B * C$

Nota.- Recuerde que dividir ambos miembros de una desigualdad por el mismo número es igual a multiplicarlos por el inverso de tal número, por lo que estas dos últimas propiedades son aplicables para el caso en que dividimos ambos miembros de la desigualdad por el mismo número sea positivo o negativo. (AVILA, 2014, pág. 6)

2.4 Inecuaciones de primer grado con una incógnita

Una inecuación de primer grado con una incógnita se resuelve como si fuera una ecuación, y se determina el intervalo solución mediante tanteo.

(MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR, 2014, pág. 43)

2.5 Desigualdades de una variable

Según (APOLINAR, Alguebra, 2010) para resolver una desigualdad con una variable se aplican las siguientes afirmaciones

Nosotros ya sabemos que podemos ordenar los números de un conjunto, bien de mayor a menor, bien de menor a mayor.

Este orden está definido por la definición de las desigualdades siguientes.

Definición 1

DESIGUALDAD

Una desigualdad es una expresión de la forma:

$a > b$

que se lee «el número a es mayor que el número b », y esto es verdadero siempre que la diferencia a > b resulta ser un número positivo. Otra desigualdad es:

$a < b$

que se lee «el número a es menor que el número b », y es verdadera siempre que la diferencia a - b es un número negativo.

Indica CIERTO o FALSO para cada una de las desigualdades

. Ejemplo 1

- 2 > 1

Para que sea verdadero, se requiere que 2>1 sea positivo. Y 2>1 = 1, luego es VERDADERO.

- _ 2 < 5

Esto es VERDADERO, porque 2-5 es negativo.

- _ 10 > 20

Esto es FALSO, porque 10-20 = -10 es negativo.

- _ 10 < 20

Es VERDADERO, porque 10-20 = -10 es negativo (APOLINAR, Alguebra, 2010, pág. 221)

2.6 Inecuaciones de segundo grado con una incógnita

Para (ASTORGA, M.S.C ALCIDES, 1994) se presentas los siguientes casos para la resolución de inecuaciones de segundo grado con una incógnita

Sean a, b, c constantes reales tales que a 6= 0. Sea x una variable real. Llamaremos inecuación cuadrática a toda inecuación en la que uno de sus miembros se puede llevar a una expresión de la forma ax2 + bx + c y el otro miembro es cero.

Caso 1

Consideremos como caso 1, aquel en el cual la expresión $ax^2 + bx + c$ es factorizable (*4*< 0). Para resolver estas inecuaciones se debe factorizar la expresión $ax^2 + bx + c$, para posteriormente aplicar el procedimiento usado para resolver las inecuaciones de los ejemplos anteriores (por medio de una “tabla de signos")

Recuerde que si la expresión $ax^2 + bx + c$ es factorizable entonces se cumple que:

$ax2 + bx + c = a(x - x1)\ (x - x2)$ con $x1$ y $x2$ los ceros del polinomio $ax^2 + bx + c$

Caso2

Consideremos como caso 2, aquel en el cual la expresión ax^2 +bc+c no es factorizable (4 < 0). Para resolver estas inecuaciones usaremos el siguiente teorema:

Teorema 1

Sean a, b, c, constantes reales y x una variable real tales que a 6= 0 y b2 - 4ac < 0 (4 < 0), entonces se cumple que:

- Si $a > 0$ entonces $ax2 + bx + c > 0$; $\forall\ x \in \mathbb{R}$
- Si $a < 0$ entonces $ax2 + bx + c < 0$; $\forall\ x \in \mathbb{R}$ (ASTORGA, 1994, pág. 39)

2.7 Inecuaciones lineales con dos incógnitas

Según (MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR, 2014) para resolver inecuaciones lineales con dos incógnitas se aplican las siguientes afirmaciones

2.7.1 Desigualdades de dos variables

Ahora vamos a estudiar un caso más general.

Cuando graficamos la ecuación:

$x + y = 10$

obtenemos una recta en al plano.

Cada punto que está sobre la recta satisface la ecuación. Es decir, si sumamos las coordenadas del punto obtenemos 10.

Ningún otro punto del plano satisface esa condición.

Entonces, por tricotomía, bien $x + y > 10$, bien $x + y < 10$ para los demás puntos del plano.

Vamos a tomar el origen: (0,0) y vamos a sustituir los valores en cada una de las dos ecuaciones. Obviamente, satisface la desigualdad:

$x + y < 10$

Observa que si vamos cambiando una coordenada, digamos y dejando constante la otra (x), antes de que cambie el sentido de la desigualdad debe cumplirse la igualdad.

Esto nos obliga a concluir que la recta divide el plano cartesiano en dos regiones, cada una de las cuales satisface una desigualdad.

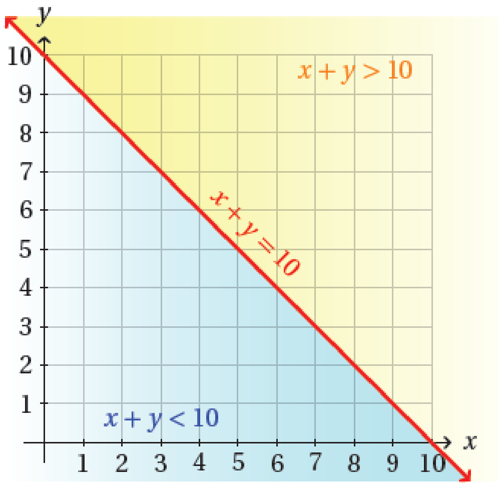


Figura 1: Desigualdades de dos variables

Fuente: www.google.com

Cualquier punto que elijamos que esté a la derecha de la recta x +y = 10 satisface la desigualdad x +y >10.

De manera semejante, cualquier punto de la región a la izquierda de la recta

x + y = 10 satisface la desigualdad x + y < 10.Geométricamente podemos pensar que la recta x + y = 10 es la frontera entre las regiones x + y < 10, y x + y > 10.

Representa la región del plano cartesiano cuyos puntos satisfacen la desigualdad:

2 x - y < 10

- Empezamos considerando la ecuación 2 x - y = 10.
- Su gráfica es una recta con pendiente 2 y que pasa por el punto B(0,10).
- Esta recta es la frontera entre las desigualdades 2 x □ y < 10, y 2 x □ y > 10.
- Al sustituir las coordenadas del origen en la desigualdad dada en el problema vemos que éste punto la satisface.
- Entonces, las regiones quedan:

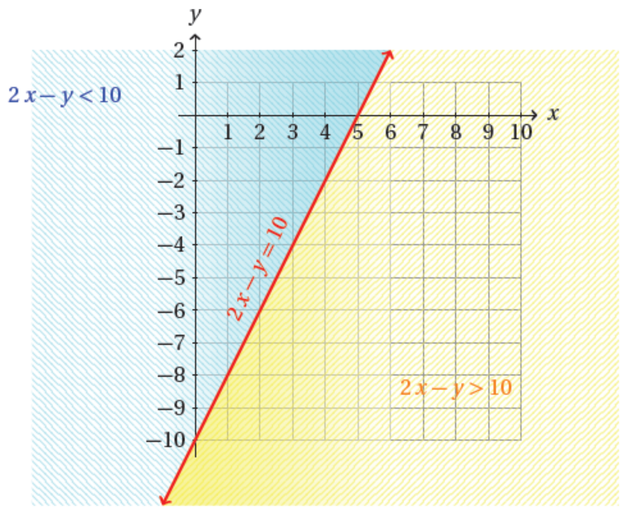


Figura 4: Desigualdad de dos variables

Fuente: www.google.com

- Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izq
- uierda de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y < 10, la desigualdad se cumple.
- Verifica esto para al menos cinco puntos de esa región.
- De manera semejante, si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y > 10, la desigualdad se cumple.
- Verifica esto para al menos diez puntos de esa región.

2.8 Inecuaciones lineales con valor absoluto

Para resolver inecuaciones con valor absoluto, se deben aplicar las propiedades de las desigualdades del valor absoluto.

- $|x| \geq a$ si y solo si $x \leq -a$ o $x \geq a$
- $|x| \leq a$ si y solo si $-a \leq x \leq a$ (MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR, 2014, pág. 58)

e. MATERIALES Y MÉTODOS

Los materiales utilizados en la investigación son los siguientes: cámara digital, grapadora, cinta, perforadora, tijeras, esferos, marcadores, papel, impresora, libros físicos, libros virtuales.

TIPO DE INVESTIGACIÓN: el trabajo está enmarcado en la investigación pre experimental, se analizó dos variables; la causa el Método Heurístico y la otra el efecto, el aprendizaje de problemas de inecuaciones en los estudiantes de Primero Año de Bachillerato General Unificado del Colegio Pio Jaramillo Alvarado.

En este tipo de diseño consiste en administrar tres talleres para lo cual se aplicó un pre test y un post test se los aplicó antes y después de cada taller.

Pre test: se lo aplico al inicio de cada taller pedagógico a 33 estudiantes del primer año de bachillerato para recoger información de conocimientos previos que los estudiantes tienen sobre el contenido de inecuaciones.

Post test: se lo utilizo al finalizar cada taller pedagógico para valorar el aprendizaje alcanzado en los estudiantes después de haber aplicado el Método Heurístico.

MÉTODOS

Para desarrollar la presente investigación se utilizó los siguientes métodos:

Método Científico: permitió observar la realidad del aprendizaje de problemas de inecuaciones, siendo un proceso ordenado y sistematizado constituyó en la guía para la consecución de los objetivos propuestos de una manera lógica, coherente y evaluación del mismo.

Método Deductivo: se utilizó para la obtención de resultados y conclusiones analizando las particularidades del problema, partiendo de hechos generales como son los conocimientos previos hasta llegar a la particularidad del aprendizaje de problemas de inecuaciones.

Método Analítico: se utilizó para establecer la efectividad de los métodos heurísticos para permitir el aprendizaje de problemas de inecuaciones, además se utilizó para fundamentar la efectividad de la alternativa para el aprendizaje de Matemáticas, a través de la Prueba de Wilcoxon, analizando una serie de postulados que expresan relaciones entre las variables estudiadas de forma deductiva.

Método Sintético: permitió seleccionar información sobre inecuaciones y los métodos heurísticos la misma que sirvió para el desarrollo de los talleres y en la formulación de conclusiones y recomendaciones.

Método pre- experimental: se lo aplico a un solo grupo de estudiantes en modalidad de pre test previo al tratamiento experimental y finalmente se lo aplico al mismo grupo en modalidad post test que permitió para valorar la efectividad del método heurístico mediante la prueba Signo Rango de wilcoxon.

TÉCNICA:

Encuesta: permitió establecer los diferentes métodos o estrategias didácticas que utilizan tanto el docente como los estudiantes.

Observación: permitió conocer el campo real de la institución educativa para la aplicación de la investigación.

Entrevista: permitió recopilar información de forma verbal de los diferentes problemas que se presentan en el aprendizaje de la Matemática.

Talleres: se los utilizó para reunir a los estudiantes en pequeños grupos o equipos de trabajo para hacer los aprendizajes más didácticos y prácticos según los objetivos y el contenido de inecuaciones ya que incluyen actividades individuales y grupales. Se desarrolló en el aula del primer año de Bachillerato General Unificado.

POBLACIÓN Y MUESTRA

El Colegio de Bachillerato Pio Jaramillo Alvarado cuenta con una población de 150 estudiantes pertenecientes al primer año de bachillerato general unificado y un docente encargado del área de Matemáticas. Para la aplicación del (s) método heurístico (s), se trabajó con una muestra de 33 estudiantes perteneciente al primer año de Bachillerato General Unificado paralelo “C”.

Tabla1: POBLACIÓN Y MUESTRA

	Población	Muestra
Docente	1	-
Estudiantes	150	33

Fuente: Colegio Pio Jaramillo Alvarado
Elaborado: Geovanny Yunga Salinas

f. RESULTADOS

Resultados de la encuesta aplicada a 33 estudiantes del primer año de Bachillerato General Unificado sección vespertina paralelo “c” y a la docente de matemáticas del mismo paralelo

ENCUESTA AL DOCENTE

1. ¿Qué factores internos dificultan el aprendizaje de matemáticas?

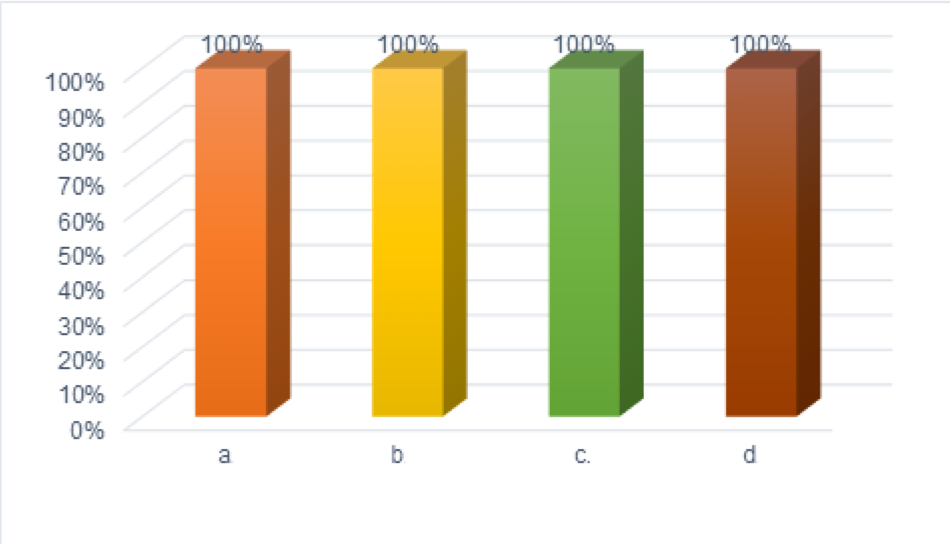
CUADRO 1

FACTORES QUE DIFICULTAN EL APRENDIZAJE

INDICADORES	f	%
a. Falta de resolución de ejercicios	1	100
b. Falta de motivación	1	100
c. Mínima atención en clase	1	100
d. No tienen interés por aprender	1	100

Fuente: Encuesta aplicada a Docente
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 1



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Diferentes factores como la de resolución de ejercicios, relación entre atención, memoria y motivación funcione de la mejor forma posible, son las que llevan a la superación académico de los estudiantes es por eso que es de mucha importancia la aplicación de estos en el proceso de aprendizaje.
(RAMOS, 2010, pág. 18)

Con la encuesta aplicada el docente manifiesta que los factores que dificultan el aprendizaje son la falta de resolución de ejercicios, la falta de motivación, la mínima atención en clase y el no tener interés por aprender.

Se considera que los factores internos que dificultan el aprendizaje intervienen de una manera negativa, por lo que a los estudiantes no les permiten mejorar su rendimiento académico, asimismo la falta de resolución de ejercicios, la poca motivación, la mínima atención en clases y el poco de interés, no permiten a los estudiantes adquirir aprendizajes significativos.

2. ¿Qué métodos emplea usted en la enseñanza de las matemáticas?

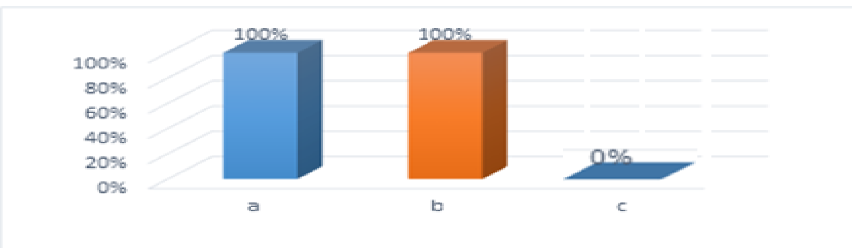
CUADRO 2

MÉTODOS DE ENSEÑANZA

Alternativas	f	%
a. Método Inductivo	1	100
b. Método Deductivo	1	100
c. Método Heurístico	--	--

Fuente: Encuesta aplicada a Docente
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 2



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Método de enseñanza es una manera concreta de enseñar, un camino y una herramienta concreta que utilizamos para transmitir los contenidos, procedimientos y principios al estudiantado y que se cumplan los objetivos de aprendizaje propuestos por el profesor. (JORGE, 2014, pág. 21)

Con la encuesta aplicada, el docente afirma que para la enseñanza de las matemáticas utiliza el método inductivo, el método deductivo y no utiliza el método heurístico. Con la aplicación de estos métodos, el alumno no sólo adquiere nuevos conocimientos, sino también hábitos para realizar experimentos, mediciones e investigaciones, y para aplicar los conocimientos a la solución de problemas

Los métodos heurísticos son pasos a seguir de manera sistemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje que ayudan a entender de manera fácil y didáctica las matemáticas y por ende la resolución de problemas inecuaciones por lo que el docente debería incluir este método en sus planes de clase para mejor el desenvolvimiento de las mismas y mejorar el rendimiento académicos en sus estudiantes.

3. **¿Emplea usted una secuencia lógica para la resolución de ejercicios matemáticos?**

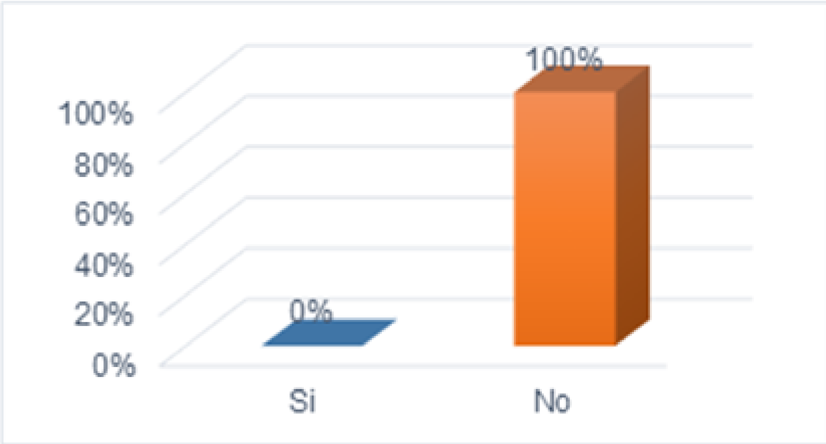
CUADRO 3

SECUENCIA LÓGICA PARA RESOLUCIÓN DE EJERCICICOS

Alternativas	**f**	**%**
Si	1	100
No	--	--
TOTAL	1	100

Fuente: Encuesta aplicada a Docente
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 3



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La resolución de problemas es una secuencia lógica que está relacionado para brindar a los estudiantes la oportunidad de explorar el uso de algunos procedimientos y la necesidad de corregir para mejorar su solución y comprensión del concepto matemático que se quiere resolver. (OJEDA & MIGUEZ, 2013, pág. 45)

Con la encuesta aplicada el docente indica que él utiliza una secuencia lógica para la resolución de ejercicios matemáticos, que los estudiantes siguen pero que no es una secuencia determinada por lo que se les complica el aprendizaje de los problemas de inecuaciones.

Las secuencias lógicas influyen de una manera positiva en el proceso de resolución de ejercicios matemáticos porque permiten al docente buscar diferentes secuencias que le permitan hacer entender mejor cualquier tipo de ejercicio matemático propuesto para su solución.

4. **¿En qué teoría de aprendizaje se basa para el desempeño docente?**

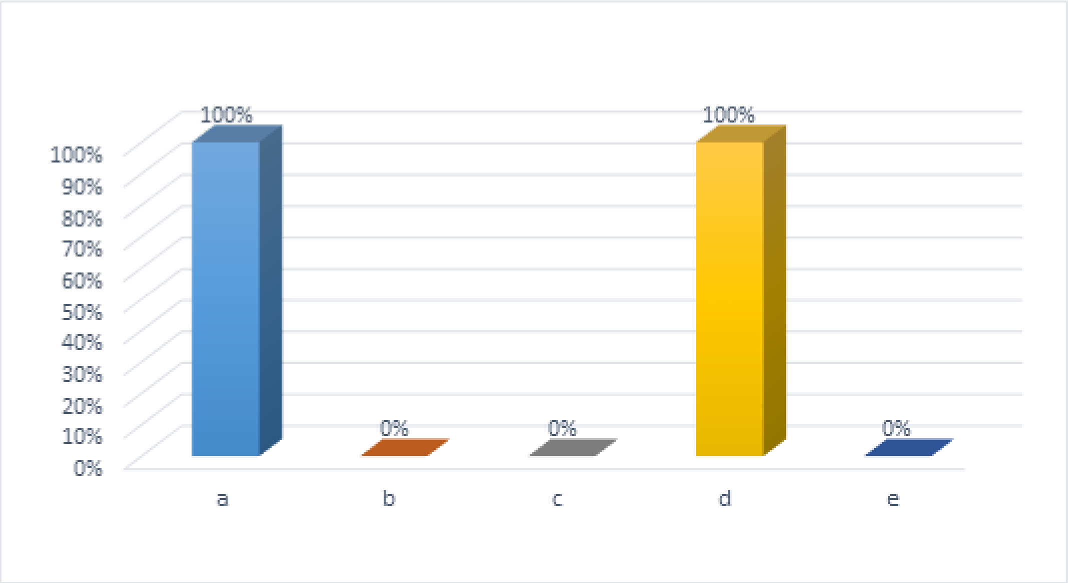
CUADRO 4

TEORÍAS DE APRENDIZAJE

INDICADORES	**f**	**%**
a. Teoría del aprendizaje por descubrimiento	1	100
b. Teoría del aprendizaje significativo	--	--
c. Teoría del aprendizaje tradicional	--	--
d. Teoría del aprendizaje constructivista	**1**	100
e. Teoría del aprendizaje conducta	--	--

Fuente: Encuesta aplicada a Docente
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 4



ANÁLISIS E INTRERPRETACIÓN

El aprendizaje por descubrimiento se produce cundo el docente le presenta todas las herramientas necesarias al alumno para que este descubra por sí mismo lo que se desea aprender. (CORTEZ, 2009, pág. 37)

Aprendizaje constructivista; surge cuando el alumno procesa la información y construye sus propios conocimientos. El constructivismo coincide con la base de todos los movimientos de renovación educativa de los últimos años, en tanto en cuanto se considera al alumno como centro de la enseñanza y como sujeto mentalmente activo en la adquisición del conocimiento, al tiempo que se toma como objetivo prioritario el potenciar sus capacidades de pensamiento y aprendizaje. (TRENAS, 2009, pág. 5)

Con la encuesta aplicada el docente manifestó que la teoría de aprendizaje en la que se basa es la teoría constructivista y el aprendizaje por descubrimiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Esta teoría del aprendizaje constructivista como la teoría por descubrimiento interviene de manera positiva en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes, aunque existen varias teorías de aprendizaje que podrían ayudar a mejorar dicho proceso, que puede utilizar el docente para generar mejores aprendizajes, por cuanto lo que le interesa es que los estudiantes construyan su propio conocimiento.

Los docentes pueden ayudarse aplicando la teoría del aprendizaje significativo la cual pone en práctica los conocimientos adquiridos anteriormente para relacionar con sus nuevos conocimientos y generando un conocimiento que le servirá en el futuro como profesional y así poniendo en juego sus potencialidades, el deseo y el interés por aprender.

5. ¿Emplea usted diferentes métodos para la resolución de ejercicios de matemáticas?

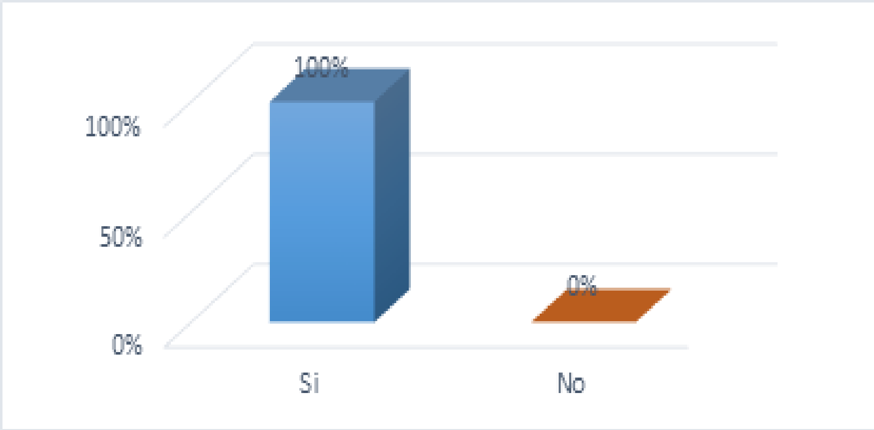
CUADRO 5

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS

Alternativas	**f**	**%**
Si	1	100
No	--	--
TOTAL	**1**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada a Docente
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 5



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Los métodos para la resolución de ejercicios son las estrategias para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos y obtener una solución. (RAMIREZ R. , 2011)

El docente encuestado menciona que si utiliza métodos para la resolución de ejercicios como son el método inductivo y deductivo en el área de matemáticas pero no son sistematizados por lo que los estudiantes tienen muchas dificultades a la hora de la resolución de problemas de inecuaciones

Los métodos para la resolución de ejercicios de matemáticas son de mucha importancia en el proceso de enseñanza aprendizaje ya que al docente le permite establecer una manera determina de enseñar que le permita de mejor manera la explicación y pueda dar las pautas para la solución de ejercicios matemáticos.

6. **¿Cuáles de los siguientes métodos heurísticos emplea para la solución de problemas matemáticos?**

CUADRO 6

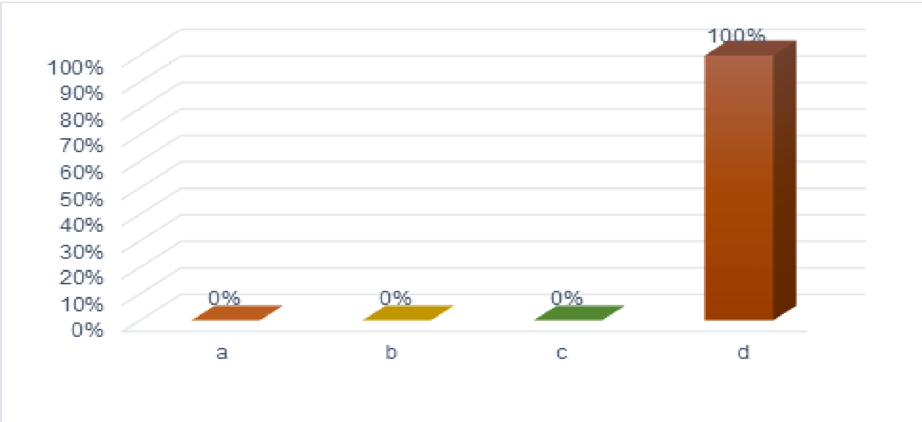
MÉTODOS HEURÍSTICOS PARA SOLUCION DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

INDICADORES	f	%
a. Método Heurístico de Pólya	--	--
b. Método Heurístico de Guzmán	--	--
c. Método Heurístico de Schoenfeld	--	--
d. Otros	1	100

Fuente: Encuesta aplicada a Docente

Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 6



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

El método inductivo se refiere al movimiento del pensamiento que va de los hechos particulares a afirmaciones de carácter general. El método deductivo es el método que permite pasar de afirmaciones de carácter general a hechos particulares. (RUIZ, 2007, pág. 7)

El docente encuestado afirma que no utiliza los métodos heurísticos para la enseñanza- aprendizaje de matemáticas sino que utiliza otros métodos como los métodos inductivos y deductivos los cuales no permiten un buen desempeño en el ámbito académico en el aprendizaje de los estudiantes.

Los métodos heurísticos son de mucha importancia para la resolución de problemas de matemática, ya que siguen pasos específicos que el docente debería implementar en la planificación curricular para mejorar la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes y así mejorar el rendimiento académico.

7. ¿Cuáles de los siguientes pasos emplea el para la resolución de ejercicios?

