UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

TÍTULO

UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO, PARALELO B DE LA UNIDAD EDUCATIVA ANEXA A LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA, DE LA CIUDAD LOJA, PERIODO ACADÉMICO 2013 - 2014

Tesis previa a la obtención del grado de Licenciada en Ciencias de la Educación, mención: Físico Matemáticas

AUTORA

Andreina del Cisne Torres Rueda

DIRECTOR

Dr. Manuel Lizardo Tusa Tusa, Mg. Sc

LOJA – ECUADOR

2016

CERTIFICACIÓN

Dr. Manuel Lizardo Tusa Mg. Sc.

DOCENTE DE LA CARRERA DE FÍSICO MATEMÁTICAS DEL ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA Y DIRECTOR DE TESIS

CERTIFICA

Haber asesorado y monitoreado con pertinencia y rigurosidad científica la ejecución del proyecto de tesis intitulado UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO, PARALELO B DE LA UNIDAD EDUCATIVA ANEXA A LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA, DE LA CIUDAD LOJA, PERIODO ACADÉMICO 2013 – 2014, de autoría de Andreina Del Cisne Torres Rueda, egresada de la Carrera de Físico Matemáticas.

Por lo que se autoriza su presentación, defensa y demás trámites, correspondientes a la obtención del grado de licenciatura.

Loja, enero del 2016

Dr. Manuel Lizardo Tusa Mg. Sc

DIRECTOR DE TESIS

AUTORÍA

Yo, Andreina del Cisne Torres Rueda, declaro ser la autora de la presente tesis y eximo expresamente a la Universidad Nacional de Loja y a sus representantes jurídicos de posibles reclamos o acciones legales por el contenido de la misma.

Adicionalmente declaro y autorizo a la Universidad Nacional de Loja, la publicación de mi tesis en el Repositorio Institucional – Biblioteca Virtual.

Autora: Andreina del Cisne Torres Rueda

Firma.................................

Cedula: 1104725542

Fecha: 15 de Enero del 2016

CARTA DE AUTORIZACIÓN DE TESIS POR PORTE DE LA AUTORA, PARA LA CONSULTA, REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL TEXTO COMPLETO

Yo, Andreina del Cisne Torres Rueda, declaro ser la autora de la presente tesis intitulada UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO, PARALELO B DE LA UNIDAD EDUCATIVA ANEXA A LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA, DE LA CIUDAD LOJA, PERIODO ACADÉMICO 2013 – 2014, como requisito para optar al grado de Licenciada en Ciencias de la Educación, mención: Físico Matemáticas; autorizo al Sistema Bibliotecario de la Universidad Nacional de Loja para que con fines académicos, muestre al mundo la producción intelectual de la Universidad, a través de la visibilidad de su contenido en el repositorio Digital Institucional.

Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo en RDI, en las redes de información del País y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad.

La Universidad Nacional de Loja, no se responsabiliza por el plagio o copia que realice un tercero.

Para constancia de esta autorización, en la ciudad de Loja a los 20 días del mes de enero del dos mil dieciséis. Firma la autora.

Firma……………
Autora: Andreina del Cisne Torres Rueda
C.I: 1104725542
Dirección: Loja; Avda. Santa Marianita de Jesús
Correo electrónico: andre_i@hotmail.com
Teléfono: 072583676 Celular: 0988413508
DATOS COMPLEMENTARIOS:
Director de tesis: Dr. Manuel Lizardo Tusa Mg. Sc
Tribunal de Grado: Dra. Flor Noemí Celi Carrión Mg. Sc. (presidenta)
Dr. Guido René Benavides Criollo Mg. Sc. (Integrante)
Dr. Luis Salinas Villavicencio Mg. Sc. (Integrante)

AGRADECIMIENTO

Expreso mi sincero agradecimiento al Área de la Educación, el Arte y la Comunicación de la Universidad Nacional de Loja, especialmente a la Carrera de Físico Matemáticas por brindarme los conocimientos y la experiencia necesaria para el desarrollo profesional en el campo de la educación.

Al Director de Tesis, Dr. Manuel Lizardo Tusa Mg. Sc quien guio y asesoró a través de sus conocimientos, sugerencias y habilidades que fueron pertinentes y necesarias para la concreción del presente trabajo de investigación.

Agradezco también a las autoridades, personal docente y estudiantes de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja de la ciudad de Loja, por su valiosa colaboración en la investigación de campo y en el desarrollo de los seminarios, talleres constitutivos de la investigación.

Agradezco a mis padres, hermanos, suegros, a mi esposo quien con amor y comprensión hemos luchado para salir adelante los dos y a mis hijos quien son las fuerzas para luchar y darles una nueva vida cada día.

La autora

DEDICATORIA

Dedico este trabajo, que es muestra de esfuerzo y dedicación, primeramente a Dios mi guía, a mis padres Luis Ricardo y Sonia, quienes con su fuerza de amor y comprensión siempre estuvieron a mi lado.

A mis hermanos Yaneth, Diego, Raúl, Omar, Lilia, Soledad, Manuel, Stalin y mi sobrino que es como mi hermano, Paúl, por estar siempre presentes en vida apoyándome incondicionalmente.

A mis suegros María, Manuel y mi cuñada Marjorie, por estar siempre cuando más los necesité dándome su apoyo y permitieron culminar con éxito mi carrera profesional.

A mi esposo Diego que lo amo con todo mi corazón y mis hijos Liam y María Emilia, mi razón de ser, porque ellos han sido quien y con bondad y cariño me dieron todo él apoyo moral y económico.

La autora

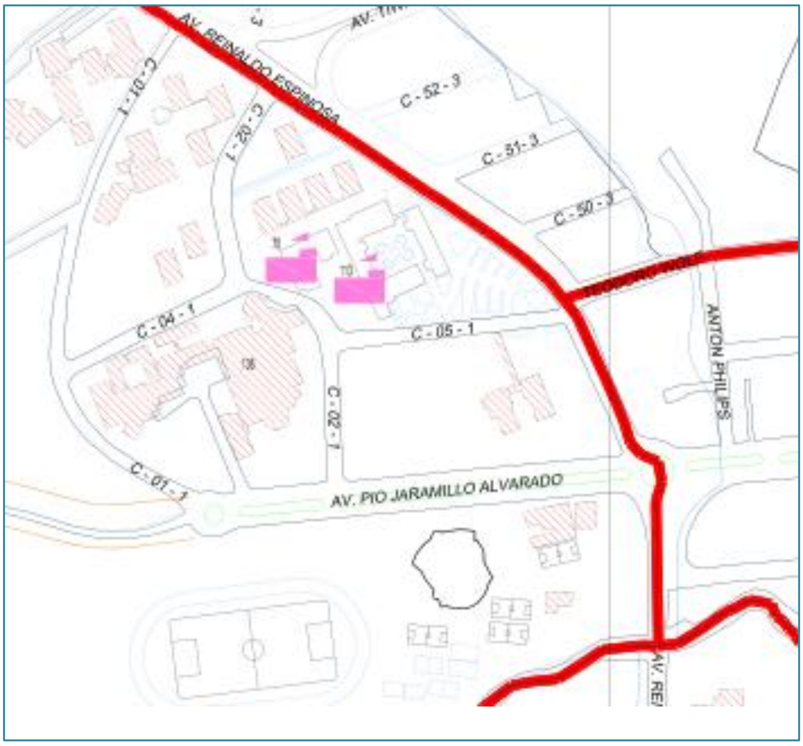
MATRIZ DE ÁMBITO GEOGRÁFICO

AMBITO GEOGRAFICO DE LA INVESTIGACIÓN											
BIBLIOTECA: Área de la Educación, el Arte y la Comunicación											
TIPO DE DOCUMENTO	AUTOR/NOMBRE DEL DOCUMENTO	FUENTE	FECHA AÑO	ÁMBITO GEOGRÁFICO						OTRAS DESAGREGACIONES	NOTAS OBSERVACIONES
				NACIONAL	REGIONAL	PROVINCIA	CANTÓN	PARROQUIA	BARRIO COMUNIDAD		
TESIS	Andreina Del Cisne Torres Rueda UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO PARALELO B DE LA UNIDAD EDUCATIVA ANEXA A LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA, PERIODO ACADÉMICO 2013 - 2014	UNL	2016	ECUADOR	ZONA 7	LOJA	LOJA	SAN SEBASTIÁN	LA ARGELIA	CD	Licenciada en Ciencias de la Educación, mención: Físico Matemáticas

MAPA GEOGRÁFICO Y CROQUIS

UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL CANTÓN LOJA

CROQUIS DE LA INVESTIGACIÓN COLEGIO ANEXO A LA UNL



ESQUEMA DE TESIS

a. TÍTULO

UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO, PARALELO B DE LA UNIDAD EDUCATIVA ANEXA A LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA, DE LA CIUDAD LOJA, PERIODO ACADÉMICO 2013 – 2014

b. RESUMEN

La investigación tuvo por objeto verificar, la utilización de material didáctico auto construible (inecuacionómetro) para el aprendizaje de inecuaciones en los estudiantes del primer año de Bachillerato General Unificado, paralelo B de la Unidad Educativa anexa a la Universidad Nacional de Loja, de la ciudad Loja, periodo académico 2013 – 2014**.** El objetivo del proceso de investigación se planteó de la siguiente manera: utilizar material didáctico auto construible (inecuacionómetro) para facilitar el aprendizaje de inecuaciones. La investigación respondió a un diseño descriptivo (diagnóstico) y pre experimental. Las fases que se cumplieron en la investigación, en su orden fueron las siguientes: Comprensivo, diagnóstico de modelos, de aplicación y de valoración de la efectividad de la utilización de material didáctico auto construible (inecuacionómetro). El principal hallazgo: dificultades, carencias o necesidades cognitivas presentes en el aprendizaje de inecuaciones se pueden disminuir o mitigar con la aplicación de la utilización de material didáctico auto construible (inecuacionómetro) para facilitar el aprendizaje de inecuaciones. Los principales resultados a las que se llegan como deducción del proceso de investigación son las siguientes: existe dificultades en la definición de Inecuaciones, también una pequeña parte de estudiantes no diferencian los símbolos de las inecuaciones, tienen dificultades para resolver ejercicios puesto que no dominan las propiedades y como resultado de la aplicación del material auto construible Inecuacionómetro como metodología didáctica para el aprendizaje de Inecuaciones, mediante la prueba rango signo de Wilcoxon arrojó un valor de 4,62 el cual establece que la alternativa es efectiva.

SUMMARY

The research aims to verify the use of teaching materials self constructible (inecuacionómetro) for learning inequalities in freshmen Unified General Baccalaureate, parallel B of the Education Unit attached to the National University of Loja, city Loja, academic period 2013 - 2014. The aim of the research process was raised as follows using self constructible (inecuacionómetro) teaching aids to facilitate learning inequalities. The research responded to a descriptive design (diagnosis) and experimental pre. The phases were fulfilled in the investigation, in their order were: Comprehensive, diagnostic models, application and assessment of the effectiveness of using auto teaching materials constructible (inecuacionómetro). The main finding: difficulties or cognitive deficits present in the learning needs of inequalities can be reduced or mitigated by the application using auto teaching materials constructible (inecuacionómetro) to facilitate learning inequalities. The main results which come as a deduction of the research process are as follows: there is difficulty in defining Inequalities also a small portion of students do not differentiate the symbols of the inequalities have difficulty solving exercises because they have not mastered properties and as a result of the implementation of auto equipment Inecuacionómetro constructible as a teaching methodology for learning inequalities, by Wilcoxon signed rank test yielded a value of 4.62 which establishes that the alternative is effective.

c. INTRODUCCIÓN

La Educación General Básica y el Bachillerato General Unificado constituyen en la presente época, políticas de Estado, subsistemas educativos destinados a formar con calidad y calidez talentos humanos que coadyuven desde la ciencia de la educación al buen vivir.

En este contexto tuvo lugar la presente investigación intitulada Utilización de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de inecuaciones en los estudiantes del primer año de Bachillerato General Unificado, paralelo B de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja, de la ciudad Loja, periodo académico 2013 – 2014.

El problema de investigación tiene como enunciado ¿De qué manera el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) facilita el aprendizaje de Inecuaciones en los estudiantes de primer año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional De Loja, paralelo B, de la ciudad de Loja, Periodo 2013-2014?

Los objetivo específicos de la investigación se formularon en los siguientes términos: comprender el aprendizaje de inecuaciones; diagnosticar las dificultades que se presentan en el aprendizaje de inecuaciones; crear modelos de material didáctico para facilitar el aprendizaje de inecuaciones; aplicar los modelos de material didáctico para facilitar el aprendizaje de inecuaciones; y, valorar la efectividad de los modelos de material didáctico en la innovación del aprendizaje de inecuaciones.

Los métodos deductivo, analítico, sintético y científico que se aplicaron en la investigación se enmarcaron en tres áreas: teórico-diagnóstica; diseño y planificación de la alternativa; y, evaluación y valoración de la efectividad de la alternativa planteada.

Las conclusiones a las que se llegan como resultado del proceso de investigación son las siguientes: existe dificultades en la definición de Inecuaciones, también una pequeña parte de estudiantes no diferencian los símbolos de las inecuaciones, tienen dificultades para resolver ejercicios puesto que tienen no dominan las propiedades.

Como resultado de la aplicación del material auto construible, Inecuacionómetro, como metodología didáctica para el aprendizaje de Inecuaciones, mediante la prueba rango signo de Wilcoxon arrojó un valor de 4,62 el cual establece que la alternativa es efectiva.

El informe de investigación está estructurado en coherencia con lo dispuesto en el Art. 151 del reglamento de régimen académico de la Universidad Nacional de Loja en vigencia, comprende: título, resumen, introducción, revisión de literatura, materiales y métodos, resultados; discusión; conclusiones; recomendaciones; bibliografía; anexos e índice.

En lo que corresponde al título: el uso del material didáctico auto construible (inecuacionómetro) para el aprendizaje de inecuaciones, hace alusión, a ¿qué es el material didáctico auto construible?, ¿por qué es importante? y ¿cómo utilizarlo?

El resumen consta de una descripción del tema, el objetivo general de la investigación y los principales resultados.

En la introducción, se enuncia el problema de investigación, los objetivos específicos, las fases que se cumplieron en la investigación, una descripción rápida de cada uno de los elementos del informe, y por último la conclusión final a que se llegó.

En la revisión de Literatura, hace referencia al aprendizaje de inecuaciones, donde se inició con la historia de las inecuaciones, posteriormente, se describió su definición, signos y formas de resolver ejercicios y problemas de inecuaciones.

La investigación está reflejada en la aplicación del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de inecuaciones, en donde se encuentra enumerado cada taller que se aplicó, para luego hacer la valoración de la efectividad de la alternativa, en la que se establece una relación entre el pre test y el pos test.

En los materiales y métodos, se especifica los recursos materiales que se utilizó y cómo se llevó a cabo el presente trabajo. Los métodos que se aplicaron en la investigación fueron el método deductivo, analítico, sintético y científico.

En la parte de los resultados se hizo el análisis e interpretación de los mismos, expuestos en cuadros y gráficos que permiten la verificación de objetivos, mismos que fueron contrastados mediante la prueba rango signo de Wilcoxon para luego, arribar a las conclusiones y recomendaciones.

En la discusión se diagnosticó las necesidades, dificultades, obstáculos y obsolescencias que se presentan en el aprendizaje de inecuaciones y la valoración de la calificación z con la prueba signo rango de Wilcoxon.

Las conclusiones y recomendaciones a las que se llegó fue dentro del diagnóstico del aprendizaje de inecuaciones y la utilización del material auto construible (inecuacionómetro) como material didáctico.

En lo que corresponde a la bibliografía hace referencia a las principales fuentes de información que sirvió para la revisión de literatura y los anexos consta del proyecto a desarrollarse y las evidencias del desarrollo del mismo.

d. REVISIÓN DE LITERATURA

1. INECUACIONES

1.1 Panorama Histórica

Para Gómez, Venezuela (2009), la primera fase, que comprende el periodo de 1700 a. de C. a 1700 d. de C., se caracterizó por la invención gradual de símbolos y la resolución de ecuaciones e inecuaciones. Dentro de esta fase encontramos un álgebra desarrollada por los griegos (300 a. de C.), llamada álgebra geométrica, rica en métodos geométricos para resolver ecuaciones algebraicas.

La introducción de la notación simbólica asociada a Viète (1540-1603), marca el inicio de una nueva etapa en la cual Descartes (1596-1650) contribuye de forma importante al desarrollo de dicha notación. En este momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones.

Posteriormente, Euler (1707-1783) la define como la teoría de los "cálculos con cantidades de distintas clases" (cálculos con números racionales enteros, fracciones ordinarias, raíces cuadradas y cúbicas, progresiones y todo tipo de ecuaciones).

Para llegar al actual proceso de resolución de la ecuación $ax + b = c$ han pasado más de 3.000 años.

Los egipcios nos dejaron en sus papiros (sobre todo en el de Rhid -1.650 a. de C- y el de Moscú -1.850 a, de C.-) multitud de problemas matemáticos resueltos. La mayoría de ellos son de tipo aritmético y respondían a situaciones concretas de la vida diaria; sin embargo, encontramos algunos que podemos clasificar como algebraicos, pues no se refiere a ningún objeto concreto.

En éstos, de una forma retórica, obtenían una solución realizando operaciones con los datos de forma análoga a como hoy resolvemos dichas ecuaciones.

Las ecuaciones más utilizadas por los egipcios eran de la forma:

$$x + ax = b$$

$$x + ax + bx = 0$$

Dónde a, b y c eran números conocidos y x la incógnita que ellos denominaban aha o montón.

Una ecuación lineal que aparece en el papiro de Rhid responde al problema siguiente:

"Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24".

En notación moderna, la ecuación sería: x + 1 / 7 x = 24

La solución la obtenida por un método que hoy se conoce con el nombre de "método de la falsa posición" o "regula falsi". Consiste en tomar un valor concreto para la incógnita, se intenta con él y si se verifica la igualdad ya se tiene la solución, si no, mediante cálculos se obtendrá la solución exacta.

Suponer que fuera 7 la solución, al sustituir en la x nos daría: 7 + 1/7 · 7 = 8, y como nuestra solución es 24, es decir, 8·3, la solución es 21 = 3 · 7, ya que 3 · (7 + 1/7 - 7) = 24.

Generalmente, el cálculo de la solución correcta no era tan fácil como en este caso e implicaba numerosas operaciones con fracciones unitarias (fracciones con numerador la unidad), cuyo uso dominaban los egipcios. En cuanto el simbolismo, solamente en algunas ocasiones utilizaban el dibujo de un par de piernas andando en dirección de la escritura o invertidas, para representar la suma y resta, respectivamente.

Los babilonios (el mayor número de documentos corresponde al periodo 600 a. de C. a 300 d. de C.) casi no le prestaron atención a las ecuaciones lineales, quizás por considerarlas demasiado elementales, y trabajaron más los sistemas de ecuaciones lineales y las ecuaciones de segundo grado.

Entre las pocas que aparecen, tenemos la ecuación 5x = 8. En las tablas en base sexagesimal hallaban el recíproco de cinco que era 12/60 y en la tabla de multiplicar por 8, se encontró 8 · 12/60 = 1 36/60

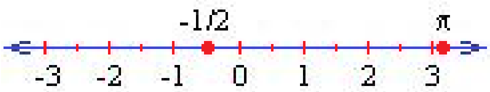
Los matemáticos griegos no tuvieron problemas con las ecuaciones lineales y, exceptuando a Diophante (250 d. de C.), no se dedicaron mucho al álgebra, pues su preocupación era como se ha visto, mayor por la geometría.

Una de las obras más antiguas de la Matemática que se conocen fue elaborada en Egipto, hace unos 3.600 años. Ahí surgió el álgebra, una ciencia que mezcla los números con las letras. Una variante del álgebra son las inecuaciones.

1.2 Fundamentos de las Inecuaciones

1.2.1 La recta Real

Según Villalba (2008), Se supone conocidos los números reales, así como su representación en la recta real. Los números reales se pueden representar mediante expresiones decimales finitos o infinitos.



Si la expresión decimal es finita o periódica infinita, entonces el número real se puede expresar como el cociente de dos números enteros y se dice que el número real es racional. Recíprocamente cualquier número racional (cociente de dos enteros) se puede expresar mediante una expresión decimal finito o infinito periódico. Cuando la expresión decimal tiene infinitas cifras que no se repiten de manera periódica se dice que el número real es irracional.

Los números reales admiten una representación geométrica en una recta. En dicha representación cada número real se representa por un solo punto de la recta y cada punto de la recta representa un solo número real. En consecuencia, se hablará indistintamente de número o de punto. Por convenio, los números positivos se representan a la derecha del cero y los negativos a la izquierda. Se llama recta real a una recta en la que se han representado los números reales.

1.2.2 Las desigualdades

La igualdad (=) es un concepto matemático en donde se indica que dos expresiones tienen el mismo valor, mientras que en la desigualdad (≠), se expresa que no tienen el mismo valor; cuando esto sucede, puede darse el caso de que una cantidad sea mayor(>) que otra o sea menor(<) que otra.

(Centro para la innovación y el desarrollo de la Educación a Distancia, Madrid) Una **desigualdad** es cualquier expresión en la que se utilice alguno de los siguientes símbolos: **< (menor que), > (mayor que); ≤ (menor o igual que), ≥ (mayor o igual que)**

Por ejemplo:

$2 < 3$ (dos es menor que 3)

$7 > \pi$ (siete es mayor que pi)

$X \leq 5$ (x es menor o igual que 5)

1.2.3 Definición de Inecuación

De acuerdo a Rodríguez, Alcides (2007), Una inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas que, se verifica para ciertos valores que toma la variable o incógnita.

Gómez (2009) afirma: Una inecuación es una expresión matemática la cual se caracteriza por tener los signos de desigualdad; Siendo una expresión algebraica nos da como resultado un conjunto en el cual la variable independiente puede tomar el valor cualesquiera de ese conjunto cumpliendo esta desigualdad; a este conjunto se le conoce como Intervalo. (p90)

En matemáticas, una inecuación es una expresión referida al tamaño u orden relativo de dos objetos. La notación a <> significa que a es menor que b y la notación $a > b$ quiere decir que a es mayor que b. Estas relaciones son conocidas con el nombre de inecuaciones estrictas, contrastando con $a \leq b$ (a es menor o igual a b) y $a \geq b$ (a es mayor o igual que b).

Si el signo comparativo de la inecuación es el mismo para cualquier valor que tomen las variables por las que está definida, entonces se hablará de una inecuación "absoluta" o "incondicional". Si por el contrario, es el mismo sólo para ciertos valores de las variables, pero se invierte o destruye en caso de que éstos se cambien, será una inecuación "condicional". El signo comparativo de una inecuación no se cambia si a ambos miembros se les suma o resta el mismo número, o si se les multiplica o divide por un número positivo; en cambio, se invierte si ambos miembros se multiplican o dividen por un número negativo.

La notación a >> b quiere decir que a "es mucho mayor que" b. El significado de esto puede variar, refiriéndose a una diferencia entre ambos indefinida. Se usa en ecuaciones en las cuales un valor mucho mayor causará que la resolución de la ecuación arroje a luz un cierto resultado.

Se conoce bajo el nombre de inecuación una expresión de la forma $f(x) < 0$ ó $f(x) > 0$, donde $f(x)$ es un polinomio en x.

Resolver inecuaciones es encontrar el conjunto de soluciones que verifican las desigualdades $f(x) < 0$ ó $f(x) > 0$

1.2.4 Solución o raíz de una inecuación

Cuando se obtienen los valores de la variable o incógnita que satisfacen la inecuación, decimos que se ha encontrado el conjunto solución o raíz de una inecuación

1.2.5 Los intervalos

Sánchez (2011) manifiesta:

Se llama intervalo al conjunto de números reales R comprendidos entre otros dos números dados, que se llaman extremos de un intervalo acotado mientras que, si los extremos son un número y el infinito, el intervalo es no acotado. (p137)
Un intervalo es cerrado cuando el respectivo conjunto de números incluye a los extremos, mientras que, el intervalo es abierto cuando no se incluyen los extremos.

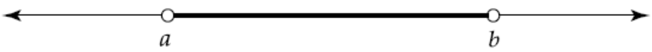
Para representar a los intervalos cerrados se utiliza corchetes normales [a,b] y para los intervalos abiertos giramos 180° a los corchetes]a,b[, vale indicar que, algunos autores emplean para este segundo caso, paréntesis ( ).

1.2.5.1 Intervalos acotados

Sánchez (2011), dice:

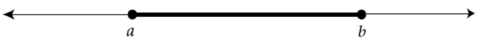
Se detallan las distintas clases de intervalos, en donde a y b representan los números extremos del intervalo cuando son acotados, en caso de no serlo, aparecerá el $+\infty$ o el $-\infty$, que son símbolos del más infinito y del menos infinito. (p 137)

- **El intervalo abierto,** denotado por] a,b [, corresponde al conjunto $\{x \in R/a < x < b\}$ y nos indica que, el intervalo no incluye a los extremos.



] a,b [

- **El intervalo cerrado,** denotado por [a,b], corresponde al conjunto $\{x \in R/a \leq x \leq b\}$ y nos indica que, el intervalo incluye a los extremos.



[a,b]

- **El intervalo semiabierto por la izquierda,** denotado por]a,b], corresponde al conjunto $\{x \in R/a < x \leq b\}$ y nos indica que, el intervalo no incluye al extremo izquierdo.

]a,b]

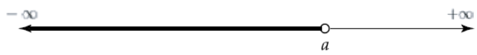
- **El intervalo semiabierto por la derecha,** denotado por [a,b[, corresponde al conjunto $\{x \in R/a \leq x < b\}$ y nos indica que, el intervalo no incluye el extremo derecho.

[a,b[

1.2.5.2 Intervalos no acotados

Se detallan las distintas clases de intervalos, en donde a y b representan los números extremos del intervalo cuando son no acotados, en caso de no serlo, aparecerá el $+\infty$ o el $-\infty$, que son símbolos del más infinito y del menos infinito.

- **El intervalo no acotado abierto,** denotado por $]-\infty, a[$, corresponde al conjunto $\{x \in R/x < a\}$ y nos indica que, el intervalo no incluye al extremo a y los números menores a **a** tienen al $-\infty$**.**

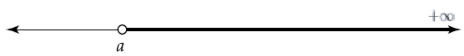


$]-\infty, a[$

- **El intervalo no acotado cerrado por la derecha,** denotado por $]-\infty, a]$, corresponde al conjunto $\{x \in R/x \leq a\}$ y nos indica que, el intervalo incluye el extremo **a** y los números menores o iguales que **a** tienden al $-\infty$

$]-\infty, \boldsymbol{a}]$

- **El intervalo no acotado abierto,** denotado por $]a, +\infty[$, corresponde al conjunto $\{x \in R/x > a\}$ y nos indica que, el intervalo no incluye al extremo **a** y los números mayores a **a** tienden al $+\infty$**.**



$]a, +\infty[$

- **El intervalo no acotado cerrado por la izquierda,**denotado por $[a, +\infty[$**,** corresponde al conjunto $\{x \in R/x \geq a\}$ y nos indica que, el intervalo incluye al extremo **a** y los números mayores o iguales que **a** tienden al $+\infty$.

$[a, +\infty[$

1.2.6 Inecuación de primer grado con una incógnita

Para Rodríguez (2007), una **inecuación de primer grado** es una inecuación en la que sus dos miembros son polinomios de grado menor o igual a 1.

Las **soluciones** de una inecuación son todos los números reales que hacen que dicha inecuación se acierta. La inecuación es una desigualdad en la que aparece alguna incógnita en uno o en los dos miembros de una desigualdad.
Son inecuaciones:$2 + 3x < 5x2 - 5x + 3 \geq 0 \quad 3x - y > 5y + 4x - 14$

Las inecuaciones se clasifican por el grado y las incógnitas que tiene.
Comprende mediante un problema: Encuentra los números que verifican: que el doble menos uno sea mayor que si al número le sumamos 4. Este problema tendría una transcripción algebraica así.

$$2x - 1 > x + 4$$

Observe que hay muchos números que cumplen esta condición.

Los números 9, 11, 90 y 6 ver que la hacen cierta así como otros muchos números. Sin embargo, los números 3, –4 no la hacen cierta, estos números no cumplen la condición, también hay otros.

Luego nos damos cuenta que la respuesta a una inecuación no es única, existen varias soluciones.

En general una inecuación tiene infinitas soluciones.
Resolvemos la anterior inecuación (Aplicando las propiedades de las desigualdades)

Sume 1 a los dos miembros $2x > x + 4 + 1$
Reste x a los dos miembros $2x - x > 4 + 1$
Reduce miembros $x > 5$

Por tanto, la solución de esta inecuación es: $x > 5$
Las soluciones de una inecuación son los valores que puede tomar la incógnita tales que al sustituirlos en la inecuación la conviertan en una desigualdad cierta.

1.2.7 Resolución de Inecuaciones Lineales

1.2.7.1 Propiedades de orden de las desigualdades

Sánchez (2011), testifica:

Si compara dos números reales, se tiene las siguientes propiedades:

Propiedad de Tricotomía.- si a y b son números reales, entonces se cumple únicamente una de las afirmaciones: $a < b, a = b$ o $a > b$

Propiedad Transitiva.- para a, b y c números reales, si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.

Propiedad de la Adición.- para a, b y c números reales, si $a < b$ entonces $a + c < b + c$.

Propiedad del Producto.- para a, b y c números reales, se cumple:

- Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c > 0$, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} < \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$
- Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c < 0$, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} > \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$

En esta propiedad se debe observar que, si en una desigualdad, se multiplica a los dos miembros por un número negativo, entonces la desigualdad cambia de sentido. (p141).

- **Inecuaciones Equivalentes**

Se dice que dos inecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto de soluciones**.**

- Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o resta la misma cantidad, se obtiene una inecuación equivalente.
  1. Se pueden cancelar o suprimir términos iguales con el mismo signo, cuando estos aparecen en distintos miembros de una inecuación.

     Si $8x + \cancel{3} < 2x + 5 + \cancel{3}$, entonces $8x < 2x + 5$

     Si $x - \cancel{2} < 5 - \cancel{2}$, entonces $x < 5$
  2. Se puede pasar un término, de un miembro a otro miembro de la inecuación, pero cambiado de signo

$8x + 3 \leq 2x + 5$	$x - 2 \geq 5 - 2x$
$8x \leq 2x + 5 - 3$	$x \geq 5 - 2x + 2$
$8x \leq 2x + 2$	$x \geq 7 - 2x$

- Si se multiplican o dividen los dos miembros de una inecuación por una misma cantidad, se obtiene una inecuación equivalente con el mismo sentido de la desigualdad, si esa cantidad es positiva, y con el sentido contrario si esa cantidad es negativa.

La propiedad de la multiplicación en una desigualdad, fundamenta las siguientes operaciones en una inecuación.

- Se pueden cancelar factores positivos iguales, cuando estos aparecen en distintos miembros de una inecuación es decir, en todos los términos.

$\cancel{3}\mathrm{x} > \cancel{6} - \cancel{9}\mathrm{x}$	$\cancel{5}\mathrm{x} \leq \cancel{5}$	$\frac{\mathrm{x}}{2} \geq \frac{7}{2} - \frac{1}{2}$
$\mathrm{x} > 2 - 3\mathrm{x}$	$\mathrm{x} \leq 1$	$\mathrm{x} \geq 7 - 1$

- Se pude trasladar un factor positivo de un miembro a otro, pero como divisor, y viceversa.

$$3\mathrm{x} \geq 6\mathrm{x} + 9$$
$$\mathrm{x} \geq \frac{6\mathrm{x} + 9}{3}$$
$$\mathrm{x} \geq 2\mathrm{x} + 3$$

- Se puede multiplicar a todos los términos de una inecuación por un mismo factor positivo y se mantiene el sentido de la desigualdad.

$$3\mathrm{x} - 1 \leq \mathrm{x} + 5$$
$$3\mathrm{x} \cdot 2 - 1 \cdot 2 \leq \mathrm{x} \cdot 2 + 5 \cdot 2$$
$$6\mathrm{x} - 2 \leq 2\mathrm{x} + 10$$

- Si se multiplica por un factor negativo, se debe cambiar el sentido de la desigualdad.

$$2 - 3\mathrm{x} > 4 - \mathrm{x}$$
$$2 \cdot (-1) - 3\mathrm{x} \cdot (-1) < 4 \cdot (-1) - \mathrm{x} \cdot (-1)$$
$$-2 + 3\mathrm{x} < -4 + \mathrm{x}$$

- **Resolución de Inecuaciones**

Para resolver una inecuación, es decir, para hallar el conjunto solución de una inecuación, debemos transformarla en inecuaciones equivalentes, cada vez más sencillas, hasta poder observar con facilidad el conjunto solución.

Para facilidad en el proceso de obtener inecuaciones equivalentes, cada vez más sencillas, se sugiere considerar:

- Eliminar los denominadores, multiplicando a todos los términos por el m.c.m. de dichos denominadores.
- Realizar las operaciones indicadas, eliminando todos los signos de agrupación.
- Trasladar los términos que contienen la variable o incógnita al miembro de la izquierda y los otros términos al miembro de la derecha.
- Reducir los términos semejantes.
- Despejar la variable y escribimos la solución.

- **Resolución de inecuaciones de primer grado con una incógnita**

Gómez (2009), dice:
Una inecuación de primer grado en forma general es de la forma $\mathrm{ax}+\mathrm{b}>0$
(p 92)

Distinguir para su resolución dos casos.

1) **a≠0.** Sacando factor común a en la inecuación $\mathrm{ax}+\mathrm{b}>0$**,** obtenemos $\mathrm{a}\left(\mathrm{x}+\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}\right)>0$; distinguiremos:
   i) a > 0 → que para que se satisfaga la expresión $\mathrm{a}\left(\mathrm{x}+\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}\right)>0$, es necesario que $\mathrm{x}+\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}>0$, o sea, se verifica que todo valor de x que verifique que $\mathrm{x}>-\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}$.
   ii) $\mathbf{a}<\mathbf{0}\rightarrow\mathbf{x}+\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}<\mathbf{0},\mathbf{x}<-\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}$. La inecuación se verifica para todo valor de x que verifique $\mathbf{x}<-\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}$
2) **a = 0.** La inecuación se convierte en la $0.\mathrm{x}+\mathrm{b}>0\rightarrow\mathrm{b}>0$, que se verifica para todo x, cuando b > 0.

La inecuación es incompatible cuando b > 0.
Ejemplos:

1° Resolver la inecuación $5x + 1 > 3; 5x + 1 - 3 > 3 - 3 \rightarrow 5x - 2 > 0; 5x - 2 + 2 \rightarrow 5x > 2; x > \frac{2}{5}$

La inecuación es verifica para todo x, tal que $x > \frac{2}{5}$

2° $\frac{x+4}{6} - 1 < \frac{2x-1}{3}$ Operando, se ira obteniendo sucesivamente:

$\frac{6(x+4)}{6} - 6 < \frac{6(2x-1)}{3} \rightarrow x + 4 - 6 < 4x - 2 \rightarrow x + 4 - 6 - 4x < 4x - 2 - 4x \rightarrow$

$x + 4 - 6 - 4x < -2 \rightarrow -3x - 2 < -2 \rightarrow -3x - 2 + 2 < -2 + 2 \rightarrow -3x < 0$

Cambiando de signo $3x > 0; x > \frac{0}{3}, x > 0$

Y se afirma que la inecuación anterior se verifica $\forall x > 0$

1.2.8 Inecuaciones Lineales con valor absoluto

De La Rosa (2013), afirma:

Si queremos evaluar la función valor absoluto, debemos identificar el tramo al que pertenece el valor de x. El valor absoluto es igual $a - x \text{ para } x < 0$. (p135)

1.2.8.1 El valor absoluto

La definición de valor absoluto se puede concluir que éste siempre resultará positivo o cero. Cuando un número es positivo o cero, su valor absoluto es el mismo número y si es negativo, el valor absoluto es el negativo de ese número, es decir, un número positivo.

Sánchez (2011), explica:

El valor absoluto de un número real **x** que se representa o denota $|x|$, se define así:

$$|x| = \begin{Bmatrix} x \text{ si } x \geq o \\ -x \text{ si } x \leq o \end{Bmatrix}$$

Esta definición funcional ¨por partes¨ acarrea dificultades para su aplicación en la resolución de inecuaciones con valor absoluto. Para su fácil comprensión, se debe considerar dos partes en la definición: La primera parte, considera $|x| = x$ cuando **x** toma valores mayores o igual a cero; mientras que, la segunda parte considera $|x| = -x$ cuando **x** toma valores menores a cero es decir, **x** toma valores negativos. (p147)

EJEMPLO:

$$|\mathrm{x}+3|=\begin{cases}\mathrm{x}+3, & \mathrm{si\ x}+3\geq 0\\ -(\mathrm{x}+3), & \mathrm{si\ x}+3<0\end{cases}=\begin{cases}\mathrm{x}+3, & \mathrm{si\ x}\geq -3\\ -\mathrm{x}-3, & \mathrm{si\ x}<-3\end{cases}$$

1.2.8.2 Propiedades del valor absoluto en las desigualdades

Sánchez (2011), dice:
Para resolver inecuaciones con valor absoluto, es conveniente emplear las propiedades del valor absoluto en las desigualdades. Antes de escribir dichas propiedades, es necesario remitirnos a la definición y justificar su aplicación. (p147)

Por ejemplo, $|\mathrm{x}|<4$ significa que **x** debe estar dentro de un intervalo de -4 hasta +4 en la recta numérica es decir, debe cumplirse que: $-4<\mathrm{x}<4$

1.2.8.3 Inecuaciones con valor absoluto

De La Rosa (2013), expresa que para resolver inecuaciones con valor absoluto utilizamos las propiedades. (p139)

1.2.8.3.1 Propiedades

Sánchez (2011), afirma las siguientes propiedades:

Propiedad 1. – Para todo a $a \in R^{+}$, se cumple que: $|\mathrm{x}|<\mathrm{a} \leftrightarrow -\mathrm{a}<\mathrm{x}<\mathrm{a}$

Propiedad 2.- Para todo a $a \in R^{+}$, se cumple que: $|\mathrm{x}|>\mathrm{a} \leftrightarrow \mathrm{x}>\mathrm{a} \vee \mathrm{x}<-\mathrm{a}$

Las propiedades básicas para resolver inecuaciones < o > con valor absoluto, se cumple también para ≤ o ≥. (p148)
De La Rosa (2013), afirma:
$|\mathrm{x}|\geq 0$ No negativo
$|\mathrm{x}|=0 \equiv \mathrm{x}=0$ El valor absoluto es 0 si y sólo si su argumento es 0

$|x| = |-x|$ Paridad par

$|xy| = |x||y|$

$\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$

$|x + y| = |-x - y|$

$|x + y| \leq |x| + |y|$ Desigualdad Triangular

$|x| \leq a \equiv x \leq a \wedge x \geq -a$

$|x| \geq a \equiv x \leq -a \vee x \geq a$ (p135)

Ejemplo:

Determinar la solución de la inecuación $|x - 2| \leq 4$

Solución: Aplicando la propiedad se tendrá:

$|x - 2| \leq 4$

$x - 2 \leq 4 \wedge x - 2 \geq -4$ Usar una propiedad

$x \leq 6 \wedge x \geq -2$ Despejar x en cada de cada inecuación

La solución es la intersección de los intervalos $(-\infty, 6]$ y $[-2, +\infty)$

El conjunto solución se expresa así: S = [-2,6]. También podrá obtener la respuesta del gráfico de f(x). A continuación ver que en el intervalo en que

$$y \leq 4, X\epsilon[-2,6]$$

1.2.9 Inecuaciones Polinómicas

Para Fernández (2010), una inecuación polinómica es una inecuación de la forma:

$$\text{an}\,x\,\text{n} + \text{an} - 1\text{xn} - 1 + \cdots + \text{a1 x a0} < 0$$

O cualquier expresión de la forma anterior que, en lugar del símbolo < incluya cualquier otro símbolo de desigualdad: >, ≤ o ≥.

Para resolver inecuaciones polinómicas usamos el hecho que un polinomio puede cambiar de signo solo en los puntos donde es igual a cero. (O sea los valores de x que hacen que el polinomio sea igual a cero). Entre dos ceros consecutivos, un polinomio es solo positivo o solo negativo. Esto significa que si trazamos estos valores en la recta real, estos puntos dividirán la recta real en intervalos en los cuales el polinomio no tiene cambios de signo. Estos valores son conocidos como números críticos de la inecuación, y los intervalos que se obtienen se llaman intervalos de prueba.

1.2.9.1 Método para resolver Inecuaciones Polinómicas

Según Fernández (2010), para resolver una inecuación polinómica, se sigue los siguientes pasos:

1. Escribir la inecuación en la forma general, es decir, realizar las operaciones necesarias para todo la expresión polinómica quede a un lado de la inecuación y cero en el otro lado.
2. Factorizar el polinomio. Si no se puede factorizar, encontrar los puntos donde el polinomio es igual a cero.
3. Hallar los intervalos de prueba. Esto se logra determinado los valores en que cada factor es cero, estos puntos determinarán los límites de los intervalos en la recta numérica.
4. Seleccionar un punto de prueba en cada intervalo para determinar el signo en cada intervalo.
5. La solución la conforman todos los intervalos que hacen que la desigualdad sea cierta. La solución se puede expresar de distintas formas:

    - Como intervalo
    - Como conjunto
    - Gráficamente

Ejemplo:

Resolver la siguiente inecuación $\boldsymbol{x^5 + 2x^4 < 3x^3}$

Solución:

Paso 1: Escribir la inecuación en la forma general, es decir, realizar las operaciones necesarias para que todo la expresión polinómica quede a un lado de la inecuación y cero en el otro lado.

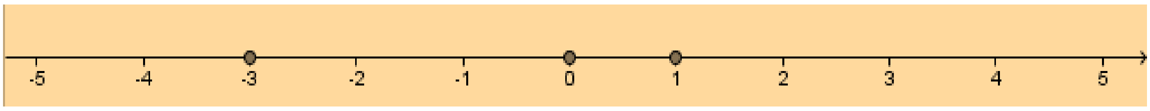
$$x^5 + 2x^4 - \boldsymbol{3x^3} < \boldsymbol{3x^3} - \boldsymbol{3x^3}. x^5 + 2x^4 < 0$$

Paso 2: Factorizar el polinomio. Si no se puede factorizar, encontrar los puntos donde el polinomio es igual a cero.

$$x^5 + 2x^4 - \boldsymbol{3x^3} = \boldsymbol{x^3}\ (\boldsymbol{x^2} + 2x - 3) = \boldsymbol{x^3}(x+3)(x-1)$$

Paso 3: Hallar los intervalos de prueba, igualando cada factor a cero, estos puntos determinarán los límites de los intervalos en la recta numérica.

$\boldsymbol{x^3} = x = 0$ $\quad$ $x + 3 = x = -3$ $\quad$ $x - 1 = x = 1$



Paso 4: Seleccionar un punto de prueba en cada intervalo para determinar el signo de cada uno de ellos. Para facilitar el cálculo, podemos usar la forma factorizada del polinomio.

Intervalo	Punto de prueba	Polinomio evaluado en el punto de prueba.
$(-\infty, -3)$	$\mathrm{x} = -4$	$(-4)\ (3)(-4+3)(-4-1)$ $(-64)(-1)(-5) \quad = -320$
(- 3 , 0)	x = -1	(- 1) 3 (- 1 + 3) (- 1 - 1) (- 1) (2) (- 2) = 4
(0 , 1)	x = 0.5	(0.5) 3 (0.5 + 3) (0.5 - 1) 0.125 (3.5) (- 0.5) = - 0.21875
(1 , ∞)	x = 2	(2) 3 (2 + 3) (2 - 1) (8) (5) (1) = 40

Paso 5: Determinar los intervalos que forman parte de la solución. La solución la conforman todos los intervalos que hacen que la desigualdad sea cierta. En la tabla anterior, vemos que los intervalos de la primera y tercera fila cumplen con

ser < 0.

La solución se puede expresar de distintas formas:

- Expresando la solución como conjunto:

  x (x < -3) ó 0 < x < 1

- Expresando la solución como intervalo

  (- ∞ , - 3] ∪ [0 , 1)

- Gráficamente

1.2.10 Inecuaciones Racionales

Son inecuaciones racionales, aquellas en las que tanto el numerador como el denominador son inecuaciones polinómicas cuadráticas o polinómicas de grado mayor a Estos tipos de problemas pueden ser resueltos usando el método analítico o el método gráfico.

Se resuelven de un modo similar a las de segundo grado, pero hay que tener presente que el denominador no puede ser cero.

1º Hallar las raíces del numerador y del denominador.

2º Representar estos valores en la recta real, teniendo en cuenta que las raíces del denominador, independientemente del signo de la desigualdad, tienen que ser abiertas.

3º Tomar un punto de cada intervalo y evaluamos el signo en cada intervalo:

4º La solución está compuesta por los intervalos (o el intervalo) que tengan el mismo signo que la fracción polinómica.

Ejemplo 1:

1) Dada la siguiente inecuación $\frac{x^2+3x-10}{x^2+x-2}<0$ halle el conjunto solución y grafique.

Factorizando los polinomios dados:

2. $x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$,
3. $x^2+x-2=(x+2)(x-1)$

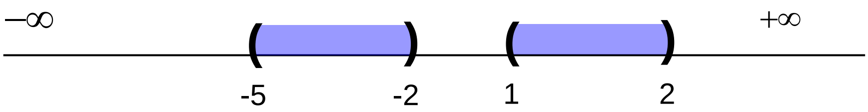
Las raíces que anulan el numerador son $x=-5$ y $x=2$, y las que anulan el denominador son $x=-2$ y $x=1$, las cuales se ubican sobre la recta real. Se le asignan valores arbitrarios a *x* en cada intervalo, y se determinan los signos de la desigualdad.

	-5	-2	1	2	
	$(-\infty,-5)$	$(-5,-2)$	$(-2,1)$	$(1,2)$	$(2,+\infty)$
$(x+5)$	-	+	+	+	+
$(x+2)$	-	-	+	+	+
$(x-1)$	-	-	-	+	+
$(x-2)$	-	-	-	-	+
$\frac{(x+5)(x-2)}{(x+2)(x-1)}$	+	-	+	-	+

Se observa en el cuadro anterior que la desigualdad se cumple para aquellos intervalos donde el cociente es negativo, debido a que la inecuación original < 0 (es negativa) por lo tanto la solución viene dada por:

$$S_G=(-5,-2)\cup(1,2)$$

Gráficamente:



1.2.11 Problemas con el planteo de Inecuaciones Lineales

1.2.11.1 Planteo de Inecuaciones

Sánchez (2011), afirma:

Existen algunos problemas que pueden resolverse mediante el planteamiento y la posterior resolución de inecuaciones. Para esto, es conveniente considerar las siguientes sugerencias:

a. El algoritmo de resolución es muy parecido al utilizado en la resolución de problemas con el planteo de ecuaciones.
b. Las expresiones de la forma: al menos, por lo menos, como mínimo, cantidad mínima, mayor o igual a, se interpreta con la relación ≥.
c. Las expresiones de la forma: a lo mucho, cuánto más, como máximo, cantidad máxima, menor o igual a, se interpretan con la relación ≤.
d. Para el planteo de las inecuaciones, se relaciona la variable con los datos del problema y se colocan los respectivos símbolos ≥ o ≤. (p150)

Ejemplos:

El sueldo básico mensual de un vendedor de libros es 240 dólares más 8 dólares por cada libro vendido ¿Cuántos libros debe vender al mes para ganar un sueldo de por lo menos 440 dólares?

- Primero, representar con **x** a la incógnita o variable, en este caso, se refiere al número de libros que se debe vender.

  x = número de libros

- Luego, relacionar los datos con la variable. En este ejemplo, considerar que el sueldo es 240 dólares y que por cada libro que vende se obtiene 8 dólares, entonces el sueldo total será: 240 + 8 =x sueldo total.
- Para formular la inecuación, tomar en cuenta la condición de que, el sueldo total debe ser "por lo menos" de 440 dólares. Por lo que, utilizamos el símbolo de "mayor o igual".

Sueldo total mayor o igual que 440: 240+8 ≥ 440

- Resolver la inecuación formulada o planteada en el paso anterior.

$$240 + 8x \ \geq 440$$
$$28x \ \geq 440 - 240$$
$$8x \ \geq 200$$
$$x \ \geq 25$$

Es decir que, el número de libros debe ser mayor o igual a 25, lo cual se interpreta diciendo que, la variable **x** pertenece al intervalo semi cerrado desde 25 hasta el infinito.

$$x \in [25, \infty)$$

- Para la verificación, primero reemplazamos el límite inferior del intervalo, x=25, en la inecuación original:

$$240 + 8x \ \geq 440$$
$$240 + 8(25) \ \geq 440$$
$$440 \ \geq 440 \ L.q.q.v.$$

Incluso, para mayor seguridad en la verificación, se puede reemplazar otro valor del intervalo, por ejemplo x = 40 el cual debe verificar también la inecuación.

$$240 + 8x \ \geq 440$$
$$240 + 8(40) \geq 440$$
$$560 \ \geq 440 \ L.q.q.v.$$

Finalmente, se escribe la solución, en base a la interrogante planteada en el problema.

Solución: El número de libros que se debe vender, para obtener un sueldo mensual total por lo "menos" de 440 dólares, es mayor o igual que 25.

1.2.12 Inecuaciones cuadráticas

De La Rosa (2013), afirma:

Para resolver una inecuación cuadrática la expresamos en la forma: $(\mathrm{dx} + \mathrm{e})(\mathrm{fx} + \mathrm{g}) > 0$

La solución corresponde al o los intervalos en los cuales el producto entre $\mathrm{dx} + \mathrm{e}$ y $\mathrm{fx} + \mathrm{g}$ es mayor que cero, lo cual ocurre cuando los factores tienen el mismo signo.