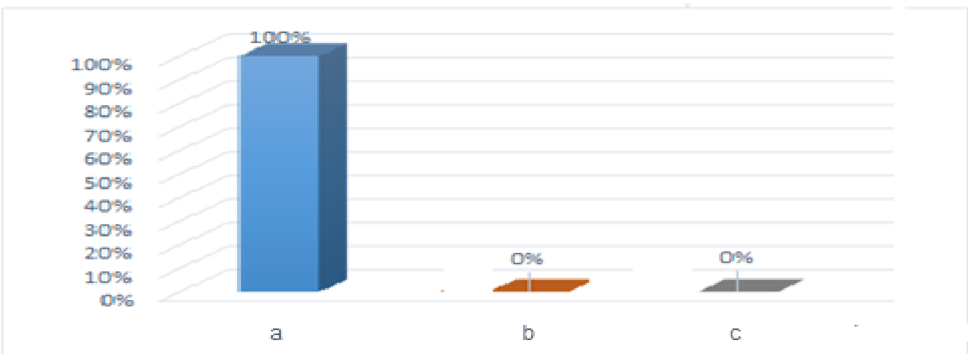
CUADRO 7

PASOS PARA RESOLVER EJERCICIOS

INDICADORES	f	%
a • Comprender el problema • Idear un plan de acción • Comprende llevar a cabo el plan ideado • Comprobar el resultado obtenido	1	100
b • Los recursos • Las heurísticas • El control • El sistema	--	--
c • Familiarízate con el problema. • Búsqueda de estrategias. • Lleva adelante tu estrategia. • Revisa el proceso y saca consecuencias de él.	--	--

Fuente: Encuesta aplicada a Docente
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 7



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Pasos para la resolución de ejercicios matemáticos es una habilidad que permite encontrar soluciones a los problemas que plantean la vida y las ciencias además ayuda a adquirir diversas competencias para la vida. (JOHONSON, 2012, pág. 10)

Mediante la encuesta aplicada al docente, éste manifiesta que sigue los pasos como es comprender problema, idear un plan de acción, comprender y llevar a cabo el plan ideado, comprobar el resultado, estos pasos ayudan al aprendizaje de los estudiantes.

Los pasos para la resolución de ejercicios son de mucha importancia en matemáticas ya que al docente le permite de una manera ordenada explicar cómo resolver un ejercicio paso a paso para la resolución de ejercicios y poder mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

ENCUESTA A ESTUDIANTES

La presente encuesta está dirigida a estudiantes de matemáticas del primer año de Bachilleratito General Unificado del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado sección vespertina con el objetivo de recolectar información para sobre el aprendizaje de problemas de inecuaciones

1. ¿Qué factores dificultan el aprendizaje de matemáticas?

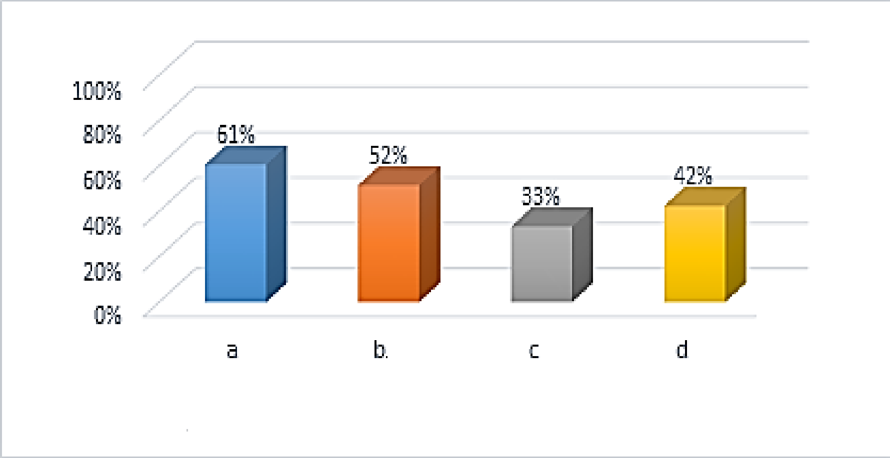
CUADRO 8

FACTORES QUE DIFICULTAN EL APRENDIZAJE

INDICADORES	SI		NO		TOTAL	
	f	%	f	%	f	%
a. Falta de resolución de ejercicios	20	61	13	39	33	100
b. Falta de motivación	17	52	16	48	33	100
c. Mínima atención en clase	11	33	22	67	33	100
d. No tienen interés por aprender	14	42	19	58	33	100

Fuente: Encuesta aplicada a Estudiantes
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 8



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

El estudio de la reacción afectiva hacia la Matemática influyen en el rendimiento intelectual de los estudiantes es por eso que se debe intentar lograr que la relación entre atención, memoria y motivación, funcionen de la mejor forma posible y contar con los recursos, estrategias necesarios que despierten el interés de los estudiantes y así poder obtener los resultados deseados para el aprendizaje. (RAMOS, 2010, pág. 25)

Según la encuesta aplicada a los estudiantes el 61% mencionan que el factor que afecta el aprendizaje es por falta de resolución de ejercicios, el 52% dice que es porque no tienen una buena motivación, el 42 % no tiene interés por aprender, y 33% mínima atención en clase, lo cual causa que los estudiantes no tengan un aprendizaje optimo y por ende un buen rendimiento académico.

La falta de resolución de ejercicios y la falta de una buena motivación, afecta negativamente en el aprendizaje de problemas de inecuaciones, debido a que no se estimula al estudiante y así pierde interés por aprender matemáticas, por lo que los docentes en su planificación deben utilizar nuevas técnicas y métodos que le permitan obtener aprendizajes significativos que ayudará a mejorar el aprendizaje de los estudiantes

2. **¿Qué métodos emplea el docente en la enseñanza de las matemáticas?**

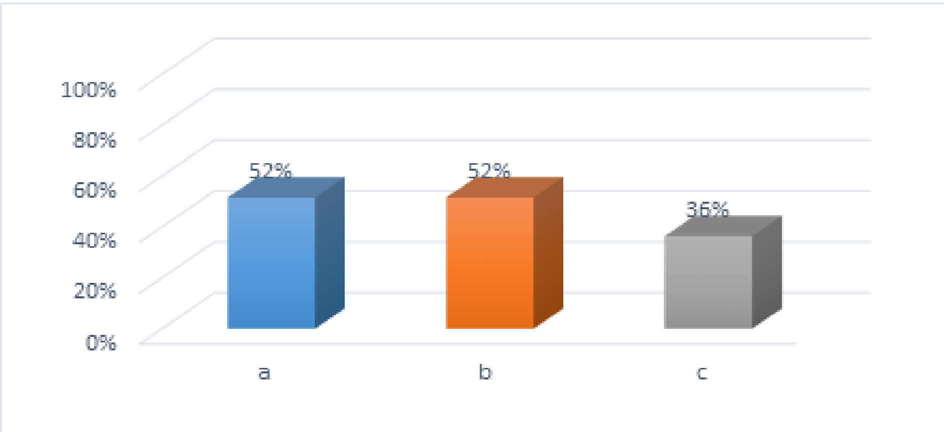
CUADRO 9

MÉTODOS DE ENSEÑANZA

INDICADORES	SI		NO		TOTAL	
	F	%	f	%	f	%
a. Método inductivo	17	52	16	48	33	100
b. Método deductivo	17	52	16	48	33	100
c. Método heurístico	12	36	21	64	33	100

Fuente: Encuesta aplicada a Estudiantes
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 9



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Método heurístico es la capacidad para realizar de forma inmediata innovaciónes positivas para sus fines. La capacidad heurística es un rango característico de los humanos, desde cuyo punto de vista puede describirse como el arte y la ciencia del descubrimiento y de la inveccion o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente. (VALENCIA, 2008, pág. 21)

De la encuesta aplicada a los estudiantes el 52% aseguran que su docente utiliza en método inductivo de la misma manera que el método deductivo y solo un 36% de los estudiantes afirman que utiliza un método heurístico para la enseñanza de las matemáticas

Los métodos de resolución de ejercicios son de mucha importancia porque influyen de una manera positiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas con lo que a los estudiantes les permite la comprensión asimilación de una manera fácil del tema que se está tratando especialmente en la solución de problemas de inecuaciones.

3. ¿Emplea el docente una secuencia lógica para la resolución de ejercicios matemáticos?

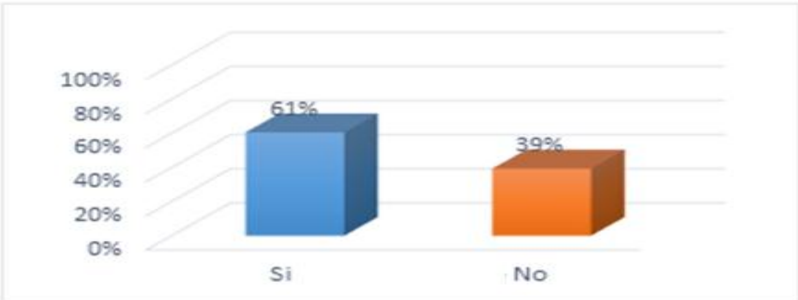
CUADRO 10

SECUENCIAS LÓGICAS

Alternativas	f	%
Si	20	61
No	13	39
TOTAL	33	100

Fuente: Encuesta aplicada a Estudiantes
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 10



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Las secuencias lógicas aumentan la comprensión en pasos lineales a los estudiantes, pueden no entender el material pero logran hacer algo lógicamente, son capaces de resolver problemas rápidamente luego de captar el panorama general. (DI BERNARDO, 2005, pág. 2)

El 61% de los estudiantes encuestados consideran que su docente si emplea secuencias lógicas y un 39% de los estudiantes manifiestan que su docente no utiliza secuencias lógicas para la resolución de ejercicios de matemáticas

Las secuencias lógicas en matemáticas son de mucha importancia ya que influyen de manera directa en el aprendizaje de los estudiantes porque con ellas siguen paso a paso como se puede resolver un ejercicio matemático lo cual lleva a mejorar su rendimiento académico y vera mejores resultados en la enseñanza-aprendizaje.

4. ¿En qué teoría de aprendizaje se basa el docente para el desempeño docente?

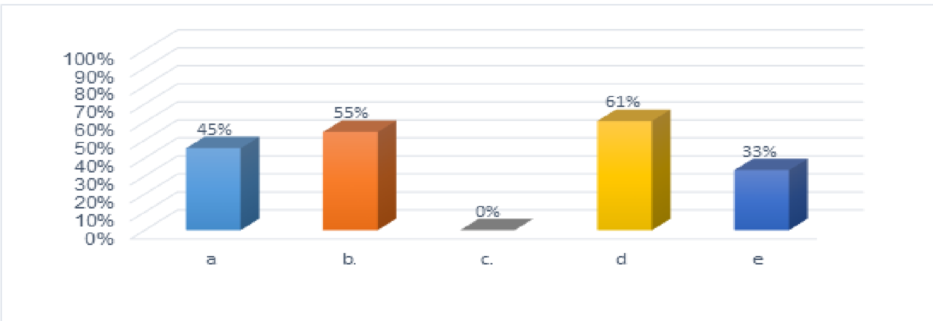
CUADRO 11

TEORÍAS DE APRENDIZAJE

INDICADORES	SI		NO		TOTAL	
	f	%	f	%	f	%
a. Teoría del aprendizaje por descubrimiento	15	45	18	55	33	100
b. Teoría del aprendizaje significativo	18	55	15	45	33	100
c. Teoría del aprendizaje tradicional	-	-	-	-	33	100
d. Teoría del aprendizaje constructivista	20	61	13	39	33	100
e. Teoría del aprendizaje conducta	11	33	22	67	33	100

Fuente: Encuesta aplicada a Estudiantes
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 11



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Las concepciones sobre el aprendizaje han estado marcadas a lo largo de todo este tiempo y de forma especial por las teorías del aprendizaje, que aportan los elementos esenciales de cómo debe transcurrir el proceso de aprendizaje para que los estudiantes puedan generar nuevos conocimientos y por ende podrán mejorar el rendimiento académico. (JULIA ANTONIA & MAURI CRESPO, 2001, pag. 27)

El 61% de los estudiantes encuestados consideran que su docente utiliza el aprendizaje constructivista para mejorar el rendimiento academico, un 55% asegura que uliza el aprendizaje significativo, 45% el aprendizaje por descubrimiento y un 33% dice que utiliza el aprendizaje conductivista y ningunestudiente afirma que utliza el aprendizaje tradicional.

Las teorias de aprendizaje son muy importantes para que los estudiantes logren aprender ya que son de gran importancia para ayudar a mejorar el rendimiento escolar y por ende , así obtener resultados satisfactorios en el aprendizaje.

5. **¿El docente emplea diferentes métodos para la resolución de ejercicios de matemáticas?**

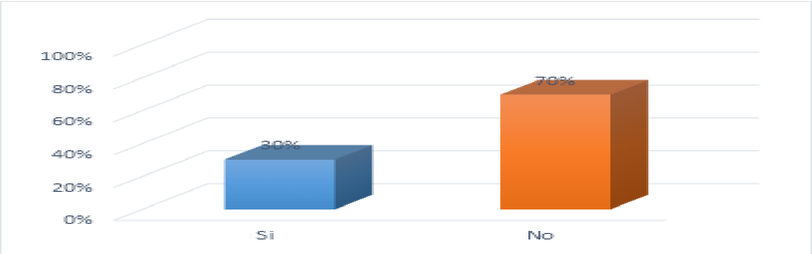
CUADRO 12

MÉTODOS PARA LA RESOLUCIÓN DE EJERCIOS

ALTERNATIVAS	f	%
Si	10	31
No	23	69
TOTAL	**33**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada a Estudiantes
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 12



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Los métodos brindan un criterio o marco general de actuación que puede analizarse con independencia de contextos y actores concretos. Pero un método no es una "camisa de fuerza" a cumplir ni el docente es sólo un pasivo seguidor de un método Por el contrario, lo analiza y reconstruye, combinando métodos, elaborando estrategias específicas para situaciones, contextos y sujetos determinados, seleccionando e integrando los medios adecuados para que los estudiantes logren un buen rendimiento y alcanzar los objetivos planteados. (DAVINI, 2008, pág. 23)

Con el encuesta aplicada manifiestan un 69% de los estudiantes que su docente no aplica diferentes métodos para resolución de ejercicios de matemáticas y solo el 31% de ellos afirmaron que si utiliza diferentes métodos para resolución de ejercicios de matemáticas.

Los métodos de enseñanza para las matemáticas son muy importantes por lo que ayudan al estudiante a seguir un proceso de aprendizaje paso a paso para poder desarrollar los ejercicios de matemáticas como los problemas de inecuaciones y poder desarrollar habilidades, destrezas, para mejorar su rendimiento y poder cumplir los objetivos que el docente se ha planteado.

6. ¿Cuáles de los siguientes métodos heurísticos cree que emplea el docente para la solución de problemas matemáticos?

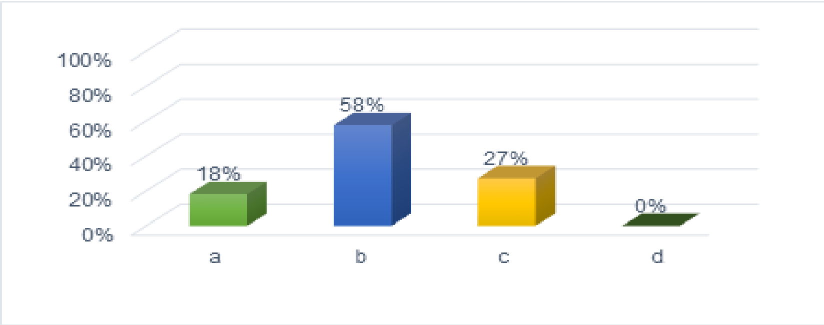
CUADRO 13

MÉTODOS HEURÍSTICOS

INDICADORES	SI		NO		TOTAL	
	f	%	f	%	f	%
a. Método heurístico de Pólya	6	18	27	82	33	100
b. Método heurístico de Guzmán	19	58	14	42	33	100
c. Método heurístico de Schoenfeld	9	27	24	73	33	100
d. Otros	-	-	-	-	33	100

Fuente: Encuesta aplicada a Estudiantes
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 13



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Un método heurístico es cualquier principio o dispositivo que contribuya hallar una solución a un problema de manera más eficiente. Este algoritmo se basa en guías, justificadas o no, que ayudan a algoritmos conocidos a producir mejores resultados o a ser más eficientes, también pueden constituir algoritmos por sí mismo propios para la resolución de problemas. (ANTÓN, 2005, pág. 14)

El 58% de los encuestados afirman que el método heurístico que emplea el docente es el método heurístico de guzmán, el 27% que el método heurístico utilizado es el de schoenfeld, el 18% que el método heurístico utilizado por el docente es el de pólya para la resolución de problemas de matemáticas.

El Método heurístico es de mucha importancia debido a que es un método específico que influye en los estudiantes para que puedan resolver cualquier ejercicio de matemáticas como los problemas de inecuaciones con lo cual mejoraran satisfactoriamente su rendimiento en el ámbito de las matemáticas.

7. ¿Cuáles de los siguientes pasos emplea el docente para la resolución de ejercicios?

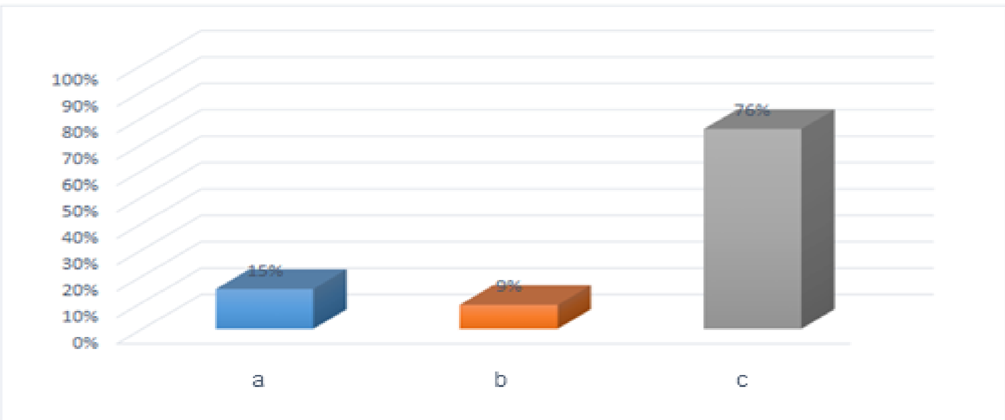
CUADRO 14

PASOS PARA LA RESOLUCIÓN DE EJRCICIOS

INDICADORES	f	%
a – • Comprender el problema • Idear un plan de acción • Comprende llevar a cabo el plan ideado • Comprobar el resultado obtenido	5	15
b – • Los recursos • Las heurísticas • El control • El sistema	3	9
c – • Familiarízate con el problema. • Búsqueda de estrategia • Lleva adelante tu estrategia • Revisa el proceso y saca consecuencias de él.	25	76
TOTAL	33	100

Fuente: Encuesta aplicada a Estudiantes
Responsable: Geovanny Yunga Salinas

GRÁFICO 14



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La resolución de problemas se utilizaría para referirse al proceso mediante el cual la situación incierta es clarificada e implica, en mayor o menor medida, la aplicación de conocimientos y procedimientos por parte del docente que como guía ayuda a los estudiantes planteando diversos pasos a seguir para la resolución de problemas de matemáticas. (RAFAEL JOSÉ, 2005, pág. 5)

El 76% de los estudiantes encuestados afirman que el docente utiliza como pasos para la resolución de ejercicios la búsqueda de estrategias, lleva adelante la estrategia y saca consecuencias de él, 15% que los pasos son comprender el problema, idear un plan de acción, llevar a cabo el plan ideado y comprobar el resultado obtenido, y un 9% afirma que utiliza los recursos, la heurística, el control, el sistema y familiarizarse con el problema en la solución de ejercicios de matemáticas

Los pasos a seguir para la resolución de ejercicios de matemáticas ayudan a los estudiantes que guiados por el docente y siguiendo paso a paso cada uno de ellos, resuelvan ejercicios matemáticos y mejorar su rendimiento académico.

RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO HEURÍSTICO APLICACIÓN DEL MÉTODO HERÍSTICO MEDIANTE EL TALLER PEDAGÓGICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES

Taller 1

El método heurístico de Pólya para permitir el aprendizaje de la resolución de ejercicios de inecuaciones de primer grado con una incógnita

DATOS INFORMATIVOS

- Institución: COLEGIO DE BACHILLERATO PIO JARAMILLO ALVARADO
- Paralelo: “C”
- Fecha:
- Horario: 08H25-09H45
- Número de estudiantes: 33
- Investigador: Geovanny Yunga
- Docente Asesor: Mg. Mirian Vire

1. APLICACIÓN DEL PRE TEST

TEST SOBRE EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES	**f**	**%**
1. ENCIERRE EN UN CÍRCULO LA DEFINICIÓN CORRECTA		
a. El intervalo abierto de extremo a y b se lo denota por $]a,b[$		**3,33**
b. El conjunto cuyos elementos son los números reales x tales que x > a; lo denotaremos por $[a,b]$		
c. El intervalo cerrado de extremos a y b se lo denota por $]a,+\infty[$		
d. Se llama intervalo semi-abierto de extremos a y b, “abierto" en a y “cerrado" en b se denota por $]a,b]$	**15**	**3,33**
e. El conjunto cuyos elementos son los números reales x tales que x < a, lo denotaremos por $]-\infty,a[$		**3,33**
f. Se llama intervalo semi-abierto de extremos a y b, “cerrado" en a y “abierto" en b se denota por $]a,b]$		

2. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES a. Si le sumamos el mismo número a ambos miembros de una desigualdad sin importar el signo, la dirección de la desigualdad se altera. ( ) b. Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un número positivo la dirección de la desigualdad NO se altera. ( ) c. Si le sumamos el mismo número a ambos miembros de una desigualdad sin importar el signo, la dirección de la desigualdad NO se altera. ( ) d. Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un número positivo la dirección de la desigualdad se altera. ( )	**18**	**5** **5**
3. MARQUE CON UNA (X) LA RESPUESTA CORRECTA a. Una desigualdad es una expresión de la forma: a > b ( ) b. Una desigualdad es una expresión de la forma: b > a ( ) c. Una desigualdad es una expresión de la forma: a=b ( ) d. Una desigualdad es una expresión de la forma 5>6 ( )	**16**	**3,33** **3,33** **3,33**
4. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES a. 2 > 1 ( ) b. _ 2 < 5 ( ) c. _ 10 > 20 ( ) d. _ 10 < 20 ( )	**16**	**3,33** **3,33** **3,33**
5. MARQUE CON UNA X LOS PASOS PARA RESOLVER UNA INECUACIÓN LINEAL CON UNA INCOGNITA a. Se toma la inecuación como una ecuación ( ) b. Se resuelve el sistema de ecuaciones ( )		**1,4** **1,4**

c. La solución divide la recta real en dos intervalos. ( )	20	**1,4**
d. Se toma un punto cualquiera de cada intervalo. ( )		**1,4**
e. Se grafica la recta ( )		**1,4**
f. Se comprueba si estos puntos son soluciones de la inecuación. ( )		**1,4**
g. Si un punto verifica la desigualdad, entonces todo el intervalo es solución. ( )		**1,4**
6. SUBRAYE LA RESPUESTA CORRECTA. SON INECUACIÓN CUADRÁTICA		**2,5**
a. $2x^2 + 2x + 1 < 0$		**2,5**
b. $2x^2 + 8 > 0$	**15**	**2,5**
c. $x^2 + 5x + 6 < 0$		
d. $5x + 6 < 0$		
e. 5x >4		**2,5**
f. $2x^2 + 2x < -1$		
7. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES		**5**
a. Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y < 10, la desigualdad se cumple. ( )		
b. Si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y > 10, la desigualdad se cumple. ( )	**19**	
c. Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y > 10, la desigualdad se cumple. ( )		
d. De manera semejante, si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y < 10, la desigualdad se cumple. ( )		**5**

8. ORDENAR LOS PASOS PARA LA SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE INECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS		
a. La intersección de las regiones es la región solución del sistema de desigualdades ( )	**17**	**2,5** **2,5**
b. Colorar la región solución de cada desigualdad ( )		**2,5**
c. Graficar las rectas ( )		
d. Resolver cada una de las desigualdades que forman al sistema en el mismo sistema de ejes coordenados ( )		**2,5**
9. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES DE LAS PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO DE UNA DESIGUALDAD		
a. $\|x\| \leq a$ si y solo si $-a \leq x \leq a$ ( )	**15**	
b. $\|x\| \leq a$ si y solo si $x \leq -a$ o $x \geq a$ ( )		**5**
c. $\|x\| \geq a$ si y solo si $x \leq -a$ o $x \geq a$ ( )		
d. $\|x\| \geq a$ si y solo si $-a \leq x \leq a$ ( )		**5**
10. ENCIERRE EN UN CÍRCULO LOS PASOS PARA LA SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO		**1,4**
a. Se toma la inecuación como una ecuación ( )		**1,4**
b. Se aplica la propiedad del valor absoluto ( )		**1,4**
c. Se resuelve cada desigualdad por separado ( )	**12**	**1,4**
d. Colorar la región solución de cada desigualdad ( )		**1,4**
e. Graficar las rectas ( )		**1,4**
f. Graficar el intervalo ( )		**1,4**
g. Solución ( )		

TABLA DE CALIFICACIONES DEL PRE TEST

	PREGUNTAS DE PRE TEST										
ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	NOTA FINAL
1	X	X	X	X		X		X		X	7
2			X		X			X			3
3		X		X		X		X		X	5
4			X		X		X		X		5
5	X	X		X			X	X		X	6
6	X		X		X	X	X	X	X		7
7	X		X	X	X		X				5
8	X	X						X	X	X	5
9			X		X		X		X		4
10	X	X			X				X		4
11		X	X		X		X	X	X		6
12		X	X	X		X		X		X	5
13				X			X			X	3
14					X			X			2
15	X			X	X	X	X				5
16		X	X		X		X	X	X		6
17		X	X			X		X		X	5
18	X			X							2
19			X		X	X	X				4
20			X				X		X	X	4
21	X	X		X		X		X			5
22					X		X		X		3
23	X	X		X		X					4
24	X		X		X	X	X		X		6
25	X	X		X		X		X		X	6
26		X	X		X		X	X	X		6
27	X	X		X		X		X	X	X	7
28				X	X	X	X			X	5
29	X	X		X	X		X		X		6
30					X	X	X	X	X		5
31	X	X	X	X	X			X			6
32		X	X		X		X			X	5
33	X	X		X	X	X	X		X		7

2. DESARROLLO DEL TALLER

El método heurístico de Pólya para permitir el aprendizaje de la resolución de ejercicios de inecuaciones de primer grado con una incógnita

PROBLEMA 1: Determina el intervalo solución de las siguientes inecuaciones de primer grado, con una incógnita**:**

$2x \leq 4$

Entender el problema

¿Cuáles son los datos?

- Expresión algebraica

¿Cuáles son las incógnitas?

- Determinar el intervalo

En este caso, la inecuación tiene la característica de menor igual.

Configurar un plan

¿Qué estrategia utilizamos para resolver el problema?

- Aplicación de día positivas para reforzar los conocimientos
- Identificando si es una inecuación
- Identificando las características de la inecuación
- Utilizando la propiedades de las inecuaciones para dar solución.
- Gráfica de solución

Ejecutar el plan

Desarrollamos la estrategia planteada

Mediante la presentación de día positivas reforzamos los conocimientos del tema tratado

INECUACIONES Y DESIGUALDADES

Desigualdades

Definición

Una desigualdad es una comparación entre "a" y "b" tal que:

a > b Se lee "a" mayor que "b", cuando la diferencia

a - b es positiva

a < b Se lee "a" menor que "b", cuando la diferencia

a - b es negativa.

La simbología utilizada es:

< Menor que

> Mayor que

≤ Menor o igual que

≥ Mayor o igual que

Propiedades

- Una desigualdad mantiene su sentido cuando se suma o se resta un mismo número a cada miembro de la desigualdad.