Si la inecuación tiene la forma $(\mathrm{dx} + \mathrm{e})(\mathrm{fx} + \mathrm{g}) < 0$, su solución se encuentra en el o los intervalos en los cuales el producto es menor que cero, lo cual ocurre cuando los factores tienen signos distintos. Si en lugar de los símbolos < 0 > aparecen los símbolos ≥ 0 ≤ se incluyen en la solución los valores para los cuales $(\mathrm{dx} + \mathrm{e})$ y $(\mathrm{fx} + \mathrm{g})$ son iguales a cero. (p144)

Ejercicio:

Determinar la solución de la inecuación $x^2 + 2x - 3 > 0$

Solución: Empezar Factorizando la expresión: $x^2 + 2x - 3 > 0$

$$(x + 3)(x - 1) > 0$$

Ahora representar cada factor en una recta numérica.

Los factores tienen signos iguales en $(-\infty, -3) y \, (1, +\infty)$ La solución es $S = (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$.

1.2.12.1 Inecuación cuadrática con valor absoluto

Se Puede resolver inecuaciones cuadráticas que incluyan valor absoluto. Para ello se debe recordar las propiedades del valor absoluto vistas anteriormente.

Ejemplo:

Determinar la solución de la inecuación $|x^2 - 1| \geq 3$

Solución: Aplicar una de las propiedades mencionadas anteriormente. Se debe formar dos inecuaciones a parir de la original:

$$x^2 - 1 \leq -3 \vee x^2 - 1 \geq 3$$

La primera inecuación puede ser expresada así $x^2 - 1 \leq 0$. La solución de la inecuación es el conjunto vacío ¿Por qué?. La segunda inecuación puede ser expresada así: $(x + 2)(x - 2) \geq 0$. Su solución es: $(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$

Debe realizar la unión entre las soluciones de las inecuaciones anteriores. Es decir, la unión entre $(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$ y el conjunto Φ. El conjunto solución es por tanto: $S = (-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$

1.2.12.2. Resolución de inecuaciones de Cuadráticas

Para Casteleiro (2008), las inecuaciones de segundo grado también pueden ser resueltas de la misma forma que se resuelve las inecuaciones de primer grado. La diferencia fundamental estriba en el gráfico, que en esta ocasión tiene varias zonas válidas. (P295)

Según el ejemplo:

Hallar el valor de x en la siguiente inecuación:

$$4x^2 + x + 4 > 3x^2 + 3x + 7$$

Restando en ambas partes de la inecuación la cantidad $(3x^2 + 3x + 7)$, quedará:

$$4x^2 + x + 4 - (3x^2 + 3x + 7) > 3x^2 + 3x + 7 - (3x^2 + 3x + 7)$$

Simplificando se obtendrá:

$$4x^2 + x + 4 - 3x^2 - 3x - 7 > 0$$

de donde:

$$x^2 - 2x - 3 > 0$$

1.2.13 Inecuaciones de tercer grado

Según Pozo, Díaz, Fernández, Segovia (2007), sostiene que si obtiene uno o dos factores se procede como en los casos anteriores. **(**P206).

En el caso en que obtiene tres factores.

	$-\infty$ … x_1	x_1 … x_2	x_2 … x_3	x_3 … $+\infty$
$x - x_1$	−	+	+	+
$x - x_2$	−	−	+	+
$x - x_3$	−	−	−	+
$a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$	−	+	−	+

(Suponiendo que a es positiva, si fuera negativa cambiarían todos los resultados finales).

1.2.14 Sistema de inecuaciones

Para Santillana (2014): un sistema de inecuaciones es un conjunto de inecuaciones del que se quiere calcular la solución común.

Para hallar la solución de un sistema de inecuaciones, se resuelve por separado cada una de las inecuaciones y luego se eligen las soluciones comunes.

EJEMPLO:

Calcular la solución de este sistema de inecuaciones

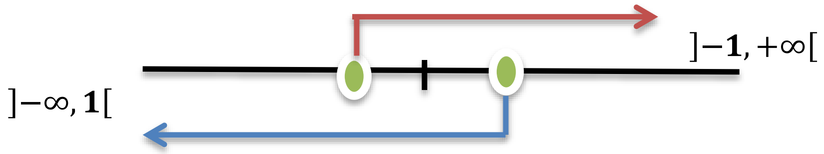
$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{x+2>1} \\ \boldsymbol{3x-2<1} \end{array}\right\}$$

<u>Primero:</u> Se aplican las propiedades de las inecuaciones hasta obtener una expresión algebraica en un miembro, y cero en el otro.

$x + \mathbf{2} > \mathbf{1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x} > -\mathbf{1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Soluci}\text{ó}\boldsymbol{n}\text{: }]-\mathbf{1}, +\infty[$

$\mathbf{3x - 2 < 1} \quad \rightarrow \quad \mathbf{3x < 3} \quad \rightarrow \mathbf{x < 1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Soluci\acute{o}n}\text{: }]-\infty, \mathbf{1}[$

<u>Segundo:</u> Se elige el intervalo que cumple las dos inecuaciones.



SOLUCIÓN: $]\mathbf{-1}, \mathbf{1}[$

1.2.14.1 Sistema de inecuaciones Lineales

- **Solución de una inecuación Lineal**

Para De La Rosa (2013), Si tiene una inecuación lineal, la región que se sombrea es la que corresponde a la solución. La solución de la inecuación $y \geq mx + b$ está formada por los puntos de la recta y los que están arriba de ella. Mientras que para la inecuación $y \leq mx + b$ la solución está formada por los puntos de la recta y los que están debajo de ella. Debemos mencionar que para inecuaciones del tipo $y < mx + b$ y $y > mx + b$ no se incluye la recta $y = mx + b$ en la solución. Se entiende cuando la recta esta graficada con líneas discontinuas, no pertenece a la solución. (p69)

- **Solución de un sistema de inecuaciones lineales**

El conjunto solución de un sistema de inecuaciones lineales es la intersección de las soluciones de todas las inecuaciones. Esto es válido para un sistema con cualquier número de inecuaciones.

1.2.14.2 Sistema de inecuaciones cuadráticas

- **Solución de una inecuación cuadrática de dos variables**

El conjunto solución de un sistema de inecuaciones cuadráticas es la intersección de las soluciones de todas las inecuaciones.

Ejemplo:

Determinar el conjunto solución del siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} y \leq x^2 + 2x \\ y \leq x + 2 \end{cases}$$

Solución: La solución de la primera inecuación es la región que está bajo la parábola f(x) ≤ $x^2 + 2x$. La solución de la segunda inecuación es la región que está bajo la recta f(x) ≤ $x + 2$.

El conjunto intersección de las regiones anteriores y solución del sistema de inecuaciones.

- **Solución de un sistema de inecuaciones cuadráticas**

Ahora un ejemplo de un sistema con dos inecuaciones cuadráticas

$$\begin{cases} y \leq \frac{x^2}{2} + x + \frac{3}{2} \\ y - x^2 + 4x - 3 > 0 \end{cases}$$

Solución: a las dos inecuaciones las transformamos en ecuaciones y luego se empieza despejando la variable para encontrar las posibles respuestas.

2. DIAGNÓSTICO DEL APRENDIZAJE APLICADO AL ESTUDIO DE LAS INECUACIONES

A continuación se detallan criterios e indicadores que permitirán desarrollar un diagnóstico del aprendizaje de las Inecuaciones.

El diagnostico de aprendizaje es un proceso que permite recopilar información para la evaluación e intervención, en función de transformar o modificar algo, desde un estadio inicial hacia uno potencial, lo que permite una atención diferenciada de conocimientos.

2.1 Aprendizaje del panorama Histórico de las Inecuaciones

La panorama histórica de las inecuaciones es una parte muy importante en el aprendizaje de las inecuaciones, saber su creación dando una clara idea de su surgimiento, cuando y donde nació, saber quién fue su creador y cómo se presenta en la actualidad esta historia, a pesar de los grandes avances de la ciencias exactas y su vinculación con otras ciencias, dando paso a valorarla correctamente. Esto se puede diagnosticar a través de los indicadores como:

- Examine la Historia de las Inecuaciones
- Resuma la historia de las Inecuaciones
- Adjunte la historia de las Inecuaciones

2.2 Para el aprendizaje del concepto de inecuaciones

El aprendizaje del concepto de inecuaciones es un criterio sumamente importante para su descripción en ejercicios, para el cual sirven los siguientes indicadores como:

- Nombre el concepto de Inecuaciones
- Resuma el concepto de Inecuaciones

2.3 Para el aprendizaje de símbolos de Inecuaciones

Los símbolos de Inecuaciones son uno de los aprendizajes más importantes dentro de la evaluación del proceso de aprendizaje de las Inecuaciones, pues facilitan el desarrollo de las inecuaciones sin dificultad; además su pleno conocimiento facilita la representación gráfica de las inecuaciones.

Se formulan los siguientes indicadores para el diagnóstico del aprendizaje de símbolos de inecuaciones, del primer bloque de números y funciones de la asignatura de matemáticas:

- Identifique los símbolos de Inecuaciones

- Interprete que símbolos tiene una Inecuación
- Utilice los símbolos de Inecuaciones en problemas de la vida cotidiana

2.4 Aprendizaje para la resolución de ejercicios de Inecuaciones

Es inevitable el aprendizaje de la resolución de ejercicios de inecuaciones, pues facilitan el análisis a través de las distintas formas de resolver, además al adquirir estos conocimientos, se vuelve mucho más sencilla la diferenciación de los distintos procesos para resolver analíticamente una inecuación.

El diagnóstico del aprendizaje para la resolución de ejercicios de inecuaciones concierne a través de los indicadores como:

- Nombrar los pasos para la resolución de ejercicios de Inecuaciones
- Examine cómo resolvemos ejercicios de Inecuaciones

2.5 Aprendizaje de Inecuaciones

Con este criterio se puede diagnosticar los conocimientos que tiene el estudiante en cuanto a Inecuaciones, para lo cual se plantea los indicadores.

- De a conocer como es el aprendizaje de Inecuaciones
- Comprende el aprendizaje de Inecuaciones

2.6 Aprendizaje de Inecuaciones con material didáctico auto construible (inecuacionómetro)

A continuación, se exponen algunos indicadores que sirven para diagnosticar el aprendizaje de Inecuaciones con material didáctico auto construible (Inecuacionómetro):

- Utilice recursos didácticos auto construibles Inecuacionómetro para el aprendizaje de Inecuaciones
- Examine el aprendizaje de Inecuaciones con recursos didácticos auto construibles Inecuacionómetro

- Explique el aprendizaje de Inecuaciones con recursos didácticos auto construibles Inecuacionómetro

3. EL USO DEL MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES

3.1 Material didáctico auto construible

3.1.1 Definición del material didáctico auto construible

Para Cabero (2001), los materiales didácticos auto construible, pueden ser cualquier tipo de dispositivo diseñado y elaborado con la intención de facilitar un proceso de enseñanza y aprendizaje

3.1.2 La selección de materiales didácticos auto construible

Según Careaga (1999), para que un material didáctico resulte efectivo y propicie una situación de aprendizaje exitosa, no basta con que se trate de un "buen material", ni tampoco es necesario que sea un material de última tecnología, debemos tener en cuenta su calidad objetiva e en qué medida sus características específicas (contenidos, actividades,….) están en consonancia con determinados aspectos curriculares de nuestro contexto educativo:

- Los objetivos educativos que se pretenden lograr.
- Los contenidos que se van a tratar utilizando el material
- Las características de los estudiantes.
- Las características del contexto (físico, curricular...) en el que desarrolla nuestra docencia y donde pensamos emplear el material didáctico que estamos seleccionando.
- Las estrategias didácticas que podemos diseñar considerando la utilización del material.

La selección de los materiales a utilizar con los estudiantes siempre se realizará contextualizada en el marco del diseño de una intervención educativa concreta, considerando todos estos aspectos y teniendo en cuenta los elementos curriculares particulares que inciden. La cuidadosa revisión de las posibles formas de utilización del material permitirá diseñar actividades de aprendizaje y metodologías didácticas eficientes que aseguren la eficacia en el logro de los aprendizajes previstos.

3.1.3 Características del material didáctico auto construible

Darwin (2012)

- Ser adecuado al tema de la clase.
- Ser de fácil aprehensión y manejo.
- Estar en perfectas condiciones de funcionamiento.
- Motivar el aprendizaje; ser portadores de contenidos y estructurar de forma lógica el proceso de aprendizaje, considerando el lenguaje o código en el cual se presenta (escrito, audiovisual, icónico, multimedia).
- Especificar estrategias con las que se van a abordar los conocimientos declarativos, procedimentales y actitudinales.
- Cuando se trate de materiales que impliquen el manejo de TIC, deberán promover la interacción e interactividad entre el estudiante y el docente.
- La interacción se refiere al proceso de comunicación entre los actores del proceso educativo y, la interactividad se refiere a la vinculación del estudiante con el contenido.

3.1.4 Funcionamiento

Trejo, Rivero (2005)

- La función principal del material didáctico auto construible es la de servir de mediador para el enseñar y/o aprender contenidos académicos por parte del estudiante.
- Proporcionar información.
- Guiar los aprendizajes.
- Ejercitar habilidades.
- Motivar.
- Evaluar.
- Comentar

3.1.5 Ventajas y desventajas

Ossanna (1990)

- Los materiales didácticos auto construibles promueven el aprendizaje significativo, la reflexión crítica de lo que se lee o la aplicación de lo aprendido en contextos reales y de relevancia para el sujeto que enseña y aprende.
- Promueven la enseñanza activa, haciendo del acto didáctico un proceso dinámico.
- Incentivan al aprendizaje en la medida que acercan a los alumnos a la realidad.
- Fortalecen la eficacia del aprendizaje en cuando combinan una gama de estímulos en los mensajes que recibe los alumnos.
- Permiten profundizar la comunicación entre el profesor y los alumnos a partir de las variadas actividades que proponen.
- Exhibir el material educativo sin explorarlo, creyendo que con solo hecho de mirarlo ya está resuelto el aprendizaje.
- Presentar gran cantidad de material de manera conjunta o sucesiva, produciendo en los alumnos cansancio y saturación.
- No considerar la conveniencia y oportunidad del uso del material didáctico, debido a la falta de una planificación curricular.

3.2 Modelo Inecuacionómetro (Un material didáctico auto construible)

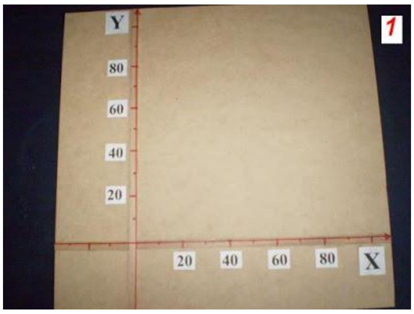
3.2.1 Introducción

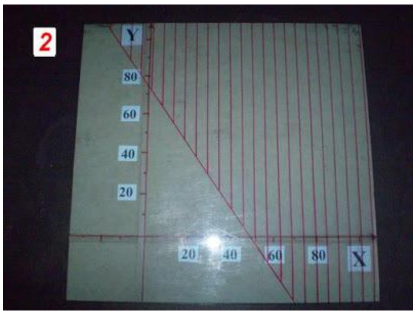
En este trabajo se presenta un modelo didáctico (MD) para crear material educativo, de inecuaciones, como fase inicial de la elaboración de objetos de aprendizaje (OA); el cual está basado en el concepto de aprendizaje significativo que deriva de la teoría cognoscitiva-constructivista (Ausubel P., 1985), que al ser enriquecido por la experiencia del docente dentro del aula, aporta estrategias que facilitan al alumno la adquisición de conocimientos referentes a las inecuaciones.

3.2.2 Materiales

Montoya (2008)

- Un trozo de madera masisa, de esos de desechos que venden a bajo costo en las tiendas de materiales de construcción. De unos 40 cm x 40 com.
- Palitos para construir maquetas, de esos que usan los estudiantes de arquitectura o diseño. Son mejores unos tableado, bien delgados.
- Radiografías viejas.
- Pegamento (Agorex) usado de la manera más económica.





3.2.3 Uso del material

- Luego de construir el material, su docente le indicara como se debe utilizar el material.
- Cuando se presenta una inecuación, después de resolverla se puede graficarla en el Inecuacionómetro, para representar los intervalos.

4. APLICACIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE INECUACIONÓMETRO PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES MEDIANTE LA MODALIDAD DE TALLER

4.1 Definiciones de taller

- Macerasteis (1999), considera que un taller consiste en la reunión de un grupo de personas que desarrollan funciones o papeles comunes o similares, para estudiar y analizar problemas y producir soluciones de conjunto.
- CORIAT, indica además que, en enseñanza, un taller es una metodología de trabajo en la que se integran la teoría y la práctica. Se caracteriza por la

investigación, el descubrimiento científico y el trabajo en equipo que, en su aspecto externo, se distingue por el acopio (en forma sistematizada) de material especializado acorde con el tema tratado teniendo como fin la elaboración de un producto tangible. Un taller es también una sesión de entrenamiento o guía de varios días de duración. Se enfatiza en la solución de problemas, capacitación, y requiere la participación de los asistentes. A menudo, un simposio, lectura o reunión se convierte en un taller si son acompañados de una demostración práctica.

- Es un espacio de construcción colectiva que combina teoría y práctica alrededor de un tema, aprovechando la experiencia de los participantes y sus necesidades de capacitación. (Carmen Candelo R, Gracia Ana Ortiz R, Barbara Unger, Hacer Talleres: Guía para capacitadores, 2003, Cali – Colombia, p. 33)

A continuación se detallan los diferentes talleres que se van a realizar:

TALLER 1

TEMA

Utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes.

DATOS INFORMATIVOS

- Institución: Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja
- Alumnos a quienes va dirigido el taller: Primer Año del BGU paralelo “B”
- Investigador: Andreina Del Cisne Torres Rueda
- Fecha: 09-04-2014
- Periodo: 08h35-09h55

OBJETIVOS

- Fortalecer el aprendizaje en los estudiantes del Primer año de bachillerato General Unificado, paralelo B, de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja, en Inecuaciones Equivalentes.

- Mejorar el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes, utilizando el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro), para generar aprendizajes significativos.
- Utilizar el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como material de apoyo, en el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes y de esta manera tengan los docentes materiales para reforzar a sus estudiantes.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

Primeramente se tomará una prueba para valorar los conocimientos sobre las Inecuaciones Equivalentes, luego de extraer las dificultades, carencias y obsolescencias, se desarrollará el presente taller.

Luego una introducción breve contándole al grupo lo que espero lograr en el tiempo disponible. Decirles lo que vamos a hacer. Intentando relacionar los objetivos con las necesidades de los participantes.

En una computadora con la ayuda de un proyector en donde explico las características de Inecuaciones y la forma como se desarrolla ejercicios de una manera sencilla y metódica para una rápida comprensión, inmediatamente explico la utilización del material auto construible (Inecuacionómetro)

Después de cada ejercicio desarrollado, se incentivará a los estudiantes a participar activamente, invitarlos a preguntar, discutir en el grupo y debatir. Fomentar a los participantes a aprender entre ellos. Si surge un problema, permitir que el mismo grupo intente resolverlo, trate de mejorar la utilización del inecuacionómetro.

Si persiste alguna duda se la aclarará, para que no quede vacíos ni dudas.

Por último se volverá a tomar una prueba para ver si se han aclarado las dudas y si se resolvieron las carencias y deficiencias que en un principio se detectaron.

Ya al final se entregará a los estudiantes y docentes la proyección de la exposición mediante un CD, para que la observen y les sirva para reforzar a los y las estudiantes por parte de los docentes, y por parte de los alumnos para que aclaren sus dudas.

RECURSOS

Los recursos utilizados serán:

- Una computadora portátil
- Un proyector o infocus
- Material didáctico auto construible (Inecuacionómetro)
- Marcadores
- Papel
- Lápiz
- Pizarra

Y lo más importante el material humano a quien va dirigido este taller.

PROGRAMACIÓN

La actividad se llevará a cabo en el aula del Primer Año de BGU, paralelo B, con una duración de cuarenta minutos, primero se desarrollará una la introducción con una motivación para los estudiantes; en el segundo se hará una actividad grupal (resolución de ejercicios), y se tomara una prueba diagnóstica para ver los resultados del taller.

El apoyo teórico es tomado de los libros de Matemáticas. El mismo será presentado en un folleto, que será entregado a cada estudiante.

La estrategia metodológica a utilizar, como ya lo mencioné, es la utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para generar aprendizaje significativo en los estudiantes.

Actividad	Tiempo	Responsable
Ingreso al taller	3 min	Andreina Torres R
Prueba diagnóstica	8 min	Andreina Torres R
Desarrollo del tema	18 min	Andreina Torres R
Prueba diagnóstica	8 min	Andreina Torres R
Finalización	3 min	Andreina Torres R

Dándonos un total de 40 min

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Se aplicará un test para ver los resultados que arroje el taller, el mismo que constará de unas preguntas de Inecuaciones Equivalentes y como se debe graficar las Inecuaciones Equivalentes.

1. **¿Qué son las Inecuaciones**

Son desigualdad que relaciona letras y numeros ( )
Son desigualdades que relaciona solo letras ( )
Son desigualdad que relaciona números entre sí ( )
Son igualdades que relaciona solo letras ( )

2. **¿De cuántos miembros está formado una inecuación?**

Tres miembros ( )
Un miembro ( )
Cuatro miembros ( )
Dos miembros ( )

3. **¿Comó se identifican a las desigualdades?**

Por los números ( )
Por los símbolos ( )
Por las letras ( )
Por el signo igual ( )

4. **Seleccione la respuesta correcta del siguiente ejercicio $2x-1<7$**

- ○ $x > 4$
- ○ $x < 4$
- ○ $x < -4$
- ○ $x < 3$

5. **¿Escoja la respuesta correcta de la siguiente desigualdad?**

$$8x - 8 \leq 2x + 10$$

- ◯ $x \leq 3$
- ◯ $x \leq 2$
- ◯ $x \leq -3$
- ◯ $x \geq 3$

CONCLUSIONES

- El material didáctico auto construible (Inecuacionómetro), sirve para lograr en los estudiantes aprendizajes significativos en las Inecuaciones Equivalentes.
- El Inecuacionómetro sirve de material de apoyo a los docentes en la enseñanza de inecuaciones equivalentes.
- Los estudiantes aprenden de mejor manera si el docente usa nuevas y novedosas herramientas didácticas como el inecuacionómetro.

RECOMENDACIONES

- Se debe hacer pausas para que el taller no resulte cansino, o su vez hacer trabajo grupal dentro del tiempo que se desarrollará el taller.
- Incentivar a los presentes a participar activamente en el taller.

BIBLIOGRAFÍA DEL TALLER.

- CAMARGO URIBE Leonor (2003). Alfa 9 con estándares. Bogotá. Grupo editorial Norma. Pág.56-57.
- REES SPARKS (1997). Álgebra. México. impresora Publio-Max.
- SULLIVAN J., HERNÁNDEZ Diego (2001). Algebra y Trigonometría, libro digital, Página 292

TALLER 2

TEMA

Utilización de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones.

DATOS INFORMATIVOS

- Institución: Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja
- Alumnos a quienes va dirigido el taller: Primer Año del BGU paralelo "B"
- Investigador: Andreina Del Cisne Torres Rueda
- Fecha: 10-04-2014
- Periodo: 08h35-09h55

OBJETIVOS

- Fortalecer el aprendizaje en los estudiantes del Primer año de bachillerato General Unificado, paralelo B, de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja, en Sistema de Inecuaciones.
- Mejorar el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones, utilizando el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro), para generar aprendizajes significativos.
- Utilizar el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como material de apoyo, en el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones y de esta manera tengan los docentes materiales para reforzar a sus estudiantes.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

Primeramente se tomará una prueba para valorar los conocimientos sobre Sistema de Inecuaciones, luego de extraer las dificultades, carencias y obsolescencias, se desarrollará el presente taller.

Iniciaré con una introducción breve contándole al grupo lo que espero lograr en el tiempo disponible. Decirles lo que se va a hacer. Intentando relacionar los objetivos con las necesidades de los participantes.

En una computadora con la ayuda de un proyector en donde explico las características del sistema de inecuaciones y la forma como se desarrolla ejercicios de una manera sencilla y metódica para una rápida comprensión.

Después de cada ejercicio desarrollado, se enseñar el manejo del material auto construible inecuacionómetro, luego se incentivará a los estudiantes a participar activamente, invitarlos a preguntar, discutir en el grupo y debatir. Fomentar a los participantes a aprender entre ellos. Si surge un problema, permitir que el mismo grupo intente resolverlo.

Si persiste alguna duda se la aclarará, para que no quede vacíos ni dudas.

Por último se volverá a tomar una prueba para ver si se han aclarado las dudas y si tuvieron dificultades en el manejo del material didáctico, además saber si resolvieron carencias y deficiencias que en un principio se detectaron.

Ya al final se entregará a los estudiantes y docentes la proyección de la exposición mediante un CD, para que la observen y les sirva para reforzar a los y las estudiantes por parte de los docentes, y por parte de los alumnos para que aclaren sus dudas.

RECURSOS

Los recursos utilizados serán:

- Una computadora portátil
- Un proyector o infocus
- material didáctico auto construible (Inecuacionómetro)
- Marcadores
- Papel
- Lápiz
- Pizarra

Y lo más importante el material humano a quien va dirigido este taller.