  Ejemplos

a. Si sumamos m a ambos miembros de la desigualdad,

$$a \leq b$$

resulta

$$a + \mathbf{m} \leq b + \mathbf{m}$$

b. 5 < 8 (Sumando 2 a cada lado de la desigualdad)

$$5 + 2 < 8 + 2$$

$$7 < 10$$

- Una desigualdad mantiene su sentido cuando se multiplican sus dos miembros por un mismo factor positivo, o se dividen por un mismo divisor, también positivo.

a. $\frac{3}{7} < \frac{6}{5}$ (Multiplicando por 2 cada lado de la desigualdad)

$$\frac{3}{7}x2 < \frac{6}{5}x2$$

$$\frac{6}{7} < \frac{12}{5}$$

b. $160 > 24$ (Dividiendo por 8 cada lado de la desigualdad)

$$\frac{160}{8} > \frac{24}{8}$$

$$20 > 3$$

- Una desigualdad cambia de sentido cuando se multiplican sus dos miembros por un mismo factor negativo, o se dividen por un mismo divisor, también negativo.

Ejemplos

a. $\frac{3}{7} < \frac{6}{5}$ (Multiplicando por -2 cada lado de la desigualdad)

$$\frac{3}{7}x - 2 > \frac{6}{5}x - 2$$

$$\frac{-6}{7} > \frac{-12}{5}$$

b. $160 > 24$ (Dividiendo por -8 cada lado de la desigualdad)

$$\frac{160}{-8} < \frac{24}{-8}$$

$$-20 < -3$$

Intervalos

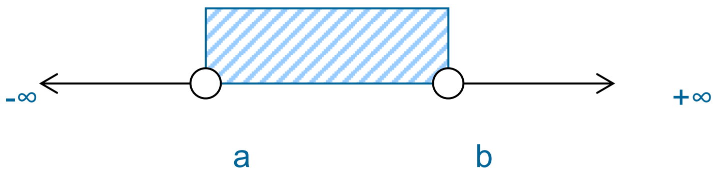
Los intervalos son subconjuntos de los números reales que se pueden representar gráficamente en la recta numérica.

Intervalo abierto

] a,b [= { x Є IR / a < x < b }

Incluye a todos los reales comprendidos entre **a** y **b**, sin incluir a “**a**”, ni “**b**”.

Gráficamente



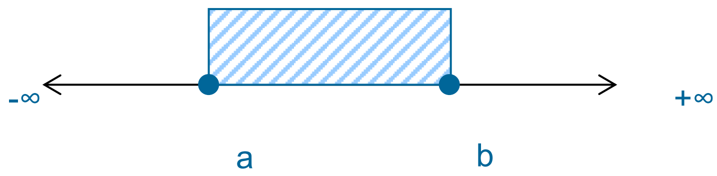
Observación:] a,b [= (a,b)

Intervalo cerrado

[a,b] = { x Є IR / a ≤ x ≤ b }

Incluye a todos los reales comprendidos entre **a** y **b**, incluyendo a “**a**” y “**b**”.

Gráficamente



Intervalo semi-abierto o semi-cerrado

I. [a,b [= { x Є IR / a ≤ x < b }

Incluye a todos los reales comprendidos entre **a** y **b**, incluyendo a "**a**" pero no a "**b**".

Gráficamente

II.] a,b] = { x Є IR / a < x ≤ b }

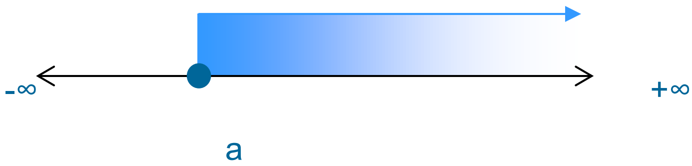
Incluye a todos los reales comprendidos entre **a** y **b**, **no** incluyendo a "**a**", pero sí a "**b**".

Gráficamente

Intervalos indeterminados

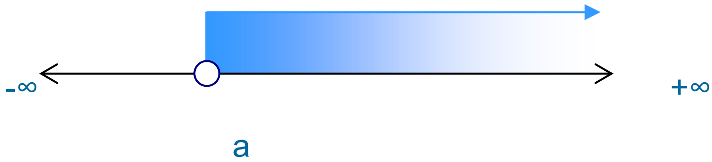
I. [a,+∞ [= { x Є IR / x ≥ a }

Incluye a todos los reales mayores o iguales que **"a"**



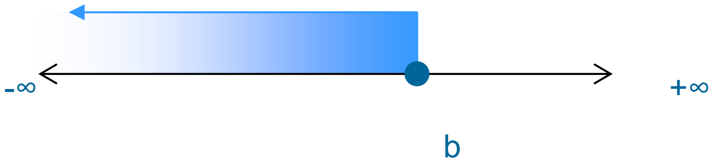
II.] a,+∞ [= { x Є IR / x > a }

Incluye a todos los reales mayores que **"a"**



III.]-∞, b] = { x Є IR / x ≤ b }

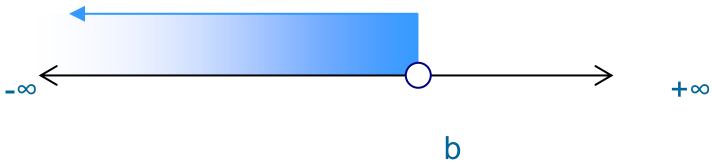
Incluye a todos los reales menores o iguales que **"b"**



IV.]-∞, b [= { x Є IR / x < b }

$\frac{6x-2}{5} \geq \frac{x}{2} - 1$

Incluye a todos los reales menores que **"b"**



INECUACIÓN LINEAL

Corresponde a una desigualdad condicionada, es decir, se busca el conjunto de valores que al reemplazarlos en la variable, cumpla con la desigualdad

Ejemplos

La expresión $\frac{6x-2}{5} \geq \frac{x}{2} - 10$ (Multiplicando por 10)

$$10.\frac{6x-2}{5} \geq 10.\frac{x}{2} - 10 \text{ (Simplificando)}$$

$$2(6x-2) \geq 5x - 10$$

$$12x - 4 \geq 5x - 10$$

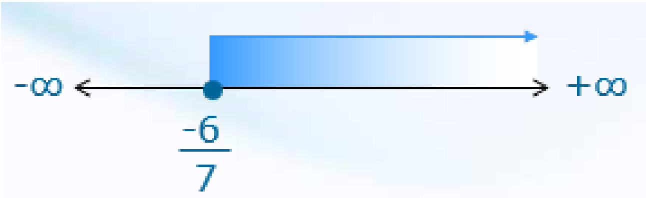
$12x - 5x \geq -10 + 4$ (Desarrollando)

$7x \geq -6$

$x \geq \frac{-6}{7}$

Se cumple para todo x mayor o igual que $\frac{-6}{7}$ o bien, x Є $\left[\frac{-6}{7}, +\infty\right[$

.gráficamente



Determina el intervalo solución de las siguientes inecuaciones de primer grado, con una incógnita**:**

$2x \leq 4$

$2x \leq 4$

$x \leq \frac{4}{2}$

Solución

$x \leq 2$ $-\infty$ ← • 2

$\left]-\infty, 2\right]$ Solución $\left]-\infty, 2\right]$

Mirar hacia atrás

¿La solución es correcta?, ¿la respuesta satisface lo establecido en el problema?

- Como una inecuación está dada en forma de intervalo se constata que si es una desigualdad
- La solución está dada en forma de intervalo
- La solución está dada dentro del intervalo establecido

Números $\leq$ 2

$2x \leq 4$

$2(2) \leq 4$

$4 \leq 4$ Solución

$2(0) \leq 4$

$0 \leq 4$ Solución

$2(3) \leq 4$

$6 \leq 4$ **No es solución**

- Solución todos los números que van desde el $-\infty$ hasta el 2 positivo incluido el 2 por ser $\leq$

PROBLEMA 2: Determina el intervalo solución de las siguientes inecuaciones de primer grado, con una incógnita**:**

$4 - 2x < 15$

Entender el problema

¿Cuáles son los datos?

- Expresión algebraica

¿Cuáles son las incógnitas?

- Determinar el intervalo

En este caso, la inecuación tiene la característica de menor igual.

Configurar un plan

¿Qué estrategia utilizamos para resolver el problema?

- Identificando si es una inecuación
- Identificando las características de la inecuación
- Utilizando la propiedades de las inecuaciones para dar solución.
- Gráfica de solución

Ejecutar el plan

Desarrollamos la estrategia planteada

$4 - 2x < 15$

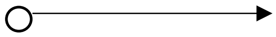
$-2x < 15 - 4$

$-2x < 11$

Solución

$2x > -11$

$-\frac{11}{2}$ $\qquad$ $+\infty$



$x > -\frac{11}{2}$

$\left] -\frac{11}{2}, +\infty \right[$ Solución

Mirar hacia atrás

¿La solución es correcta?, ¿la respuesta satisface lo establecido en el problema?

- Como una inecuación está dada en forma de intervalo se constata que si es una desigualdad
- La solución está dada en forma de intervalo
- La solución está dada dentro del intervalo establecido

Números > $-\frac{11}{2}$

$4 - 2(-5) < 15$

$4 + 10 < 15$

$14 < 15$ Solución

$4 - 2(5) < 15$

$4 - 10 < 15$

$-6 < 15$ Solución

$4 - 2(-6) < 15$

$4 + 12 < 15$

$16 < 15$ **No es solución**

- Solución todos los números que van desde el $-\frac{11}{2}$ hasta el $+\infty$ positivo no incluido el $-\frac{11}{2}$ por ser < de acuerdo a las propiedades de los intervalos

3. APLICACIÓN DEL POST TEST

TEST SOBRE EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES	f	%
1. ENCIERRE EN UN CÍRCULO LA DEFINICIÓN CORRECTA a. El intervalo abierto de extremo a y b se lo denota por $]a,b[$ b. El conjunto cuyos elementos son los números reales x tales que x > a; lo $[a,b]$ denotaremos por c. El intervalo cerrado de extremos a y b se lo denota por $]a,+\infty[$ d. Se llama intervalo semi-abierto de extremos a y b, "abierto" en a y "cerrado" en b se denota por $]a,b]$ e. El conjunto cuyos elementos son los números reales x tales que x < a, lo denotaremos por $]-\infty,a[$ f. Se llama intervalo semi-abierto de extremos a y b, "cerrado" en a y "abierto" en b se denota por $]a,b]$	**28**	**3,33** **3,33** **3,33**
2. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES a. Si le sumamos el mismo número a ambos miembros de una desigualdad sin importar el signo, la dirección de la desigualdad se altera. ( ) b. Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un número positivo la dirección de la desigualdad NO se altera. ( ) c. Si le sumamos el mismo número a ambos miembros de una desigualdad sin importar el signo, la dirección de la desigualdad NO se altera. ( ) d. Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un número positivo la dirección de la desigualdad se altera. ( )	**26**	**5** **5**

3. MARQUE CON UNA (X) LA RESPUESTA CORRECTA a. Una desigualdad es una expresión de la forma: a > b ( ) b. Una desigualdad es una expresión de la forma: b > a ( ) c. Una desigualdad es una expresión de la forma: a=b ( ) d. Una desigualdad es una expresión de la forma 5>6 ( )	**24**	**10**
4. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES a. 2 > 1 ( ) b. _ 2 < 5 ( ) c. _ 10 > 20 ( ) d. _ 10 < 20 ( )	**16**	**3,33** **3,33** **3,33**
5. MARQUE CON UNA X LOS PASOS PARA RESOLVER UNA INECUACIÓN LINEAL CON UNA INCÓGNITA a. Se toma la inecuación como una ecuación ( ) b. Se resuelve el sistema de ecuaciones ( ) c. La solución divide la recta real en dos intervalos. ( ) d. Se toma un punto cualquiera de cada intervalo. ( ) e. Se grafica la recta ( ) f. Se comprueba si estos puntos son soluciones de la inecuación. ( ) g. Si un punto verifica la desigualdad, entonces todo el intervalo es solución. ( )	**20**	**1,4** **1,4** **1,4** **1,4** **1,4** **1,4** **1,4**
6. SUBRAYE LA RESPUESTA CORRECTA. SON INECUACIÓN CUADRÁTICA a. $2x^2 + 2x + 1 < 0$ b. $2x^2 + 8 > 0$ c. $x^2 + 5x + 6 < 0$ d. $5x + 6 < 0$ e. 5x >4 f. $2x^2 + 2x < -1$	**26**	**2,5** **2,5** **2,5** **2,5**

7. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES a. Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y < 10, la desigualdad se cumple. ( ) b. Si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y > 10, la desigualdad se cumple. ( ) c. Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y > 10, la desigualdad se cumple. ( ) d. De manera semejante, si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y < 10, la desigualdad se cumple. ( )	**27**	**5** **5**
8. ORDENAR LOS PASOS PARA LA SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE INECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS a. La intersección de las regiones es la región solución del sistema de desigualdades ( ) b. Colorar la región solución de cada desigualdad ( ) c. Graficar las rectas ( ) d. Resolver cada una de las desigualdades que forman al sistema en el mismo sistema de ejes coordenados ( )	**25**	**2,5** **2,5** **2,5** **2,5**
9. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES DE LAS PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO DE UNA DESIGUALDAD a. $\|x\| \le a$ si y solo si $-a \le x \le a$ ( ) b. $\|x\| \le a$ si y solo si $x \le -a$ o $x \ge a$ ( ) c. $\|x\| \ge a$ si y solo si $x \le -a$ o $x \ge a$ ( ) d. $\|x\| \ge a$ si y solo si $-a \le x \le a$ ( )	**26**	**10**

10. ENCIERRE EN UN CÍRCULO LOS PASOS PARA LA SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO a. Se toma la inecuación como una ecuación ( ) b. Se aplica la propiedad del valor absoluto ( ) c. Se resuelve cada desigualdad por separado ( ) d. Colorar la región solución de cada desigualdad ( ) e. Graficar las rectas ( ) f. Graficar el intervalo ( ) g. Solución	**27**	**1,4** **1,4** **1,4** **1,4** **1,4** **1,4** **1,4**

TABLA DE CALIFICACIONES DEL POS TEST

	PREGUNTAS DE POS TEST										
ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	NOTA FINAL
1	X	X	X	X	X			X		X	7
2	X		X		X	X	X	X	X		7
3		X	X	X		X		X	X	X	7
4	X		X		X	X	X			X	6
5	X	X		X			X		X	X	6
6	X		X	X	X	X	X	X	X	X	9
7	X		X	X	X	X	X		X	X	8
8	X	X	X			X	X	X	X	X	8
9	X	X	X		X	X	X	X	X		8
10	X	X	X		X	X		X	X		7
11		X	X		X		X	X	X	X	7
12	X	X	X	X		X	X	X		X	8
13	X	X		X		X	X		X	X	7
14	X		X		X	X		X	X		6
15	X			X	X	X	X	X		X	7
16	X	X	X	X	X		X	X	X	X	9
17		X	X	X		X	X	X	X	X	8
18	X	X	X	X	X	X	X				7
19	X	X	X	X	X	X	X		X		8
20	X	X	X		X		X		X	X	7
21	X	X		X	X	X		X	X	X	8
22	X	X		X	X	X	X	X	X	X	9
23	X	X		X		X	X	X	X	X	8
24	X	X	X	X	X	X	X		X	X	9

25	X	X	X	X		X	X	X		X	8
26	X	X	X		X	X	X	X	X	X	9
27	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
28	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	10
29	X	X		X	X	X	X	X	X	X	9
30			X	X	X	X	X	X	X	X	8
31	X	X	X	X	X		X	X	X	X	9
32	X	X		X	X	X		X		X	7
33	X	X		X	X		X	X	X	X	7

4. VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DEL MÉTODO HEURÍSTICO DE PÓLYA

N°	x PRE TEST	Y POS TEST	D=|Y-X|	ORDEN ASCENDENTE	R^+	R^-
1	7	7	1	0	4	0
2	3	7	4	0	27,5	0
3	5	7	2	1	8	0
4	5	6	1	1	4	0
5	6	6	0	1	1,5	0
6	7	9	2	2	8	0
7	5	8	3	2	17,5	0
8	5	8	3	2	17,5	0
9	4	8	4	2	27,5	0
10	4	7	3	2	17,5	0
11	6	7	1	3	4	0
12	5	8	3	3	17,5	0
13	3	7	4	3	27,5	0
14	2	6	4	3	27,5	0
15	5	7	2	3	8	0
16	6	9	3	3	17,5	0
17	5	8	3	3	17,5	0
18	2	7	5	3	31,5	0
19	4	8	4	3	27,5	0
20	4	7	3	3	17,5	0
21	5	8	3	3	17,5	0
22	3	9	6	3	33	0
23	4	8	4	3	27,5	0
24	6	9	3	3	17,5	0
25	6	8	2	4	8	0
26	6	9	3	4	17,5	0

27	7	10	3	4	17,5	0
28	5	10	5	4	31,5	0
29	6	9	3	4	17,5	0
30	5	8	3	4	17,5	0
31	6	9	3	5	17,5	0
32	5	7	2	5	8	0
33	7	7	0	6	1,5	0
TOTAL					$\sum R^{+} = 561$	$\sum R^{-} = 0$

Cálculo de

$$u_w = w^{+} - \frac{N(N+1)}{4}$$
$$u_w = 561 - \frac{33(33+1)}{4}$$
$$u_w = 561 - 280{,}5$$
$$u_w = 280{,}5$$

$$W = \left(\sum R^{\acute{}+}\right) - \left(\sum R^{-}\right)$$
$$W = 561 - 0$$
$$W = 561$$

Dónde:

$\mu w = Media$

$N = Tamaño\ de\ la\ muestra$

$W+ = Valor\ estadístico\ de\ Wilcoxon$

Para el cálculo de la desviación estándar o cálculo del error estándar (**σW**) se utiliza:

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$
$$\sigma_w = \sqrt{\frac{33(33+1)(2(33)+1)}{24}}$$
$$\sigma_w = \sqrt{3132{,}25}$$
$$\sigma_w = 55{,}96$$

Mientras la clasificación Z se calcula por medio de la fórmula:

$$Z = \frac{W - u_w}{\sigma_w}$$
$$Z = \frac{561 - 280{,}5}{55.96}$$
$$Z = 5.01$$

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Según Polya para resolver un problema se necesita: Comprender el problema: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos y las condiciones? Concebir un plan: ¿conoce un problema relacionado con éste?, ¿conoce algún teorema que le pueda ser útil?, ¿podría enunciar el problema de otra forma?, ¿ha empleado todos los datos? Ejecución del plan: comprobar cada uno de los pasos, ¿puede usted ver que el paso es correcto? Visión retrospectiva: verificar el resultado. (BOSCÁN, 2012, pág. 11)

La Regla de decisión establece:

Si **Z** es mayor o igual a 1,96 (que es el 95% bajo la curva normal) se rechaza la hipótesis nula (el nivel de significancia es 0,05) caso contrario se la acepta.

En conclusión:

Como el valor estadístico **Z** obtenido equivale a **5.01** mayor que **1,96** se verifica que el Método de polya utilizado de manera adecuada permite el aprendizaje de la resolución de ejercicios de inecuaciones de primer grado con una incógnita

Taller 2

1. **APLICACIÓN DEL PRE TEST**

DATOS INFORMATIVOS

- Institución: COLEGIO DE BACHILLERATO PIO JARAMILLO ALVARADO
- Paralelo: “C”
- Fecha:
- Horario: 08H25-09H45
- Número de estudiantes: 33
- Investigador: Geovanny Yunga
- Docente Asesor: Mg. Mirian Vire

TEST SOBRE EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES CUADRÁTICAS	F	%
1. ENCIERRE EN UN CÍRCULO LA RESPUESTA CORRECTA DE LAS CARACTERÍSTICAS DE UNA INECUACIÓN CUDRATICA		
a. $ax^2+bx+c>0$		**10**
b. $ax^3+bx+c<0$	**17**	**10**

c. $ax^2 + bx^2 + > 0$ d. $ax^2 + bx + = 0$		
2. SUBRAYE LA RESPUESTA CORRECTA. SON INECUACIÓN CUADRÁTICA a. $2x^2 + 2x + 1 < 0$ b. $2x^2 + 8 > 0$ c. $x^2 + 5x + 6 < 0$ d. $5x + 6 < 0$ e. $5x > 4$ f. $2x^2 + 2x < -1$	**13**	**5** **5** **5** **5**
3. LA INECUACIÓN $x^2 \leq 0$ **TIENE POR SOLUCIÓN** a. Cualquier número real negativo b. $x = 0$ c. No tiene solución d. Cualquier número natural	**18**	**20**
4. RESUELVA LA SIGUIENTE INECUACIÓN CUADRÁTICA $x^2 - 4x + 4 > 0$	**14**	**20**
5. ENCIERRE EN UN CÍRCULO LA RESPUESTA CORRECTA DE LA SIGUIENTE INECUACIÓN CUADRÁTICA $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ a. $]-\infty;2] \cup [3;+\infty]$ b. $]\infty;2] \cup [3;-\infty]$ c. $]-\infty;2] \cup [-3;+\infty]$	**18**	**20**

TABLA DE CALIFICACIONES DEL PRE TEST

ALUMNOS	1	2	3	4	5	NOTA FINAL
1	X		X			4
2		X	X		X	5
3		X		X		5
4			X		X	4
5	X	X		X		6
6	X		X		X	5
7	X		X	X	X	6
8	X	X				4
9			X		X	5
10	X	X				3
11		X	X	X		6
12		X	X			4
13			X	X		4
14						1
15				X		1
16		X	X	X	X	7
17		X				4
18	X			X	X	5
19					X	4
20	X		X			5
21	X		X	X		6
22					X	3
23	X	X	X	X		5
24	X		X		X	7
25	X			X	X	6
26	X				X	5
27	X	X	X	X		7
28			X	X	X	7
29				X	X	5
30	X	X			X	6
31	X	X	X		X	7
32	X		X		X	5
33				X	X	4

2. DESARROLLO DEL TALLER

El método heurístico según Alan Schoenfeld para permitir el aprendizaje de las inecuaciones de segundo grado con una incógnita.

Problema 1: Resolver la siguiente inecuación cuadrática utilizando el plan de schonfeld

$7x^2 + 21x - 28 < 0$

1. **Analizar y comprender un problema**:

   ¿Es una inecuación de segundo grado?
   ¿Qué tipo de inecuación de segundo grado es?
   ¿Qué propiedades de las desigualdades se puede utilizar?
   ¿Es una igualdad?

2. **Dibujar un diagrama, examinar un caso especial, intentar simplificarlo.**
   Simplificar (factora si es posible)

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \nearrow x_1 = 1 \\ \searrow x_2 = -4 \end{cases}$$

3. **Diseñar y planificar una solución**

- Presentación mediante diapositivas de inecuaciones cuadráticas
- primero se identifica que caso de inecuación es
- se transforma la inecuación a una ecuación de segundo grado
- se factoriza la ecuación
- se encuentra los puntos críticos
- se comprueban los puntos críticos
- se encuentra los signos
- se halla el intervalo solución
- grafico

4. **Explorar soluciones:**

Soluciones de inecuaciones cuadráticas

INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO
O CUADRÁTICA

Una inecuación es de segundo grado cuando el exponente de la variable es igual a dos, ejemplo

$$X^2 + 6X - 1 < 3X^2 + 3X - 6$$

Para resolver este tipo de inecuación se sigue el siguiente procedimiento:
Se agrupan todos los términos en un miembro de la desigualdad

X2 + 6X - 1 -3X2 - 3X +6 < 0

Y se resuelve la expresión algebraica

-2X2 + 3X + 5 < 0

Se factoriza el polinomio para hallar las raíces
Utilizando el método del trinomio de la forma $ax^2 + bx + c = 0$
Se multiplica el polinomio por -1, quedando la desigualda de la siguiente forma

$2x^2 - 3x - 5 > 0$

Quedando la factorización así

$(x + 1)(x - 5/2) > 0$

Encontrándose las siguientes raíces: $x = -1$ y $x = 5/2$

Se elabora una tabla para estudiar el signo de los factores, en los intervalos determinados por las raíces, para obtener el signo del polinomio

Evaluando un número comprendido dentro de cada intervalo encontramos el signo del polinomio

	(x + 1)	(x - 5/2)	(x + 1)(x - 5/2)	> 0
(-∞; - 1)	-	-	+	SI
(-1; + 5/2)	+	-	-	NO
(5/2; + ∞)	+	+	+	SI

La solución de la inecuación es la unión de los intervalos que cumplen con la condición prevista en la esquina superior derecha de la tabla:

Solución:

(-∞; - 1) U (5/2; +∞)

Resolver la siguiente inecuación cuadrática utilizando el plan de schonfeld

$\mathbf{7x^2 + 21x - 28 < 0}$

$x^2 + 3x - 4 < 0$

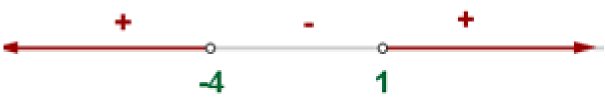
$x^2 + 3x - 4 = 0$

P(−6) = (−6)2 +3 • (−6)− 4 > 0

P(0) = 02 +3 • 0 − 4 < 0

P(3) = 32 +3 • 3 − 4 > 0

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$



Solución (-4,1)

- Se pude factorar por diferentes métodos
- Se puede realizar otro procedimiento para la solución
- Se pude adjuntar ejercicios resueltos como modelo
- Se puede comprobar si es la solución
- Se puede hacer reducación de términos

Problema 2: Resolver la siguiente inecuación cuadrática utilizando el método de schondfeld

$$x^2+12x-64>0$$

1. **Analizar y comprender un problema**:
   ¿Es una inecuación de segundo grado?
   ¿Qué tipo de inecuación de segundo grado es?
   ¿Qué propiedades de las desigualdades se puede utilizar?
   ¿Es una igualdad?