PROGRAMACIÓN

La actividad se llevará a cabo en el aula del Primer Año de BGU, paralelo B, con una duración de cuarenta minutos, primero se desarrollará un pre test con ayuda de los estudiantes; en el segundo se hará una actividad grupal (resolución de ejercicios), y luego se utilizara el material didáctico con los dicentes para ver si los estudiantes captaron el uso del material y obtener los resultados del taller.

El apoyo teórico es tomado de los libros de Matemáticas en donde se encuentra en la fundamentación teórica. El mismo será presentado en un folleto, que será entregado a cada estudiante.

La estrategia metodológica a utilizar, como ya lo mencioné, es la utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para generar aprendizaje significativo en los estudiantes.

Actividad	Tiempo	Responsable
Ingreso al taller	3 min	Andreina Torres R
Prueba diagnóstica	8 min	Andreina Torres R
Desarrollo del tema	18 min	Andreina Torres R
Prueba diagnóstica	8 min	Andreina Torres R
Finalización	3 min	Andreina Torres R

Dándonos un total de 40 min

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Se aplicará un test para ver los resultados que arroje el taller, el mismo que constará de unas preguntas del sistema de inecuaciones y como se debe graficar un sistema de Inecuaciones.

1. ¿Qué sucede si las inecuaciones sontiene el signo de la igualdad?

- ◯ > (mayor que), < (menor que), ≥ (mayor o igual que), ≤ (menor o igual que)
- ◯ ≥ (mayor que), ≤ (menor que), > (mayor o igual que), < (menor o igual que)
- ◯ + (suma), - (resta), x (multiplicación), : (división)
- ◯ < (mayor que), > (menor que), ≤ (mayor o igual que), ≥ (menor o igual que)

2. **El intervalo solución de la inecuación 3x – 14 < 7x – 2 es**

A) $[-3, +\infty[$

B) $]-\infty, -3[$

C) $]-\infty, -3]$

D) $]-3, +\infty[$

E) $]3, +\infty[$

3. **¿ Qué es un sistema de inecuaciones?**

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

4. **¿ qué Pasos se debe seguir paa resolver ejercicios de inecuaciones?**

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………..

5. **La solución del sistema de inecuaciones** $\begin{cases} 4x - 3 < 13 \\ 2x - 1 \geq 1 \end{cases}$ **es…**

$1 < x < 4$ ( )

$1 \leq x < \frac{5}{2}$ ( )

$0 \leq x < 4$ ( )

CONCLUSIONES

- La innovación del material didáctico permiten mejorar el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones.
- El estudiante diferencia cada uno de los desplazamientos de resolución de un sistema de inecuaciones.

- El material didáctico auto construible (Inecuacionómetro), sirven para lograr en los estudiantes aprendizajes significativos en la graficación de un sistema de inecuaciones.
- El Inecuacionómetro sirve de material de apoyo a los docentes, puesto que fácil su uso y ayuda a una presentación grafica exacta dando una facilidad de entendimiento en los estudiantes.

RECOMENDACIONES

- Buscar el uso de nuevas estrategias que permitan mejorar el aprendizaje de sistema de inecuaciones.
- Ser claro y conciso con las explicaciones para evitar confusiones.
- Utilizar de manera adecuada los recursos.

BIBLIOGRAFÍA DEL TALLER

- CAMARGO URIBE Leonor (2003). Alfa 9 con estándares. Bogotá. Grupo editorial Norma. Pág.56-57.
- REES SPARKS (1997). Álgebra. México. impresora Publi-Max.
- SULLIVAN J., HERNÁNDEZ GARCIA Diego (2001). Algebra y Trigonometría, libro digital, Página 292.

5. VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DE LA ALTERNATIVA

5.1. La Alternativa

“En el lenguaje corriente y dentro de la teoría de la decisión, una alternativa es una de al menos dos cosas (objetos abstractos o reales) o acciones que pueden ser elegidas o tomadas en alguna circunstancia” (Anónimo, 2013, p.1)

La alternativa consiste en la búsqueda de la mejor solución frente a un problema de carácter global, puesto que se toma una población que se considera frágil y de fácil adquisición, sin embargo, la alternativa tiene que satisfacer los objetivos propuestos, debido a que estas denota la perspectiva de la investigación y la búsqueda de mejores soluciones para problemas sociales.

"La teoría de la decisión trata del estudio de los procesos de toma de decisiones desde una perspectiva racional. La decisión es un verdadero proceso de reflexión y, como tal, racional y consciente, deliberado y deliberativo" (Sánchez, 2008, p.4)

> La teoría de la decisión es una metodología prescriptiva o normativa que indica cómo se debe decidir para ser consecuentes con los objetivos, preferencias y ciertos principios impuestos por la teoría. (Cómo se debe decidir, pero no que decidir).
>
> En un sentido amplio, decidir es llevar a cabo un proceso completo por el cual se establecen, analizan y evalúan alternativas a fin de seleccionar una y sólo una. (Sánchez, 2008, pp. 5-6)

La mayor dificultad dentro de un proceso investigativo es cómo valorar una decisión o alternativa para poder compararla con otras. Así se presentan distintos criterios para valorar las alternativas y, según sea el criterio adoptado, se decide cuál es la decisión óptima.

Los criterios se clasifican según se utilicen las probabilidades de los distintos estados o no. Los primeros está claro que sólo pueden ser utilizados cuando estas probabilidades son conocidas, mientras que los segundos pueden ser aplicados en cualquier caso.

Para el caso de esta investigación, la utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro), que se toma es el como una herramienta metodológica para el aprendizaje de inecuaciones.

Puede entenderse a la alternativa como una posibilidad o algo que está disponible para una elección. Si una persona acude a una tienda para comprar una camisa y le ofrecen cinco distintas, dicho consumidor tendrá cinco alternativas para concretar su compra, o también tendrá la alternativa de marcharse sin comprar nada en caso que ningún producto le haya gustado.

Criterios utilizando las probabilidades de los estados de la naturaleza

1. **Criterio del valor esperado**

Este criterio supone seleccionar aquella alternativa cuyo pago esperado o medio sea mejor (si los pagos son beneficiosos la de mayor beneficio esperado y si son costosos la de menor costo esperado). Este criterio es el más común cuando las probabilidades son conocidas, pero no tiene que ser el más apropiado. Obsérvese que si el proceso de decisión se repite muchas veces en idénticas condiciones las leyes de los grandes números aseguran que en el límite el pago medio es la esperanza. Así pues este criterio es apropiado cuando el proceso se va a repetir muchas veces, pero puede no serlo cuando se presenta una situación única, en la que el proceso no va a ser repetido.

2. **Criterio de lo más probable**

Este criterio supone elegir la alternativa con mejor valor para el curso más probable, es decir, visto cuál es el curso más probable elegir la alternativa con mejor valor en ese curso. Este criterio se suele utilizar más cuando el proceso de decisión no es iterativo, es decir, se lleva a cabo una única vez.

3. **Criterio del escenario medio**

En ocasiones, cuando el espacio de los cursos es numérico, también es posible establecer un escenario medio y buscar aquella alternativa óptima para este escenario. Tiene sentido hacerlo sobre todo con distribuciones continuas (espacio de estados infinito). Si las consecuencias son proporcionales al curso, este criterio es equivalente al del valor esperado. No es un criterio muy aconsejable, pues, el escenario medio puede distar mucho de los escenarios reales, aunque en ocasiones se utilice para simplificar el procedimiento.

Criterios sin utilizar las probabilidades de los estados de la naturaleza

Estos criterios se utilizan cuando las probabilidades son desconocidas o ignoradas:

4. **Criterio de Wald o minimax - maximin o pesimista**

Para cada alternativa se supone que va a pasar lo peor, y se elige aquella alternativa que provea el mejor valor. De esta forma se asegura que en el peor de los casos se obtenga lo mejor posible, que corresponde a una visión pesimista de lo que puede ocurrir. En el caso de que los pagos sean costosos esta filosofía supone elegir el mínimo de los máximos denominándose minimax, mientras que si son ganancias será el máximo de los mínimos, denominándose maximin.

5. **Criterio optimista**

Es el criterio justamente opuesto al anterior, para cada alternativa se supone que pasará lo mejor, y se elige la que proporcione el mejor valor. Este criterio apenas es utilizado ya que no tiene en cuenta en ningún momento los riesgos que se corren al tomar una decisión.

6. **Criterio de Hurwicz**

Este criterio combina las actitudes pesimista y optimista, valorando cada alternativa con una ponderación entre lo mejor y lo peor posible. Esta ponderación se hace multiplicando lo mejor por un factor α entre 0 y 1, denominado índice de optimismo, y lo peor por $1-\alpha$, sumando ambas cantidades. Se elegirá la alternativa que mejor valor facilite. Este criterio presenta la dificultad de estimar el valor del índice de optimismo del decisor, de modo que habitualmente se obtiene la solución para todos los posibles valores de este índice y se intenta situar al decisor en alguno de los intervalos resultantes del índice de optimismo.

7. **Criterio de Savage o costos de oportunidad**

Este criterio toma en consideración el costo de oportunidad o penalización o arrepentimiento por no predecir correctamente el período de la naturaleza. (Begoña, 2008, pp. 6-7)

5.2. Diseños experimentales

Morales (2013) indica que los diseños experimentales propiamente dichos tienen dos características:

a. Hay un grupo experimental y un grupo de control: habla de un grupo de control cuando este no recibe el tratamiento específico del grupo experimental y constituye un término de comparación. Si ha habido un cambio en el grupo experimental podremos afirmar que no se debe a las características y circunstancias comunes a los dos grupos, experimental y control.

b. Los sujetos son asignados aleatoriamente a los grupos experimental y de control: es un grupo de control cuando los sujetos han sido asignados aleatoriamente a los dos grupos, es decir, al experimental y de control; de esta manera ese espera que variables desconocidas y de importancia potencial se repartan por igual en ambos grupos.

> Morales (2013) ejemplifica este diseño mediante la evaluación de la eficacia de una innovación didáctica comparando los exámenes puestos a dos grupos (con y sin esa innovación), la motivación de los alumnos para estudiar o el haber tenido antes un buen profesor (y no solamente nuestra innovación) puede estar influyendo en los resultados; en cambio sí hay asignación aleatoria a los dos grupos podemos esperar que los niveles de motivación o las experiencias previas estén repartidos de manera equivalente en los dos grupos. (p.13)

Morales (2013) especifica que hay asignación aleatoria cuando todos los sujetos han tenido probabilidad de ser escogidos, si no se realiza esta asignación aleatoria es preferible hablar de grupo de contraste. La denominación grupo de contraste en vez de grupo de control cuando no ha habido asignación aleatoria de los sujetos a los grupos experimental y de control es una recomendación de la A.P.A.

"También es normal y frecuente que en estos diseños hay un pre-test y un post-test. El pre-test nos permite comprobar la semejanza inicial de los dos grupos, pero esta semejanza la podemos suponer si la asignación a ambos grupos es realmente aleatoria” (Morales (2013) p. 14).

5.3. La Pre-Prueba

Según Alkin (1969):

Un pre prueba se realiza al comienzo de un curso académico, de la implantación de un programa educativo, del funcionamiento de una institución escolar, etc. Consiste en la recogida de datos en la situación de partida. Es imprescindible para iniciar cualquier cambio educativo, para decidir los objetivos que se pueden y deben conseguir y también para valorar si al final de un proceso, los resultados son satisfactorios o insatisfactorios. (p.2)

Según Maldonado (2008):

La pre prueba es una herramienta valiosa y eficaz diseñada para que las personas puedan evaluar previamente su nivel de conocimientos e incrementen sensiblemente sus posibilidades de superar con éxito el nivel exigido por los exámenes oficiales. La certificación Pre-Test es una herramienta útil y valiosa para los centros educativos interesados en evaluar el nivel de conocimientos de los alumnos que formen en herramientas que puede ser utilizada para llevar a cabo los Certificados de aprovechamiento requeridos de manera obligatoria en la gran mayoría de acciones de formación.

La aplicación de la pre prueba permite reunir información muy valiosa para identificar los aprendizajes que las alumnas y alumnos han construido con el apoyo de los docentes, lo mismo que para detectar aquellos que se les dificultan. Esta información es útil en tres niveles: el del aula, el del centro escolar y el de las áreas educativas. Gracias a la información que aporta el pre prueba es posible seguir consolidando la educación de calidad.

Según Winters (1992): el Pre Prueba se realiza antes de impartir un contenido. Los estudiantes responden a las preguntas que evalúan su conocimiento de los hechos, las actitudes y comportamientos. Se realiza para predecir un rendimiento o para determinar el nivel de aptitud previo al proceso educativo. Esta evaluación busca determinar cuáles son las características del alumno previo al desarrollo del programa, con el objetivo de ubicarlo en su nivel, clasificarlo y adecuar individualmente el nivel de partida del proceso educativo utilizando esta herramienta valiosa y eficaz diseñada para que las personas puedan evaluar previamente su nivel de conocimientos. (p.36)

5.4. La Pos-Prueba

La pos prueba en un diseño pre experimental es la misma prueba pero que se le aplica para experimentar la evolución del aprendizaje de los estudiantes del segundo año de bachillerato general unificado.

Según Ball y Halwachi (1987): “La post prueba consiste en la recogida y valoración de datos al finalizar un periodo de tiempo previsto para la realización de un aprendizaje, un programa, un trabajo, un curso escolar, etc. o para la consecución de unos objetivos” (p.393).

Según Maldonado (2008): “El propósito de la post prueba es saber cuánto se aprendió de una lección. Es un examen de evaluación final para los estudiantes que mide sus progresos educativos”

Según William (1998): la Post prueba se realiza después de que el contenido sea impartido. La post prueba es aquella que se realiza al finalizar cada tarea de aprendizaje y tiene por objetivo informar los logros obtenidos, así como advertir dónde y en qué nivel existen dificultades de aprendizaje, permitiendo la búsqueda de nuevas estrategias educativas más exitosas. Este tipo de evaluación aporta una retroalimentación permanente al desarrollo educativo. (p.267)

5.5. Comparación Entre la Pre-Prueba y Pos-Prueba

La comparación de la pre prueba y la pos prueba nos da un conjunto de pares ordenados x e y, identificando a la pre prueba con x y la pos prueba con y.

El pre y post prueba se utilizan para medir conocimientos y verificar ventajas obtenidas en la formación académica. Este tipo de prueba califica a un grupo de alumnos de acuerdo a un tema, posteriormente esa misma prueba se aplica a los mismos alumnos para observar su avance. La Pre-Prueba evalúa antes del lanzamiento del estudio y la Post-Prueba después del lanzamiento del estudio.

La pre prueba es un conjunto de preguntas dadas antes de iniciar un curso, tema o capacitación, con el fin de percibir en los estudiantes el nivel de conocimiento del contenido del curso. Al finalizar el curso, tema o capacitación a los participantes se les entrega una post prueba; para responder a la misma serie de cuestiones, o un conjunto de preguntas de dificultad similar. La comparación de los participantes después de las pruebas y las puntuaciones a las pruebas de pre-calificaciones le permite ver si el curso fue un éxito en los participantes y aumento el conocimiento en la formación.

Las pruebas son instrumentos o herramientas que se utilizan para medir y cambiar. Si el instrumento es defectuoso, no puede medir con precisión los cambios en el conocimiento. Una válida y fiable pre y post prueba debe estar bien escrito y con preguntas claras.

Todas las pre y post pruebas deben ser validadas antes de ser consideradas una herramienta de recopilación de datos fiables. Si los participantes obtienen una pregunta equivocada, debe ser debido a la falta de conocimiento, no porque el participante interpretó la pregunta de otra manera que se pretendía o porque la cuestión era deficiente por escrito y tenía más de una respuesta correcta, o porque la cuestión que se aborda en el contenido no se enseña en el curso. Cuando un participante responde una pregunta correcta, debe ser un resultado de conocimiento (Universidad de Washington, 2008).

5.6. Modelo Estadístico Entre la Pre-Prueba y Pos-Prueba

El modelo estadístico que se considerara para relacionar el pre y post prueba de este proyecto investigativo, es la prueba de rango con signo de Wilcoxon.

5.61. Datos históricos

Frank Wilcoxon (1892–1965)

Químico y estadístico estadounidense conocido por el desarrollo de diversas pruebas estadísticas no paramétricas. Nació el 2 de septiembre de 1892 en Cork, Irlanda, aunque sus padres eran estadounidenses. En 1917 se graduó en el Pennsylvania Military College y tras la guerra realizó sus postgrados en Rutgers University, donde consiguió su maestría en química en 1921, y en la Universidad de Cornell, donde obtuvo su doctorado en química física en 1924.

Después se incorporó a laAtlas Powder Company, donde diseñó y dirigió el Control Laboratory. Luego, en 1943, se incorporó a la American Cyanamid Company. En este periodo se interesó en la estadística a través del estudio del libro Statistical Methods for Research Workers de R.A. Fisher. Se jubiló en 1957.

Publicó más de 70 artículos, pero se lo conoce fundamentalmente por uno de 19453 en el que se describen dos nuevas pruebas estadísticas: la prueba de la suma de los rangos de Wilcoxon y la prueba de los signos de Wilcoxon. Se trata de alternativas no paramétricas a la prueba t de Student. Murió el 18 de noviembre de 1965 tras una breve enfermedad (Penella, 2013).

5.6.2 Definición de la prueba de rango con signo de Wilcoxon

La prueba rango con signo de Wilcoxon se usa para comparar dos muestras relacionadas; es decir, para analizar datos obtenidos mediante el diseño antes-después (cuando cada sujeto sirve como su propio control) o el diseño pareado (cuando el investigador selecciona pares de sujetos y uno de cada par, en forma aleatoria, es asignado a uno de dos tratamientos). Pueden existir además otras formas de obtener dos muestras relacionadas.

Una prueba que utiliza dirección y magnitud, propuesta en 1945 por Frank Wilcoxon, esta prueba se aplica en el caso de una distribución continua simétrica.
Es una prueba aplicable a muestras pequeñas, siempre y cuando sean mayores que 6 y menores que 25. Las muestras grandes deben ser mayores a 25 y éste se debe transformar en valor de Z, para conocer la probabilidad de que aquella sea o no significativa, con muestras grandes (> 25) se intenta lograr la distribución normal (se utiliza la prueba Z).

5.6.3 Proceso para el cálculo de la prueba rango con signo de Wilcoxon

Los pasos para realizar esta prueba son:

f. Se obtiene la diferencia entre las dos situaciones (el antes y el después).

D = Y – X

g. Se obtiene el valor absoluto de cada una de las diferencias encontradas anteriormente.

h. Se ordena los datos de menor a mayor de la columna de valor absoluto.

i. Se le asigna rangos empezando desde el 1, cuando ningún valor se repite, los rangos serán los mismos que los valores de la posición que se encuentre el dato; caso contrario, los datos los sumamos y los dividimos para el número de veces que se repiten. No deben considerarse las diferencias que da como resultado cero.

j. Colocamos los datos de las situaciones en su posición original.

k. Para finalizar con las columnas de la tabla, necesitamos determinar las columnas:

1. ***Rango con signo*** (W+) aquí van todos los valores de la columna diferencia con signo positivo.
2. ***Rango con signo*** (W-) aquí van todos los valores de la columna diferencia con signo negativo.

l. Obtener la sumatoria para la columna rango con signo (W+) y para la columna rango con signo (W-).

m. Se restan los valores de las sumatorias, para obtener el valor de W (valor de Wilcoxon).

n. Se plantea si ha dado resultado la alternativa o si sigue igual que antes, para ello se considera que lo siguiente:

- (X = Y) la alternativa no ha dado resultado.
- (Y > X) la alternativa sirvió como herramienta metodológica para el aprendizaje.

o. Se determina la desviación estándar y el valor de z, debido a que existen datos mayores a 25.

p. Con los resultados obtenidos procedemos a concluir para ello utilizamos la regla de decisión que indica que si la calificación Z es mayor o igual a 1.96 (sin tomar en cuenta el signo) se rechaza que la alternativa no ha dado resultado (X =Y), esto es porque este valor equivale al 95% del área bajo la curva normal (nivel de significancia de 0.05). Con un valor menor no podemos rechazar X = Y; por lo tanto se acepta que la alternativa sirvió como herramienta metodológica para el aprendizaje Y > X. (Buenas tareas, 2000).

A continuación las fórmulas que se utilizaran para este método estadístico:

Estadístico Z $$Z_T = \frac{W - \overline{X_T}}{\sigma_T}$$		$Z_T = valor\ de\ z\ de\ Wilcoxon$ $\overline{X_T} = media\ del\ estadistico$ $\sigma_T = desviación\ \ estandar$ $W = valor\ estadisticoa\ de\ Wilcoxon$
Valor estadistico de wilcoxon $$W = W^+ - W^-$$		$W^+ = Rango\ positivo$ $W^- = Rango\ negativo$
Media del estadístico $$\overline{X_T} = \frac{N(N+1)}{4}$$		$N = Tamaño\ de\ la\ muestra$
Cálculo de error estándar $$\sigma_T = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$		

e. MATERIALES Y MÉTODOS

MATERIALES

Los materiales utilizados en la investigación fueron los siguientes:

- ✓ Reglas
- ✓ Pinturas
- ✓ Esferográficos y lapiceros
- ✓ Cámara digital
- Papel
- Impresora
- Infocus

a) Computadora
b) Documentales
   - Libros y colecciones en físico y digital
   - Aula del primero de Bachillerato General Unificado “B” de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja
   - Material auto construible (Inecuacionómetro)
   - Sistemas informáticos (software Microsoft Office, etc.)
   - Mantenimiento del equipo informático

MÉTODOS

La investigación se enfocó en los siguientes métodos:

Método Deductivo: Se lo utilizó para analizar las generalidades del problema, partiendo de hechos particulares como son los conocimientos previos hasta llegar a las generalidades del aprendizaje de las Inecuaciones.

Método Analítico: Se lo aplicó para analizar los modelos que se usó en la aplicación de la alternativa para potenciar el aprendizaje de las Inecuaciones, además se utilizó para fundamentar la efectividad del inecuacionómetro como material didáctico en el aprendizaje de las inecuaciones, a través de la Prueba

Signo Rango de Wilcoxon, analizando una serie de postulados que expresan relaciones entre las variables estudiadas de forma deductiva.

Método Sintético: Este método permitió recopilar la información de las inecuaciones y el inecuacionómetro, la misma que nos sirvió en los talleres y en la propuesta de conclusiones y recomendaciones.

Método Científico: Permitió observar la realidad del aprendizaje de las inecuaciones, de esta manera se pudo observar como el proceso ordenado y sistemático constituyó en la guía para la consecución de los objetivos propuestos de una manera lógica y coherente.

Para el desarrollo de la investigación se aplicó la siguiente metodología:

- ✓ **Determinación del diseño de investigación.**

La investigación respondió a un diseño tipo descriptivo porque se realizó un diagnóstico del aprendizaje de Inecuaciones, para determinar dificultades, carencias o necesidades.

Adicionalmente con esta información se planteó un diseño pre experimental por cuanto intencionadamente se potenció el aprendizaje de inecuaciones en base al uso del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como herramienta metodológica; en el primer año de Bachillerato General Unificado, en base a talleres en un tiempo y espacio determinado observando sus bondades.

- ✓ **Procesos de investigación**

- El objeto de estudio del aprendizaje de inecuaciones, se lo teorizó de la siguiente manera:

  a. Se elaboró un mapa mental del aprendizaje de inecuaciones
  b. Se construyó un esquema de trabajo del aprendizaje de inecuaciones
  c. Se fundamentó de manera teórica cada descriptor del esquema de trabajo

d. Se consideró fuentes de información en forma histórica y se utilizó las normas APA

- Para el diagnóstico de las dificultades del aprendizaje de las inecuaciones se procedió desarrollando el siguiente proceso:

  a. Se elaboró un mapa mental del aprendizaje de inecuaciones
  b. Se efectuó una evaluación diagnóstica del aprendizaje de inecuaciones

  - Mediante criterios e indicadores
  - Definiendo cada criterio con sus respectivos indicadores
  - Retomados en encuestas que se aplicaron a los estudiantes del Primer Año de B.G.U. paralelo B

- Para determinar el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como elemento de solución probable encaminado a mejorar el aprendizaje de Inecuaciones, se llevó a cabo el siguiente proceso:

  a. Se definió el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como herramienta didáctica
  b. Se concretó un modelo teórico de la herramienta material didáctico auto construible (Inecuacionómetro)
  c. Se realizó un análisis procedimental del funcionamiento del como estrategia didáctica inecuacionómetro para mejorar el aprendizaje de las inecuaciones
  d. Se diseñaron planes de aplicación del inecuacionómetro

- Para la aplicación de los modelos del material auto construible (Inecuacionómetro) como estrategia didáctica para mejorar el aprendizaje de las inecuaciones se procedió a su aplicación mediante talleres:

Los talleres que se plantearon recogiendo las siguientes temáticas:

- Taller 1: Utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes.

- Taller 2: Utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones.