2. **Dibujar un diagrama, examinar un caso especial, intentar simplificarlo.**
   Simplificar (factora si es posible)

$$x^2+12x-64>0$$
$$x^2+12x-64=0$$
$$(x+16)=0$$
$$(x-4)=0$$
$$x_1=-16$$
$$x_2=4$$

3. **Diseñar y planificar una solución**

- Se identifica que caso de inecuación es
- Se transforma la inecuación a una ecuación de segundo grado
- Se factoriza la ecuación
- Se encuentra los puntos críticos
- Se comprueban los puntos críticos
- Se encuentra los signos
- Se halla el intervalo solución
- Grafico

4. Explorar soluciones:

$$x^2 + 12x - 64 > 0$$

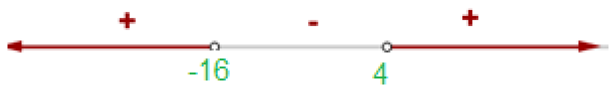
$$x^2 + 12x - 64 = 0$$

$$(x+16) = 0$$

$$(x-4) = 0$$

	$(-\infty,-16)$	$(-16,4)$	$(4+\infty)$
$x^2 + 12x - 64 > 0$	$(+)$	$(-)$	$(+)$
$(x+16)(x-4)$	$(-)$	$(-)$	$(+)$
$(x+16)$	$(+)$	$(+)$	$(+)$
$(x-4)$	$(-)$	$(-)$	$(+)$
Total	$(+)$	$(-)$	$(+)$

Solución $(-\infty,-16)\,\mathrm{U}\,(4+\infty)$



- Se pude factorar por diferentes métodos
- Se puede realizar otro procedimiento para la solución
- Se pude adjuntar ejercicios resueltos como modelo
- Se puede comprobar si es la solución
- Se puede hacer una tabla de signos

3. APLICACIÓN DEL POST TEST

TEST SOBRE EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES CUADRÁTICAS	f	%
1. ENCIERRE EN UN CÍRCULO LA RESPUESTA CORRECTA DE LAS CARACTERÍSTICAS DE UNA INECUACIÓN CUADRÁTICA a. $ax^2+bx+c>0$ b. $ax^3+bx+c<0$ c. $ax^2+bx^2+>0$ d. $ax^2+bx+=0$	**27**	**10** **10**
2. SUBRAYE LA RESPUESTA CORRECTA. SON INECUACIÓN CUADRÁTICA a. $2x^2 + 2x + 1 < 0$ b. $2x^2 + 8 > 0$ c. $x^2 + 5x + 6 < 0$ d. $5x + 6 < 0$ e. 5x >4 f. $2x^2 + 2x < -1$	**28**	**5** **5** **5** **5**
3. LA INECUACIÓN $x^2 \leq 0$ TIENE POR SOLUCIÓN a. Cualquier número real negativo b. $x=0$ c. No tiene solución d. Cualquier número natural	**25**	**20**
4. RESUELVA LA SIGUIENTE INECUACIÓN CUADRÁTICA $x^2-4x+4>0$	**25**	**20**
5. ENCIERRE EN UN CÍRCULO LA RESPUESTA CORRECTA DE LA SIGUIENTE INECUACIÓN CUADRÁTICA $x^2-5x+6\geq 0$		

a. $\left]-\infty;2\right]\cup\left[3;+\infty\right]$ b. $\left]\infty;2\right]\cup\left[3;-\infty\right]$ c. $\left]-\infty;2\right]\cup\left[-3;+\infty\right]$	**26**	**20**

TABLA DE CALIFICACIONES DEL POS TEST

ALUMNOS	1	2	3	4	5	NOTA FINAL
1	X	X	X	X	X	8
2	X		X		X	7
3		X	X	X		7
4			X		X	6
5	X	X		X	X	7
6	X		X	X	X	8
7	X	X	X	X	X	9
8	X	X				7
9	X	X	X		X	7
10	X	X	X	X	X	8
11		X	X	X	X	7
12	X	X	X	X	X	8
13	X	X	X	X	X	7
14	X	X	X		X	5
15				X	X	6
16	X	X	X		X	9
17		X	X	X		8
18	X	X	X	X		7
19	X	X	X	X		8
20	X	X	X		X	7
21	X	X		X	X	9
22	X	X		X	X	8
23	X	X		X		8
24	X	X	X	X	X	9
25	X	X	X	X		9
26	X	X	X		X	9
27	X	X	X	X	X	9
28	X	X	X	X	X	10
29	X	X	X	X	X	9
30		X	X	X	X	9
31	X	X	X	X	X	9
32	X	X		X	X	7
33	X			X	X	8

4. VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DEL MÉTODO HEURÍSTICO SEGÚN ALAN SCHOENFELD

N°	X PRE TEST	Y POS TEST	D=|YX|	ORDEN ASCENDENTE	R^{+}	R^{-}
1	4	8	4	1	22,5	0
2	5	7	2	1	2,5	0
3	5	7	2	2	11	0
4	4	6	2	2	22,5	0
5	6	7	1	2	11	0
6	5	8	3	2	2,5	0
7	6	9	3	2	11	0
8	4	7	3	2	22,5	0
9	5	7	2	2	11	0
10	3	8	5	2	32,5	0
11	6	7	1	2	2,5	0
12	4	8	4	2	29,5	0
13	4	7	3	2	22,5	0
14	1	5	4	3	32,5	0
15	1	6	5	3	11	0
16	7	9	2	3	11	0
17	4	8	4	3	29,5	0
18	5	7	2	3	11	0
19	4	8	4	3	34	0
20	5	7	2	3	11	0
21	6	9	3	3	22,5	0
22	3	8	5	3	22,5	0
23	5	8	3	4	22,5	0
24	7	9	2	4	11	0
25	6	9	3	4	22,5	0
26	5	9	4	4	29,5	0
27	7	9	2	4	22,5	0
28	7	10	3	4	11	0
29	5	9	4	4	29,5	0
30	6	9	3	4	2,5	0
31	7	9	2	5	11	0
32	5	7	2	5	11	0
33	4	8	4	5	22,5	0
TOTAL					$\sum R^{+} = 561$	$\sum R^{-} = 0$

Cálculo de

$$u_w = w^{+} - \frac{N(N+1)}{4}$$

$$u_w = 561 - \frac{33(33+1)}{4}$$

$$u_w = 561 - 280{,}5$$

$$u_w = 280{,}5$$

$$W = \left(\sum R^{\acute{}+}\right) - \left(\sum R^{-}\right)$$

$$W = 561 - 0$$

$$W = 561$$

Dónde:

$\mu w = Media$

$N = Tamaño\ de\ la\ muestra$

$W + = Valor\ estadístico\ de\ Wilcoxon$

Para el cálculo de la desviación estándar o cálculo del error estándar ($\boldsymbol{\sigma W}$) se utiliza:

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{33(33+1)(2(33)+1)}{24}}$$

$$\sigma_w = \sqrt{3132{,}25}$$

$$\sigma_w = 55{,}96$$

Mientras la clasificación Z se calcula por medio de la fórmula:

$$Z = \frac{W - u_w}{\sigma_w}$$

$$Z = \frac{561 - 280{,}5}{55.96}$$

$$Z = 5.01$$

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

La idea de Schoenfeld para intentar resolver un problema, hay que controlar lo que pasa y, en cierto momento, decir: basta!, no va bien con este instrumento y vamos a intentar utilizar otro. La decisión de tomar tal estrategia en lugar de tal otra, la decisión de continuar la investigación con tal estrategia en lugar de cambiarla, o la decisión de parar el trabajo y de cambiar de ruta para resolver (GAULIN, 2001, pág. 59)4

La Regla de decisión establece:

Si **Z** es mayor o igual a 1,96 (que es el 95% bajo la curva normal) se rechaza la hipótesis nula (el nivel de significancia es 0,05) caso contrario se la acepta.

En conclusión:

Como el valor estadístico **Z** obtenido equivale a **5.01** mayor que **1,96** se verifica que método heurístico según Alan Schoenfeld utilizada de manera adecuada permite el aprendizaje de inecuaciones de segundo grado con una incógnita.

Taller 3

TÍTULO:

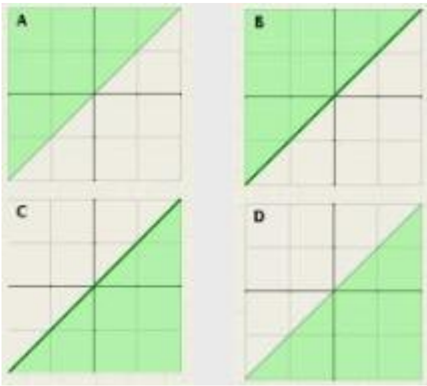
El método Heurístico según Miguel de Guzmán para permitir el aprendizaje de inecuaciones lineales con dos incógnitas

DATOS INFORMATIVOS

- Institución: COLEGIO DE BACHILLERATO PIO JARAMILLO ALVARADO
- Paralelo: “C”
- Fecha:
- Horario: 07H05-08H25
- Número de estudiantes: 33
- Investigador: Geovanny Yunga
- Docente Asesor: Mg. Miriam Vire

1. APLICACIÓN DEL PRE TEST

APRENDIZAJE DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS	f	%
1. SEÑALE CON UNA X LAS RESPUESTAS CORRECTA: LAS FORMAS BÁSICAS DE LAS INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS SON : a. $ax^2+bx+c=0$ ( ) b. $ax+by+c\geq 0$ ( ) c. $ax+by+c\leq 0$ ( ) d. $ax^2+bx+c\geq 0$ ( ) e. $ax+by+c<0$ ( ) f. $ax+by+c>0$ ( )	**16**	**5 5 5 5**
2. ORDENAR LOS PASOS PARA RESOLVER UNA INECUACIÓN LINEAL CON DOS INCÓGNITAS		

• Transformar de inecuación a una ecuación lineal ( ) • Colorear la solución ( ) • Graficar ( ) • Encontrar los puntos de corte de la ecuación lineal ( ) • Comprobar el área de solución de la inecuación ( )	**13**	**4** **4** **4** **4** **4**
3. INDICA CUÁL DE LAS SIGUIENTES IMÁGENES REPRESENTA EL CONJUNTO SOLUCIÓN DE LA INECUACIÓN x < y  	**19**	**20**
4. RESOLVER LA SIGUIENTE INECUACIÓN LINEAL CON DOS INCÓGNITAS $x + y < 4$	**16**	**20**
5. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES a. Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta $2x - y = 10$ en la desigualdad $2x - y < 10$, la desigualdad se cumple. ( ) b. Si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta $2x - y = 10$ en la desigualdad $2x - y > 10$, la desigualdad se cumple. ( ) c. Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta $2x - y = 10$ en la desigualdad $2x - y > 10$, la desigualdad se cumple. ( )	**19**	**10**

d. De manera semejante, si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta $2x - y = 10$ en la desigualdad $2x - y < 10$, la desigualdad se cumple. ( )		**10**

TABLA DE CALIFICACIONES DEL PRE TEST

ALUMNOS	1	2	3	4	5	NOTA FINAL
1	X	X	X			3
2		X	X		X	5
3	X	X		X		7
4	X		X		X	4
5				X		4
6	X				X	6
7	X		X	X	X	6
8		X	X	X		7
9	X				X	4
10	X	X		X	X	6
11			X		X	4
12		X	X	X		5
13				X		3
14	X				X	4
15				X	X	5
16		X	X			2
17		X	X		X	6
18	X		X	X		5
19					X	2
20	X		X			6
21	X	X		X		5
22			X		X	6
23						1
24	X		X		X	5
25	X	X		X		6
26		X	X		X	6
27		X	X	X		7
28			X	X		5
29	X		X	X	X	6
30					X	5
31			X	X	X	6
32	X	X	X		X	7
33	X			X	X	6

2. DESARROLLO DEL TALLER

El método Heurístico según Miguel de Guzmán para permitir el aprendizaje de inecuaciones lineales con dos incógnitas

Problema 1: Resolver las siguientes inecuaciones lineales con dos incógnitas

$2x - y - 3 > 0$

1.- Familiarizarse con el problema

- Expresión algebraica

  $2x - y - 3 > 0$
- Graficar la inecuación
- Solucionar la inecuación

2.- Establecer y ejecutar un plan: plantear y resolver

- Aplicación de diapositivas de inecuaciones lineales con dos incógnitas
- Transformar la inecuación lineal con dos incógnitas a una ecuación lineal
- Encontramos el valor de cada incógnita
- Graficamos la inecuación
- Damos solución de la inecuación:
  - La solución está dada por todos los puntos que satisface la inecuación
  - Sombreamos donde los puntos satisfacen la inecuación

INECUACIONES LINEALES CON DOS INCOGNITAS

- Las inecuaciones lineales con dos incógnitas se resuelven gráficamente ya que las soluciones son los puntos del semiplano en el que queda dividido el plano por la recta que corresponde a la inecuación considerado como igualdad.
- Una inecuación en dos variables es una inecuación que puede ser escrita como:

ax+by<c

- Puede incluir símbolos como: >,<, $\leq o \geq$

  a, b y c son constantes; x e y son variables.

Para resolver una inecuación con dos variables:

1. Reemplazar el signo de desigualdad por el signo $=, ax+by=cy,$ dividir el plano cartesiano tomado como frontera la recta que corresponde a la ecuación obtenida. Para hacer el gráfico que corresponde a la inecuación utilizamos la función lineal: **y=mx+b**.
2. Graficar la solución, teniendo en cuenta que si la desigualdad es $\geq o \leq$ la frontera está incluida en la solución, en caso contrario la frontera no está incluida.
3. Tomar puntos de prueba en cada región y verificar si satisfacen la desigualdad.

SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES DE DOS VARIABLES

Se resuelve con la intersección de las inecuaciones, se lo resolverá con la intersección de los semiplanos

Transformamos la desigualdad en igualdad.

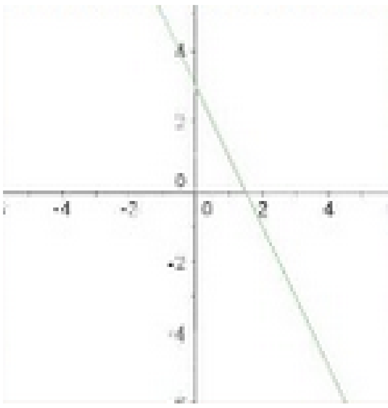
Ej.: 2x+y=3

Damos a una de las dos variables dos valores, con los que obtendremos:

$x=0 \qquad 2\times 0+y=3 \quad (0,3)$

$x=1 \qquad 2\times 1+y=3 \quad (0,1)$

Al representar y unir estos puntos obtenemos una recta.



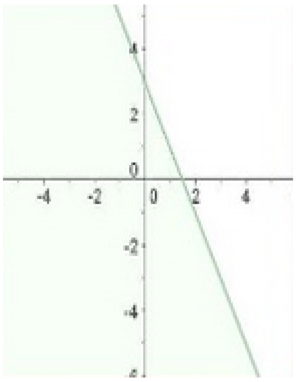
SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES DE DOS VARIABLES

- Tomamos un punto, lo sustituimos en la desigualdad. Si se cumple, la solución es un semiplano donde se encuentra el punto, sino la solución será el otro semiplano.

  Ej:

  $2x + y \leq 3$

  $2 \times 0 + 0 \leq 3 \quad\quad 0 \leq 3$



SISTEMA DE INECUACIONES LINEALES DE DOS VARIABLES

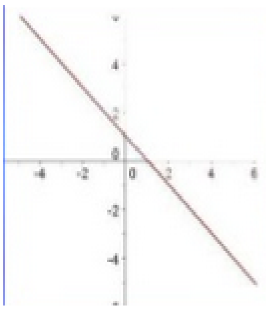
Representamos la región solución de la segunda inecuación.

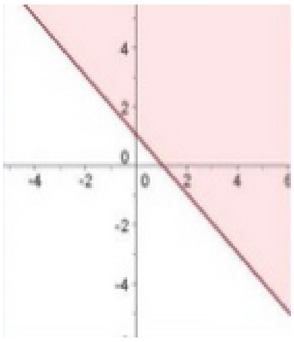
$x + y = 1$

$x + y \geq 1$

$x = 0 \quad\quad 0 + y = 1;\ y = 1; \quad\quad (0,1) \quad\quad 0 + 0 \geq 1$ No

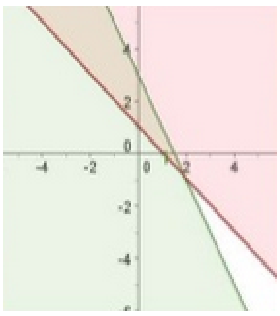
$x = 1 \quad\quad 1 + y = 1;\ y = 0; \quad\quad (1,0)$





SISTEMA DE INECUACIONES LINEALES DE DOS VARIABLES

- La solución es la intersección de la regiones soluciones.



Resolver las siguientes inecuaciones lineales con dos incógnitas

$2x - y - 3 > 0$

$2x - y - 3 > 0$

$2x - y - 3 = 0$

$2(0) - y - 3 = 0$

$-y - 3 = 0$

$-y = 3$

$y = -3$

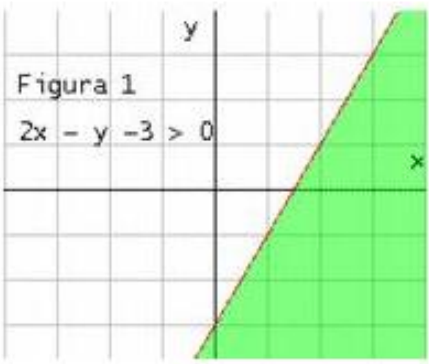
$2x - y - 3 > 0$

$2x - (0) - 3 = 0$

$2x - 3 = 0$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$



3.- Revisar el proceso y sacar consecuencias

- ✓ la solución está dada por todo los puntos por debajo de la recta
- ✓ las inecuaciones con dos incógnitas pueden ser graficadas
- ✓ la gráfica de una inecuación es la misma que la de una ecuación lineal

Problema 2: Resolver las siguientes inecuaciones lineales con dos incógnitas

$x - y > 4$

1.- Familiarizarse con el problema

- Expresión algebraica

  $x - y > 4$

- Graficar la inecuación
- Solucionar la inecuación

2.- Establecer y ejecutar un plan: plantear y resolver

Transformar la inecuación lineal con dos incógnitas a una ecuación lineal

- Encontramos el valor de cada incógnita

- Graficamos la inecuación
- Damos solución de la inecuación:
    - la solución está dada por todos los puntos que satisface la inecuación
    - sombreamos donde los puntos satisfacen la inecuación

$x - y > 4$

$x - y = 4$

$(0) - y = 4$

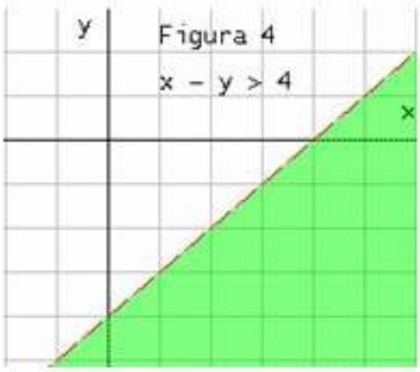
$-y = 4$

$y = -4$

$x - y > 4$

$x - (0) = 4$

$x = 4$

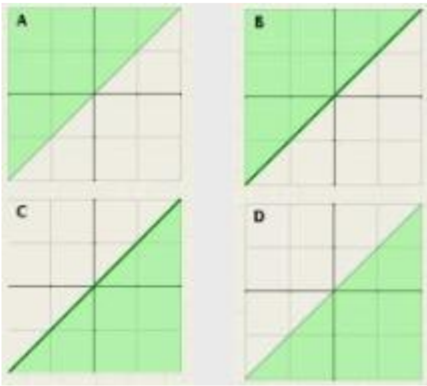


3.- Revisar el proceso y sacar consecuencias

- ✓ la solución está dada por todo los puntos por debajo de la recta
- ✓ las inecuaciones con dos incógnitas pueden ser graficadas
- ✓ la gráfica de una inecuación es la misma que la de una ecuación lineal

3. APLICACIÓN DEL POST TEST

APRENDIZAJE DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS	f	%
1. SEÑALE CON UNA X LAS RESPUESTAS CORRECTA: LAS FORMAS BÁSICAS DE LAS INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS SON a. $ax^2 + bx + c = 0$ ( ) b. $ax + by + c \geq 0$ ( ) c. $ax + by + c \leq 0$ ( ) d. $ax^2 + bx + c \geq 0$ ( ) e. $ax + by + c < 0$ ( ) f. $ax + by + c > 0$ ( )	**23**	**5** **5** **5** **5**

2. ORDENAR LOS PASOS PARA RESOLVER UNA INECUACIÓN LINEAL CON DOS INCÓGNITAS • Transformar de inecuación a una ecuación lineal ( ) • Colorear la solución ( ) • Graficar ( ) • Encontrar los puntos de corte de la ecuación lineal ( ) • Comprobar el área de solución de la inecuación ( )	**27**	**4** **4** **4** **4** **4**
3. INDICA CUÁL DE LAS SIGUIENTES IMÁGENES REPRESENTA EL CONJUNTO SOLUCIÓN DE LA INECUACIÓN x < y 	**23**	**20**
4. RESOLVER LA SIGUIENTE INECUACIÓN LINEAL CON DOS INCÓGNITAS $x + y < 4$	**23**	**20**
5. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES a. Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta $2x - y = 10$ en la desigualdad $2x - y < 10$, la desigualdad se cumple. ( ) b. Si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta $2x - y = 10$ en la desigualdad $2x - y > 10$, la desigualdad se cumple. ( )	**23**	**10** **10**

c. Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta $2x-y=10$ en la desigualdad $2x-y>10$, la desigualdad se cumple. ( ) d. De manera semejante, si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta $2x-y=10$ en la desigualdad $2x-y<10$, la desigualdad se cumple. ( )		

TABLA DE CALIFICACIONES DEL POS TEST

ALUMNOS	1	2	3	4	5	NOTA FINAL
1			X	X	X	6
2	X		X		X	7
3		X	X	X		8
4		X	X		X	6
5	X	X		X	X	6
6	X	X	X	X		8
7	X		X	X	X	9
8	X	X	X	X		8
9	X	X	X		X	6
10	X	X		X	X	7
11		X	X	X	X	7
12		X	X	X	X	8
13	X		X	X	X	7
14		X			X	6
15				X	X	7
16	X	X	X		X	9
17		X	X	X		8
18	X	X	X	X		7
19	X	X	X	X		7
20	X	X	X		X	7
21	X	X	X	X		9
22	X	X		X	X	8
23		X		X		6
24	X	X		X	X	8
25	X	X	X	X		8
26	X	X	X	X	X	9
27	X	X	X		X	8
28	X	X		X	X	9

29	X	X		X	X	9
30		X	X	X		8
31	X	X	X	X	X	10
32	X	X	X	X	X	8
33	X			X	X	6

4. VALORACIÓN DE LA EFECTOVIDAD DEL MÉTODO HEURÍSTICO SEGÚN MIGUEL DE GUZMÁN

N°	x PRE TEST	Y POS TEST	D=|Y-X|	ORDEN ASCENDENTE	R^{+}	R^{-}
1	3	6	3	0	24,5	0
2	5	7	2	1	8	0
3	7	8	1	1	2,5	0
4	4	6	2	1	15,5	0
5	4	6	2	1	2,5	0
6	6	8	2	1	15,5	0
7	6	9	3	2	24,5	0
8	7	8	2	2	8	0
9	4	6	2	2	15,5	0
10	6	7	1	2	8	0
11	4	7	3	2	2,5	0
12	5	8	3	2	24,5	0
13	3	7	4	2	31	0
14	4	6	2	2	24,5	0
15	5	7	2	2	15,5	0
16	2	9	7	2	33,5	0
17	6	8	2	2	15,5	0
18	5	7	2	2	15,5	0
19	2	7	5	3	8	0
20	6	7	1	3	8	0
21	5	9	4	3	31	0
22	6	8	2	3	24,5	0
23	1	6	5	3	33,5	0
24	5	8	3	3	31	0
25	6	8	2	3	8	0
26	6	9	3	3	24,5	0
27	7	8	1	4	24,5	0
28	5	9	4	4	15,5	0
29	6	9	3	4	24,5	0
30	5	8	3	4	24,5	0
31	6	10	4	5	15,5	0
32	7	8	1	5	2,5	0
33	6	6	0	7	8	0

TOTAL	$\sum R^{+} = 561$	$\sum R^{-} = 0$

Cálculo de

$$u_w = w^{+} - \frac{N(N+1)}{4}$$
$$u_w = 561 - \frac{33(33+1)}{4}$$
$$u_w = 561 - 280{,}5$$
$$u_w = 280{,}5$$

$$W = \left(\sum R^{\acute{}+}\right) - \left(\sum R^{-}\right)$$
$$W = 561 - 0$$
$$W = 561$$

Dónde:

$\mu w = Media$

$N = Tamaño\ de\ la\ muestra$

$W{+} = Valor\ estadístico\ de\ Wilcoxon$

Para el cálculo de la desviación estándar o cálculo del error estándar ($\boldsymbol{\sigma W}$) se utiliza:

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$
$$\sigma_w = \sqrt{\frac{33(33+1)(2(33)+1)}{24}}$$
$$\sigma_w = \sqrt{3132{,}25}$$
$$\sigma_w = 55{,}96$$

Mientras la clasificación Z se calcula por medio de la fórmula:

$$Z = \frac{W - u_w}{\sigma_w}$$
$$Z = \frac{561 - 280{,}5}{55.96}$$
$$Z = 5.01$$

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Miguel de Guzmán trata de cómo lo más importante que el alumno : manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental de ser posible, adquiera confianza en sí mismo, se divierta con su propia actividad mental, se prepare así para otros problemas de la ciencia y posiblemente de su vida cotidiana, se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia (GUZMAN, 2007, pág. 63)

La Regla de decisión establece:

Si **Z** es mayor o igual a 1,96 (que es el 95% bajo la curva normal) se rechaza la hipótesis nula (el nivel de significancia es 0,05) caso contrario se la acepta.

En conclusión:

Como el valor estadístico **Z** obtenido equivale a **5.01** mayor que **1,96** se verifica que el método Heurístico según Miguel de Guzmán utilizado de manera adecuada permite el aprendizaje de inecuaciones lineales con dos incógnitas

g. DISCUSIÓN

La información obtenida es resultado de un proceso de investigación sobre el método heurístico que se utiliza para promover el aprendizaje de inecuaciones dirigido a estudiante y profesores del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado, así como los pre test y post test aplicados antes y después de cada taller fueron para conocer si la aplicación de los diferentes métodos heurísticos permiten el aprendizaje de inecuaciones.

Para cumplir con el primer objetivo específico que es: desarrollar un diagnóstico de las falencias de los estudiantes en el aprendizaje de problemas de inecuaciones, se realizó una investigación teórica y práctica sobre las que existen en el aprendizaje de matemáticas con los estudiantes del primer año de Bachillerato General Unificado con la finalidad de analizar su importancia en el proceso de enseñanza aprendizaje de problemas de inecuaciones mediante una encuesta de diagnóstico y la aplicación del taller pedagógico.

Para el cumplimiento del segundo objetivo específico: construir una perspectiva teórica del método heurístico para el aprendizaje de inecuaciones, se identificó la metodología que se emplea actualmente en el contenido de inecuaciones mediante una encuesta exploratoria a estudiantes y docente del primer año de Bachillerato General Unificado paralelo “C” sobre las diferentes métodos heurísticos que utilizan en el proceso de aprendizaje de inecuaciones en donde el docente y los estudiantes manifestaron que emplean otros tipos de métodos para la enseñanza de inecuaciones pero con la utilización del método heurístico los estudiantes desarrollaron las habilidades, destrezas, la creatividad y alcanzaron aprendizajes significativos.

Para el cumplimiento del tercer objetivo específico: plantear la efectividad de un modelo alternativo basado en el método heurístico mediante la aplicación del taller como estrategia didáctica en la potenciación del aprendizaje de inecuaciones. Se realizó tres talleres pedagógicos, aplicando los diferentes métodos heurísticos que se empezaron con la aplicación de un pre test antes de cada taller sobre conocimientos previos de inecuaciones y la aplicación de un post test después de cada taller para conocer si la aplicación del método heurístico permite el aprendizaje inecuaciones. Para la valoración de la alternativa se utilizó la prueba Signo Rango de Wilcoxon, donde se obtuvo un valor de mayor a 1,96 con una significancia del 95% valor positivo que confirma la efectividad de los métodos heurísticos para optimizar el aprendizaje de problemas de inecuaciones

Para el cumplimiento del objetivo general: optimizar el aprendizaje de inecuaciones mediante la aplicación del método Heurístico en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de la cuidad de Loja, período 2016-2017. Se demostró mediante el desarrollo ordenado y metódico de cada uno de los objetivos específicos propuestos anteriormente. Se efectuó una encuesta exploratoria y una entrevista a docentes y estudiantes para conocer las falencias y problemas internos que se presentan en el aprendizaje y sobre la escasa utilización de métodos heurísticos, en la realización de los talleres se pudo aplicar las diferentes métodos heurísticos lo que permitió que los estudiantes despierten el interés en la asignatura de matemáticas, así mismo ayudó a los estudiantes a desarrollar la creatividad, a obtener habilidades, destrezas, valores que se pueden confirmar en el desarrollo de la presente investigación.

h. CONCLUSIONES

De los resultados de la investigación se obtienen las siguientes conclusiones:

1. Los factores internos como, falta de resolución de ejercicios, falta de motivación, mínima atención en clase, y el poco interés por aprender influyen de manera negativa en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes ya que no les permite desarrollarse en su aspecto psicológico y llegar a tener un buen rendimiento académico.

2. El docente del Colegio de Bachillerato Pio Jaramillo Alvarado no utiliza el método Heurístico en sus diferentes modalidades porque no posee conocimientos sobre él y por ende no le permite a los estudiantes tener un buen aprendizaje.

3. Los métodos inductivos y deductivos utilizados por el docente en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje de matemáticas no le permiten alcanzar los objetivos planteados, pero con la aplicación del método Heurístico permitirá fortalecer el proceso académico de los problemas de inecuaciones.

4. El docente no utiliza un plan lógico para la resolución de ejercicios situación que es perjudicial para los estudiantes, ya que no les permite tener un aprendizaje eficiente.

i. RECOMENDACIONES

De la presente investigación se obtienen las siguientes recomendaciones:

1. Motivar antes y después de sus labores académicas a los estudiantes para que no se sientan fatigados, aburridos y aplicando técnicas activas ellos despierten el interés de aprender, permitiéndoles desarrollarse en el ámbito participativo y así les permita reflexionar en las clases ofrecidas por los docentes.