- Para valorar la efectividad del material auto construible (Inecuacionómetro) como material didáctico para mejorar el aprendizaje de las Inecuaciones, se siguió el proceso que a continuación se detalla:

  a. Antes de usar el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) se aplicó una prueba de actitudes y valores sobre el aprendizaje de las inecuaciones (pre test).
  b. Se aplicó el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como herramienta metodológica.
  c. Se aplicó la misma prueba anterior, luego del taller (pos test).
  d. La comparación de los resultados con los test aplicados utilizando como artificio: los pre test tomados antes del taller asignados con X y los pos test aplicados después del taller asignados con Y.
  e. Los puntajes obtenidos en las pruebas se realizó mediante la prueba signo rango de Wilcoxon, donde se comprueba la efectividad de la alternativa

Para el cálculo de la Prueba Signo Rango de Wilcoxon se utiliza las siguientes fórmulas:

Nº	**X**	**Y**	$\mathbf{D = \lvert Y - X \rvert}$	**RANGO +**	**RANGO -**
			TOTAL	$\sum \mathbf{R+}$	$\sum \mathbf{R-}$

Se calcula el rango real:

$$W = \left(\sum \mathbf{R}+\right) - \left(\sum \mathbf{R}-\right)$$

La alternativa no funciona: Las puntuaciones X son iguales o inferiores a las puntuaciones Y (**X = Y)**

La alternativa funciona: Las puntuaciones Y son superiores a las puntuaciones X (**Y > X)**

$$\mathbf{\mu_W = W^+ - \frac{N(N+1)}{4}}$$

Dónde:

$\mathbf{\mu_W}$ = Media

$\mathbf{N}$ = Tamaño de la muestra

$\mathbf{W^+}$ = Valor estadístico de Wilcoxon

Para el cálculo de la desviación estándar o cálculo del error estándar ($\boldsymbol{\sigma_W}$) se utiliza:

$$\boldsymbol{\sigma_W = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}}$$

Mientras la clasificación Z se calcula por medio de la fórmula:

$$\boldsymbol{Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W}}$$

- Para la construcción de los resultados de la investigación se tomó en cuenta el diagnóstico del aprendizaje de las inecuaciones y la aplicación del material auto construible (inecuacionómetro) como material didáctico, por tanto son dos clases de resultados que se han considerado, a saber:

5 Del diagnóstico del aprendizaje de las inecuaciones

6 De la aplicación del material auto construible (inecuacionómetro) como material didáctico para mejorar el aprendizaje de las inecuaciones

- Para la elaboración de la discusión se consideró dos resultados:

a) Discusión con respecto a los resultados del diagnóstico del aprendizaje de las inecuaciones (hay o no dificultades el aprendizaje de las inecuaciones)

b) Discusión con respecto a los resultados de la aplicación del material auto construible (inecuacionómetro) como material didáctico (dio o no resultado, cambio o no cambio el aprendizaje de las inecuaciones)

- Para elaborara las conclusiones en forma de proposiciones se tomó en cuenta dos aspectos:

5 Conclusiones con respecto al diagnóstico del aprendizaje de las inecuaciones
6 Conclusiones con respecto de la aplicación del material auto construible (inecuacionómetro) como material didáctico

- La construcción de las recomendaciones se hizo en basa a cada una de las conclusiones considerando:

- Las conclusiones de diagnosticar siempre el aprendizaje de las inecuaciones
- Las conclusiones sobre la necesidad de aplicar el material auto construible (inecuacionómetro) como estrategia didáctica para potenciar el aprendizaje de las inecuaciones

Población y muestra

Quiénes / **Informantes**	**Población**
Estudiantes	28
Padres de familia	28
Profesores	1

En vista de que se trabajó con toda la población no se utilizó la fórmula para la determinación de una muestra específica.

f. RESULTADOS

- **RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO**

Objetivo.- Diagnosticar las necesidades, dificultades, obstáculos y obsolescencias que se presentan en el aprendizaje de Inecuaciones.

ENCUESTA A ESTUDIANTES

Pregunta 1.-Las inecuaciones fueron descubiertas en, marque con una X la respuesta

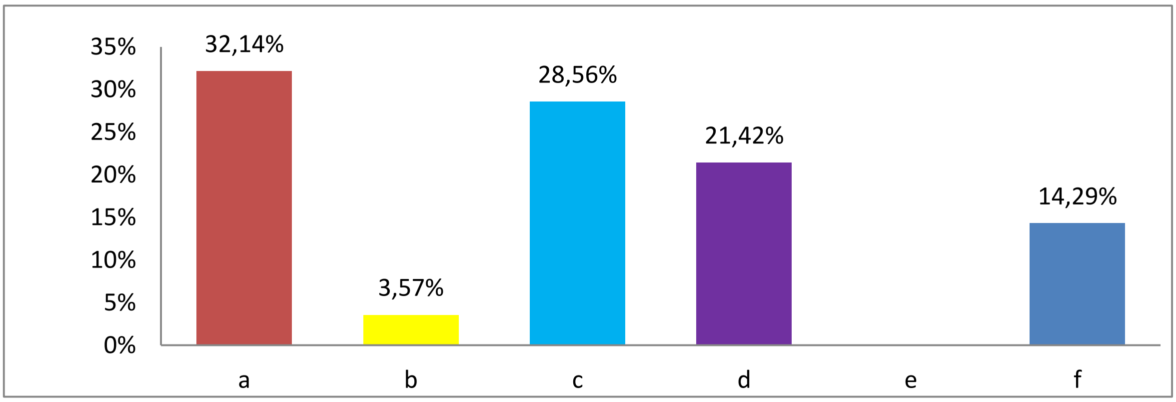
CUADRO 1

DESCUBRIMIENTO DE LAS INECUACIONES

INDICADORES	f	%
a. Los griegos (300 a. C)	9	32.14
b. Los egipcios (1650 a. C – 1850 d. C)	1	3.57
c. Los Babilonios (600 a. C – 300 a. C.)	8	28.56
d. Los Griegos (250 d. C)	6	21.42
e. Los Egipcios hace unos 3600 años		
f. No contestan	4	14.29
TOTAL	28	100

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes
Responsable: Andreina del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 1



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Según Gómez (2009), afirma que una de las obras más antiguas de la Matemática que se conocen fue elaborada en Egipto, hace unos 3.600 años. Ahí surgió el álgebra, una ciencia que mezcla los números con las letras. Una variante del álgebra son las inecuaciones.

Los datos obtenidos nos indican que el 3,57% de encuestados conoce en parte la historia que los Egipcios en 1650 a.C. a 1850 d.C. fue descubierto las inecuaciones, mientras que sumando los porcentajes de los literales a, c, d, e, y f da el 96,43% de encuestados que no conocen la historia de la creación de las inecuaciones.

La población encuestada tiene una definición equívoca sobre el descubrimiento de inecuaciones afectando a la enseñanza de inecuaciones puesto que la historia fundamenta un papel importante para el desarrollo de las inecuaciones.

Pregunta 2.-Identifique el concepto de Inecuaciones, encierre en un círculo la opción correcta

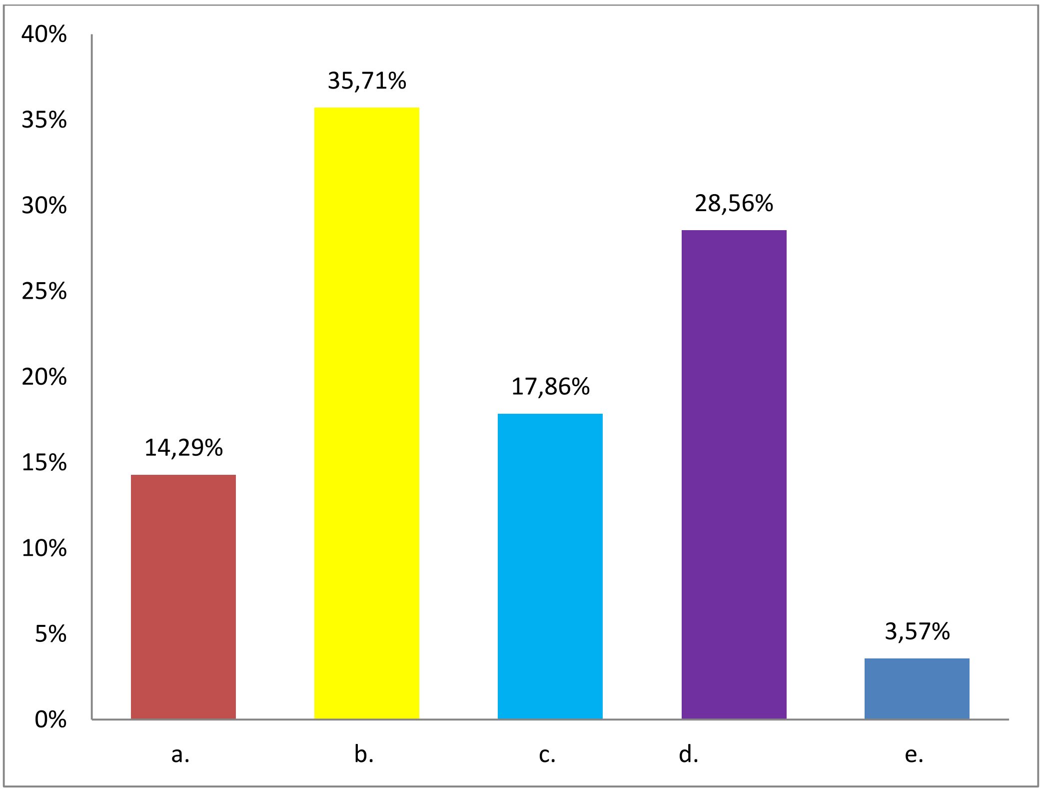
CUADRO 2

CONCEPTO DE INECUACIÓN

INDICADORES	f	%
a. Una inecuación es una desigualdad entre expresiones matemáticas que relacionan cantidades conocidas y cantidades desconocidas, estas últimas denominadas incógnitas.	4	14,29
b. Inecuación es una expresión que compara dos cantidades diferentes expresiones algebraicas que contienen una letra llamada incógnita.	10	35,71
c. Inecuación, igualdad en la que intervienen una o más letras, llamadas incógnitas. Es decir, es una igualdad entre expresiones algebraicas.	5	17,86
d. Inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas que se verifica para ciertos valores que toma la variable o incógnita.	8	28,56
e. No contesta	1	3,57
Total	**28**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes
Responsable: Andreina del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 2



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Gómez (2009) afirma que una inecuación es una expresión matemática la cual se caracteriza por tener los signos de desigualdad; siendo una expresión algebraica nos da como resultado un conjunto en el cual la variable independiente puede tomar el valor cualesquiera de ese conjunto cumpliendo esta desigualdad; a este conjunto se le conoce como Intervalo.

De acuerdo al cuadro estadístico, el 28,56% de los estudiantes conocen que es una inecuación y el 71,44% de los encuestados no tienen un conocimiento básico del concepto de Inecuaciones.

La mayoría de los dicentes encuestados no tienen claro el concepto de inecuaciones, esto nos dificulta en la enseñanza y nos da a entender que existe carencias de conocimiento.

Pregunta 3.- Identifique los símbolos de Inecuaciones

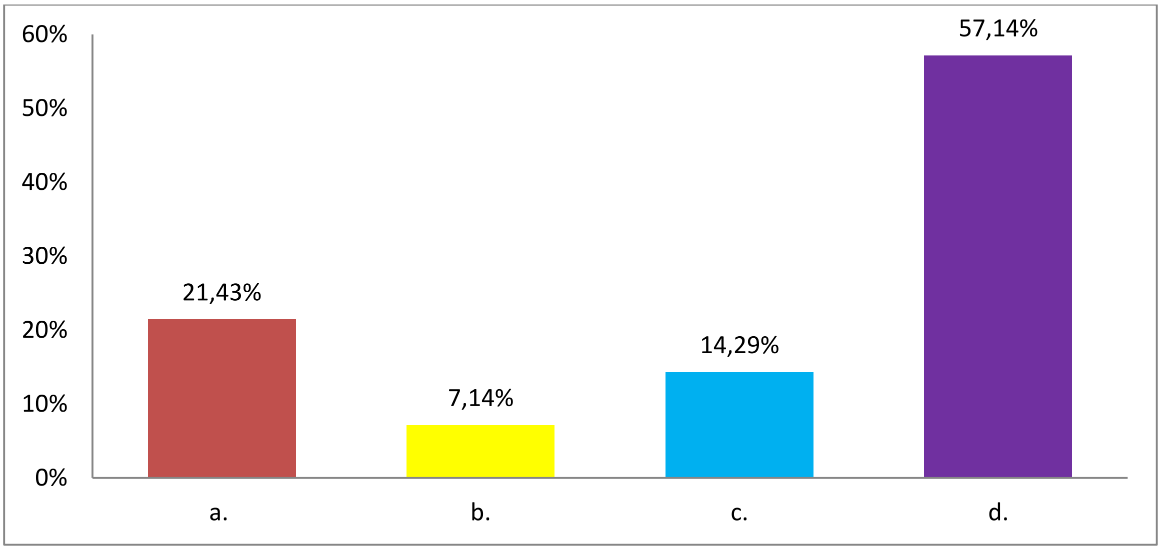
CUADRO 3

SÍMBOLOS DE INECUACIONES

INDICADORES	f	%
a. **≤** “menor o igual que”; < “menor que”	6	21,43
b. ≥ “mayor o igual que”; > “mayor que”	2	7,14
c. ±,×,∞,≥,<,%, símbolos de inecuación	4	14,29
d. <,>,≤,≥, símbolos de inecuación	16	57,14
Total	**28**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes
Responsable: Andreina del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 3



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Según Fatela “preuniversitario” (2012), los símbolos de las inecuaciones son <,>, ≤, ≥.

Observando los resultados obtenidos, el 57,14% de los encuestados afirman que los símbolos de las inecuaciones son <,>, ≤, ≥ siendo las correctas y el 42,86% no diferencian los símbolos de las inecuaciones de otros símbolos

De los estudiantes encuestados es importante destacar que en su mayoría entienden adecuadamente cuales son los símbolos de las inecuaciones, existiendo una minoría que posee conceptos equivocados sobre los símbolos de las inecuaciones, la misma que genera dificultad en el aprendizaje del tema.

Pregunta 4.-Encierre la respuesta correcta de acuerdo a sus conocimientos cuales son los pasos para resolver inecuaciones

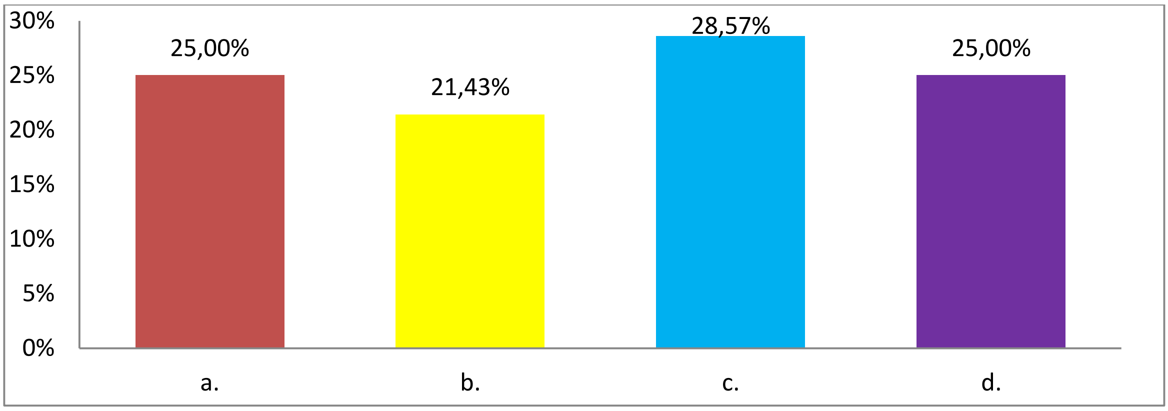
CUADRO 4

PASOS PARA RESOLVER INECUACIONES

INDICADORES	f	%
a. Es similar al que usamos para resolver ecuaciones lineales con una incógnita, pero con una diferencia importante. Debemos sumar o restar el mismo número en ambos miembros de la inecuación; multiplicar o dividir ambos miembros de la inecuación por un mismo número distinto de cero, pero si este número es negativo, debemos invertir el signo de desigualdad	7	25
b. Para hallar el conjunto solución de una inecuación debemos transformarla en inecuación equivalente, cada vez más sencillas, hasta poder observar con facilidad el conjunto solución.	6	21,43
c. Para resolver una inecuación la transformamos como una ecuación y la resolvemos como tal y luego al obtener la respuesta cambiamos el signo igual por el signo de la inecuación.	8	28,57
d. No contesta	7	25
Total	**28**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes
Responsable: Andreina del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 4



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Según Gómez (2009), Para resolver una inecuación se debe seguir pasos primero la transformamos como una ecuación y la resolvemos como tal y luego al obtener la respuesta cambiamos el signo igual por el signo de la inecuación.

De la información recopilada vemos que el 71,43% de los estudiantes desconocen cómo se debe resolver una inecuación y el 28,57% de los estudiantes respondieron de manera correcta sobre los pasos para resolver una inecuación.

Gran parte de estudiantes encuestados presentan conceptos equivocados acerca de cómo se debe resolver una inecuación, lo que posteriormente provoca dificultades al momento de estudiar el tema.

Pregunta 5.- A usted se le dificulta resolver ejercicios de inecuaciones

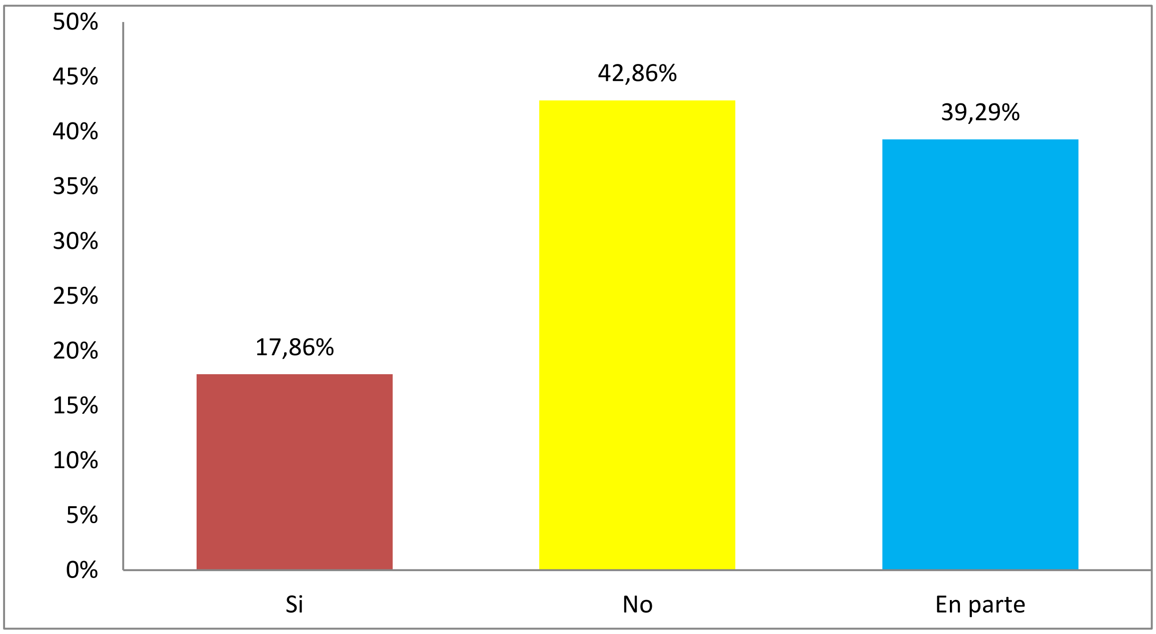
CUADRO 5

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS

ALTERNATIVA	f	%
Sí	5	17,86
N**o**	12	42,86
En parte	11	39,29
Total	**28**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes
Responsable: Andreina del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 5



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Gómez (2009) testifica que para para la resolución de ejercicios es decir, para hallar el conjunto solución de una inecuación, debemos transformarla en inecuaciones equivalentes, cada vez más sencillas, hasta poder observar con facilidad el conjunto solución.

El 42,86 % de los encuestados responden que no tienen dificultades para resolver ejercicios de inecuaciones, mientras que sumado las opciones no y en parte nos el 57,15% del estudiantado tiene dificultades para resolver ejercicios de la temática tratada.

Tomando en cuenta los resultados, existe un gran número de estudiantes que se les dificulta la resolución de ejercicios de inecuaciones, los mismos dificultan el aprendizaje del tema tratado.

Pregunta 6.- Su docente cuando enseño inecuaciones utilizo material para didáctico mejor el aprendizaje

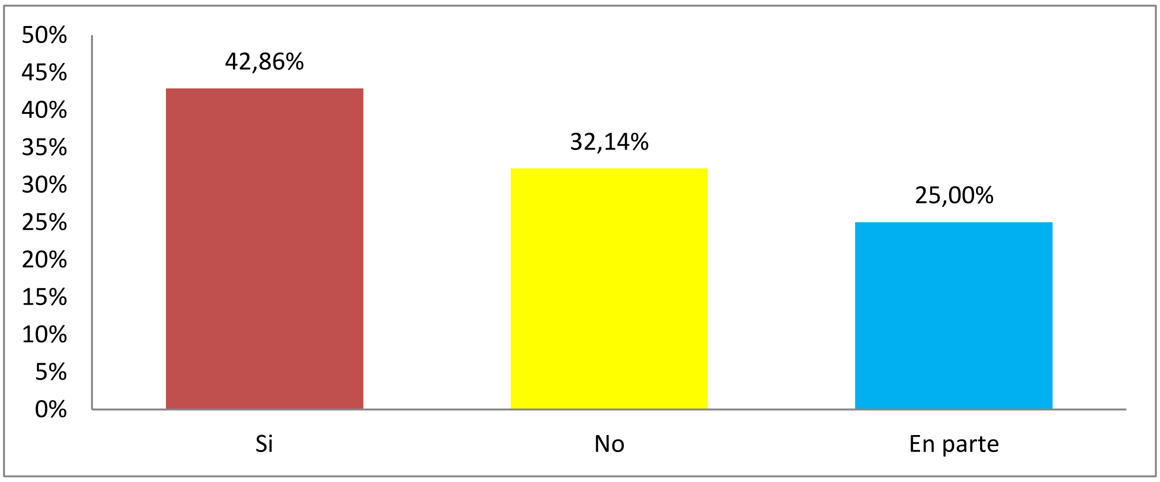
CUADRO 6

UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO

ALTERNATIVAS	f	%
Sí	12	42,86
No	9	32,14
En parte	7	25
Total	**28**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes
Responsable: Andreina del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 6



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Cabero (2001), los materiales didácticos auto construible, pueden ser cualquier tipo de dispositivo diseñado y elaborado con la intención de facilitar un proceso de enseñanza y aprendizaje

El 42,86% de los encuestados afirman que su docente utiliza material didáctico para la enseñanza de inecuaciones, mientras que sumado la opción no y en parte nos el 57,14% recalca que su docente pocas veces utiliza material para la enseñanza de la temática tratada.

Tomando en cuenta los resultados que los dicentes han proporcionado se puede identificar que el docente en ocasiones utiliza material didáctico para la enseñanza de inecuaciones, por cuanto gran parte de estudiantes afirma que no utiliza material para la enseñanza de inecuaciones, esto nos conlleva a tener dificultades en aprendizaje de la temática.

Pregunta 7.- Una las propiedades de las inecuaciones

Propiedad de Tricotomía

Propiedad Transitiva

Propiedad de la Adición

Propiedad del Producto

Si a, b y c números reales, si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.

Si a y b son números reales, entonces se cumple únicamente una de las afirmaciones: $a < b$, $a = b$ o $a > b$

Si a, b y c números reales, si $a < b$ entonces $a + c < b + c$.

Si a, b y c números reales, se cumple:

- Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c > 0$, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} < \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$
- Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c < 0$, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} > \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$

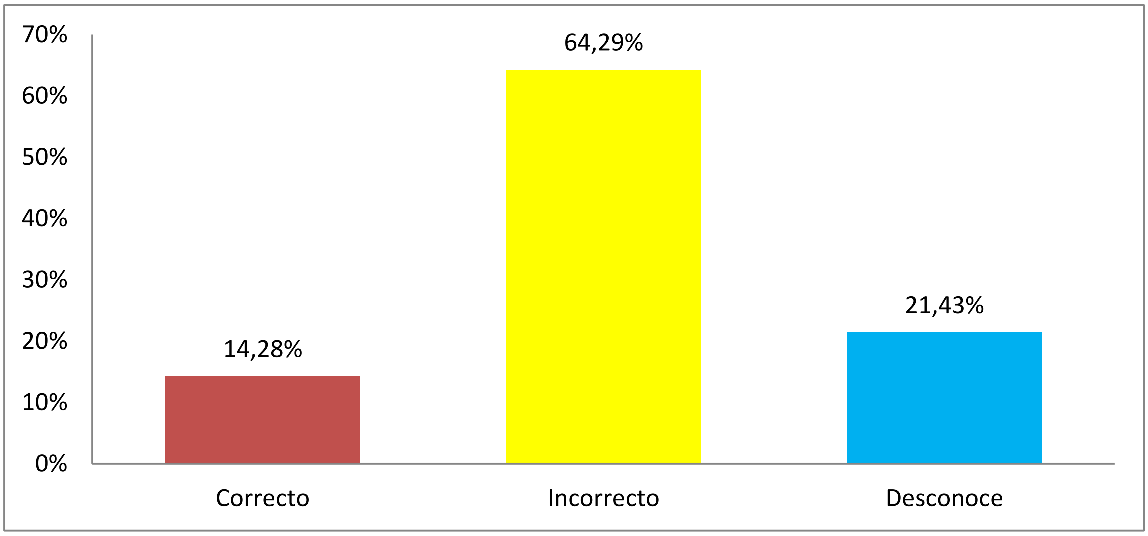
CUADRO 7

PROPIEDADES DE LAS INECUACIONES

ALTERNATIVAS	f	%
Correcto	4	14,28
Incorrecto	18	64,29
Desconoce	6	21,43
Total	**28**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes
Responsable: Andreina del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 7



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Sánchez (2011), testifica las siguientes propiedades:

Propiedad de Tricotomía.- si a y b son números reales, entonces se cumple únicamente una de las afirmaciones: $a < b, a = b$ o $a > b$

Propiedad Transitiva.- para a, b y c números reales, si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.

Propiedad de la Adición.- para a, b y c números reales, si $a < b$ entonces $a + c < b + c$.

Propiedad del Producto.- para a, b y c números reales, se cumple:

- Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c > 0$, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} < \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$
- Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c < 0$, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} > \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$

El 14,28% respondieron correcta mente en la unión de las propiedades que se utiliza en las inecuaciones, mientras que el 85,72% desconocen totalmente cuales son las propiedades de las inecuaciones.

Gran parte de los estudiantes encuestados dieron respuesta a esta pregunta de una forma errónea, presentando carencias de conocimiento de las propiedades de las inecuaciones, y en sí inconvenientes para dar solución a ejercicios y problemas de inecuaciones, lo que afecta a su rendimiento académico.

ENCUESTA A DOCENTES

Pregunta 1.- Conoce la Historia de las Inecuaciones

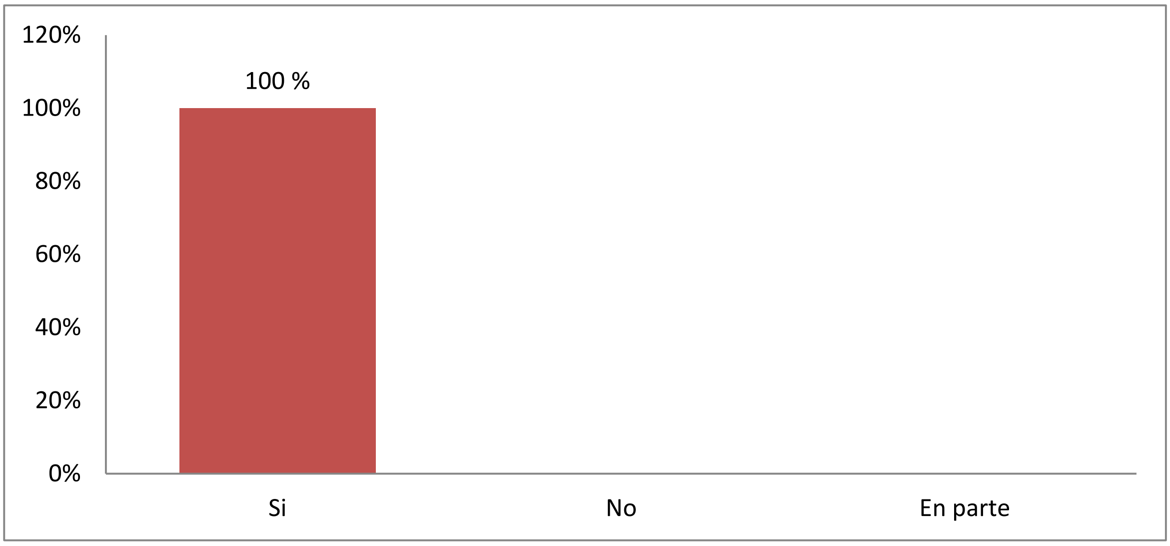
CUADRO 8

HISTORIA DE INECUACIONES

ALTERNATIVAS	f	%
Sí	1	100
No		
En parte		
Total	**1**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada al docente
Responsable: Andreina del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 8



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

El 100% del docente manifiesta que manifiesta en sus educandos la historia de inecuaciones, la misma que contribuye a un aprendizaje adecuado de las inecuaciones.

Tomando en cuenta los resultados que el docente ha proporcionado se puede identificar que su conocimiento científico es el adecuado, por cuanto logra que los estudiantes dentro del proceso de aprendizaje puedan manifestar la historia de las inecuaciones.

Pregunta 2.- ¿Cuáles son los símbolos más utilizados para el aprendizaje de Inecuaciones?

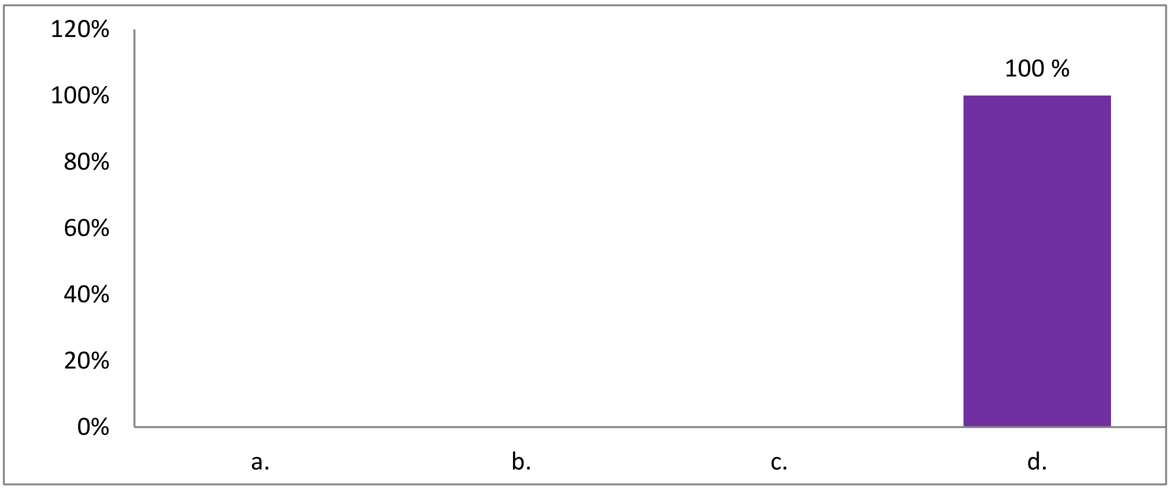
CUADRO 9

SÍMBOLOS DE INECUACIONES

INDCADORES	f	%
a. **≤** "menor o igual que"; < "menor que"		
b. ≥ "mayor o igual que"; > "mayor que"		
c. ±,×,∞,≥,<,%, símbolos de inecuación		
d. <,>,≤,≥, símbolos de inecuación	1	100
Total	**1**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada al docente
Responsable: Andreina Del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 9



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

El 100% de los encuestados afirman que los símbolos de las inecuaciones son <,>, ≤, ≥ siendo las correctas.

De la encuesta aplicada al docente, afirma que da los símbolos de las inecuaciones, para posteriormente tratar temas de mayor dificultad, los mismos que tendrán relación con los temas de menor dificultad.

Pregunta 3.- ¿Conoce la clasificación de las inecuaciones?

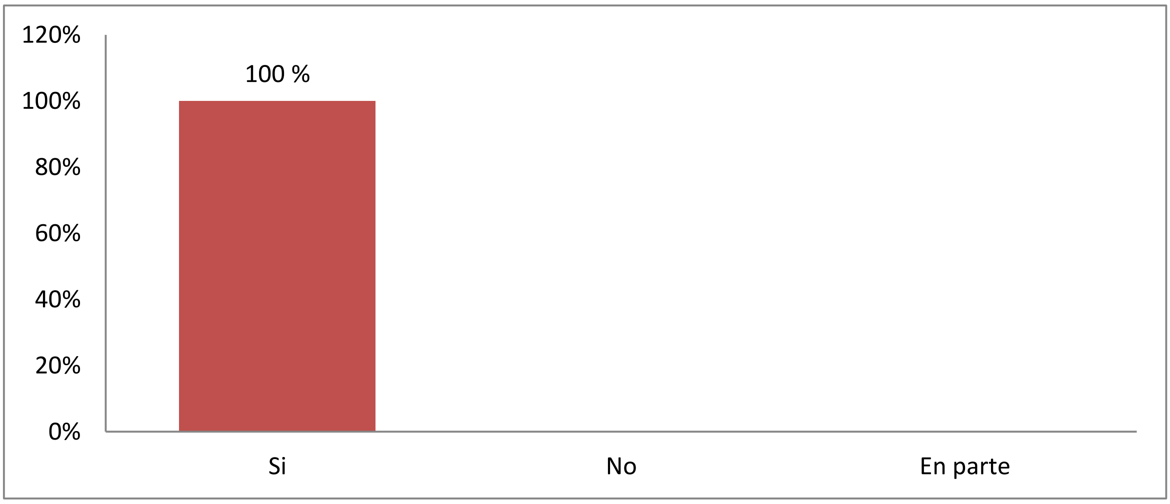
CUADRO 10

CLASIFICACIÓN DE INECUACIONES

ALTERNATIVA	f	%
Sí	1	100
No		
En parte		
Total	**1**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada al docente
Responsable: Andreina Del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 10



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Dentro de la fundamentación teórica: las inecuaciones se clasifican en inecuaciones de primer grado con una incógnita, equivalentes, lineales, lineales con valor absoluto, valor absoluto, polinómicas, racionales, cuadrática con valor absoluto, cuadráticas, tercer grado, sistema de inecuaciones, sistema de inecuaciones lineales y sistema de inecuaciones cuadráticas.

El 100% de los encuestados responde que si conoce la clasificación de las inecuaciones y si les da a conocer a sus alumnos.

El docente a través de su respuesta nos permite evidenciar que dentro del proceso de aprendizaje indica la clasificación de las inecuaciones apropiada por lo cual está integrado a las inecuaciones.

Pregunta 4.- Usted utiliza material didáctico en la enseñanza de inecuaciones

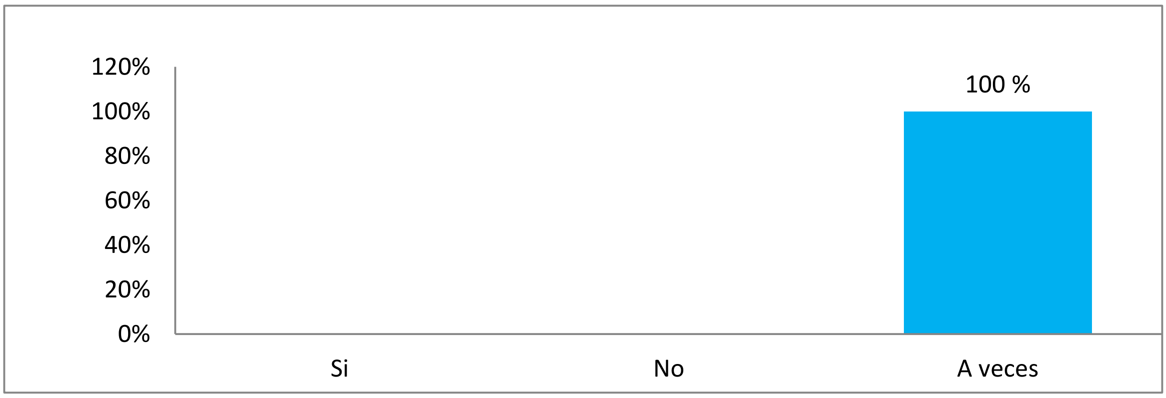
CUADRO 11

UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDACTICO

ALTERVATIVAS	f	%
Sí		
No		
A veces	1	100
Total	**1**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada al docente
Responsable: Andreina Del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 11



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Cabero (2001), los materiales didácticos auto construible, pueden ser cualquier tipo de dispositivo diseñado y elaborado con la intención de facilitar un proceso de enseñanza y aprendizaje

El 100% de los encuestados responden que a veces utiliza material didáctico para la enseñanza de inecuaciones y si les enseña a sus alumnos como debe utilizar.

Según los resultados obtenidos podemos evidenciar que el docente posee un conocimiento científico pertinente a utilizar material didáctico, el mismo que podría ayudarle dentro del proceso de aprendizaje para que los estudiantes también adquieran aprendizajes adecuados.

Pregunta 5.- Usted cuando imparte sus conocimientos como podríamos utilizar a las inecuaciones en su diario vivir

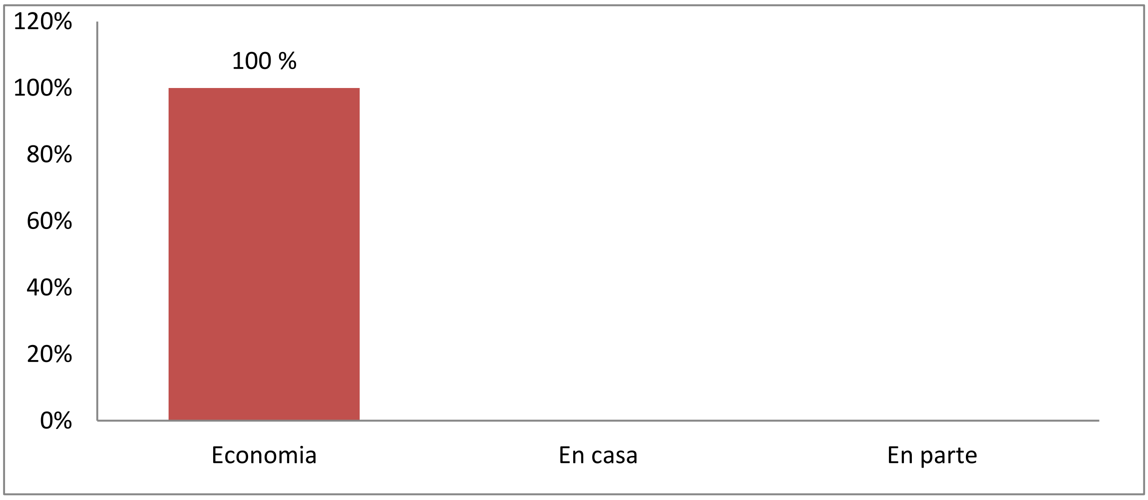
CUADRO 12

UTILIZACIÓN DE LAS INECUACIONES EN EL DIARIO VIVIR

INDICADORES	f	%
Economía	1	100
En casa		
En nada		
Total	**1**	**100**

Fuente: Encuesta aplicada al docente
Responsable: Andreina Del Cisne Torres Rueda

GRÁFICO 12



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

Las inecuaciones son un elemento importante en la economía de las personas en su diario vivir, puesto que si no supiéramos no podríamos defendernos correctamente en el presupuesto del sueldo de algún trabajo (Anónimo)

El 100% de los encuestados responden que se utiliza a las inecuaciones en la economía y a la vez ella les enseña a sus alumnos como se debe utilizar sin que haya pérdidas.

El docente encuestado nos supo manifestar que es muy necesario saber inecuaciones ya que esto nos ayuda en la economía de nuestros hogares, y por ello se debe impartir a los estudiantes cómo se las utiliza en sus hogares.

- **RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO)**

  - **TALLER Nº 1:** Utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes.

Datos informativos.

Fecha: 09-04-2014

Periodo: 08h35-09h55

Número de estudiantes: 28

Coordinador-Investigador: Andreina Del Cisne Torres Rueda

Recursos: El material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) computadora, infocus, marcares, borrador, pizarra, etc.

VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DELMATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA

Nº	X (pre test)	Y (pos test)	$D = \|Y - X\|$	ORDEN ASCENDENTE	Rango	R +	R -
1	1	7	6	3	23	23	0
2	3	7,7	4,7	3,5	3,5	3,5	0
3	2	9,8	7,8	4,7	28	28	0
4	3	8,3	5,3	4,7	13,5	13,5	0
5	2	9	7	4,8	26	26	0
6	2,5	7,5	5	5	9	9	0
7	5	10	5	5	9	9	0
8	4	9	5	5	9	9	0
9	3,5	8,5	5	5	9	9	0
10	3	8,7	5,7	5	17	17	0
11	1	6,8	5,8	5	19,5	19,5	0
12	5	10	5	5	9	9	0
13	4	9,8	5,8	5,3	19,5	19,5	0
14	3	8,5	5,5	5,3	16	16	0

15	**3**	**8,4**	**5,4**	**5,4**	**15**	**15**	**0**
16	**4**	**9,8**	**5,8**	**5,5**	**19,5**	**19,5**	**0**
17	**2**	**7,8**	**5,8**	**5,7**	**19,5**	**19,5**	**0**
18	**6**	**9**	**3**	**5,8**	**1**	**1**	**0**
19	**4**	**10**	**6**	**5,8**	**23**	**23**	**0**
20	**4**	**7,5**	**3,5**	**5,8**	**2**	**2**	**0**
21	**3**	**8,3**	**5,3**	**5,8**	**13,5**	**13,5**	**0**
22	**2**	**7,6**	**6,6**	**6**	**25**	**25**	**0**
23	**5**	**10**	**5**	**6**	**9**	**9**	**0**
24	**5**	**9,7**	**4,7**	**6**	**3,5**	**3,5**	**0**
25	**3**	**9**	**6**	**6,6**	**23**	**23**	**0**
26	**2**	**8,6**	**7,6**	**7**	**27**	**27**	**0**
27	**5**	**10**	**5**	**7,6**	**9**	**9**	**0**
28	**3**	**7,8**	**4,8**	**7,8**	**5**	**5**	**0**
				TOTAL		$\sum R+$=**406**	$\sum \boldsymbol{R-=0}$

Cálculo de:

$$\mathbf{W} = \left(\sum \mathbf{R}+\right) - \left(\sum \mathbf{R}-\right)$$

$$\mathrm{W} = 406 - 0$$

$$\mathbf{W = 406}$$

La alternativa no funciona: las puntuaciones X son iguales o inferiores a las puntuaciones Y **(X = Y)**

La alternativa funciona: las puntuaciones Y son iguales o inferiores a las puntuaciones X **(Y > X)**

$$\boldsymbol{\mu_W = W^{+} - \frac{N(N+1)}{4}}$$

$$\mu_W = 406 - \frac{28(28+1)}{4}$$

$$\mu_W = 406 - 203$$

$$\boldsymbol{\mu_W = 203}$$

Dónde:

$\boldsymbol{\mu_W} = \text{Media}$

$\mathbf{N} = \text{Tamaño de la muestra}$

$\mathbf{W^+} = \text{Valor estadístico de Wilcoxon}$

Para el cálculo de la desviación estándar o cálculo del error estándar ($\boldsymbol{\sigma_W}$) se utiliza:

$$\boldsymbol{\sigma_W = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{28(28+1)(2(28)+1)}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{46284}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{1928{,}5}$$

$$\boldsymbol{\sigma_W = 43{,}91}$$

Mientras la clasificación Z se calcula por medio de la fórmula:

$$\boldsymbol{Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W}}$$

$$Z = \frac{406 - 203}{43{,}91}$$

$$\boldsymbol{Z = 4{,}62}$$

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

El material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) lo cual utilizada como herramienta metodológica fortalece el aprendizaje tanto a docentes como a estudiantes en temáticas de resolución de ejercicios de Inecuaciones Equivalentes.

La Regla de decisión establece:

Si Z es mayor o igual a 1,96 (que es el 95 % bajo la curva normal) se rechaza que la alternativa no funcional (el nivel de significancia es 0,05) caso contrario se la acepta.

En conclusión:

Como el valor estadístico Z obtenido equivale a 4,62 mayor que 1,96 se verifica que el material auto construible (Inecuacionómetro), utilizado correctamente sirve como material didáctico para potenciar el aprendizaje de inecuaciones Equivalentes, de tal manera que la Prueba Signo Rango de Wilcoxon establece la efectividad de la alternativa utilizada.

- **TALLER Nº 2:** Utilización de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones.

Datos informativos.

Fecha: 10-04-2014

Periodo: 08H35-09H55

Número de estudiantes: 28

Coordinador-Investigador: Andreina Del Cisne Torres Rueda

Recursos: el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro), computadora, infocus, marcares, borrador, pizarra, etc.

VALORACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DEL MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA

Nº	X (pre test)	Y (pos test)	$D = \|Y - X\|$	ORDEN ASCENDENTE	R +	R -
1	2	8,1	6,1	1,7	24	0
2	6	7,7	1,7	2,8	1	0
3	7	9,8	2,8	3	2	0
4	3	8,3	5,3	3,5	10,5	0
5	2	7,1	5,1	4	9	0
6	2,5	9,5	7	4	27	0
7	1	7	6	4,8	22	0
8	5	9	4	5	5,5	0
9	1	8,5	7,5	5,1	28	0
10	3	8,7	5,7	5,3	15,5	0
11	1	6,8	5,8	5,3	18,5	0
12	2	8,8	6,8	5,4	26	0
13	4	9,8	5,8	5,5	18,5	0
14	3	8,5	5,5	5,6	13	0
15	3	8,4	5,4	5,7	12	0
16	4	9,8	5,8	5,7	18,5	0
17	2	7,8	5,8	5,8	18,5	0

18	**6**	**9**	**3**	**5,8**	**3**	**0**
19	**4**	**10**	**6**	**5,8**	**22**	**0**
20	**4**	**7,5**	**3,5**	**5,8**	**4**	**0**
21	**3**	**8,3**	**5,3**	**6**	**10,5**	**0**
22	**2**	**7,6**	**5,6**	**6**	**14**	**0**
23	**5**	**10**	**5**	**6**	**8**	**0**
24	**4**	**9,7**	**5,7**	**6,1**	**15,5**	**0**
25	**3**	**9**	**6**	**6,6**	**22**	**0**
26	**2**	**8,6**	**6,6**	**6,8**	**25**	**0**
27	**5**	**9**	**4**	**7**	**5,5**	**0**
28	**3**	**7,8**	**4,8**	**7,5**	**7**	**0**
				TOTAL	$\sum R+=$ **406**	$\sum R-=0$

Cálculo de:

$$\mathbf{W} = \left(\sum \mathbf{R}+\right) - \left(\sum \mathbf{R}-\right)$$

$$\mathrm{W} = 406 - 0$$

$$\mathbf{W = 406}$$

La alternativa no funciona: Las puntuaciones X son iguales o inferiores a las puntuaciones Y **(X = Y)**

La alternativa funciona: Las puntuaciones Y son iguales o inferiores a las puntuaciones X **(Y > X)**

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{W}} = \mathbf{W}^{+} - \frac{\mathbf{N(N+1)}}{\mathbf{4}}$$

$$\mu_{\mathrm{W}} = 406 - \frac{28(28+1)}{4}$$

$$\mu_{\mathrm{W}} = 406 - 203$$

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{W}} = \mathbf{203}$$

Dónde:

$\boldsymbol{\mu_W} = \text{Media}$

$\mathbf{N} = \text{Tamaño de la muestra}$

$\mathbf{W^+} = \text{Valor estadístico de Wilcoxon}$

Para el cálculo de la desviación estándar o cálculo del error estándar ($\boldsymbol{\sigma_W}$) se utiliza:

$$\boldsymbol{\sigma_W = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{28(28+1)(2(28)+1)}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{46284}{24}}$$

$$\sigma_W = \sqrt{1928,5}$$

$$\boldsymbol{\sigma_W = 43,91}$$

Mientras la clasificación Z se calcula por medio de la fórmula:

$$\boldsymbol{Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W}}$$

$$Z = \frac{406 - 203}{43,91}$$

$$\boldsymbol{Z = 4,62}$$

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

El material auto construible (Inecuacionómetro) permite graficar las inecuaciones. El uso de este material permite entender las soluciones del tema.

La Regla de decisión establece:

Si Z es mayor o igual a 1,96 (que es el 95 % bajo la curva normal) se rechaza que la alternativa no funcional (el nivel de significancia es 0,05) caso contrario se la acepta.

En conclusión:

Como el valor estadístico Z obtenido equivale a 4,62 mayor que 1,96 se verifica que el material auto construible (Inecuacionómetro), utilizado correctamente sirve como metodología didáctica para potenciar el aprendizaje de sistemas de inecuaciones, de tal manera que la Prueba Signo Rango de Wilcoxon establece la efectividad de la alternativa utilizada.

g. DISCUSIÓN

Objetivo específico 2.- Diagnosticar las necesidades, dificultades, obstáculos y obsolescencias que se presentan en el aprendizaje de la Inecuaciones.