2. Utilizar el método Heurístico para que se le facilite la enseñanza a los estudiantes y con ello poder crear un ambiente agradable, motivador, y de cordialidad entre docentes y estudiantes.

3. Que se elabore guías didácticas donde utilice el método Heurístico como un instrumento necesario para el desarrollo de sus clases, y así optimizar el proceso de enseñanza aprendizaje de inecuaciones en los estudiantes del primer año de Bachillerato General Unificado.

4. Al docente de matemáticas cada vez que exija a sus alumnos desarrollar ejercicios, proponga un plan lógico, Heurístico, para evitar mecanizar las respuestas y dar paso a la comprensión e interpretación.

j. BIBLIOGRAFÍA

AGUILERA Liborio Raúl. (1996). *Matemática Primer año de bachillerato.* San Salvador,.

ALVARADO, V. D. (2009). *La Conducción del método heurístico en la enseñanza .* LimA..

ÁLVAREZ DE ZAYAS, C. M. (1969). *La escuela en la vida (Didactica).Libro digitalizado.*

ANDER EGG, E. (1986). *Hacía una pedagogía autogestionaria.Editorial Humanitas.* Buenos Aires.

ANTÓN, F. R. (2005). *Logística del transporte.* Barcelona.

APOLINAR, E. S. (2010). *Algubra.* México.

ASTORGA, M. A. (1994). *Inecuaciones.* Costa Rica.

AVILA, M. C. (2014). *Matemáticas.* México.

BOSCÁN, M. (2012). *Metodología basada en el método heurístico de polya para.*

BRITO, J., MARÍA, R., & IZQUIERDO, P. (2012). *Heurística.* Maracay. Recuperado el 19 de octubre de 2016

CORTEZ, O. Z. (2009). *Innovación y Experiencias Educativas.* Granada.

DAVINI, M. C. (2008). *METODOS DE ENSÑANZA.* Buenos Aires: Santillana.

DI BERNARDO, J. J.-G. (2005). *Determinación de los "estilos de aprendizaje".*

DIAS, M. C. (2009). *Unidad de los Métodos de pre test para la evaluación de cuestionarios en la Investigación mediante encuesta.* Granada: Universidad de Granada.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN , M. D. (2014). *Matemática.* Quito: Ghen Villafuerte.

EDUCACIÓN, I. I. (2000). *Resolución de Problemas.* Buenos Aires.

REVISTA DE EDUCACIÓN., R. I. (2007). *ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS.* Janeiro.

ESCOBAR, W. (27 de Abril de 2008). *SlideShare*. Recuperado el Octubre de 2016, de Métododos activos: http://es.slideshare.net/wiesco/metodos-activos-375428

FONSECA, C. M. (2012). *Factores que afectan la toma de decisión de los precios a nivel internacional.* Madrid.

GAULIN, C. (2001). *Tendencias actuales de la resolución de problemas.* Iraila.

GONZÁLEZ ORNELAS, V. (2003). *Estrategias de Enseñanza Aprendizaje.* Mexico: Pax Mexico.

GUZMAN, M. D. (2007). *Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas.* Madrid.

HALWACHI, (. &. (1987).

JOHONSON, L. J. (2012). *Serie de Cuadernillos Pedagógicos.* Guatemala.

JORGE, C. H. (2014). *Metodologías de enseñanza y aprendizaje en altas capacidades.* La Laguna.

JOSÉ, P. (2012). *Modelos globalizadores y Técnicas didácticas interdisciplinarias.* Granada.

LEDESMA, J. d. (2003). *Psicología del Aprendizaje.* Mexico: Progreso.

LOPERA, J., RAMÍREZ, C., ZULUAGA, M., & ORTIZ, J. (2010). *El método analítico.* Monterrey.

M.Sc.ALCIDES ASTORGA M., L. J. (1994). *Inecuaciones.* Costa Rica.

MARIANA, G. P. (2008). *Modelo Pedagógico.* Cali.

MAZÓN, V. (2011). *La enseñanza de métodos y técnicas de planificación didáctica y propuesta de diseño de una guía de planificación de aula para los maestros pluridocentes en el canton milagro.* Guayaquil.

MIELES, M. M. (2012). *Metodología basada en el método heurístico de polya .* Colombia.

MORÉ, I. A. (2009). *La Comprensión Lectora, Enfoques Y Estrategias Utilizadas Durante El Proceso De Aprendizaje Del Idioma Español Como Segunda Lengua.* Granada.

MOREIRA, M. A. (1993). *Aprendizaje Significativo: Un Concepto Subyacente.* Porto Alegre.

OJEDA, L. A., & MIGUEZ, L. A. (2013). *Secuencias Didácticas en Matemáticas.* Bogotá.

PALMA, R. (19 de mayo de 2014). *Fortalecimiento de la metodología para la enseñanza del nivel primario.* Guatemala. Recuperado el 30 de Septiembre de 2016, de ORTALECIMIENTO DE LA METODOLOGIA PARA LA ENSEÑANZA DEL NIVEL PRIMARIO: Https://Es.Scribd.Com/Document/319093864/4-METODOS-DE-ENSENANZA-4-Pdf

PAPALIA y WENKNLS, O. (2006). *Psicologia.* México: McGraw-Hill.

PÉREZ, P. C. (2015). *Método Heurístico Y Su Incidencia En El Aprendizaje Del Álgebra.* Quetzaltenango.

PÉREZ, R. V. (2007). *Estrategias en la resolución de problemas.* Conde de Aranda.

PUG, R. P. (2013). *Watson, Skinner y Algunas Disputas dentro del Conductismo.* Madrid.

RAFAEL JOSÉ, C. C. (2005). *El Alumnado De Secundaria Ante Los Problemas.*

RAMIREZ, R. (2011). *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.* Caracas.

RECIO, N. M. (2011). *Estrategias docentes y métodos de enseñanza-aprendizaje en la Educación Superior.* Camagüey.

RUIZ, R. (2007). *El método científico y sus Etapas.* Mexico.

SCHUNK, D. H. (2012). *Teorías Del Aprendizaje.* México.

SIERRA, P. M. (2012). *Métodos Generales.* Estado de Hidalgo.

TOLRDAMO, Á. R. (2011). *Por Qué Utilizar Talleres En El Aula.* Argentina.

TRENAS, F. R. (2009). *Aprendizaje Significativo y Constructivismo.* Andalucia.

VALENCIA, G. B. (2008). *Método Heurístico en la solución de problemas matemáticos.* Pereira.

VARGAS, Á. M. (2009). *Métodos de enseñanza.* Granada.

Velásquez, F. R. (2011). *ENFOQUES SOBRE EL APRENDIZAJE HUMANO.* Carbobo.

k. ANEXOS

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

TEMA

MÉTODO HEURÍSTICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DE LA SECCIÓN VESPERTINA DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO 2016-2017

PROYECTO DE TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, MENCIÓN: FÍSICO MATEMÁTICAS

AUTOR

JOSE GEOVANNY YUNGA SALINAS

LOJA – ECUADOR

2016

a. TEMA

MÉTODO HEURÍSTICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO DE LA SECCIÓN VESPERTINA DEL COLEGIO DE BACHILLERATO PÍO JARAMILLO ALVARADO DE LA CIUDAD DE LOJA, PERIODO 2016-2017

b. PROBLEMÁTICA

La situación de la educación en el Ecuador está avanzando, caracterizada, entre otros, por los siguientes indicadores: persistencia del analfabetismo, bajo nivel de escolaridad, tasas de repetición y deserción escolares elevadas, está en proceso la educación y deficiente infraestructura educativa y material didáctico. Los esfuerzos que se realicen para revertir esta situación posibilitarán disponer de una población educada que pueda enfrentar adecuadamente los retos que impone el actual proceso de apertura y globalización de la economía.

Según el informe de resultados obtenidos de la prueba SER de evaluación de los estudiantes que elaboró el Ministerio de Educación en Julio de 2008; el informe demuestra que el 49% de los estudiantes del tercer año de bachillerato tiene un promedio equivalente a insuficiente, en el área de matemáticas mientras que el 53,32% de los estudiantes de décimo año de educación básica es regular.

Los factores determinantes en el bajo rendimiento de los estudiantes es el limitado proceso de capacitación a los docentes, los métodos de enseñanza actualmente son inadecuados debido a que deben estar conforme a los cambios realizados en la última reforma curricular de la educación ecuatoriana, los avances de la ciencia, tecnología y de la sociedad moderna, la mala alimentación y los conflictos intrafamiliares , son algunos de los factores causantes para que los estudiantes tengan dicho rendimiento académico en todos los planteles del país, la provincia y en especial en la educación de los planteles fiscales de la ciudad de Loja entre ellos el Colegio Pío Jaramillo Alvarado el establecimiento tiene las secciones: matutina, vespertina y nocturna. 1.198 adolescentes y jóvenes estudian en la modalidad presencial.

La oferta académica varía en cada una de las secciones que ofrece, por ejemplo en la mañana tiene las especialidades de: ciencias básicas, aplicación informática, contabilidad y administración de empresas. Sección vespertina: ciencias, contabilidad y administración, y en la noche ciencias básicas.

En el establecimiento, los (as) estudiantes reciben atención médica y odontológica. Cuentan con laboratorios de computación, química, física e imprenta. Complementan la educación las optativas de mecanografía, gastronomía, enfermería, manualidades y ciencias.

Actualmente en el Colegio Pío Jaramillo Alvarado de la ciudad de Loja los jóvenes y señoritas estudiantes poseen bajos conocimientos en el área de Matemáticas debido a factores como un currículo inadecuado, una infraestructura inadecuada, falta de laboratorios, falta de conocimientos obtenidos en niveles de estudios anteriores, cambios de docentes ha mediado de quimestres, exceso de estudiantes por aula, falta de actualización de conocimientos de los docentes, lo cual provoca poco interés por el estudio especialmente de la Matemática, ocasionando dificultad en el proceso enseñanza- aprendizaje y por ende un aprendizaje no acorde a lo esperado.

Los docentes en el ámbito de estrategias metodológicas tienen un limitado conocimiento de inecuaciones lineales y cuadráticas, con lo cual se limita la relación teoría y práctica conforme se señala en los programas propuestos por el Ministerio de Educación.

En el proceso enseñanza-aprendizaje de inecuaciones lineales y cuadráticas las clases impartidas por los docentes se basan en lecturas y exposiciones del texto guía, por lo que el estudiante se forma no crítico. Esto refleja que el docente carece de conocimientos necesarios en el uso de métodos de enseñanza, manteniendo así el esquema pedagógico tradicional, convirtiendo al estudiante se convierte en un ser repetitivo poco investigador; generalmente la tarea del profesor es transmitir conocimientos enfocados a cumplir los objetivos determinados.

En una encuesta exploratoria aplicada a los estudiantes del primer año de Bachillerato general unificado en el aprendizaje de inecuaciones con los mismos que se detallan a continuación que el 60% de los estudiantes no pueden resolver problemas de intervalos y su notación, el 70% de los estudiantes no tienen una definición científica de inecuación,el 60% de los estudiantes no tienen una noción de las características de las inecuaciones lineales , un 85% de los estudiantes no conocen sobre las características de inecuaciones cuadráticas, y un 90% no tienen noción de como graficar y representar una inecuación en la recta numérica y un 65% de los estudiantes no sabe que son las propiedades de las inecuaciones con valor absoluto.

Estas dificultades han ocasionado la deserción estudiantil y que los estudiantes no tengan los conocimientos necesarios para desarrollar destrezas con criterio de desempeño y avanzar en su formación para afrontar un nivel superior de estudio.

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

De la situación problemática se deriva el siguiente problema de investigación

¿Cómo el método heurístico influye en el aprendizaje de problemas de inecuaciones en los estudiantes de Primer Año de Bachillerato General Unificado del Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de la cuidad de Loja, período 2016-2017?

c. JUSTIFICACIÓN

Como estudiante de la Universidad Nacional de Loja, he sido preparado en el ámbito del conocimiento, la formación pedagógica y formación en valores e impulsando la investigación científica fundamentados en una bibliografía para poder relacionar la teoría con la práctica.

Es por ello que este trabajo de investigación es de vital importancia por cuanto se lo va a realizar como un aporte académico mediante la aplicación del método heurístico, comparando dos de sus representantes para encontrar el mejor modelo.

El método heurístico se lo utilizara para apreciar que resultados se adquiere en el aprendizaje de inecuaciones en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado y valorar su efectividad, de tal manera que la información sirva como base para recomendar su importancia a los estudiantes y docentes de matemáticas de Colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado y que sirve como referencia para trabajos futuros.

d. OBJETIVOS

GENERAL

Optimizar el aprendizaje de inecuaciones mediante la aplicación del método heurístico en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado del colegio de Bachillerato Pío Jaramillo Alvarado de la cuidad de Loja, período 2016-2017

ESPECÍFICOS

- Desarrollar un diagnóstico de las falencias de los estudiantes en el aprendizaje de problemas de inecuaciones
- Construir una perspectiva teórica del método heurístico para el aprendizaje de inecuaciones
- Plantear la efectividad de un modelo alternativo basado en el método heurístico mediante la aplicación del taller como estrategia didáctica en la potenciación del aprendizaje de inecuaciones.

e. **MARCO TEÓRICO**

MÉTODOS DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE

MÉTODO PEDAGÓGICO

MÉTODO DIDÁCTICO

IMPORTANCIA DE LOS MÉTODOS

CARACTERÍSTICAS

CLASIFICASIÓN DE LOS MÉTODOS

LOS MÉTODOS EN CUANTO A LA FORMA DE RAZONAMIENTO

Método deductivo

Método inductivo

Método analógico o comparativo

LOS MÉTODOS EN CUANTO A LA ORGANIZACIÓN DE LA MATERIA

Método basado en la lógica de la tradición o de la disciplina científica

Método basado en la psicología del alumno

Los métodos en cuanto a su relación con la realidad

Método simbólico o verbalístico

Método intuitivo

LOS MÉTODOS EN CUANTO A LAS ACTIVIDADES EXTERNAS DEL ALUMNO

Método pasivo

Método activo

LOS MÉTODOS EN CUANTO A SISTEMATIZACIÓN DE CONOCIMIENTOS

Método globalizado

Método especializado

LOS MÉTODOS EN CUANTO A LA ACEPTACIÓN DE LO ENSEÑADO

Dogmático

Método heurístico

Definición de heurística

Motivos para el uso de heurísticas

Factores para el uso de heurística

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

El plan de George Pólya (1945)

El plan de Miguel de Guzmán

El plan de según Alan Schoenfeld

APRENIZAJE DE INECUACIONES

CARACTERÍSTICAS DEL APRENDIZAJE

Teorías del aprendizaje

Teoría conductista.

Teorías cognitivas:

Aprendizaje por descubrimiento

Aprendizaje significativo

Cognitivismo

Constructivismo. Jean Piaget

Socio-constructivismo de Vygotsky

APRENDIZAJE DE INECUACIONES

INTERVALOS

Operaciones con intervalos

DESIGUALDADES

Definición de desigualdad

Propiedades de las desigualdades.

Inecuaciones de primer grado con una incógnita

Inecuaciones de segundo grado con una incógnita

Inecuaciones lineales con dos incógnitas

Solución de un sistema de desigualdades

Inecuaciones lineales con valor absoluto

APLICACIÓN DEL MÉTODO HEURÍSTICO MEDIANTE EL TALLER PEDAGÓGICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES

DEFINICIONES DE TALLER

Taller 1: El método heurístico de Pólya para permitir el aprendizaje de la resolución de ejercicios de inecuaciones de primer grado con una incógnita

Taller 2: El método heurístico según Alan Schoenfeld para permitir el aprendizaje de las inecuaciones de segundo grado con una incógnita.

Taller 3: El método Heurístico según Miguel de Guzmán para permitir el aprendizaje de inecuaciones lineales con dos incógnitas

VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DE LAS TÉCNICAS DIDÁCTICAS ACTIVAS EN EL APRENDIZAJE DE LAS LEYES DEL MOVIMIENTO

El pre test

El post test

Prueba Signo Rango de Wilcoxon

Definición

Utilidad

Proceso para el cálculo de la prueba Signo Rango de Wilcoxon

MÉTODO PEDAGÓGICO

“El método es el componente del proceso docente-educativo que expresa la configuración interna del proceso, para que transformando el contenido se alcance el objetivo, que se manifiesta a través de la vía, el camino que escoge el sujeto para desarrollarlo”. (ÁLVAREZ DE ZAYAS, 1969, pág. 78).

MÉTODO DIDÁCTICO

Es la organización racional y práctica de los recursos y procedimientos del profesor, con el propósito

de dirigir el aprendizaje de los alumnos hacia los resultados previstos y deseados.

Su propósito es hacer que los alumnos aprendan la asignatura de la mejor manera posible, al nivel de su capacidad actual, dentro de las condiciones reales en que la enseñanza se desarrolla, aprovechando inteligentemente el tiempo, las circunstancias y las posibilidades materiales y culturales que se presentan en el lugar. (MATTOS L. A., 1974)

IMPORTANCIA DE LOS MÉTODOS

- Acrecienta la capacidad magisterial del profesor; es decir, quien emplea un método rinde más de aquel no lo utiliza.
- Presenta a la materia en forma sugestiva, de lo contrario el alumno no tiene deseo de aprender.
- Habitúa al alumno a estudiar con método y a solucionar, de esta manera, sus propios problemas reales de la vida, en la misma forma en que aprende los conocimientos.
- Sin método el alumno exterioriza reacciones negativas frente a la materia aprendida.
- Se encamina a enriquecer la personalidad del niño, de lo contrario se convierte en un factor de conflictos, complejos y sugestiones de frustración.
- Al alumno le interesa más el método que empleamos que la asignatura misma.
- Es el instrumento básico del trabajo mental para realizar la tarea intelectual.
- Sirve para buscar o redescubrir la verdad.
- Determina el progreso de la civilización por las numerosas adquisiciones cognoscitivas. (Moreno Bayardo, 1977)

FUNDAMENTOS:

EL EDUCANDO:

Cada alumno tiene condiciones de aprendizaje diferente a los demás, por sus aptitudes psicológicas, influencias del ambiente o rasgos genéticos, posee intereses y necesidades diferentes. Sin embargo el método educativo trata de desarrollar una interrelación de bien social, tratando de capacitar a todos por igual con características comunes.

EL EDUCADOR:

El método educativo está supeditado a la habilidad y capacidad del educador para que quede plasmado en la mente del educando. El empleo de un método resulta exitoso solamente en manos de un buen maestro, debido a su capacidad, su habilidad, etc., para encausar el proceso educativo.

EL CONTENIDO EDUCATIVO:

Toda la cultura organizada, según principios o leyes típicas de cada una de sus esferas constituye un fundamento importante del Método Didáctico. Cada tema se capta o trasmite mediante un método especial.

LA ESCUELA:

Las posibilidades materiales de la escuela, así como su doctrina y orientación, condicionan el empleo de terminado método pedagógico, con las modificaciones necesarias. No todos los métodos son aplicables en todas las escuelas, ya que sus fines específicos y la realidad existente hacen que prefiera determinado método. Es más, los procedimientos de cada método pedagógico varían, muchas veces, en función de la naturaleza del a institución.

LOS FINES DE LA EDUCACIÓN:

La educación cumple una función netamente informativa, pero aparte de esta tiene otros fines significativos y trascendentales como: tecnificar al ser humano, capacitarlo para protegerse de las necesidades vitales (Decroly), desarrollar condiciones psico - sociales para desempeñarse en su vida profesional (Guillén de Rezzano); y educar o capacitar para la vida (Rousseau). Pero estas capacidades sólo se consiguen empleando un método activo donde el niño toma parte en la elaboración del conocimiento.

CARACTERÍSTICAS:

- Se adapta a los objetivos del aprendizaje ya sean elementales, avanzados; cognoscitivos, éticos o estéticos.
- Mantiene una interrelación lógica interna en la materia a trasmitirse.
- Sirva para trasmitir los conocimientos en forma graduable.
- Es simple, natural, pero bien meditado.
- Hacer adquirir experiencias en forma progresiva.
- Tiene claridad y orden.
- Se adapta a la psicología variable del educando.
- Toma en cuenta las condiciones y aptitudes específicas del educador.
- Su estructura está de acuerdo con la Psicología del Aprendizaje.
- Es progresivo y acumulativo, trae algo nuevo y consolida lo anterior.
- Se adapta a las orientaciones peculiares del nivel o rama de educación.
- Instruye, habitúa, crea habilidades, aptitudes e ideales éticos para desarrollar la personalidad del educando.
- Busca fijar los conocimientos sin mayor esfuerzo por parte del alumno y del profesor.
- Es flexible, no rígido y puede cambiarse con la circunstancia para un mejor aprendizaje.
- Trasmite los avances técnicos y los aplica al quehacer humano.
- Toma en cuenta las recomendaciones pedagógicas modernas, pero no como receta.
- Necesita de la preparación especial del maestro para su aplicación, de lo contrario es un fracaso.
- Permite la apreciación objetiva de los resultados alcanzados.
- Conduce el aprendizaje de los alumnos de lo fácil a lo difícil; de lo más próximo a lo remoto; de lo simple a lo complejo; de lo concreto a lo abstracto.
- Tiene procedimientos definidos. Toma, de ellos, como eje del aprendizaje a la observación.
- Está garantizado por suficientes experimentos, hechos por educadores competentes.
- Es simple, natural, pero bien meditado.

CLASIFICASIÓN DE LOS MÉTODOS

LOS MÉTODOS EN CUANTO A LA FORMA DE RAZONAMIENTO

MÉTODO DEDUCTIVO

Cuando el asunto estudiado procede de lo general a lo particular. El profesor presenta conceptos, principios o definiciones o afirmaciones de las que se van extrayendo conclusiones y consecuencias, o se examinan casos particulares sobre la base de las afirmaciones generales presentadas. Si se parte de un principio, por ejemplo el de Arquímedes, en primer lugar se enuncia el principio y posteriormente se enumeran o exponen ejemplos de flotación.

Los métodos deductivos son los que tradicionalmente más se utilizan en la enseñanza. Sin embargo, no se debe olvidar que para el aprendizaje de estrategias cognoscitivas, creación o síntesis conceptual, son los menos adecuados. Recordemos que en el aprendizaje propuesto desde el comienzo de este texto, se aboga por métodos experimentales y participativos.

El método deductivo es muy válido cuando los conceptos, definiciones, fórmulas o leyes y principios ya están muy asimilados por el alumno, pues a partir de ellos se generan las 'deducciones'. Evita trabajo y ahorra tiempo.

MÉTODO INDUCTIVO

Cuando el asunto estudiado se presenta por medio de casos particulares, sugiriéndose que se descubra el principio general que los rige. Es el método, activo por excelencia, que ha dado lugar a la mayoría de descubrimientos científicos. Se basa en la experiencia, en la participación, en los hechos y posibilita en gran medida la generalización y un razonamiento globalizado.

El método inductivo es el ideal para lograr principios, y a partir de ellos utilizar el método deductivo. Normalmente en las aulas se hace al revés. Si seguimos con el ejemplo iniciado más arriba del principio de Arquímedes, en este caso, de los ejemplos pasamos a la 'inducción' del principio, es decir, de lo particular a lo general. De hecho, fue la forma de razonar de Arquímedes cuando descubrió su principio.

MÉTODO ANALÓGICO O COMPARATIVO

Cuando los datos particulares que se presentan permiten establecer comparaciones que llevan a una solución por semejanza hemos procedido por analogía. El pensamiento va de lo particular a lo particular. Es fundamentalmente la forma de razonar de los más pequeños, sin olvidar su importancia en todas las edades.

El método científico necesita siempre de la analogía para razonar. De hecho, así llegó Arquímedes, por comparación, a la inducción de su famoso principio. Los adultos, fundamentalmente utilizamos el método analógico de razonamiento, ya que es único con el que nacemos, el que más tiempo perdura y la base de otras maneras de razonar.

LOS MÉTODOS EN CUANTO A LA ORGANIZACIÓN DE LA MATERIA

MÉTODO BASADO EN LA LÓGICA DE LA TRADICIÓN O DE LA DISCIPLINA CIENTÍFICA

Cuando los datos o los hechos se presentan en orden de antecedente y consecuente, obedeciendo a una estructuración de hechos que va desde lo menos a lo más complejo o desde el origen hasta la actualidad o siguiendo simplemente la costumbre de la ciencia o asignatura. Estructura los elementos según la forma de razonar del adulto.

Es normal que así se estructuren los libros de texto. El profesor es el responsable, en caso necesario, de cambiar la estructura tradicional con el fin de adaptarse a la lógica del aprendizaje de los alumnos.

MÉTODO BASADO EN LA PSICOLOGÍA DEL ALUMNO

Cuando el orden seguido responde más bien a los intereses y experiencias del alumno. Se ciñe a la motivación del momento y va de lo conocido por el alumno a lo desconocido por él. Es el método que propician los movimientos de renovación, que intentan más la intuición que la memorización.

Muchos profesores tienen reparo, a veces como mecanismo de defensa, de cambiar el 'orden lógico', el de siempre, por vías organizativas diferentes. Bruner le da mucha importancia a la forma y el orden de presentar los contenidos al alumno, como elemento didáctico relativo en relación con la motivación y por lo tanto con el aprendizaje.

LOS MÉTODOS EN CUANTO A SU RELACIÓN CON LA REALIDAD

MÉTODO SIMBÓLICO O VERBALÍSTICO

Cuando el lenguaje oral o escrito es casi el único medio de realización de la clase. Para la mayor parte de los profesores es el método más usado. Dale, lo critica cuando se usa como único método, ya que desatiende los intereses del alumno, dificulta la motivación y olvida otras formas diferentes de presentación de los contenidos.

MÉTODO INTUITIVO

Cuando se intenta acercar a la realidad inmediata del alumno lo más posible. Parte de actividades experimentales, o de sustitutos. El principio de intuición es su fundamento y no rechaza ninguna forma o actividad en la que predomine la actividad y experiencia real de los alumnos.

LOS MÉTODOS EN CUANTO A LAS ACTIVIDADES EXTERNAS DEL ALUMNO

MÉTODO PASIVO

Cuando se acentúa la actividad del profesor permaneciendo los alumnos en forma pasiva. Exposiciones, preguntas, dictados...

MÉTODO ACTIVO

Cuando se cuenta con la participación del alumno y el mismo método y sus actividades son las que logran la motivación del alumno. Todas las técnicas de enseñanza pueden convertirse en activas mientras el profesor se convierte en el orientador del aprendizaje.

LOS MÉTODOS EN CUANTO A SISTEMATIZACIÓN DE CONOCIMIENTOS

MÉTODO GLOBALIZADO

Cuando a partir de un centro de interés, las clases se desarrollan abarcando un grupo de áreas, asignaturas o temas de acuerdo con las necesidades. Lo importante no son las asignaturas sino el tema que se trata. Cuando son varios los profesores que rotan o apoyan en su especialidad se denomina Interdisciplinar.

En su momento, en este mismo texto, se explica minuciosamente la estrategia trasversal y las posibilidades de uso en las aulas.

MÉTODO ESPECIALIZADO

Cuando las áreas, temas o asignaturas se tratan independientemente.

LOS MÉTODOS EN CUANTO A LA ACEPTACIÓN DE LO ENSEÑADO

DOGMÁTICO

Impone al alumno sin discusión lo que el profesor enseña, en la suposición de que eso es la verdad. Es aprender antes que comprender.

MÉTODO HEURÍSTICO

DEFINICIÓN DE HEURÍSTICA

Se habla de heurística para referirse a una técnica o método inteligente, para realizar una tarea que no es producto de un riguroso análisis formal, sino del conocimiento experto sobre un tema a solucionar, la cual aporta soluciones a problemas combinacionales con un buen en lo referente a calidad de soluciones y a los recursos empleados, procurando cierto grado de confianza al encontrar soluciones de alta calidad con un costo computacional razonable, aunque no garantice su óptimo rendimiento o factibilidad, e incluso en algunos casos, sin lograr establecer lo cerca que se está de dicha situación. Se usa el calificativo heurístico en contraposición a exacto.

MOTIVOS PARA EL USO DE HEURÍSTICAS

Los principios para el uso de técnicas heurísticas se deben a que las soluciones exactas pueden ser difíciles de obtener –sino imposibles– para una formulación matemática (razonablemente representativa del problema real).

FACTORES PARA EL USO DE HEURÍSTICA

Los factores que favorecen en la toma de decisión de implementar un problema aplicando heurística.

FACILIDAD EN LA IMPLEMENTACIÓN: Las personas prefieren convivir con un problema que no pueden resolver que aceptar una solución que no pueden entender. Este tipo de entendimiento es más probable con reglas heurísticas que con una rutina compleja de optimización. Tal razonamiento no necesariamente implica que las heurísticas deban ser simples en su naturaleza, pues en efecto para algunos problemas complejos las heurísticas simples no podrán producir soluciones aceptables.

ARGUMENTA MEJORES SOLUCIONES SOBRE PRÁCTICAS VIGENTES: Relacionados con el punto anterior, los Managers estarán más satisfechos con la solución heurística debido a que producen mejores resultados que los logros hasta la fecha obtenidos.

RESULTADOS ÓPTIMOS: Algunas veces rápidos, otras veces razonables, pero en su conjunto, menores a lo que demoraría una solución exacta, los resultados son muy cercanos al óptimo, y las heurísticas pueden ser desarrolladas y usadas con mayor velocidad que las rutinas de optimización.

SOLIDEZ: Las heurísticas son menos sensibles a la variación de calidad de información y a las características de los problemas. Las soluciones óptimas son frágiles en el sentido que son exquisitamente sensibles a los cambios en la información si la descripción del problema cambia ligeramente, el recobrar la solución óptima requiere normalmente resolver el problema entero nuevamente (lo cual computacionalmente hablando en cálculos, es costoso en un primer momento) y por otra parte, las heurísticas particionan el problema y de esa forma ignoran las interrelaciones entre sus partes. Esto permite que las modificaciones sean dirigidas a las partes afectadas de manera más rápida sin necesidad de recomputar todo el problema.

SON USADAS DENTRO DE LAS RUTINAS DE OPTIMIZACIÓN: Las heurísticas pueden ser usadas provechosamente dentro de rutinas de optimización por dos motivos: primero, proveen una buena solución inicial en un plan interactivo, y segundo, pueden proporcionar límites que facilitan la eliminación de porciones en un espacio de soluciones con miras al proceso de optimización.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Un problema es una situación a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la respuesta. Un problema debe lograr que el individuo lo acepte; debe existir un compromiso formal, que puede ser debido a motivaciones tanto externas como internas. Además, los intentos iniciales de resolución no dan fruto, las técnicas habituales de abordar la situación no funcionan; lo anterior lleva al individuo a la búsqueda y exploración de nuevos métodos para resolver el problema.

El saber matemático, por parte de una persona, no puede reducirse a identificar las definiciones y propiedades de los conceptos de la disciplina. Debe implicar capacidad de usar el lenguaje y el concepto matemático en la resolución de problemas. Un estudiante no puede atribuir un sentido pleno a los objetos matemáticos a menos que estos se relacionen con la actividad de la cual surgen. Por lo tanto, la actividad realizada con el fin de resolver problemas es una de las bases del aprendizaje significativo de la Matemática. La resolución de problemas no debe considerarse como un nuevo contenido que añadir al currículo matemático, sino como un complemento de la enseñanza tradicional. Tal actividad es uno de los medios esenciales del aprendizaje de la Matemática en la actualidad, además de una fuente de motivación intrínseca para los y las estudiantes.

La aplicación de la resolución de problemas como estrategia didáctica no es nueva; desde hace años, se ha pensado en el uso de los problemas para propiciar el aprendizaje matemático; actualmente, con el gran avance en la tecnología, la idea toma una nueva connotación por las grandes posibilidades que las Tecnologías de la Información y la comunicación (TIC) ofrecen.
En el caso de la metodología de resolución de problemas, el y la docente debe escoger cuidadosamente un problema; debe entender por problema un ejercicio que no se responda en forma inmediata, lo cual no quiere decir que la situación planteada debe requerir un nivel de conocimientos más alto del que posee el estudiantado. Es decir el problema presentado no sea idéntico a algún ejercicio que se haya realizado; por lo tanto, amerita un esfuerzo mayor para ser resuelto. En el recorrido desde el planteamiento original del problema hasta su solución, se presenta la posibilidad de observar y reflexionar en torno a conceptos que el método convencional difícilmente permitiría y, entonces, desarrollar habilidades relacionadas con el razonamiento.

La propuesta de resolución de problemas no es nueva. Pólya, desde 1945, en su libro *How to solve it* indica cuatro fases, que se consideran esenciales dentro de la metodología de resolución de problemas. Para Pólya, la actividad de resolución de problemas involucra cuatro momentos: comprender el problema en el sentido de poder establecer cuál es la meta, los datos y condiciones iniciales; luego, idear un plan de acción que permita combinar las condiciones iniciales; un tercer momento comprende llevar a cabo el plan ideado en el paso anterior y, por último, lo que Pólya llama “mirar atrás ", que consiste en comprobar el resultado obtenido. Según Pólya, la habilidad para resolver problemas no solo se adquiere resolviendo muchos problemas ni conociendo las distintas fases de resolución, sino también tomando soltura y familiaridad con una gama de técnicas de resolución que él llama heurísticas.

Lo innovador de los trabajos de Pólya radica no en el establecimiento de fases durante el proceso de resolución de un problema, ya que otros autores tales como Pappus (300AC), Descartes (1596-1650), Leibnitz (1646-1716) y Bolzano (1781-1848) también lo habían tratado de hacer antes, Poyla plantea una serie de preguntas que funcionan como sugerencias para el resolutor. Según Pólya, el estudiante aprende por imitación y práctica con ayuda del profesor y el empleo de estrategias heurísticas. Sin embargo, es importante mencionar que nunca investigó con estudiantes; sus resultados son producto de su experiencia como docente.

En su libro *Mathematics and Plausible Reasoning*, de 1954, planteó cómo estrategias aplicadas por un matemático profesional pueden ser seguidas para la enseñanza de la asignatura. Y más adelante, en su obra *Matematical Discovery* la cual se dividió en dos volúmenes entre los años de 1962 y 1965, se presentó un compendio de técnicas para resolver problemas, además de ofrecer una descripción teórica de la metodología de resolución de problemas. En ese mismo libro, Pólya planteó su famoso decálogo para el profesor de Matemática, en el que explicó cuáles debían ser las posturas adecuadas de un docente; entre ellas, se pueden citar la importancia de que él y la docente conozca a la perfección su materia; esto implica tanto contenido como destrezas matemáticas; se entienden como destreza la habilidad para resolver problemas, de construir demostraciones y examinar críticamente soluciones.

Los trabajos de Pólya no tuvieron mucha influencia en su época porque en la décadas de los 40 y 50 se daba énfasis al aprendizaje memorístico por repetición. Sin embargo, su obra ha influido todos los trabajos posteriores referidos a la resolución de problemas.

Más adelante, Allan Schoenfeld en sus libros *Problem solving in the mathematics curriculum* (1983), *Mathematical problem solving* (1985) y *Cognitive science and mathematics education* (1987) explicó el trabajo que desarrolló con investigaciones que permitieron observar a estudiantes durante las sesiones de resolución de problemas. De esta manera, él pudo observar detalles referentes a: cómo se decide qué conocimiento matemático es el adecuado al problema, de qué forma el estudiantado decide utilizar este conocimiento y cuáles relaciones existen entre estas decisiones y la comprensión por parte del estudiante del concepto matemático implicado en el problema.

Schoenfeld sostenía que los trabajos de Pólya eran insuficientes dado que resolver problemas involucra otros factores de carácter socio-afectivos. Para Schoenfeld no era suficiente resolver muchos problemas o conocer muchas estrategias (heurísticas), sino que se debía tener control en el sentido de saber si una determinada herramienta funcionaba para continuar utilizándola o decidir utilizar otro método o conocimiento. Además, planteó que el sistema de creencias y percepciones acerca de la Matemática condicionaban en la habilidad de un estudiante a la hora de enfrentar un problema.

En resumen, Schoenfeld planteó que en el proceso de resolución de problemas influyen:

- Los recursos: aquí entran la serie de conocimientos, conceptos y algoritmos necesarios. Pero Schoenfeld va más allá y habla de cómo el estudiante tiene acceso a estos recursos o por qué en algunas ocasiones no puede; incluso, el profesor debe valorar si los recursos del estudiante contienen errores que no le permiten avanzar con el problema.
- Las heurísticas: para Schoenfeld, el problema de las heurísticas es que son demasiado específicas para un determinado problema; es decir, las estrategias
- para un determinado problema no funcionan para otro.
- El control: en el sentido de que el estudiante sea capaz de saber cuándo puede continuar con una estrategia y cuándo la debe abandonar y cambiar por otra más viable.

- El sistema de creencias: las creencias condicionan la forma en que se enseña y se aprende Matemática. Schoenfeld divide las creencias en tres grupos: creencias de los estudiantes, creencias del profesor y creencias sociales.

(BARRANTTE, H; 2006, pp. 2-3)

Miguel de Guzmán (1991) desarrolló su propuesta en su libro *Para pensar mejor*. Planteó la resolución de problemas como un trabajo de investigación; expuso la necesidad de tratar en clases problemas cerrados y los denominados abiertos. Para Guzmán, el proceso de resolver problemas requiere cuatro pasos: en un inicio, la familiarización, dentro de lo que cabe destacar lo que él llama hacer una película, contar el problema con nuestras propias palabras; luego, las estrategias que contemplan la forma de abordar el problema; llevar a cabo la estrategia pensada y, por último, la revisión y consecuencias.

Figura 3. Miguel de Guzmán (1936-2004)

Miguel de Guzmán ha propuesto que cuando se resuelve un problema, antes de iniciar la tarea, el resolutor entra en una serie de bloqueos que afectan directamente la forma en que se enfrenta al problema que debe resolver. Los bloqueos los enlista en cuatro tipos:

- Bloqueos de tipo inercial: nuestro pensamiento sigue ciertas reglas fijas.
- Bloqueos afectivos: emociones tales como el miedo y la ansiedad.
- Bloqueos de tipo cognoscitivos: consisten en la incapacidad para saber cuándo aplicar un proceso o concepto.

- Bloqueos de tipo cultural y ambiental: corresponde a las ideas presentes en el contexto en el que nos desenvolvemos.
  (BLANCO, J; 1996. p. 15)

Para Guzmán, los bloqueos deben tomarse como una etapa más de proceso de solución de un problema que permite enriquecer el proceso.

El proceso de resolución de problemas.

El reconocimiento que se le ha dado a la actividad de resolver problemas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, distinguiendo diversas fases en el proceso de su resolución, entre las cuales podemos citar las siguientes:

El plan de George Pólya (1945) contempla cuatro fases principales para resolver un problema:

1. Comprender el problema.
2. Elaborar un plan.
3. Ejecutar el plan.
4. Hacer la verificación.

- Miguel de Guzmán (1994) presenta el siguiente modelo:

1. Familiarízate con el problema.
2. Búsqueda de estrategias.
3. Lleva adelante tu estrategia.
4. Revisa el proceso y saca consecuencias de él.

La resolución de problemas según Alan Schoenfeld (1985).

Este investigador se considera continuador de la obra de Pólya, sin embargo sus trabajos están enmarcados en otra corriente psicológica, la del procesamiento de la información. Sus investigaciones se han centrado en la observación de la conducta de expertos y novicios resolviendo problemas. Su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas y se fundamenta en las siguientes ideas:

• En el salón de clase hay que propiciar a los estudiantes condiciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de las matemáticas.

• Para entender cómo los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente para proponer actividades que puedan ayudarlos es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en este proceso influyen los siguientes factores:

El dominio del conocimiento, que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema; tales como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema ,hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar en él.

Estrategias cognoscitivas que incluyen métodos heurísticos; por ejemplo, descomponer el problema en casos simples, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.

– *Estrategias metacognitivas* que se relacionan con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias; es decir, acciones tales como planear, evaluar y decidir.

– *El sistema de creencias* que se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras.

Fases y preguntas del Plan de Pólya.

Fase 1.Comprender el problema.

Para poder resolver un problema primero hay que comprenderlo. Se debe leer con muchocuidado y explorar hasta entender las relaciones dadas en la información proporcionada.

Para eso, se puede responder a preguntas como:

- ¿Qué dice el problema? ¿Qué pide?
- ¿Cuáles son los datos y las condiciones del problema?
- ¿Es posible hacer una figura, un esquema o un diagrama?
- ¿Es posible estimar la respuesta?

Fase 2. Elaborar un plan.

En este paso se busca encontrar conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido, relacionando los datos del problema. Se debe elaborar un plan o estrategia para resolver el problema. Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final. Hay que elegir las operaciones e indicar la secuencia en que se debe realizarlas. Estimar la respuesta. Algunas preguntas que se pueden responder en este paso son:

Recopilación Blog del Área de Formación Inicial Docente

- ¿Recuerda algún problema parecido a este que pueda ayudarle a resolverlo?
- ¿Puede enunciar el problema de otro modo? Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada.

- ¿Usó todos los datos?, ¿usó todas las condiciones?, ¿ha tomado en cuenta todos los conceptos esenciales incluidos en el problema?
- ¿Se puede resolver este problema por partes?
- Intente organizar los datos en tablas o gráficos.
- ¿Hay diferentes caminos para resolver este problema?
- ¿Cuál es su plan para resolver el problema?

APRENIZAJE DE INECUACIONES

DEFINICIÓN DE APRENDIZAJE

El aprendizaje es el proceso de adquisición cognoscitiva que explica, en parte, el enriquecimiento y la transformación de las estructuras internas, de las potencialidades del individuo para comprender *y* actuar sobre su entorno, de los niveles de desarrollo que contienen grados específicos de potencialidad. (GONZÁLEZ ORNELAS, 2003)

El proceso de aprendizaje es una actividad individual que se desarrolla en un contexto social y cultural. Es el resultado de procesos cognitivos individuales mediante los cuales se asimilan e interiorizan nuevas informaciones (hechos, conceptos, procedimientos, valores), se construyen nuevas representaciones mentales significativas y funcionales (conocimientos), que luego se pueden aplicar en situaciones diferentes a los contextos donde se aprendieron. (LEDESMA, 2003)

CARACTERISTICAS DEL APRENDIZAJE

- Permite atribuir significado al conocimiento
- Permite atribuir valor al conocimiento
- Se puede enseñar todo lo que se puede aprender.
- Permite modificarlo que se ha aprendido antes.
- El aprendizaje tiene un carácter adaptativo.
- No todos los organismos tienen la misma capacidad de aprendizaje, esta depende de nuestra genética y nuestro entorno.
- El aprendizaje por asociaciones el aprendizaje más común.
  (PAPALIA y WENKNLS, 2006)

TEORÍAS DEL APRENDIZAJE

TEORÍA CONDUCTISTA.

Desde la perspectiva conductista, formulada por B.F. Skinner (Condicionamiento operante) hacia mediados del siglo XX y que arranca de los estudios psicológicos de Pavlov sobre Condicionamiento clásico y de los trabajos de Thorndike (Condicionamiento instrumental) sobre el esfuerzo, intenta explicar el aprendizaje a partir de unas leyes y mecanismos comunes para todos los individuos. Fueron los iniciadores en el estudio del comportamiento animal, posteriormente relacionado con el humano. El conductismo establece que el aprendizaje es un cambio en la forma de comportamiento en función a los cambios del entorno. Según esta teoría, el aprendizaje es el resultado de la asociación de estímulos y respuestas.

Teorías cognitivas:

APRENDIZAJE POR DESCUBRIMIENTO. La perspectiva del aprendizaje por descubrimiento, desarrollada por J. Bruner, atribuye una gran importancia a la actividad directa de los estudiantes sobre la realidad.

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO (D. Ausubel, J. Novak) postula que el aprendizaje debe ser significativo, no memorístico, y para ello los nuevos conocimientos deben relacionarse con los saberes previos que posea el aprendiz. Frente al aprendizaje por descubrimiento de Bruner, defiende el aprendizaje por recepción donde el profesor estructura los contenidos y las actividades a realizar para que los conocimientos sean significativos para los estudiantes.

COGNITIVISMO. La psicología cognitivista (Merrill, Gagné...), basada en las teorías del procesamiento de la información y recogiendo también algunas ideas conductistas (refuerzo, análisis de tareas) y del aprendizaje significativo, aparece en la década de los sesenta y pretende dar una explicación más detallada de los procesos de aprendizaje.

CONSTRUCTIVISMO. JEAN PIAGET propone que para el aprendizaje es necesario un desfase óptimo entre los esquemas que el alumno ya posee y el nuevo conocimiento que se propone. "Cuando el objeto de conocimiento esta alejado de los esquemas que dispone el sujeto, este no podrá atribuirle significación alguna y el proceso de enseñanza/aprendizaje será incapaz de desembocar". Sin embargo, si el conocimiento no presenta resistencias, el alumno lo podrá agregar a sus esquemas con un grado de motivación y el proceso de enseñanza/aprendizaje se lograra correctamente.

SOCIO-CONSTRUCTIVISMO DE VYGOTSKY

Para Vygotsky un concepto es una clase de cosas que tiene una etiqueta y que puede ser definido por un conjunto de criterios. En su teoría, un sujeto demuestra tener un conocimiento maduro de un concepto cuando parece conocer todos los criterios que definen dicho concepto y cuando comprende que la palabra asignada al concepto es arbitraria y condicional. Encontró que los niños no parecen comprender los verdaderos conceptos hasta el principio de la adolescencia, sólo son capaces de producir pseudoconceptos, o conceptos espontáneos. Un pseudoconcepto deja de ser evidente cuando el niño puede usar una etiqueta correcta para denominarlo. Los verdaderos conceptos están marcados por su generalidad que se deriva del hecho de que los conceptos verdaderos se definen por ser abstractos e independientes del contexto.

APRENDIZAJE DE INECUACIONES

INTERVALOS

DEFINICIÓN 1

Sean *a* y *b* números reales tales que *a* es menor que *b* (*a* < *b*). Se llama intervalo abierto de extremos *a* y *b*, al conjunto cuyos elementos son los números reales *x* que cumplen la condición de que:

$$a < x \quad \text{y} \quad x < b$$

NOTACIÓN:

- El intervalo abierto de extremo a y b se lo denota por $]a, b[$
- Si a < x y x > b escribimos a< x < b, por ejemplo, la expresión -3 < x >5, significa que -3< x y x < 5.

De esta manera se tiene que:

$$]a, b[= \{x \in \mathbb{R} \;/\; a < x < b\}$$

El intervalo abierto de extremos *a* y *b* lo representamos geométricamente de la manera siguiente:

DEFINICIÓN 2

Sean *a* y *b* números reales tales que *a* < *b*. Se llama intervalo cerrado de extremos *a* y *b*, al conjunto cuyos elementos son los números reales *x* que cumplen la condición:

$$a \leq x \quad \text{y} \quad x \leq b$$

NOTACIÓN

I. El intervalo cerrado de extremos a y b lo denotaremos por $[a, b]$

De esta manera se tiene que:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \;/\; a \leq x \leq b\}$$

El intervalo cerrado de extremos a y b lo representamos geométricamente de la manera siguiente:

DEFINICIÓN 3

Sean a y b números reales tales que a < b: Se llama intervalo semi-abierto de extremos a y b, “abierto" en a y “cerrado" en b, al conjunto cuyos elementos son los números reales x que cumplen la condición:

$$a < x \quad \text{y} \quad x \leq b$$

NOTACIÓN:

Este intervalo lo denotaremos $]a, b]$ por

NOTACIÓN:

Si $a < x$ y $x \leq b$ escribimos $a < x \leq b$

De esta manera se tiene que:

$$]a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x \leq b\}$$

Geométricamente el intervalo semi-abierto, de extremos a y b, “abierto" en a y “cerrado" en b, lo representamos de la manera siguiente:

En forma similar se define el intervalo”semi-abierto" de extremos a y b, “cerrado" en a y “abierto" en b, y se denota [a; b [de la manera siguiente:

$$[a, b[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x < b\}$$

Geométricamente este intervalo se representa de la manera siguiente:

DEFINICIÓN 4

Sea a un número real. El conjunto cuyos elementos son los números reales x tales que x > a; lo denotaremos por $]a, +\infty[$ y lo representamos geométricamente de la manera siguiente:

así: $]a, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > a\}$

En forma similar:

IV. El conjunto cuyos elementos son los números reales *x* tales que $x \geq a$ lo denotaremos por $[a, +\infty[$ y lo representaremos geométricamente de la manera siguiente:

Así: $[a, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$

V. El conjunto cuyos elementos son los números reales x tales que x < a, lo denotaremos por $]-\infty, a[$ y lo representaremos geométricamente de la manera siguiente:

Así: $]-\infty, a[= \{x \in \mathbb{R} / x < a\}$

VI. El conjunto cuyos elementos son los números reales *x* tales que $x \leq a$, lo denotaremos por $]-\infty, a]$ y lo representaremos geométricamente de la manera siguiente:

Así: $]-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$

(M.Sc.ALCIDES ASTORGA M., 1994)

OPERACIONES CON INTERVALOS

Ya sabes que los intervalos son conjuntos de números reales, por lo tanto las operaciones usuales con conjuntos: unión, intersección, diferencia de conjuntos, se pueden realizar con los intervalos.

Por ejemplo, si tenemos los intervalos M = [1, 5 [y N = [5, 8], puedes concluir que si reunimos M con N obtenemos el intervalo [1, 8]. De la misma manera podemos observar que M y N no tienen números comunes, ya que el número 5 se encuentra en N pero no está en M, por lo tanto podemos decir que su intersección es vacía: Ø. Formalicemos las operaciones de la siguiente manera: Si A y B son dos intervalos de números reales, tenemos las siguientes operaciones:

- A ∪ B: Unión de A con B.

Contiene todos los números de A más todos los números de B.

A ∪ B = {x ∈ R/x ∈ A ó x ∈ B}

- $A \cap B$: Intersección de A con B.

  Contiene todos los números que son comunes a A y a B.

  $A \cap B = \{x \in R/x \in A \text{ y } x \in B\}$

- A' Complemento de A.

  Contiene los números que no se encuentran en A.

  $A' = \{x \in R/x \notin A\}$

A – B: Diferencia A menos B.

Contiene los números que están en A, pero que no se encuentran en B.

$A - B = \{x \in R/x \in A \text{ y } x \notin B\}$

Los siguientes ejemplos te servirán para aclarar las cosas.

Veras que no es complicado.

Ejemplo

Dados los intervalos $A =]-\infty, 8]$, $B = [3, 10]$, $C = [0, +\infty[$, halla:

a) A'

b) $A \cup B$

c) $A \cap B$

d) $A - B$

e) $(A \cup B) \cap C$

Solución:

a) Los números que no están en *A*, son los mayores que

8. $AI =]8, +\infty[$

b) Agregando al intervalo *A*, los números de *B* se tiene:

$A \cup B =]-\infty, 10[$

c) El intervalo *A* tiene los números desde 3 hasta 8, que también los tiene *B*.

$A \cap B = [3, 8]$.

d) Quitando de intervalo *A* los números que son de *B*, obtenemos: $A - B =]-\infty, 3[$

(AGUILERA LIBORIO RAÚL, 1996)

DESIGUALDADES

DEFINICIÓN DE DESIGUALDAD

Una desigualdad, llamada también inecuación por algunos autores, es una expresión matemática, específicamente del álgebra, que nos indica que un cierto conjunto de números son mayores, menores y/o iguales a una cantidad dada. Por ejemplo:

• $(2x^2 + 3x - 2) < (4x + 1)$

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES.

Para resolver las desigualdades se observan las mismas reglas del álgebra, por lo que podemos efectuar las siguientes operaciones:

- Si le sumamos el mismo número a ambos miembros de una desigualdad sin importar el signo, la dirección de la desigualdad NO se altera.

Es decir, si $A > B$ y $C > 0$ entonces $A + C > B + C$

De la misma forma, si $A > B$ y $C < 0$ entonces $A – C > B - C$

• Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un número positivo la dirección de la desigualdad NO se altera.

Es decir, si $A > B$ y $C > 0$ entonces $A * C > B * C$

• Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un número negativo la dirección de la desigualdad se invierte.

Es decir, si $A > B$ y $C < 0$ entonces $A * C < B * C$

Nota.- Recuerde que dividir ambos miembros de una desigualdad por el mismo número es igual a multiplicarlos por el inverso de tal número, por lo que estas dos últimas propiedades son aplicables para el caso en que dividimos ambos miembros de la desigualdad por el mismo número sea positivo o negativo.

(AVILA, 2014)

INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCOGNITA

Una inecuación de primer grado con una incógnita se resuelve como si fuera una ecuación, y se determina el intervalo solución mediante tanteo.

Ejemplo

Resolver esta inecuación con una incógnita: $2x - 30 \leq 5x + 3$.

Primero. Se toma la inecuación como una ecuación, sustituyendo la desigualdad por una igualdad, y la resolvemos.

$2x - 30 = 5x + 3 \rightarrow 3x + 33 = 0 \rightarrow x = -33/3 = -11$

Segundo. La solución divide la recta real en dos intervalos. Se toma un punto cualquiera de cada intervalo.

Tomamos $x = -12$ de$] -\infty, -11 [$y $x = 0$ de$] -11, +\infty [$.

Tercero. Se comprueba si estos puntos son soluciones de la inecuación. Si un punto verifica la desigualdad, entonces todo el intervalo es solución.

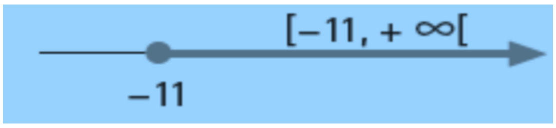
Si $x = -12 \rightarrow 0 \leq 3 \rightarrow (-12) + 33 \rightarrow 0 \leq -3 \rightarrow] -\infty, -11 [$ no es solución

Si $x = 0 \rightarrow 0 \leq 3 \rightarrow 0 + 33 \rightarrow 0 \leq 33 \rightarrow] -11, +\infty$ [es solución

Cuarto. Se comprueba si el extremo común de los intervalos es solución de la inecuación.

Si $x = -11 \rightarrow 0 \leq 3 \rightarrow (-11) + 33 \rightarrow 0 \leq 0 \rightarrow x = -11$ es solución

La solución de la inecuación es $[-11, +\infty\,[$.



(ECUADOR, 2014)

DESIGUALDADES DE UNA VARIABLE

Nosotros ya sabemos que podemos ordenar los números de un conjunto, bien de mayor a menor, bien de menor a mayor.

Este orden está definido por la definición de las desigualdades siguientes.

4.2.1 DEFINICION

Definición 1

DESIGUALDAD

Una desigualdad es una expresión de la forma:

$$a > b$$

que se lee «el número a es mayor que el número b », y esto es verdadero siempre que la diferencia a > b resulta ser un número positivo. Otra desigualdad es:

$a < b$

que se lee «el número a es menor que el número b », y es verdadera siempre que la diferencia a - b es un número negativo.

Indica CIERTO o FALSO para cada una de las desigualdades

. Ejemplo 1

- 2 > 1

Para que sea verdadero, se requiere que 2>1 sea positivo. Y 2>1 = 1, luego es VERDADERO.

- _ 2 < 5

Esto es VERDADERO, porque 2-5 es negativo.

- _ 10 > 20

Esto es FALSO, porque 10-20 = -10 es negativo.

- _ 10 < 20

Es VERDADERO, porque 10-20 = -10 es negativo

(APOLINAR, Algubra, 2010)

INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCOGNITA

Sean a, b, c constantes reales tales que a 6= 0. Sea x una variable real. Llamaremos inecuación cuadrática a toda inecuación en la que uno de sus miembros se puede llevar a una expresión de la forma ax2 + bx + c y el otro miembro es cero.