DIAGNÓSTICO DEL APRENDIZAJE DE LA CONEXIÓN DE RESISTENCIAS

Inf	CRITERIO	INDICADORES EN SITUACIÓN NEGATIVA			INDICADORES EN SITUACIÓN POSITIVA		
		DEFICIENCIAS	OBSOLESCENCIAS	NECESIDADES	TENERES	INNOVACIONES	SATISFACTORES
Estudiantes	Descubrimiento de las inecuaciones	96,43% desconocen			3,57% conocen		
	Concepto de inecuación	71,44% desconocen			28,56% conocen		
	Símbolos de inecuaciones	42,86% desconocen			57,14% conocen		
	Pasos para resolver inecuaciones	71,43% desconocen			28,57% conocen		
	Resolución de ejercicios	57,15% desconocen			42,86 % conoce		
	Utilización de recursos didácticos	57,14% desconocen			42,86% conocen		
	Propiedades de las inecuaciones	85,72% desconocen			14,28% conocen		

Docentes	Dificultad en resolución de ejercicios.	50% desconocen			50 % saben		
	Utilización de material didáctico			100% utilizan			
	Pasos para la solución de ejercicios			100% importante			
	Comprensión de conocimientos				100% sí comprendieron		
	Responsabilidad en las tareas.	50% no			50% sí		
	Nuevas tecnologías.						100% están de acuerdo en utilizar nuevas tecnologías

El diagnóstico del aprendizaje de Inecuaciones establece que:

En el Primer año de bachillerato general unificado, paralelo B, se presentan deficiencias, obsolescencias y necesidades, si comparamos con la definición moderna del aprendizaje que lo plantea:

Aprendizaje es el proceso de interacción en el cual una persona obtiene nuevas estructuras cognoscitivas o cambia antiguas ajustándose a las distintas etapas del desarrollo intelectual.

El aprendizaje como proceso interno implica para Bruner cuatro momentos o etapas por las cuales un sujeto aprende:

a) Predisposiciones: Constituyen los motivos internos que mueven al sujeto para iniciar y mantener el proceso de aprendizaje.

b) Exploración de alternativas: Constituyen las estrategias internas que, activadas por la predisposición se mantienen en la búsqueda hasta lograr, mediante distintos ensayos descubrir lo que se buscaba.

c) Salto intuitivo: Es un estado, logrado generalmente de manera súbita como resultado del proceso del pensamiento. No es expresable verbalmente, a veces es muy rápido, otras lento, y extendido en el tiempo.

d) Refuerzo: Es el momento en que el que aprende considera valiosos sus hallazgos, válidas sus hipótesis, se corrige y se perfecciona.

Objetivo específico 4.- Aplicar el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como herramienta metodológica para potenciar el aprendizaje de Inecuaciones.

Objetivo específico 5.- Valorar la efectividad del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) en la potenciación del aprendizaje de Inecuaciones

APLICACIÓN Y VALORACIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO)

TALLERES APLICADOS	VALORACIÓN DE LA CALIFICACIÓN Z CON LA PRUEBA SIGNO RANGO DE WILCOXON
Utilización de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes.	**Z = $\mathbf{4,62}$**
Utilización de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones.	**Z = $\mathbf{4,62}$**

Al aplicar un pre test y pos test antes y después de aplicar el material auto construible (Inecuacionómetro) como material didáctico, la variación entre los dos test calculados con la Prueba no paramétrica Signo Rango de Wilcoxon, donde se obtuvo un valor de verdad mayor a 1,96 con una significancia del 95%, valor positivo que confirma la efectividad del uso del material auto construible (Inecuacionómetro) propuesto para mejorar el aprendizaje de Inecuaciones.

h. CONCLUSIONES

Del diagnóstico del aprendizaje de Inecuaciones

De acuerdo al diagnóstico sobre el aprendizaje de Inecuaciones en estudiantes y docentes de la Unidad Educativa Anexa a la UNL, se concluye lo siguiente.

Los estudiantes del Primer año de Bachillerato General Unificado:

- Desconocen totalmente quienes descubrieron las Inecuaciones.
- No tienen un conocimiento básico de la definición de Inecuaciones.
- La minoría no diferencia los símbolos de las Inecuaciones.
- La mayoría de los estudiantes no reconocen los pasos que se debe hacer para resolver una Inecuación.
- Los estudiantes tienen dificultades para resolver ejercicios de inecuaciones.
- Los estudiantes manifiestan que el docente no utiliza material didáctico para la enseñanza de inecuaciones.
- No dominan la definición científica de las propiedades de las inecuaciones.
- Carencia de conocimientos en lo que respecta a conocimientos básicos de las Inecuaciones.

De los docentes se obtuvo.

1. Que los estudiantes tienen dificultad en la resolución de ejercicios de Inecuaciones.
2. El docente le da suma importancia a la utilización de material didáctico para la enseñanza de inecuaciones.
3. Los estudiantes no entregan con responsabilidad sus tareas.

De la alternativa (material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como material didáctico.

- La utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) son efectivos en el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes y sistemas de Inecuaciones.
- La utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) fortalece el aprendizaje, tanto a docentes como a alumnos, en diferentes temáticas que se estudian a nivel secundario e incluso primario y universitario.

i. RECOMENDACIONES

- Los estudiantes deben de prestar más atención a los fundamentos teóricos que el docente imparte en el salón de clases.

- Utilizar tanto docente como alumnos el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como material didáctico para fortalecer y generar aprendizajes significativos en Inecuaciones.

- Se debe dar clara y pausado el taller que el dicente no tenga dificultades en la utilización del material didáctico.

- Se debe dar una clase dinámica para que los estudiantes no se sientan estresados al momento de resolver ejercicios y utilizar el inecuacionómetro.

- El estudiante debe de auto educarse para para mejorar sus conocimientos previos a la resolución de ejercicios y problemas de Inecuaciones.

j. BIBLIOGRAFÍA

- ÁLVAREZ Darío (2010), Didáctica de las matemáticas..

- BIBB, Palmer, Marhek, Jaruis (1979), Matemáticas Prácticas.

- CABERO, Julio (2001), Tecnología Educativa, Diseño y Utilización de Medios para la Enseñanza, España, Paidó, recuperado de (http://es.wikipedia.org/wiki/Mate rial_did%C3%A1ctico).

- CAMARGO URIBE Leonor (2003). Alfa 9 con estándares. Bogotá. Grupo editorial Norma. Pág.56-57.

- CASTELEIRO VILLALBA José Manuel (2008). La matemática es fácil, Manual de matemática básica para gente de letras.

- EDGARDO O. Ossanna y otros (1990), El material Didáctico en la Enseñanza de la Historia

- FERNÁNDEZ José, Eva M. del Pozo, Zuleyka Díaz, M. Jesús Segovia (2007). Matemáticas Fundamentales para estudios Universitarios.

- GÓMEZ Valentín (2012), Set Estudiantil Matemáticas

- GÓMEZ Darío (Noviembre 2009) , recuperado de (http://nsspaecuacinecua.Blogs pot.com/2009/11/historia-de-las-ecuaciones.html)

- ING. DE LA ROSA Freddy (2013), Máxima Matemática. Primero de Bachillerato

- JIMÉNEZ, José., Jiménez, Laura., Robles, Benjamín (2006), Matemáticas 2.

- JOHN C. PETERSON (2011), Matemáticas Básicas, Algebra, Trigonometría y geometría analítica, segunda Edición.

- M. Sc. ASTORGA M., Alcides Lic. Julio Rodríguez S (2000), Instituto Tecnológico de Costa Rica, escuela de matemáticas, recuperado (www.cidse.itcr.ac.cr).

- REES SPARKS (1997). Álgebra. México. impresora Publio-Max.

- SÁNCHEZ R. José E (2011), Matemática Básica

- SULLIVAN J., HERNÁNDEZ Diego (2001). Algebra y Trigonometría, libro digital, Página 292

Webgrafía.

- Características Del Material Didáctico. *BuenasTareas.com*. Recuperado 06, 2012, de http://www.buenastareas.com/ensayos/Caracteristicas-Del-Material-Didactico/4425076.html.

- Careaga, Isabel. "Los materiales didácticos". Editorial Trillas, México 1999. Recuperado de (http://es.wikipedia.org/wiki/Material_did%C3%A1ctico).

- Miguel Ángel Hernández Trejo. María de la Paz Hernández Rivero recuperado de https://www.google.com.ec/webhp?tab=ww&ei=rmTyUurJAtTQsASkk4HQCw&ved=0CBEQ1S4#q=Caracter%C3%ADsticas+del+material+did%C3%A1ctico++.

- NÉRECI, IMÍDEO G. "Hacia una didáctica general dinámica". Editorial Kapelusz, Mexíco. 1969. P. 282-356. Recuperado de (http://es.wikipedia.org/wiki/Material_did%C3%A1ctico)

k. ANEXOS

Anexo 1: Proyecto de tesis.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

CARRERA FÍSICO MATEMÁTICAS

TEMA

UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO, PARALELO B DE LA UNIDAD EDUCATIVA ANEXA A LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA, DE LA CIUDAD LOJA, PERIODO ACADÉMICO 2013 - 2014

Proyecto de tesis previo a la obtención del grado de Licenciada en Ciencias de la Educación, mención: Físico Matemáticas

AUTORA

Andreina Del Cisne Torres Rueda

LOJA – ECUADOR

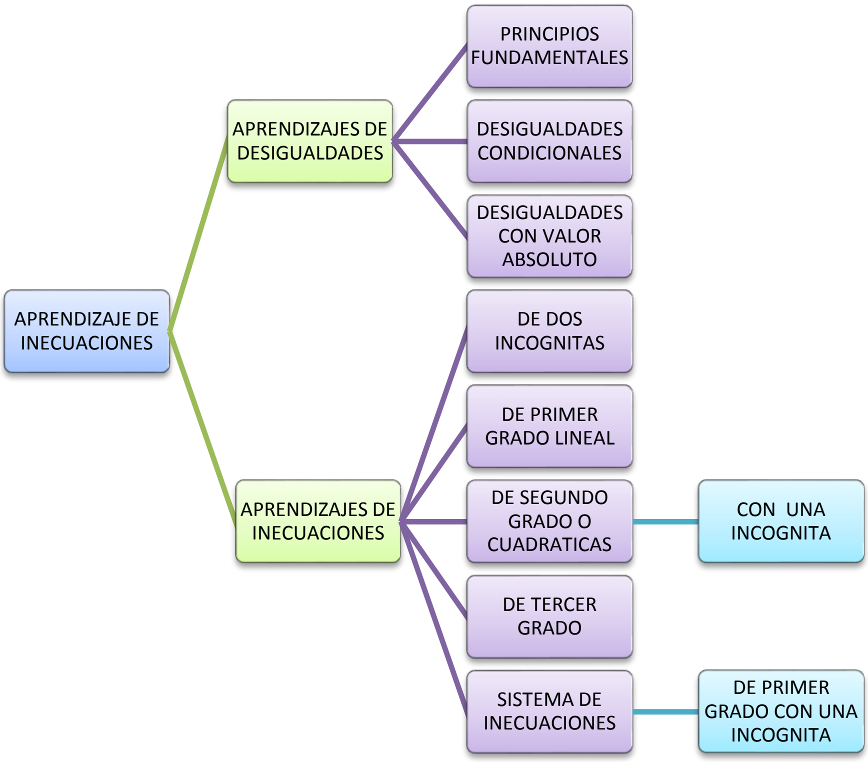
2014

a. TEMA

UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO, PARALELO B DE LA UNIDAD EDUCATIVA ANEXA A LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA, DE LA CIUDAD LOJA, PERIODO ACADÉMICO 2013 – 2014

b. PROBLEMÁTICA

- **Mapa mental de la realidad temática**
- **Delimitación de la realidad temática**



- **Delimitación temporal**

La investigación se efectuará en el período 2013 – 2014.

- **Delimitación institucional**

El presente proyecto de investigación sobre el aprendizaje de inecuaciones se llevará a cabo en el primer año de Bachillerato General Unificado paralelo B, sección matutina, de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja, que se encuentra ubicada en la Ciudad de Loja en las calles Pio Jaramillo Alvarado y Reinaldo Espinosa, que se encuentra ubicado en el sector céntrico de la urbe lojana desde hace 124 años.

- **Beneficiarios**

Los beneficiarios son estudiantes que cursan el primer año de bachillerato general unificado, paralelo B con 28 alumnos respectivamente.

- **Situación de la realidad temática**

Los resultados obtenidos mediante las encuestas exploratorias a los estudiantes de segundo de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja (Anexo 5), manifestaron las siguientes dificultades y deficiencias según los datos obtenidos:

- ✓ La población encuestada tiene dificultades en el aprendizaje del significado de inecuaciones y no tiene claro los símbolos del tema tratado.
- ✓ Además los estudiantes encuestados manifiestan que no saben cómo se debe resolver inecuaciones puesto que tienen vacíos en los conocimientos del tema.
- ✓ Los encuestados afirman que el aprendizaje de inecuaciones no fue adecuada por ello no pueden responder bien las preguntas del tema tratado.
- ✓ Tiene dificultades en el aprendizaje de inecuaciones y además la población nos afirma que el docente no utilizo algún material didáctico para enseñar la temática
- ✓ La población encuestada comenta que las clases de inecuaciones no se las relaciono con la sociedad en el diario vivir, siendo aburridas y solo teóricas puesto que en ellos lo lograron despertar ningún interés del tema tratado.

- **Pregunta de Investigación**

De la situación problemática se deriva la siguiente pregunta de investigación:

¿De qué manera los materiales didácticos auto construible (Inecuacinómetro) facilita el aprendizaje de inecuaciones en los estudiantes de Primer Año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional De Loja, paralelo B, de la Ciudad de Loja, Periodo 2013-2014?

c. JUSTIFICACIÓN

La presente investigación se justifica por las siguientes razones:

- Por la importancia que tiene la utilización de material didáctico auto construible (inecuacionómetro) para el aprendizaje de inecuaciones en los estudiantes del primero de Bachillerato General Unificado, paralelo B de la Unidad educativa anexa a la UNL.
- Por el imperativo que tiene para la carrera de Físico Matemáticas para vincular con aportes prácticos que incentivan a los estudiantes en el campo de la Matemática y Física
- Por el imperativo que tiene para la carrera de Físico Matemáticas de la Área de la educación, el Arte y la Comunicación se propone de vincular la investigación de grado para la solución de problemas y dificultades de la importancia de las inecuaciones en el Bachillerato General Unificado para potenciar el campo de la matemática.

d. OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Utilizar material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para facilitar el aprendizaje de Inecuaciones en los estudiantes del primero de Bachillerato General Unificado, paralelo B de la Unidad educativa anexa a la UNL, en la ciudad de Loja, periodo 2013 – 2014.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Comprender el aprendizaje de inecuaciones.
- Diagnosticar las dificultades que se presentan en el aprendizaje de inecuaciones.
- Crear modelos de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para facilitar el aprendizaje de inecuaciones.
- Aplicar los modelos de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para facilitar el aprendizaje de inecuaciones.
- Valorar la efectividad de los modelos de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) en la innovación del aprendizaje de inecuaciones.

e. MARCO TEÓRICO

1. INECUACIONES

1.1 Panorama Histórica

Gómez, Venezuela, (2009), http://nsspaecuacinecua.blogspot.com/2009/11/Historia-de-las-ecuaciones.html) La primera fase, que comprende el periodo de 1700 a. de C. a 1700 d. de C., se caracterizó por la invención gradual de símbolos y la resolución de ecuaciones e inecuaciones. Dentro de esta fase encontramos un álgebra desarrollada por los griegos (300 a. de C.), llamada álgebra geométrica, rica en métodos geométricos para resolver ecuaciones algebraicas.

La introducción de la notación simbólica asociada a Viète (1540-1603), marca el inicio de una nueva etapa en la cual Descartes (1596-1650) contribuye de forma importante al desarrollo de dicha notación. En este momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones.

Posteriormente, Euler (1707-1783) la define como la teoría de los "cálculos con cantidades de distintas clases" (cálculos con números racionales enteros, fracciones ordinarias, raíces cuadradas y cúbicas, progresiones y todo tipo de ecuaciones).

Para llegar al actual proceso de resolución de la ecuación $ax + b = c$ han pasado más de 3.000 años.

Los egipcios nos dejaron en sus papiros (sobre todo en el de Rhid -1.650 a. de C- y el de Moscú -1.850 a, de C.-) multitud de problemas matemáticos resueltos. La mayoría de ellos son de tipo aritmético y respondían a situaciones concretas de la vida diaria; sin embargo, encontramos algunos que podemos clasificar como algebraicos, pues no se refiere a ningún objeto concreto.

En éstos, de una forma retórica, obtenían una solución realizando operaciones con los datos de forma análoga a como hoy resolvemos dichas ecuaciones.

Las ecuaciones más utilizadas por los egipcios eran de la forma:

$$x + ax = b$$

$$x + ax + bx = 0$$

Donde a, b y c eran números conocidos y x la incógnita que ellos denominaban aha o montón.

Una ecuación lineal que aparece en el papiro de Rhid responde al problema siguiente:

"Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24".

En notación moderna, la ecuación sería: x + 1 / 7 x = 24

La solución la obtenida por un método que hoy conocemos con el nombre de "método de la falsa posición" o "regula falsi". Consiste en tomar un valor concreto para la incógnita, probamos con él y si se verifica la igualdad ya tenemos la solución, si no, mediante cálculos obtendremos la solución exacta.

Supongamos que fuera 7 la solución, al sustituir en la x nos daría: 7 + 1/7 · 7 = 8, y como nuestra solución es 24, es decir, 8·3, la solución es 21 = 3 · 7, ya que 3 · (7 + 1/7 - 7) = 24.

Generalmente, el cálculo de la solución correcta no era tan fácil como en este caso e implicaba numerosas operaciones con fracciones unitarias (fracciones con numerador la unidad), cuyo uso dominaban los egipcios. En cuanto el simbolismo, solamente en algunas ocasiones utilizaban el dibujo de un par de piernas andando en dirección de la escritura o invertidas, para representar la suma y resta, respectivamente.
Los babilonios (el mayor número de documentos corresponde al periodo 600 a. de C. a 300 d. de C.) casi no le prestaron atención a las ecuaciones lineales, quizás por considerarlas demasiado elementales, y trabajaron más los sistemas de ecuaciones lineales y las ecuaciones de segundo grado.

Entre las pocas que aparecen, tenemos la ecuación 5x = 8. En las tablas en base sexagesimal hallaban el recíproco de cinco que era 12/60 y en la tabla de multiplicar por 8, encontramos 8 · 12/60 = 1 36/60

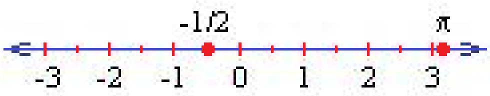
Los matemáticos griegos no tuvieron problemas con las ecuaciones lineales y, exceptuando a Diophante (250 d. de C.), no se dedicaron mucho al álgebra, pues su preocupación era como hemos visto, mayor por la geometría.

Una de las obras más antiguas de la Matemática que se conocen fue elaborada en Egipto, hace unos 3.600 años. Ahí surgió el álgebra, una ciencia que mezcla los números con las letras. Una variante del álgebra son las inecuaciones.

1.2 Fundamentos de las Inecuaciones

1.2.1 La recta Real

Villalba, Barcelona, (2008), Suponemos conocidos los números reales, así como su representación en la recta real. Los números reales se pueden representar mediante expresiones decimales finitos o infinitos.



Si la expresión decimal es finita o periódica infinita, entonces el número real se puede expresar como el cociente de dos números enteros y se dice que el número real es racional. Recíprocamente cualquier número racional (cociente de dos enteros) se puede expresar mediante una expresión decimal finito o infinito periódico. Cuando la expresión decimal tiene infinitas cifras que no se repiten de manera periódica se dice que el número real es irracional.

Los números reales admiten una representación geométrica en una recta. En dicha representación cada número real se representa por un solo punto de la recta y cada punto de la recta representa un solo número real. En consecuencia, hablaremos indistintamente de número o de punto. Por convenio, los números positivos se representan a la derecha del cero y los negativos a la izquierda. Se llama recta real a una recta en la que se han representado los números reales.

1.2.2 Las desigualdades

La igualdad (=) es un concepto matemático en donde se indica que dos expresiones tienen el mismo valor, mientras que en la desigualdad (≠), se expresa que no tienen el mismo valor; cuando esto sucede, puede darse el caso de que una cantidad sea mayor(>) que otra o sea menor(<) que otra.

(Centro para la innovación y el desarrollo de la Educación a Distancia, Madrid) Una **desigualdad** es cualquier expresión en la que se utilice alguno de los siguientes símbolos: **< (menor que), > (mayor que); ≤ (menor o igual que), ≥ (mayor o igual que)**

Por ejemplo:

$2 < 3$ (dos es menor que 3)

$7 > \pi$ (siete es mayor que pi)

$X \leq 5$ (x es menor o igual que 5)

1.2.3 Definición de Inecuación

Alcides, Rodríguez, (2007), Inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas que, se verifica para ciertos valores que toma la variable o incógnita.
GÓMEZ, (2009) afirma: Una inecuación es una expresión matemática la cual se caracteriza por tener los signos de desigualdad; Siendo una expresión algebraica nos da como resultado un conjunto en el cual la variable independiente puede tomar el valor cualesquiera de ese conjunto cumpliendo esta desigualdad; a este conjunto se le conoce como Intervalo. (p90)

En matemáticas, una inecuación es una expresión referida al tamaño u orden relativo de dos objetos. La notación a <> significa que a es menor que b y la notación a > b quiere decir que a es mayor que b. Estas relaciones son conocidas con el nombre de inecuaciones estrictas, contrastando con $a \leq b$ (a es menor o igual a b) y $a \geq b$ (a es mayor o igual que b).

Si el signo comparativo de la inecuación es el mismo para cualquier valor que tomen las variables por las que está definida, entonces se hablará de una inecuación "absoluta" o "incondicional". Si por el contrario, es el mismo sólo para ciertos valores de las variables, pero se invierte o destruye en caso de que éstos se cambien, será una inecuación "condicional". El signo comparativo de una inecuación no se cambia si a ambos miembros se les suma o resta el mismo número, o si se les multiplica o divide por un número positivo; en cambio, se invierte si ambos miembros se multiplican o dividen por un número negativo.

La notación $a >> b$ quiere decir que ha "es mucho mayor que" b. El significado de esto puede variar, refiriéndose a una diferencia entre ambos indefinida. Se usa en ecuaciones en las cuales un valor mucho mayor causará que la resolución de la ecuación arroje a luz un cierto resultado.

Se conoce bajo el nombre de inecuación una expresión de la forma $f(x) < 0$ ó $f(x) > 0$, donde $f(x)$ es un polinomio en x.

Resolver inecuaciones es encontrar el conjunto de soluciones que verifican las desigualdades $f(x) < 0$ o $f(x) > 0$

1.2.4 Solución o raíz de una inecuación

Cuando se obtienen los valores de la variable o incógnita que satisfacen la inecuación, decimos que se ha encontrado el conjunto solución o raíz de una inecuación

1.2.5 Los intervalos

Sánchez (2011) manifiesta:
Se llama intervalo al conjunto de números reales R comprendidos entre otros dos números dados, que se llaman extremos de un intervalo acotado mientras que, si los extremos son un número y el infinito, el intervalo es no acotado. (p137)

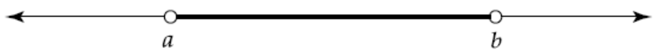
Un intervalo es cerrado cuando el respectivo conjunto de números incluye a los extremos, mientras que, el intervalo es abierto cuando no se incluyen los extremos.

Para representar a los intervalos cerrados se utiliza corchetes normales [a,b] y para los intervalos abiertos giramos 180° a los corchetes]a,b[, vale indicar que, algunos autores emplean para este segundo caso, paréntesis ( ).

1.2.5.1 Intervalos acotados

Sánchez, (2011) manifiesta:
Se detallan las distintas clases de intervalos, en donde a y b representan los números extremos del intervalo cuando son acotados, en caso de no serlo, aparecerá el $+\infty$ o el $-\infty$, que son símbolos del más infinito y del menos infinito. (p 137)

- **El intervalo abierto,** denotado por] a, b [, corresponde al conjunto $\{x \in R/a < x < b\}$ y nos indica que, el intervalo no incluye a los extremos.

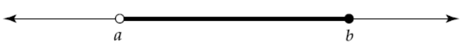


] a, b [

- **El intervalo cerrado,** denotado por [a, b], corresponde al conjunto $\{x \in R/a \leq x \leq b\}$ y nos indica que, el intervalo incluye a los extremos.

[a, b]

- **El intervalo semi abierto por la izquierda,** denotado por] a, b], corresponde al conjunto $\{x \in R/a < x \leq b\}$ y nos indica que, el intervalo no incluye al extremo izquierdo.



]a, b]

- **El intervalo semiabierto por la derecha,** denotado por [a, b[, corresponde al conjunto $\{x \in R/a \leq x < b\}$ y nos indica que, el intervalo no incluye el extremo derecho.

[a,b[

1.2.5.2 Intervalos no acotados

Se detallan las distintas clases de intervalos, en donde a y b representan los números extremos del intervalo cuando son no acotados, en caso de no serlo, aparecerá el $+\infty$ o el $-\infty$, que son símbolos del más infinito y del menos infinito.