Ejemplos

Son inecuaciones cuadráticas:

a.) 2*x*2 + 2*x* + 1 < 0

c.) 2*x*2 + 8 > 0

b.) *x*2 + 5*x* + 6 < 0

CASO 1

Consideremos como caso 1, aquel en el cual la expresión $ax^2 + bx + c$ es factorizable (*4*< 0). Para resolver estas inecuaciones se debe factorizar la expresión $ax^2 + bx + c$, para posteriormente aplicar el procedimiento usado para resolver las inecuaciones de los ejemplos anteriores (por medio de una “tabla de signos")

Recuerde que si la expresión $ax^2 + bx + c$ es factorizable entonces se cumple que:

*ax*2 + *bx* + *c* = *a*(*x* - *x*1) (*x* - *x*2)

Con *x*1 y *x*2 los ceros del polinomio $ax^2 + bx + c$

Ejemplo

a.) $x^2 - 2x - 35 < 0$

Para la expresión $x^2 - 2x - 35$ se tiene:

$$\begin{aligned} \triangle &= 4 - 4(1)(-35) \\ \triangle &= 4 + 140 \\ \triangle &= 144 \end{aligned}$$

$\therefore$ $x^2 - 2x - 35$ es factorizable y además:

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{144}}{2} \Longrightarrow x_1 = \frac{14}{2} \Longrightarrow x_1 = 7$$

$$x_2 = \frac{2 - \sqrt{144}}{2} \Longrightarrow x_2 = \frac{-10}{2} \Longrightarrow x_2 = -5$$

así:

$$x^2 - 2x - 35 = (x - 7)(x + 5)$$

$$\therefore \; x^2 - 2x - 35 < 0 \iff (x - 7)(x + 5) < 0$$

Resolviendo esta última inecuación se tiene:

b.) $2x^2 - x - 6 \geq 0$

Para la expresión $2x^2 - x - 6$ se tiene:

$$\begin{array}{rcl} \triangle & = & 1 - 4(2)(-6) \\ \triangle & = & 1 + 48 \\ \triangle & = & 49 \end{array}$$

$\therefore$ $2x^2 - x - 6$ es factorizable y además:

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{49}}{4} \Longrightarrow x_1 = \frac{8}{4} \Longrightarrow x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{49}}{4} \Longrightarrow x_2 = \frac{-6}{4} \Longrightarrow x_2 = \frac{-3}{2}$$

Así:

$$2x^2 - x - 6 = 2(x-2)\left(x + \frac{3}{2}\right)$$

$$\therefore \; 2x^2 - x - 6 \geq 0 \iff 2(x-2)\left(x + \frac{3}{2}\right) \geq 0$$

Resolviendo esta última inecación se tiene:

	$-\infty$ | $\frac{-3}{2}$	$\frac{-3}{2}$ | 2	2 | $+\infty$
2	$+$	$+$	$+$
$x+2$	$-$	$-$	$+$
$x + \frac{3}{2}$	$-$	$+$	$+$
$2(x-2)\left(x+\frac{3}{2}\right)$	$+$	$-$	$+$

Por lo tanto el conjunto solución de $2x^2 - x - 6 < 0$ es $\left]-\infty, \frac{-3}{2}\right] \cup [2, +\infty[$ o sea: $S = \left]-\infty, \frac{-3}{2}\right] \cup [2, +\infty[$

c.) $-3x^2+x+2>0$

Para la expresión $-3x^2+x+2$ se tiene:

$$\begin{aligned}\triangle &= 1-4(-3)(2)\\ \triangle &= 1+24\\ \triangle &= 25\end{aligned}$$

$\therefore$ $-3x^2+x+2$ es factorizable y además:

$$x_1=\frac{-1+\sqrt{25}}{-6}\Longrightarrow x_1=\frac{4}{-6}\Longrightarrow x_1=\frac{-2}{3}$$

$$x_2=\frac{-1-\sqrt{25}}{-6}\Longrightarrow x_2=\frac{-6}{-6}\Longrightarrow x_2=1$$

así: $-3x^2+x+2=-3\left(x+\dfrac{2}{3}\right)(x-1)$

$\therefore$ $-3x^2+x+2>0 \iff -3\left(x+\dfrac{2}{3}\right)(x-1)>0$

Resolviendo esta última inecuación se tiene:

	$-\infty$ $-2/3$	$-2/3$ 1	1 $+\infty$
-3	$-$	$-$	$-$
$x+\frac{2}{3}$	$-$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$+$
$-3\left(x+\frac{2}{3}\right)(x-1)$	$-$	$+$	$-$

Por lo que el conjunto solución de $-3x^2+x+2>0$ es $\left]\dfrac{-2}{3},1\right[$ o sea: $S=\left]\dfrac{-2}{3},1\right[$

d.) $-2x^2+3x+2\leq 0$

Para la expresión $-2x^2+3x+2$ se tiene:

$$\begin{aligned}\triangle &= 9-4(-2)(2)\\ \triangle &= 9+16\\ \triangle &= 25\end{aligned}$$

$\therefore$ $-2x^2+3x+2$ es factorizable, además:

$$x_1=\frac{-3+\sqrt{25}}{-4}\Longrightarrow x_1=\frac{2}{-4}\Longrightarrow x_1=\frac{-1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3-\sqrt{25}}{-4} \Longrightarrow x_2 = \frac{-8}{-4} \Longrightarrow x_2 = 2$$

Así:

$$-2x^2+3x+2 = -2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-2)$$

$$\therefore\ -2x^2+3x+2 \leq 0 \iff -2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-2) \leq 0$$

Resolviendo esta última inecuación se tiene:

$-\infty \quad -1/2 \quad 2 \quad +\infty$

-2	$-$	$-$	$-$
$x+\frac{1}{2}$	$-$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$+$
$-2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-2)$	$-$	$+$	$-$

Por lo que el conjunto solución de $-2x^2+3x+2 \leq 0$ **es** $\left]-\infty, \frac{-1}{2}\right] \cup [2,+\infty[$ **o sea:** $S = \left]-\infty, \frac{-1}{2}\right] \cup [2,+\infty[$

Caso2

Consideremos como caso 2, aquel en el cual la expresión $ax^2 + bc + c$ no es factorizable (4 < 0). Para resolver estas inecuaciones usaremos el siguiente teorema:

Teorema 1

Sean a, b, c, constantes reales y x una variable real tales que a 6= 0 y b2 - 4ac < 0 (4 < 0), entonces se cumple que:

- Si *a* > 0 entonces *ax*2 + *bx* + *c* > 0; $\forall\ x \in \mathbb{R}$
- Si *a* < 0 entonces *ax*2 + *bx* + *c* < 0; $\forall\ x \in \mathbb{R}$

$$ax^2+bc+c = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\triangle}{4a^2}\right];\ \text{con } \triangle = b^2-4ac \text{ y además si } \triangle < 0 \text{ entonces } \left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\triangle}{4a^2}\right] > 0; \forall\ x \in \mathbb{R}$$

y por lo tanto:

i.) Si $a > 0$ entonces $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\triangle}{4a^2}\right] > 0; \forall\ x \in \mathbb{R}$ es equivalente a:

si $a > 0$ entonces $ax^2+bc+c > 0; \forall\ x \in \mathbb{R}$

ii.) Si $a < 0$ entonces $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\triangle}{4a^2}\right] < 0; \forall\ x \in \mathbb{R}$ es equivalente a:

si $a < 0$ entonces $ax^2+bc+c < 0; \forall\ x \in \mathbb{R}$

Ejemplos

a) $2x^2 + x + 3 > 0$

En este caso, para la expresión $2x^2 + x + 3$; se tiene:

$a = 2$ y

$$\begin{aligned}
\triangle &= 1^2 - 4(2)(3) \\
\triangle &= 1 - 24 \\
\triangle &= -23
\end{aligned}$$

como $\triangle < 0$ y $a > 0$, entonces $2x^2 + x + 3 > 0; \ \forall \ x \in \mathbb{R}$

$\therefore$ el conjunto solución de $2x^2 + x + 3 > 0$ es $\mathbb{R}$ o sea: $S = \mathbb{R}$

b) $-x^2 - x - 1 \geq 0$

En este caso, para la expresión $-x^2 - x - 1$; se tiene:

$a = -1$ y

$$\begin{aligned}
\triangle &= (-1)^2 - 4(-1)(-1) \\
\triangle &= 1 - 4 \\
\triangle &= -3
\end{aligned}$$

como $\triangle < 0$ y $a < 0$, entonces $-x^2 - x - 1 < 0; \ \forall x \in \mathbb{R}$

$\therefore$ el conjunto solución de $-x^2 - x - 1 \geq 0$ es vacío o sea: $\mathrm{S} = \emptyset$

c) $3x^2 - 5x + 3 \leq 0$

En este caso, para la expresión $3x^2 - 5x + 3$; se tiene:

$a = 3$ y

$$\begin{array}{rcl} \triangle & = & (-5)^2 - 4(3)(3) \\ \triangle & = & 25 - 36 \\ \triangle & = & -11 \end{array}$$

como $\triangle < 0$ y $a > 0$, entonces $3x^2 - 5x + 3 > 0;\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\therefore$ el conjunto solución de $3x^2 - 5x + 3 \leq 0$ es vacío o sea: $\mathrm{S} = \emptyset$

d) $-4x^2 + 3x - 5 < 0$

En este caso, para la expresión $-4x^2 + 3x - 5$; se tiene:

$a = -4$ y

$$\begin{array}{rcl} \triangle & = & (3)^2 - 4(-4)(-5) \\ \triangle & = & 9 - 80 \\ \triangle & = & -71 \end{array}$$

como $\triangle < 0$ y $a < 0$, entonces $-4x^2 + 3x - 5 < 0;\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\therefore$ el conjunto solución de $-4x^2 + 3x - 5 < 0$ es $\mathbb{R}$ o sea: $\mathrm{S} = \mathbb{R}$

e) $2x^2 + 6 \leq 0$

En este caso, para la expresión $2x^2 + 6$; se tiene:

$a = 2$ y

$$\begin{array}{rcl} \triangle & = & 0 - 4(2)(6) \\ \triangle & = & -48 \end{array}$$

como $\triangle < 0$ y $a > 0$, entonces $2x^2 + 6 > 0;\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\therefore$ el conjunto solución de $2x^2 + 6 \leq 0$ es vacío o sea: $S = \emptyset$

(ASTORGA, 1994, pág. 123)

INECUACIONES LINEALES CON DOS INCOGNITAS

DESIGUALDADES DE DOS VARIABLES

Ahora vamos a estudiar un caso más general.

Cuando graficamos la ecuación:

$x + y = 10$

obtenemos una recta en al plano.

Cada punto que está sobre la recta satisface la ecuación. Es decir, si sumamos las coordenadas del punto obtenemos 10.

Ningún otro punto del plano satisface esa condición.

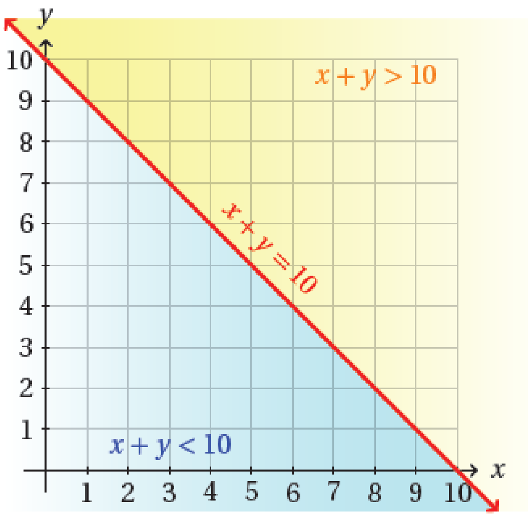
Entonces, por tricotomía, bien $x + y > 10$, bien $x + y < 10$ para los demás puntos del plano.

Vamos a tomar el origen: (0,0) y vamos a sustituir los valores en cada una de las dos ecuaciones. Obviamente, satisface la desigualdad:

$x + y < 10$

Observa que si vamos cambiando una coordenada, digamos y dejando constante la otra (x), antes de que cambie el sentido de la desigualdad debe cumplirse la igualdad.

Esto nos obliga a concluir que la recta divide el plano cartesiano en dos regiones, cada una de las cuales satisface una desigualdad.



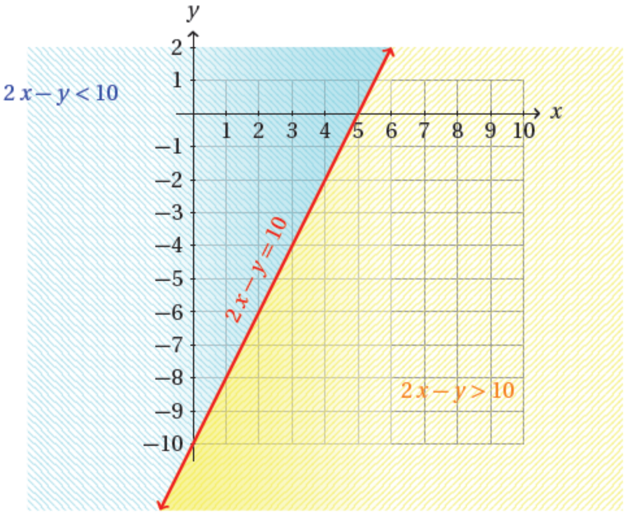
Cualquier punto que elijamos que esté a la derecha de la recta $x + y = 10$ satisface la desigualdad $x + y > 10$.

De manera semejante, cualquier punto de la región a la izquierda de la recta x + y = 10 satisface la desigualdad x + y < 10.Geométricamente podemos pensar que la recta x + y = 10 es la frontera entre las regiones x + y < 10, y x + y > 10.

Representa la región del plano cartesiano cuyos puntos satisfacen la desigualdad:

2 x - y < 10

- Empezamos considerando la ecuación 2 x - y = 10.
- Su gráfica es una recta con pendiente 2 y que pasa por el punto B(0,10).
- Esta recta es la frontera entre las desigualdades 2 x y < 10, y 2 x y > 10.
- Al sustituir las coordenadas del origen en la desigualdad dada en el problema vemos que éste punto la satisface.
- Entonces, las regiones quedan:



- Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y < 10, la desigualdad se cumple.
- Verifica esto para al menos cinco puntos de esa región.
- De manera semejante, si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y > 10, la desigualdad se cumple.
- Verifica esto para al menos diez puntos de esa región.

EJEMPLO

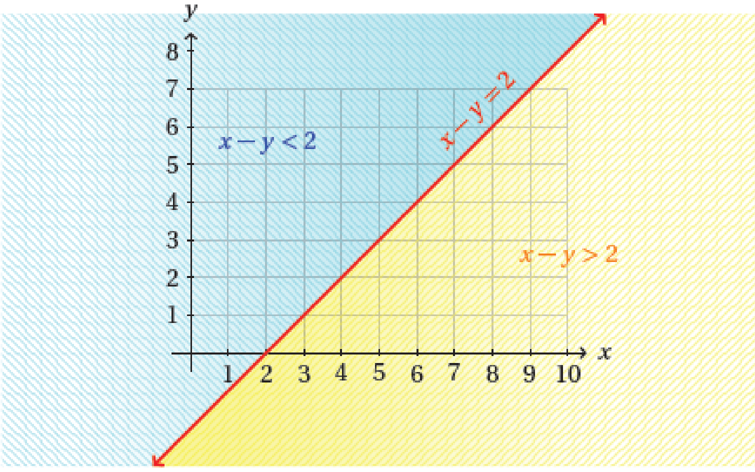
Muestra en el plano cartesiano la región que es solución de la desigualdad:

x - y > 2

- De nuevo, dado que la recta x - y = 2 no pasa por el origen, sustituimos x = 0, y = 0 en la desigualdad para ver si las satisface.
- Dado que 0 ≯ 2, la región en la cual se encuentra el origen no es la solución de nuestra desigualdad.

- La otra región es la solución.
- Vamos a verificarlo sustituyendo un punto que se encuentre allí.
- Elegimos el punto P (10,2)

  10-2 > 2
- Como la desigualdad se cumple para ese punto, la región a la derecha de la recta es la solución de la desigualdad:



SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE DESIGUALDADES

En la sección anterior tuvimos oportunidad de resolver desigualdades de dos variables.

En el último ejemplo vimos nuestro primer sistema de desigualdades, que aunque muy sencillo, nos muestra el caso más general.

Para resolver un sistema de desigualdades vamos a resolver cada una de las desigualdades que forman al sistema en el mismo sistema de ejes coordenados. La intersección de las regiones que son solución de cada desigualdad será la solución del sistema de desigualdades.

EJEMPLO

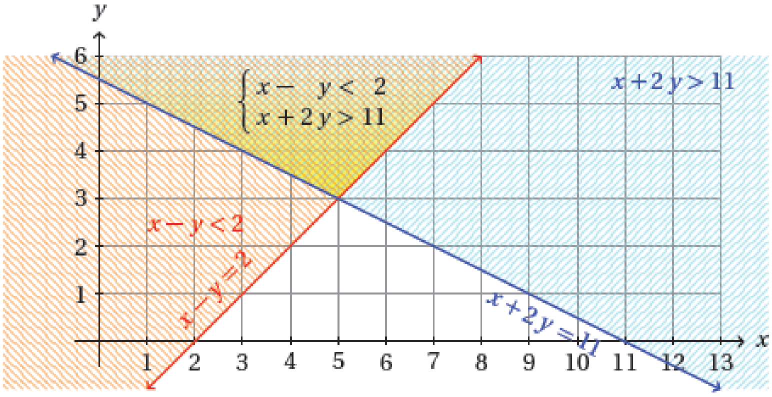
Resuelve el siguiente sistema de desigualdades:

$$\begin{aligned} x - \quad y &< \ 2 \\ x + 2\,y &> 11 \end{aligned}$$

- Como ya resolvimos las desigualdades por separado en la sección anterior, empezamos graficando las rectas:

  x-y = 2 y x +2 y = 11

  en el mismo sistema de coordenadas.
- Después coloreamos la región solución de cada desigualdad.
- Observa que las coordenadas del origen satisfacen la primera desigualdad, pero no la segunda.



La intersección de las regiones es la región solución del sistema de desigualdades, porque satisface a ambas desigualdades simultáneamente.

EJEMPLO

Encuentra la región que es solución del siguiente sistema de desigualdades:

$$\begin{aligned} x + y &< 10 \\ x - y &> \ \ 0 \end{aligned}$$

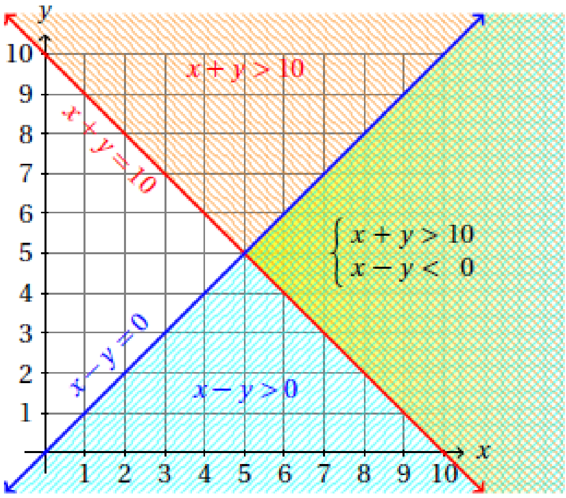
- Empezamos graficando las rectas:

$$\begin{aligned} x + y &= 10 \\ x - y &= \ \ 0 \end{aligned}$$

en el mismo sistema de coordenadas.

Observa que la segunda recta pasa por el origen.

- Esto significa que vamos a tener que probar la desigualdad con otro punto diferente del origen para conocer la región solución.
- Para la segunda desigualdad usamos el punto M(5,3) y vemos que la satisface.
- Entonces, la solución del sistema de desigualdades se muestra en la siguiente gráfica:



Así como hemos resuelto un sistema de dos desigualdades de dos variables, podemos resolver un sistema compuesto de tres o más desigualdades.

Lo que debemos hacer es graficar las soluciones de cada una de las desigualdades que forman el sistema y encontrar la intersección de las mismas. Esa región es la solución del sistema, dado que satisface simultáneamente a todas las desigualdades.

EJEMPLO

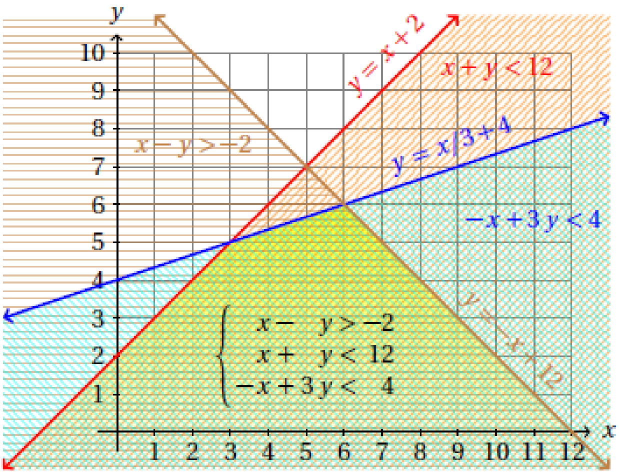
Resuelve el siguiente sistema de desigualdades:

$$\begin{aligned} x - \quad y &> -2 \\ x + \quad y &< 12 \\ -x + 3y &< \quad 4 \end{aligned}$$

- Empezamos graficando las rectas que corresponden a cada desigualdad.
- Para cada recta usamos la siguiente información:

Recta:	Punto Inicial	Punto Final
$y = x + 2$	$(0, 2)$	$(5, 7)$
$y = -x + 12$	$(4, 8)$	$(13, -1)$
$y = x/3 + 4$	$(0, 4)$	$(9, 7)$

- Ahora sustituimos puntos para encontrar las regiones solución de cada desigualdad.



(APOLINAR, Álgebra, 2010, pág. 135)

INECUACIONES LINEALES CON VALO ABSOLUTO

Para resolver inecuaciones con valor absoluto, se deben aplicar las propiedades de las desigualdades del valor absoluto.

- $|x| \geq a$ si y solo si $x \leq -a$ o $x \geq a$
- $|x| \leq a$ si y solo si $-a \leq x \leq a$

EJEMPLOS

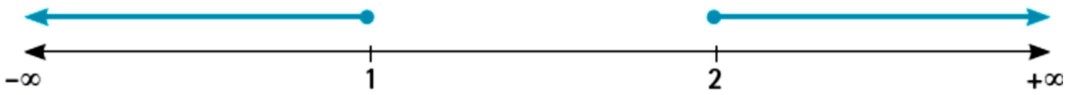
1. Resolver la inecuación $|4x - 2| \geq 6$.

Se aplica la propiedad del valor absoluto $|x| \geq a$ si y solo si $x \leq -a$ o $x \geq a$, y se obtienen dos inecuaciones lineales.

$4x - 2 \leq -6$ $\qquad\qquad$ $4x - 2 > 6$

- Se resuelve cada desigualdad por separado

Parte I	Parte II
$4x - 2 \leq -6$	$4x - 2 \geq 6$
$4x \leq -6 + 2$	$4x \geq 6 + 2$
$4x \leq -4$	$4x \geq 8$
$x \leq -1$	$x \geq 2$



$C. S._{I} =]-\infty; -1]$ $C. S._{II} = [2; +\infty[$

2. Solucionar la inecuación: –10 + 2|2x – 1| < –4.

- Se despeja el valor absoluto.

  |2x – 1| < 3

- Se aplica la propiedad del valor absoluto |x| ≤ a si y solo si –a ≤ x ≤ a.

  |2x – 1| < 3

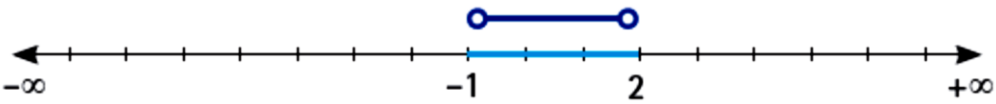
  –3 < 2x – 1 < 3

- Se despeja la variable x.

  –3 + 1 < 2x < 3 + 1

  –2 < 2x < 4

  – _2_ 2 < x < 4 _ 2



$-1 < x < 2$

Solución

C. S.T =]–1; 2[

APLICACIÓN DEL MÉTODO HEURÍSTICO MEDIANTE EL TALLER PEDAGÓGICO PARA EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES

1. Definiciones de taller

"El taller es un ámbito de reflexión y de acción en el que se pretende superar la separación que existe entre la teoría y la práctica, entre el conocimiento y el trabajo". (ANDER EGG, 1986)

Los talleres constituyen una opción didáctica y organizativa de extraordinario interés, con gran desarrollo y extensión en las prácticas educativas.

El trabajo por talleres consiste en la disposición en el aula de espacios diferenciados que cuentan con los materiales oportunos en los que los niños y niñas pueden desplegar actividades muy cercanas a sus intereses, en pequeños grupos

(TOLRDAMO, 2011)

Taller 1

TÍTULO:

El método heurístico de Pólya para permitir el aprendizaje de la resolución de ejercicios de inecuaciones de primer grado con una incógnita

DATOS INFORMATIVOS

- Institución: COLEGIO DE BACHILLERATO PIO JARAMILLO ALVARADO
- Paralelo: "C"
- Fecha:
- Horario: 08H25-09H45
- Número de estudiantes: 33
- Investigador: Geovanny Yunga
- Docente Asesor: Mg. Mirian Vire

OBJETIVOS

- ❖ Analizar las propiedades de las desigualdades
- ❖ Comprender la importancia de las desigualdades en la vida diaria

METODOLOGÍA/DESARROLLO

1. Introducción al taller para dar indicaciones generales, establecer compromisos y acuerdos por parte del docente asesor, el investigador y grupo de estudiantes.
2. Motivación (el árbol de los problemas) mediante una presentación de una reflexión en Power Point para incentivar al estudiante a ser un ente activo en el taller.

3. Exposición sobre las propiedades de las desigualdades por parte del investigador por la cual:
    - Se conocerá la definición de las desigualdades
    - Se explicará las propiedades de las desigualdades
    - Se expondrá la importancia de las desigualdades
    - Se desarrollará ejercicios de inecuaciones de primer grado con una incógnita
    - Se detallará los aprendizajes previos para estudio de la nueva temática
4. Se trabajará en la realización de una síntesis referente a las propiedades de las desigualdades.
5. Con los estudiantes se empleará el método heurístico para resolver ejemplos relacionados con el tema estudiado.
6. Conclusiones y Recomendaciones sobre el tema
7. Indicaciones para el próximo taller.

TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Se evaluará el informe de la síntesis a los estudiantes y la participación en el empleo del método heurístico.

RECURSOS MATERIALES

- Presentación de una reflexión en Power Point (Proyector multimedia)
- Materiales de Pizarra.
- Libros del estudiante.
- Copias referentes a los temas de exposición.
- Materiales e instrumentos de evaluación.

TEMPORALIZACIÓN

Duración de la actividad del taller

Ingreso al aula y ambientación	10 minutos
Pre-test o prueba de entrada	10 minutos
Desarrollo del tema	50 minutos
Pos-test o prueba de salida	10 minutos

APLICACIÓN/ EJECUCIÓN REALIZADA

Esta es la fase de puesta en práctica del taller, por lo tanto hay que especificar según el texto guía, que es lo que ha pasado desde que empezó a organizar y preparar el proyecto hasta que se ha evaluado

BIBLIOGRAFÍA

AGUILERA LIBORIO RAÚL. (1996). *Matemática Primer año de bachillerato.* San Salvador,.

APOLINAR, E. S. (2010). *Algebra.* México.

Taller 2

TÍTULO:

El método heurístico según Alan Schoenfeld para permitir el aprendizaje de las inecuaciones de segundo grado con una incógnita.

DATOS INFORMATIVOS

- Institución: COLEGIO DE BACHILLERATO PIO JARAMILLO ALVARADO
- Paralelo: “C”
- Fecha:
- Horario: 08H25-09H45
- Número de estudiantes: 33
- Investigador: Geovanny Yunga
- Docente Asesor: Mg. Mirian Vire

OBJETIVOS

- Resolver ejercicios con inecuaciones de segundo grado con una incógnita
- Resolver ejercicios con inecuaciones de segundo grado con una incógnita por medio de una tabla de signos.
- Resolver ejercicios con inecuaciones de segundo grado con una incógnita utilizando el teorema 1 de las desigualdades.

METODOLOGÍA/DESARROLLO

1. Introducción al taller mediante una exposición breve para dar indicaciones generales, establecer compromisos y acuerdos por parte del docente asesor, el investigador y grupo de estudiantes.
2. Motivación mediante acertijos matemáticos para incentivar al estudiante
3. Presentación del contenido teórico sobre las inecuaciones de segundo grado con una incógnita.
    - Se conocerá ejemplos de las desigualdades de segundo grado con una incógnita
    - Se explicará cómo desarrollar los ejercicios de desigualdades de segundo grado con una incógnita
4. Se formará grupos de trabajo para la resolución de los ejercicios mediante el método heurístico de Alan Schoenfeld
5. Con los estudiantes se empleará preguntas dirigidas para dar a conocer sus puntos de vista de los grupos.
6. Conclusiones y Recomendaciones sobre el tema

7. Indicaciones para el próximo taller.

TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Se evaluará mediante el desarrollo ejercicios de manera grupal utilizando el método heurístico de Alan Schoenfeld.

RECURSOS MATERIALES

- Presentación de una reflexión en Power Point (Proyector multimedia)
- Materiales de Pizarra.
- Libros del estudiante.
- Copias referentes a los temas de exposición.
- Calculadora
- Materiales e instrumentos de evaluación.

TEMPORALIZACIÓN

Duración de la actividad del taller

Ingreso al aula y ambientación	10 minutos
Pre-test o prueba de entrada	10 minutos
Desarrollo del tema	50 minutos
Pos-test o prueba de salida	10 minutos

APLICACIÓN/ EJECUCIÓN REALIZADA

Esta es la fase de puesta en práctica del taller, por lo tanto hay que especificar según el texto guía, que es lo que ha pasado desde que empezó a organizar y preparar el proyecto hasta que se ha evaluado

BIBLIOGRAFÍA

AVILA, M. C. (2014). Matemáticas. México

ECUADOR, M. d. (2014). Matemática. Quito: Ghen Villafuerte.

Taller 3

TÍTULO:

El método Heurístico según Miguel de Guzmán para permitir el aprendizaje de inecuaciones lineales con dos incógnitas

DATOS INFORMATIVOS

- Institución: COLEGIO DE BACHILLERATO PIO JARAMILLO ALVARADO
- Paralelo: “C”
- Fecha:
- Horario: 07H05-08H25
- Número de estudiantes: 33
- Investigador: Geovanny Yunga
- Docente Asesor: Mg. Miriam Vire

OBJETIVOS

- Desarrollar ejercicios sobre inecuaciones lineales con dos incógnitas
- Determinar gráficamente la solución de las inecuaciones lineales con dos incógnitas.

METODOLOGÍA/DESARROLLO

1. Introducción al taller mediante una exposición breve para dar indicaciones generales, establecer compromisos y acuerdos por parte del docente asesor, el investigador y grupo de estudiantes.
2. Motivación mediante una lectura de reflexión **(la rana sorda**) para incentivar al estudiantes
3. Presentación del contenido teórico sobre las inecuaciones lineales con dos incógnitas:
    - Se conocerá ejercicios de inecuaciones lineales con dos incógnitas
    - Se explicará cómo resolver ejercicios de inecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método gráfico.
    - Se formará grupos de trabajo para la aplicación del método heurístico.
4. Se trabajará en la realización ejercicios sobre las inecuaciones lineales con dos incógnitas
5. Los estudiantes realizarán la tarea complementaria: resuelva los siguientes ejercicios analítica y gráficamente.
6. Conclusiones y Recomendaciones sobre el tema

TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Se evaluara mediante la participación grupal e individual la resolución de los ejercicios en la aplicación del método heurístico.

RECURSOS MATERIALES

- Materiales de Pizarra.
- Libros del estudiante.
- Copias referentes a los temas de exposición.
- Calculadora
- Materiales e instrumentos de evaluación.

TEMPORALIZACIÓN

Duración de la actividad del taller

Ingreso al aula y ambientación	10 minutos
Pre-test o prueba de entrada	10 minutos
Desarrollo del tema	50 minutos
Pos-test o prueba de salida	10 minutos

APLICACIÓN/ EJECUCIÓN REALIZADA

Esta es la fase de puesta en práctica del taller, por lo tanto hay que especificar según el texto guía, que es lo que ha pasado desde que empezó a organizar y preparar el proyecto hasta que se ha evaluado

BIBLIOGRAFÍA

ECUADOR, M. D. (2014). Matemática. Quito: Ghen Villafuerte.

M.SC. ALCIDES ASTORGA M., L. J. (1984). Inecuaciones. Costa Rica

VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DE LOS METODOS HEURÍSTICOS

El pre test

Consiste fundamentalmente en llevar a cabo un ensayo de la administración de la encuesta, en el cual los entrevistadores aplican la encuesta como lo harían en la situación real. Una vez completado un cierto cupo de encuestas por cada entrevistador, se lleva a cabo un debriefing en el que los entrevistadores relatan su experiencia con el cuestionario y ofrecen su punto de vista sobre los problemas de cuestionario. (DIAS, 2009)

El pre test es un diseño cuasi experimental, es una prueba que se aplica para experimentar el aprendizaje de inecuaciones lineales en los estudiantes del primer año de bachillerato general unificado

El post test

"La post prueba consiste en la recogida y valoración de datos al finalizar un periodo de tiempo previsto para la realización de un aprendizaje, un programa, un trabajo, un curso escolar, etc. o para la consecución de unos objetivos"

(HALWACHI, 1987)

El propósito de la post prueba es saber cuánto aprendió de una clase. Es una evaluación final para medir los progresos educativos en los estudiantes.

Prueba de rango con signo de Wilcoxon

Definición

Frank Wilcoxon (1892–1965). Fue un químico y estadístico estadounidense conocido por el desarrollo de diversas pruebas estadísticas no paramétricas. Nació el 2 de septiembre de 1892 en Cork, Irlanda, aunque sus padres eran estadounidenses.

Es una prueba no paramétrica que utiliza rangos ordenados de datos muéstrales consistentes en datos apareados. Se usa para probar las diferencias en las distribuciones poblacionales y se basa en los siguientes supuestos.

Es una prueba aplicable a muestras pequeñas, siempre y cuando sean mayores que 6 y menores que 25. Las muestras grandes deben ser mayores a 25 y éste se debe transformar en valor de Z, para conocer la probabilidad de que aquella sea o no significativa, con muestras grandes (>25) se intenta lograr la distribución normal (se utiliza la prueba Z).

UTILIDAD

- Es útil para probar la aseveración de que una muestra proviene de una población con una mediana específica.

- Se emplea para grupos correlacionados (datos apareados) y cuyos datos no siguen una distribución normal
- Esta prueba toma en cuenta la magnitud como la dirección de los puntajes de diferencia
- Puede emplearse en lugar de la prueba t para grupos dependientes cuando no se tiene certeza de la distribución de la muestra y no se tiene datos sobre la población.

Proceso para el cálculo de la prueba rango con signo de Wilcoxon.

Hipótesis nula H0: las distribuciones de población para los valores de X e Y son idénticas.

Hipótesis alternativa H1: las dos distribuciones de población tienen diferente localización (prueba de dos colas); o la distribución de población para los valores de X está desplazada a la derecha (o izquierda) de la distribución de los valores de

Y (pruebas de una cola).

Los pasos para realizar esta prueba son:

a) Se obtiene la diferencia entre las dos situaciones (el antes y el después) $D = Y - X$

b) Se obtiene el valor absoluto de cada una de las diferencias encontradas anteriormente.

c) Se ordena los datos de menor a mayor de la columna de valor absoluto.

d) Se le asigna rangos empezando desde 1, cuando ningún valor se repite, los rangos serán los mismos que los valores de la posición que se encuentre el dato; caso contrario, los datos los sumamos y los dividimos para el número de veces que se repite. No deben considerarse las diferencias que da como resultado cero.

e) Colocamos los datos de las situaciones en su posición original.

f) Para finalizar con las columnas de la tabla, necesitamos determinar las columnas:

Rango con signo (W+) aquí van todos los valores de la columna diferencia con signo positivo.

Rango con signo (W-) aquí van todos los valores de la columna diferencia con signo negativo.

g) Obtener la sumatoria para la columna rango con signo (W+) y para la columna rango con signo (W-).

h) Se restan los valores de las sumatorias, para obtener el valor de W (valor de Wilcoxon).

i) Se plantea si ha dado resultado la alternativa o si sigue igual que antes, para ello se considera lo siguiente:

- (X = Y) la alternativa no ha dado resultado.
- (Y > X) la alternativa sirvió como herramienta metodológica para el aprendizaje.

j) Se determina la desviación estándar y el valor de Z, debido a que existen datos mayores a 25.

k) Con los resultados obtenidos procedemos a concluir para ello utilizamos la regla de decisión que indica que si la calificación Z es mayor o igual a 1.96 (sin tomar en cuenta el signo) se rechaza que la alternativa no ha dado resultado (X = Y), esto es porque este valor equivale al 95% del área bajo la curva normal (nivel de significancia de 0.05). Con un valor menor no podemos rechazar X = Y; por lo tanto se acepta que la alternativa sirvió como herramienta metodológica para el aprendizaje Y > X. (Buenas tareas, 2000).

Simbología

$\mu w = Media$

$N = Tama$ño $de\ la\ muestra$

$W{+} = Valor$ estadístico $de\ Wilcoxon$

$\sigma_w =$ *Desviación estándar*

R^{+} =*Rango positivo*

R^{-} = *Rango negativo*

Valor estadístico

$$W = \left(\sum R^{\prime +}\right) - \left(\sum R^{-}\right)$$

$\mu w = Media$ del estadístico

$$u_w = w^{+} - \frac{N(N+1)}{4}$$

Desviación estándar

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$

Clasificación Z *de Wilcoxon*

$$Z = \frac{W - u_w}{\sigma_w}$$

Esquema

N°	x PRE TEST	Y POS TEST	D=|Y-X|	ORDEN ASCENDENTE	R^{+}	R^{-}
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
TOTAL					$\sum R^{+} =$	$\sum R^{-} =$

f. METODOLOGÍA

DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El presente trabajo está orientado en la investigación pre experimental, con la cual se desarrollará una propuesta basada en Métodos Heurísticos con el fin de mejorar el aprendizaje de inecuaciones en los estudiantes de Primero Año de Bachillerato General Unificado del Colegio Pio Jaramillo Alvarado, mediante un escenario didáctico mediador del proceso de transformación recopilando información sobre la metodología, estrategias y técnicas que utilizan los docentes para así aplicar los métodos heurísticos

MÉTODOS

Se utilizarán los siguientes:

Método Científico: ya que es un método utilizado para la producción del conocimiento de la ciencia se lo utilizará en la realización de la observación sistemática de los diferentes problemas de aprendizaje, en la medida de los datos, en la ejecución de los Métodos Heurísticos y la evaluación del mismo.

Método Deductivo: Se utilizará en la enunciación de resultados y conclusiones, iniciando con un previo análisis de la realidad del aprendizaje en que se encuentran los estudiantes del colegio y el medio que se desenrollan, empleando diferentes instrumentos de investigación como son la encuesta, la guía de observación y el pre test y post test sobre aprendizaje de inecuaciones

Método Analítico: Se lo utilizará para fundamentar la efectividad de los Métodos Heurísticos para el aprendizaje de inecuaciones, a través de la Prueba de rango con signo de Wilcoxon..

Método Sintético: servirá para obtener información sobre inecuaciones y los Métodos Heurísticos que servirá para el desarrollo de los talleres y en la formulación de conclusiones y recomendaciones.

TÉCNICA:

Encuesta: Permitirá establecer los diferentes métodos o estrategias didácticas que utilizan tanto el docente como los estudiantes.

Observación: Permitirá conocer el campo real de la institución educativa para la aplicación de la investigación.

Entrevista: Permitirá recolectar información de forma verbal de los diferentes problemas que se presentan en el aprendizaje de la Matemática.

POBLACIÓN Y MUESTRA

El colegio de bachillerato Pio Jaramillo Alvarado cuenta con una población de 150 estudiantes pertenecientes al primer año de bachillerato general unificado y 1 docentes encargados en el área de la matemática. Para la aplicación de los métodos heurísticos, se contará con una muestra por criterio de 33 estudiantes perteneciente al primer año de Bachillerato General Unificado paralelo "C".

Tabla 1: POBLACIÓN Y MUESTRA

	Población	Muestra
Docente	1	1
Estudiantes	150	33

Fuente: Colegio Pio Jaramillo Alvarado

Elaborado: José Geovanny Yunga Salinas

g. CRONOGRAMA

2016 **2017**

Actividades	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero
Aprobación del proyecto de tesis									
Construcción del titulo									
Construcción de introducción y resumen en castellano e ingles									
Construcción de la revisión de Literatura									
Construcción de materiales y métodos									
Construcción de resultados									
Construcción de la discusión									
Construcción de conclusiones									
Construcción de la bibliografía									
Construcción de anexos									
Construcción de informes de tesis									
Proceso de grado privado									
Corporación de sugerencias del tribunal a la tesis									
Elaboración del artículo científico									
Proceso de Grado Público									

h. PRESUPUESTO Y FINANCIAMIENTO

Presupuesto

Cantidad	Descripción	Valor unitario	Valor total
1	Computador	$1000,00	$ 1000,00
1	Cámara digital	$250,00	$ 250,00
330	Copias Test y Encuesta	$ 0,03	$ 10,00
1000	Hojas de papel bond A4	$ 0,01	$ 10,00
5	Impresiones del proyecto (borradores)	$ 6,00	$ 30,00
5	Anillado del proyecto	$2,00	$10,00
5	Impresiones tesis (borradores)	$ 15,00	$ 75,00
5	Anillado de tesis (borradores)	$3,00	$15,00
5	Impresiones tesis	$ 20,00	$ 100,00
5	Empastado de tesis	$10,00	$50,00
1	Flash USB	$15.00	$15,00
4	Impresiones de Libros	$ 10,00	$ 40,00
	Transporte	$15,00	$150,00
	Varios	$100,00	$100,00
	TOTAL		$ 1850

Financiamiento

Para el desarrollo de la investigación científica se contará con el financiamiento y recursos económicos propios del investigador.

i. BIBLIOGRAFÍA

AGUILERA Liborio Raúl. (1996). *Matemática Primer año de bachillerato.* San Salvador

ÁLVAREZ DE ZAYAS, C. M. (1969). *La escuela en la vida (Didactica).Libro digitalizado.*

ANDER EGG, E. (1986). *Hacía una pedagogía autogestionaria.Editorial Humanitas.* Buenos Aires..

APOLINAR, E. S. (2010). *Algebra.* México.

AVILA, M. C. (2014). *Matemáticas.* México .

DIAS, M. C. (2009). *Unidad de los Métodos de pre test para la evaluación de cuestionarios en la Investigación mediante encuesta .* Granada: Universidad de Granada .

MINISTERIO DEL ECUADOR, M. D. (2014). *Matemática.* Quito: Ghen Villafuerte.

GONZÁEZ ORNELAS, V. (2003). *Estrategias de Enseñanza Aprendizaje.* Mexico: Pax Mexico.

HALWACHI, (. &. (1987).

LEDESMA , J. (2003). *Psicología del Aprendizaje.* Mexico: Progreso.

M.SC. ALCIDES ASTORGA M., L. J. (1994). *Inecuaciones.* Costa Rica.

MORENO BAYARDO, M. G. (1977). *Didáctica Fundamentación y Práctica.* Mexico:Progreso.

PAPALIA Y WENKNLS, O. (2006). *Psicologia.* México: McGraw-Hill.

ANEXO 1 Diagnóstico

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

ENCUESTA SOBRE EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES

OBJETIVO

Obtener información sobre las dificultades que se presentan en el aprendizaje de problemas de inecuaciones por lo que se le solicita sea preciso en la información, misma que tendrá un carácter reservado.

1. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES

a. Se llama intervalo al conjunto de números reales comprendidos entre otros dos dados ( )
b. Los intervalos son subconjuntos de los números reales que se pueden representar gráficamente en la recta numérica por un trazo o una semirrecta. ( )
c. Un subconjunto de la recta real se llama intervalo, y contiene a todos los números reales que están comprendidos entre dos cualesquiera de sus elementos ( )
d. Los intervalos son subconjuntos de los números reales que no se pueden representar gráficamente en la recta numérica por un trazo o una semirrecta. ( )
e. Un subconjunto de la recta real se llama intervalo, y no contiene a todos los números reales que están comprendidos entre dos cualesquiera de sus elementos ( )

2. UNA CON UNA LÍNEA LA CLASIFICACION DE INTERVALOS

a. intervalo abierto	$[a,b]$
b. intervalo cerrado	$]a,b[$
c. intervalo semi-abierto	$]-\infty,a[$
d. intervalo semi-cerrado	$]a,b]$
e. semi recta x > a	$]a,b]$
f. semi recta x < a	$]a,+\infty[$

3. **ENCIERRE EN UN CÍRCULO LAS RESPUESTAS CORRECTA DE LAS SIGUIENTES DEFINICIONES**
    a. Una inecuación lineal es una expresión matemática que describe cómo se relacionan entre sí dos expresiones lineales
    b. Una inecuación lineal es una expresión matemática que describe cómo se relacionan entre sí dos expresiones cuadráticas
    c. Inecuación lineal consiste en encontrar todos los valores de x para los cuales no se cumple la desigualdad.
    d. Una inecuación lineal es una expresión matemática que describe cómo no se relacionan entre sí dos expresiones lineales
    e. inecuación lineal consiste en encontrar todos los valores de x para los cuales se cumple la desigualdad
4. **MARQUE CON UNA (X) LA RESPUESTA CORRECTA**
    a. Una desigualdad es una expresión de la forma: a > b ( )
    b. Una desigualdad es una expresión de la forma: 3 > c ( )
    c. Una desigualdad es una expresión de la forma: a=b ( )
    d. Una desigualdad es una expresión de la forma a<b ( )
5. **ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES**
    a. 1 > 1 ( )
    b. _ 2 < 2 ( )
    c. _ 1000 > 20 ( )
    d. _ 10 < 2 ( )
6. **SUBRAYE LA RESPUESTA CORRECTA. SON INECUACIÓN CUADRÁTICA**
    a. $x^2 + 2x < -6$
    b. $5x + 6 < 0$
    c. 5x >4
    d. $2x^2 + 9 > 0$
    e. $3x^2 + 5x + 6 < 0$
7. **GRAFICAR LA SIGUIENTE ECUACIÓN LINEAL CON DOS** INCÓGNITAS
    a. x +y >4
8. **ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES DE LAS PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO DE UNA DESIGUALDAD**

    a. |x| ≥ a si y solo si –a ≤ x ≤ a ( )
    b. b > a ( )

c. $|x| \geq a$ si y solo si $x \leq -a$ o $x \geq a$ ( )

d. $|x| \leq a$ si y solo si $-a \leq x \leq a$ ( )

e. $a > b$ ( )

f. $|x| \leq a$ si y solo si $x \leq -a$ o $x \geq a$ ( )

Diagnóstico

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

ENCUESTA PARA DOCENTE

Estimado docente del Colegio de Bachillerato Pio Jaramillo Alvarado. Con la finalidad de realizar un Trabajo de Investigación previo al proyecto de tesis recurro hacia Ud. para que me brinde información sobre las dificultades existentes y métodos utilizados en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la signatura de matemáticas, se le solicita respetuosamente contestar las preguntas que se detallan a continuación.

ENCIERRE EN UN CÍRCULO LAS OPCIONES QUE USTED CREA CONVENIENTE

1. **QUÉ FACTORES DIFICULTAN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS**
   a. Falta de resolución de ejercicios
   b. Falta de motivación
   c. Mínima atención en clase
   d. No tienen interés por aprender
2. **QUÉ MÉTODOS EMPLEA USTED EN LA ENSEÑNZA DE LAS MATEMÁTICAS**
   a. Método inductivo
   b. Método deductivo
   c. Método heurístico
3. **EMPLEA USTED UNA SECUENCIA LÓGICA PARA LA RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS MATEMÁTICOS**
   - si
   - no
4. **EN QUÉ TEORÍA DE APRENDIZAJE SE BASA PARA EL DESEMPEÑO DOCENTE**
   a. Teoría del aprendizaje por descubrimiento
   b. Teoría del aprendizaje significativo
   c. Teoría del aprendizaje tradicional
   d. Teoría del aprendizaje constructivista
   e. Teoría del aprendizaje conducta
5. **EMPLEA USTED DIFERENTES MÉTODOS PARA LA RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS**
   a. si
   b. no

6. **CUÁLES DE LOS SIGUIENTES METODÓS HEURÍSTICOS EMPLEA PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS**
   a. Método heurístico de Pólya
   b. Método heurístico de Guzmán
   c. Método heurístico de Schoenfeld
   d. Otros
7. **CUÁLES DE LOS SIGUIENTES PASOS EMPLEA USTED PARA LA RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS**

a
- Comprender el problema
- Idear un plan de acción
- Comprende llevar a cabo el plan ideado
- Comprobar el resultado obtenido

b
- Los recursos
- Las heurísticas
- El control
- El sistema

c
- Familiarízate con el problema.
- Búsqueda de estrategias.
- Lleva adelante tu estrategia.
- Revisa el proceso y saca consecuencias de él.

Diagnóstico

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

ENCUESTA PARA ESTUDIANTES

Estimado estudiante del Colegio de Bachillerato Pio Jaramillo Alvarado. Con la finalidad de realizar un Trabajo de Investigación previo al proyecto de tesis recurro hacia Ud. para que me brinde información sobre las dificultades existentes y métodos utilizados en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la signatura de matemáticas, se le solicita respetuosamente contestar las preguntas que se detallan a continuación.

ENCIERRE EN UN CÍRCULO LAS OPCIONES QUE USTED CREA CONVENIENTE

1. QUÉ FACTORES DIFICULTAN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS

a. Falta de resolución de ejercicios
b. Falta de motivación
c. Mínima atención en clase
d. No tienen interés por aprender

2. QUÉ MÉTODOS EMPLEA EL DOCENTE EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

a. Método inductivo
b. Método deductivo
c. Método heurístico

3. EMPLEA EL DOCENTE UNA SECUENCIA LÓGICA PARA LA RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS MATEMÁTICOS

a. si
b. no

4. EN QUÉ TEORÍA DE APRENDIZAJE SE BASA EL DOCENTE PARA EL DESEMPEÑO DOCENTE

a. Teoría del aprendizaje por descubrimiento
b. Teoría del aprendizaje significativo
c. Teoría del aprendizaje tradicional
d. Teoría del aprendizaje constructivista
e. Teoría del aprendizaje conductivista

5. EL DOCENTE EMPLEA DIFERENTES MÉTODOS PARA LA RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS

a. si
b. no

6. CUÁLES DE LOS SIGUIENTES METODÓS HEURÍSTICOS CREE QUE EMPLEA EL DOCENTE

a. Método heurístico de Pólya
b. Método heurístico de Guzmán
c. Método heurístico de Schoenfeld
d. Otros

7. CUÁLES DE LOS SIGUIENTES PASOS EMPLEA EL DOCENTE PARA LA RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS

a

Comprender el problema
Idear un plan de acción
Comprende llevar a cabo el plan ideado
Comprobar el resultado obtenido

b

Los recursos
Las heurísticas
El control
El sistema

c

Familiarízate con el problema.
Búsqueda de estrategias.
Lleva adelante tu estrategia.
Revisa el proceso y saca consecuencias de él.

Pre test y post test

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

TEST SOBRE EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS DE INECUACIONES

1. ENCIERRE EN UN CÍRCULO LA DEFINICIÓN CORRECTA

a. El intervalo abierto de extremo a y b se lo denota por $]a,b[$
b. El conjunto cuyos elementos son los números reales x tales que x > a; lo denotaremos por $[a,b]$
c. El intervalo cerrado de extremos a y b se lo denota por $]a,+\infty[$
d. Se llama intervalo semi-abierto de extremos a y b, “abierto" en a y “cerrado" en b se denota por $]a,b]$
e. El conjunto cuyos elementos son los números reales x tales que x < a, lo denotaremos por $]-\infty,a[$
f. Se llama intervalo semi-abierto de extremos a y b, “cerrado" en a y “abierto" en b se denota por $]a,b]$

2. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES

a. Si le sumamos el mismo número a ambos miembros de una desigualdad sin importar el signo, la dirección de la desigualdad se altera. ( )
b. Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un número positivo la dirección de la desigualdad NO se altera. ( )
c. Si le sumamos el mismo número a ambos miembros de una desigualdad sin importar el signo, la dirección de la desigualdad NO se altera. ( )
d. Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un número positivo la dirección de la desigualdad se altera. ( )

3. MARQUE CON UNA (X) LA RESPUESTA CORRECTA

a. Una desigualdad es una expresión de la forma: a > b ( )
b. Una desigualdad es una expresión de la forma: b > a ( )
c. Una desigualdad es una expresión de la forma: a=b ( )
d. Una desigualdad es una expresión de la forma 5>6 ( )

4. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES

a. 2 > 1 ( )
b. _ 2 < 5 ( )
c. _ 10 > 20 ( )

d. _ 10 < 20 ( )

5. **MARQUE CON UNA X LOS PASOS PARA RESOLVER UNA INECUACIÓN LINEAL CON UNA INCÓGNITA**

a. Se toma la inecuación como una ecuación ( )
b. Se resuelve el sistema de ecuaciones ( )
c. La solución divide la recta real en dos intervalos. ( )
d. Se toma un punto cualquiera de cada intervalo. ( )
e. Se grafica la recta ( )
f. Se comprueba si estos puntos son soluciones de la inecuación. ( )
g. Si un punto verifica la desigualdad, entonces todo el intervalo es solución. ( )

6. **SUBRAYE LA RESPUESTA CORRECTA. SON INECUACIÓN CUADRÁTICA**

a. $2x^2 + 2x + 1 < 0$
b. $2x^2 + 8 > 0$
c. $x^2 + 5x + 6 < 0$
d. $5x + 6 < 0$
e. 5x >4
f. $2x^2 + 2x < -1$

7. **ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES**

a. Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y < 10, la desigualdad se cumple. ( )
b. Si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y > 10, la desigualdad se cumple. ( )
c. Si sustituimos las coordenadas de un punto cualquiera que se encuentre en la región a la izquierda de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y > 10, la desigualdad se cumple. ( )
d. De manera semejante, si sustituimos las coordenadas de cualquiera de los puntos que se encuentran a la derecha de la recta 2 x - y = 10 en la desigualdad 2 x - y < 10, la desigualdad se cumple. ( )

8. **ORDENAR LOS PASOS PARA LA SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE INECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS**

a. La intersección de las regiones es la región solución del sistema de desigualdades ( )
b. Colorar la región solución de cada desigualdad ( )
c. Graficar las rectas ( )
d. resolver cada una de las desigualdades que forman al sistema en el mismo sistema de ejes coordenados ( )

9. ESCRIBA UNA (V) SI EN VERADERA O UNA (F) SI ES FALSA LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES DE LAS PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO DE UNA DESIGUALDAD

a. $|x| \leq a$ si y solo si $-a \leq x \leq a$ ( )
b. $|x| \leq a$ si y solo si $x \leq -a$ o $x \geq a$ ( )
c. $|x| \geq a$ si y solo si $x \leq -a$ o $x \geq a$ ( )
d. $|x| \geq a$ si y solo si $-a \leq x \leq a$ ( )

10. ENCIERRE EN UN CÍRCULO LOS PASOS PARA LA SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

a. Se toma la inecuación como una ecuación ( )
b. Se aplica la propiedad del valor absoluto ( )
c. Se resuelve cada desigualdad por separado ( )
d. Colorar la región solución de cada desigualdad ( )
e. Graficar las rectas ( )
f. Graficar el intervalo ( )
g. Solución ( )

FOTOGRAFÍAS

ÍNDICE DE CONTENIDOS