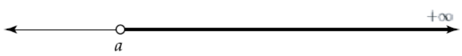
- **El intervalo no acotado abierto,** denotado por] $-\infty$, a [, corresponde al conjunto $\{x \in R/x < a\}$ y nos indica que, el intervalo no incluye al extremo a y los números menores a **a** tienen al $-\infty$**.**

] $-\infty$,a [

- **El intervalo no acotado cerrado por la derecha,** denotado por] $-\infty$,a], corresponde al conjunto $\{x \in R/x \leq a\}$ y nos indica que, el intervalo incluye el extremo **a** y los números menores o iguales que **a** tienden al $-\infty$

$]-\infty, \boldsymbol{a}]$

- **El intervalo no acotado abierto,** denotado por]a,$+\infty$[, corresponde al conjunto $\{x \in R/x > a\}$ y nos indica que, el intervalo no incluye al extremo **a** y los números mayores a **a** tienden al $+\infty$**.**



]a,+∞[

- **El intervalo no acotado cerrado por la izquierda,**denotado por [a, $+\infty$[**,** corresponde al conjunto $\{x \in \mathrm{R}/x \geq a\}$ y nos indica que, el intervalo incluye al extremo **a** y los números mayores o iguales que **a** tienden al $+\infty$.

[a, $+\infty$[

1.2.6 Inecuación de primer grado con una incógnita

Alcides, Rodríguez, (2007), Una **inecuación de primer grado** es una inecuación en la que sus dos miembros son polinomios de grado menor o igual a 1.
Las **soluciones** de una inecuación son todos los números reales que hacen que dicha inecuación se acierta. La inecuación es una desigualdad en la que aparece alguna incógnita en uno o en los dos miembros de una desigualdad.
Son inecuaciones:$2 + 3\mathrm{x} < 5\mathrm{x}2 - 5\mathrm{x} + 3 \geq 0 \quad 3\mathrm{x} - \mathrm{y} > 5\mathrm{y} + 4\mathrm{x} - 14$

Las inecuaciones se clasifican por el grado y las incógnitas que tiene.
Veamos un problema: Encuentra los números que verifican: que el doble menos uno sea mayor que si al número le sumamos 4. Este problema tendría una transcripción algebraica así.

$$2\mathrm{x} - 1 > \mathrm{x} + 4$$

Vemos que hay muchos números que cumplen esta condición.

Los números 9, 11, 90 y 6 vemos que la hacen cierta así como otros muchos números. Sin embargo, los números 3, –4 no la hacen cierta, estos números no cumplen la condición, también hay otros.
Luego nos damos cuenta que la respuesta a una inecuación no es única, existen varias soluciones.

En general una inecuación tiene infinitas soluciones.

Resolvamos la anterior inecuación (Aplicando las propiedades de las desigualdades)

Sumamos 1 a los dos miembros $2x > x + 4 + 1$
Restamos x a los dos miembros $2x - x > 4 + 1$
Reducimos miembros $x > 5$
Por tanto, la solución de esta inecuación es: $x > 5$

Las soluciones de una inecuación son los valores que puede tomar la incógnita tales que al sustituirlos en la inecuación la conviertan en una desigualdad cierta.

1.2.7 Resolución de Inecuaciones Lineales

1.2.7.1 Propiedades de orden de las desigualdades

Sánchez, (2011) testifica:
Si comparamos dos números reales, tenemos las siguientes propiedades:

Propiedad de Tricotomía.- si a y b son números reales, entonces se cumple únicamente una de las afirmaciones: $a < b, a = b \text{ o } a > b$
Propiedad Transitiva.- para a, b y c números reales, si $a < b \text{ y } b < c$, entonces $a < c$.
Propiedad de la Adición.- para a, b y c números reales, si $a < b$ entonces $a + c < b + c$.
Propiedad del Producto.- para a, b y c números reales, se cumple:

- Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c > 0$, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} < \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$
- Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c < 0$, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} > \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$

En esta propiedad debemos observar que, si en una desigualdad, multiplicamos a los dos miembros por un número negativo, entonces la desigualdad cambia de sentido. (p141).

1.2.7.2 Inecuaciones Equivalentes

Se dice que dos inecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto de soluciones**.**

- Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o resta la misma cantidad, se obtiene una inecuación equivalente.

6. Se pueden cancelar o suprimir términos iguales con el mismo signo, cuando estos aparecen en distintos miembros de una inecuación.

   Si $8x + \cancel{3} < 2x + 5 + \cancel{3},$ entonces $8x < 2x + 5$

   Si $x - \cancel{2} < 5 - \cancel{2},$ entonces $x < 5$

7. Se puede pasar un término, de un miembro a otro miembro de la inecuación, peo cambiado de signo

$8x + 3 \leq 2x + 5$	$x - 2 \geq 5 - 2x$
$8x \leq 2x + 5 - 3$	$x \geq 5 - 2x + 2$
$8x \leq 2x + 2$	$x \geq 7 - 2x$

- Si se multiplican o dividen los dos miembros de una inecuación por una misma cantidad, se obtiene una inecuación equivalente con el mismo sentido de la desigualdad, si esa cantidad es positiva, y con el sentido contrario si esa cantidad es negativa.

La propiedad de la multiplicación en una desigualdad, fundamenta las siguientes operaciones en una inecuación.

- Se pueden cancelar factores positivos iguales, cuando estos aparecen en distintos miembros de una inecuación es decir, en todos los términos.

$\cancel{3}x > \cancel{6} - \cancel{9}x$	$\cancel{5}x \leq \cancel{5}$	$\frac{x}{2} \geq \frac{7}{2} - \frac{1}{2}$
$x > 2 - 3x$	$x \leq 1$	$x \geq 7 - 1$

- Se pude trasladar un factor positivo de un miembro a otro, pero como divisor, y viceversa.

$$3x \geq 6x + 9$$

$$x \geq \frac{6x + 9}{3}$$

$$x \geq 2x + 3$$

- Se puede multiplicar a todos los términos de una inecuación por un mismo factor positivo y se mantiene el sentido de la desigualdad.

$$3x - 1 \leq x + 5$$
$$3x \cdot 2 - 1 \cdot 2 \leq x \cdot 2 + 5 \cdot 2$$
$$6x - 2 \leq 2x + 10$$

- Si se multiplica por un factor negativo, se debe cambiar el sentido de la desigualdad.

$$2 - 3x > 4 - x$$
$$2 \cdot (-1) - 3x \cdot (-1) < 4 \cdot (-1) - x \cdot (-1)$$
$$-2 + 3x < -4 + x$$

1.2.7.3 Resolución de Inecuaciones

Para resolver una inecuación, es decir, para hallar el conjunto solución de una inecuación, debemos transformarla en inecuaciones equivalentes, cada vez más sencillas, hasta poder observar con facilidad el conjunto solución.
Para facilidad en el proceso de obtener inecuaciones equivalentes, cada vez más sencillas, se sugiere considerar:

- Eliminamos los denominadores, multiplicando a todos los términos por el m.c.m. de dichos denominadores.
- Realizamos las operaciones indicadas, eliminando todos los signos de agrupación.
- Trasladamos los términos que contienen la variable o incógnita al miembro de la izquierda y los otros términos al miembro de la derecha.
- Reducimos los términos semejantes.
- Despejamos la variable y escribimos la solución.

Resolución de inecuaciones de primer grado con una incógnita

Gómez, (2009) dice:
Una inecuación de primer grado en forma general es de la forma $ax + b > 0$
(p 92)

Distinguiremos para su resolución dos casos.

3) **a≠0.** Sacando factor común a en la inecuación

$ax + b > 0$**,** obtenemos $a\left(x + \frac{b}{a}\right) > 0$; distinguiremos:

iii) a > 0 → que para que se satisfaga la expresión $a\left(x + \frac{b}{a}\right) > 0$, es necesario que $x + \frac{b}{a} > 0$, o sea, se verifica que todo valor de x que verifique que $x > -\frac{b}{a}$.

iv) $\mathbf{a < 0} \rightarrow \mathbf{x} + \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}} < \mathbf{0}, \mathbf{x} < -\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}$. La inecuación se verifica para todo valor de x que verifique $\mathbf{x} < -\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}$

4) **a = 0.** La inecuación se convierte en la $0.x + b > 0 \rightarrow b > 0$, que se verifica para todo x, cuando b > 0.

La inecuación es incompatible cuando b > 0.

Ejemplos:

1° Resolver la inecuación $5x + 1 > 3; 5x + 1 - 3 > 3 - 3 \rightarrow 5x - 2 > 0; 5x - 2 + 2 \rightarrow 5x > 2; x > \frac{2}{5}$

La inecuación es verifica para todo x, tal que $x > \frac{2}{5}$

2° $\frac{x+4}{6} - 1 < \frac{2x-1}{3}$ Operando, vamos obteniendo sucesivamente:

$\frac{6(x+4)}{6} - 6 < \frac{6(2x-1)}{3} \rightarrow\ x + 4 - 6 < 4x - 2 \rightarrow x + 4 - 6 - 4x < 4x - 2 - 4x \rightarrow$ $x + 4 - 6 - 4x < -2 \rightarrow -3x - 2 < -2 \rightarrow -3x - 2 + 2 < -2 + 2 \rightarrow -3x < 0$

Cambiando de signo $3x > 0; x > \frac{0}{3}, x > 0$

Y afirmamos que la inecuación anterior se verifica $\forall x > 0$

1.2.8 Inecuaciones Lineales con valor absoluto

De La Rosa, (2013) afirma:

Si queremos evaluar la función valor absoluto, debemos identificar el tramo al que pertenece el valor de x. El valor absoluto es igual $a - x \text{ para } x < 0$. (p135)

1.2.8.1 El valor absoluto

La definición de valor absoluto podemos concluir que éste siempre resultará positivo o cero. Cuando un número es positivo o cero, su valor absoluto es el mismo número y si es negativo, el valor absoluto es el negativo de ese número, es decir, un número positivo.

Sánchez, (2011) Explica:

El valor absoluto de un número real **x** que se representa o denota $|x|$, se define así:

$$|x| = \begin{Bmatrix} x \text{ si } x \geq o \\ -x \text{ si } x \leq o \end{Bmatrix}$$

Esta definición funcional ¨por partes¨ acarea dificultades para su aplicación en la resolución de inecuaciones con valor absoluto. Para su fácil comprensión, debemos considerar dos partes en la definición: La primera parte, considera $|x| = x$ cuando **x** toma valores mayores o igual a cero; mientras que, la segunda parte considera $|x| = -x$ cuando **x** toma valores menores a cero es decir, **x** toma valores negativos. (p147)

EJEMPLO:

$$|x+3| = \begin{Bmatrix} x+3 \;\; \text{si } x+3 \geq 0 \\ -(x+3) \;\; \text{si } x+3 < 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x+3 \;\; \text{si } x \geq \; -3 \\ -x-3 \;\; \text{si } x < \; -3 \end{Bmatrix}$$

1.2.8.2 Propiedades del valor absoluto en las desigualdades

Sánchez, (2011) dice:

Para resolver inecuaciones con valor absoluto, es conveniente emplear las propiedades del valor absoluto en las desigualdades. Antes de escribir dichas propiedades, es necesario remitirnos a la definición y justificar su aplicación. (p147)

Por ejemplo, $|x| < 4$ significa que **x** debe estar dentro de un intervalo de -4 hasta +4 en la recta numérica es decir, debe cumplirse que: $-4 < x < 4$

1.2.8.3 Inecuaciones con valor absoluto

De La Rosa, (2013) Para resolver inecuaciones con valor absoluto utilizamos las propiedades. (p139)

1.2.8.3.1 Propiedades

Sánchez, (2011) afirma las siguientes propiedades:

Propiedad 1. – Para todo a $a \in R^{+}$, se cumple que: $|x| < a \leftrightarrow -a < x < a$

Propiedad 2.- Para todo a $a \in R^{+}$, se cumple que: $|x| > a \leftrightarrow x > a \vee x < -a$

Las propiedades básicas para resolver inecuaciones < o > con valor absoluto, se cumple también para ≤ o ≥. (p148)

De La Rosa, (2013) afirma:

$|x| \geq 0$ No negativo

$|x| = 0 \equiv x = 0$ El valor absoluto es 0 si y sólo si su argumento es 0

$|x| = |-x|$ Paridad par

$|xy| = |x||y|$

$\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$

$|x + y| = |-x - y|$

$|x + y| \leq |x| + |y|$ Desigualdad Triangular

$|x| \leq a \equiv x \leq a \wedge x \geq -a$

$|x| \geq a \equiv x \leq -a \vee x \geq a$ (p135)

Ejemplo:

Determinar la solución de la inecuación $|x - 2| \leq 4$

Solución: Aplicando la propiedad tenemos:

$$|x - 2| \leq 4$$

$x - 2 \leq 4 \wedge x - 2 \geq -4$ Usamos una propiedad

$x \leq 6 \wedge x \geq -2$ Despejamos x en cada de cada inecuación

La solución es la intersección de los intervalos $(-\infty, 6]$ y $[-2, +\infty)$

El conjunto solución se expresa así: S = [-2,6]. También podemos obtener la respuesta del gráfico de f(x). A continuación vemos que en el intervalo en que

$$y \leq 4, X\epsilon[-2,6]$$

1.2.9 Inecuaciones Polinómicas

Fernández, (2010) Una in ecuación polinómica es una inecuación de la forma:

$$\text{an } x \text{ n} + \text{an} - 1\text{xn} - 1 + \cdots + \text{a1 x a0 } < 0$$

O cualquier expresión de la forma anterior que, en lugar del símbolo < incluya cualquier otro símbolo de desigualdad: >, ≤ o ≥.

Para resolver inecuaciones polinómicas usamos el hecho que un polinomio puede cambiar de signo solo en los puntos donde es igual a cero. (O sea los valores de x que hacen que el polinomio sea igual a cero). Entre dos ceros consecutivos, un polinomio es solo positivo o solo negativo. Esto significa que si trazamos estos valores en la recta real, estos puntos dividirán la recta real en intervalos en los cuales el polinomio no tiene cambios de signo. Estos valores son conocidos como números críticos de la inecuación, y los intervalos que se obtienen se llaman intervalos de prueba.

1.2.9.1 Método para resolver Inecuaciones Polinómicas

Fernández, (2010) Para resolver una inecuación polinómica, seguiremos los siguientes pasos:

6. Escribir la inecuación en la forma general, es decir, realizar las operaciones necesarias para todo la expresión polinómica quede a un lado de la inecuación y cero en el otro lado.
7. Factorizar el polinomio. Si no se puede factorizar, encontrar los puntos donde el polinomio es igual a cero.

8. Hallar los intervalos de prueba. Esto se logra determinado los valores en que cada factor es cero, estos puntos determinarán los límites de los intervalos en la recta numérica.
9. Seleccionar un punto de prueba en cada intervalo para determinar el signo en cada intervalo.
10. La solución la conforman todos los intervalos que hacen que la desigualdad sea cierta. La solución se puede expresar de distintas formas:

    - Como intervalo
    - Como conjunto
    - Gráficamente

Ejemplo:

Resolver la siguiente inecuación $\mathbf{x.5 + 2x4 \ < 3x3}$

Solución:

Paso 1: Escribir la inecuación en la forma general, es decir, realizar las operaciones necesarias para que todo la expresión polinómica quede a un lado de la inecuación y cero en el otro lado.

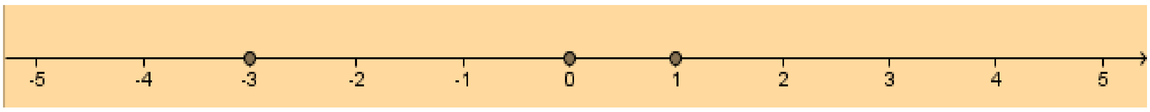
$$x.5 + 2x4 - 3x3 < 3x3 - 3x3x5 + 2x4 - 3x3 < 0$$

Paso 2: Factorizar el polinomio. Si no se puede factorizar, encontrar los puntos donde el polinomio es igual a cero.

$$x.5 + 2x4 - 3x2 = x.3(x2 + 2x - 3) = x.3(x + 3)(x - 1)$$

Paso 3: Hallar los intervalos de prueba, igualando cada factor a cero, estos puntos determinarán los límites de los intervalos en la recta numérica.

$x.3 = 0x = 0$ $\qquad$ $x + 3 = 0x = -3$ $\qquad$ $x - 1 = 0x = 1$



Paso 4: Seleccionar un punto de prueba en cada intervalo para determinar el signo de cada uno de ellos. Para facilitar el cálculo, podemos usar la forma

factorizada del polinomio.

Intervalo	Punto de Prueba	Polinomio evaluado en el punto de prueba.
$(-\infty, -3)$	$\mathrm{x} = -4$	$(-4)\ (3)(-4+3)(-4-1) = (-64)(-1)(-5)$ $= -320$
(- 3 , 0)	*x* = -1	(- 1) 3 (- 1 + 3) (- 1 - 1) = (- 1) (2) (- 2) = 4
(0 , 1)	*x* = 0.5	(0.5) 3 (0.5 + 3) (0.5 - 1) = 0.125 (3.5) (- 0.5) = - 0.21875
(1 , ∞)	*x* = 2	(2) 3 (2 + 3) (2 - 1) = (8) (5) (1) = 40

Paso 5: Determinar los intervalos que forman parte de la solución. La solución la conforman todos los intervalos que hacen que la desigualdad sea cierta. En la tabla anterior, vemos que los intervalos de la primera y tercera fila cumplen con ser < 0.

La solución se puede expresar de distintas formas:

- Expresando la solución como conjunto:

x x < -3 ó 0 < x < 1

- Expresando la solución como intervalo

(- ∞ , - 3] ∪ [0 , 1)

- Gráficamente

1.2.10 Inecuaciones Racionales

Son inecuaciones racionales, aquellas en las que tanto el numerador como el denominador son inecuaciones polinómicas cuadráticas o polinómicas de grado mayor a Estos tipos de problemas pueden ser resueltos usando el método analítico o el método gráfico.

Se resuelven de un modo similar a las de segundo grado, pero hay que tener presente que el denominador no puede ser cero.

1º Hallar las raíces del numerador y del denominador.

2º Representar estos valores en la recta real, teniendo en cuenta que las raíces del denominador, independientemente del signo de la desigualdad, tienen que ser abiertas.

3º Tomar un punto de cada intervalo y evaluamos el signo en cada intervalo:

4º La solución está compuesta por los intervalos (o el intervalo) que tengan el mismo signo que la fracción polinómica.

Ejemplo 1:

1) Dada la siguiente inecuación $\frac{x^2+3x-10}{x^2+x-2}<0$ halle el conjunto solución y grafique.

Factorizando los polinomios dados:

2. $x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$,
3. $x^2+x-2=(x+2)(x-1)$

Las raíces que anulan el numerador son $x=-5$ y $x=2$, y las que anulan el denominador son $x=-2$ y $x=1$, las cuales se ubican sobre la recta real. Se le asignan valores arbitrarios a *x* en cada intervalo, y se determinan los signos de la desigualdad.

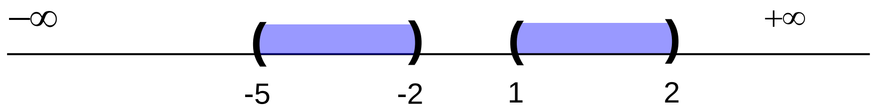
-5 -2 1 2

	$(-\infty,-5)$	$(-5,-2)$	$(-2,1)$	$(1,2)$	$(2,+\infty)$
$(x+5)$	$-$	$+$	$+$	$+$	$+$
$(x+2)$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$
$(x-1)$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
$(x-2)$	$-$	$-$	$-$	$-$	$+$
$\frac{(x+5)(x-2)}{(x+2)(x-1)}$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$

Se observa en el cuadro anterior que la desigualdad se cumple para aquellos intervalos donde el cociente es negativo, debido a que la inecuación original < 0 (es negativa) por lo tanto la solución viene dada por:

$$S_G = (-5,-2) \cup (1,2)$$

Gráficamente:



1.2.15 Problemas con el planteo de Inecuaciones Lineales

1.2.15.1 Planteo de Inecuaciones

Sánchez, (2011) afirma:

Existen algunos problemas que pueden resolverse mediante el planteamiento y la posterior resolución de inecuaciones. Para esto, es conveniente considerar las siguientes sugerencias:

f. El algoritmo de resolución es muy parecido al utilizado en la resolución de problemas con el planteo de ecuaciones.

g. Las expresiones de la forma: al menos, por lo menos, como mínimo, cantidad mínima, mayor o igual a, se interpreta con la relación ≥.

h. Las expresiones de la forma: a lo mucho, cuánto más, como máximo, cantidad máxima, menor o igual a, se interpretan con la relación ≤.

i. Para el planteo de las inecuaciones, se relaciona la variable con los datos del problema y se colocan los respectivos símbolos ≥ o ≤. (p150)

Ejemplos:

El sueldo básico mensual de un vendedor de libros es 240 dólares más 8 dólares por cada libro vendido ¿Cuántos libros debe vender al mes para ganar un sueldo de por lo menos 440 dólares?

- Primero, representar con **x** a la incógnita o variable, en este caso, se refiere al número de libros que se debe vender.

  x = número de libros

- Luego, relacionar los datos con la variable. En este ejemplo, considerar que el sueldo es 240 dólares y que por cada libro que vende se obtiene 8 dólares, entonces el sueldo total será: 240 + 8 =x sueldo total.
- Para formular la inecuación, tomar en cuenta la condición de que, el sueldo total debe ser "por lo menos" de 440 dólares. Por lo que, utilizamos el símbolo de "mayor o igual".

  Sueldo total mayor o igual que 440: 240+8 ≥ 440

- Resolver la inecuación formulada o planteada en el paso anterior.

$$240 + 8x \ \geq 440$$

$$28x \ \geq 440 - 240$$

$$8x \ \geq 200$$

$$x \ \geq 25$$

Es decir que, el número de libros debe ser mayor o igual a 25, lo cual se interpreta diciendo que, la variable **x** pertenece al intervalo semi cerrado desde 25 hasta el infinito.

$$x \in [25, \infty)$$

- Para la verificación, primero reemplazamos el límite inferior del intervalo, x=25, en la inecuación original:

$$240 + 8x \ \geq 440$$

$$240 + 8(25) \ \geq 440$$

$$440 \ \geq 440 \ L.q.q.v.$$

Incluso, para mayor seguridad en la verificación, se puede reemplazar otro valor del intervalo, por ejemplo x=40 el cual debe verificar también la inecuación.

$$240 + 8x \ \geq 440$$

$$240 + 8(40) \geq 440$$

$$560 \geq 440\ L.q.q.v.$$

Finalmente, escribimos la solución, en base a la interrogante planteada en el problema.

Solución: El número de libros que se debe vender, para obtener un sueldo mensual total por lo "menos" de 440 dólares, es mayor o igual que 25.

1.2.16 Inecuaciones cuadráticas

De La Rosa, (2013) afirma:

Para resolver una inecuación cuadrática la expresamos en la forma: $(\mathrm{dx}+\mathrm{e})(\mathrm{fx}+\mathrm{g})>0$

La solución corresponde al o los intervalos en los cuales el producto entre $\mathrm{dx}+\mathrm{e}$ y $\mathrm{fx}+\mathrm{g}$ es mayor que cero, lo cual ocurre cuando los factores tienen el mismo signo.

Si la inecuación tiene la forma $(\mathrm{dx}+\mathrm{e})(\mathrm{fx}+\mathrm{g})<0$, su solución se encuentra en el o los intervalos en los cuales el producto es menor que cero, lo cual ocurre cuando los factores tienen signos distintos. Si en lugar de los símbolos < 0 > aparecen los símbolos ≥ 0 ≤ se incluyen en la solución los valores para los cuales $(\mathrm{dx}+\mathrm{e})$ y $(\mathrm{fx}+\mathrm{g})$ son iguales a cero. (p144)

Ejercicio:

Determinar la solución de la inecuación $x^2+2x-3>0$

Solución: Empezar Factorizando la expresión: $x^2+2x-3>0$

$$(x+3)(x-1)>0$$

Ahora representar cada factor en una recta numérica.

Los factores tienen signos iguales en $(-\infty,-3)$ y $(1,+\infty)$ La solución es $S=(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$.

1.2.16.1 Inecuación cuadrática con valor absoluto

Podemos resolver inecuaciones cuadráticas que incluyan valor absoluto. Para ello se debe recordar las propiedades del valor absoluto vistas anteriormente.

Ejemplo:

Determinar la solución de la inecuación $|x^2 - 1| \geq 3$

Solución: Aplicar una de las propiedades mencionadas anteriormente. Debemos formar dos inecuaciones a parir de la original:

$$x^2 - 1 \leq -3 \vee x^2 - 1 \geq 3$$

La primera inecuación puede ser expresada así: $x^2 + 2 \leq 0$. La solución de la inecuación es el conjunto vacío ¿Por qué?

La segunda inecuación puede ser expresada así: $(x + 2)(x - 2) \geq 0$. Su solución es: $(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$

Debe realizar la unión entre las soluciones de las inecuaciones anteriores. Es decir, la unión entre $(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$ y el conjunto Φ. El conjunto solución es por tanto: $S = (-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$

1.2.15.2. Resolución de inecuaciones de Cuadráticas

Casteleiro, (2008), Las inecuaciones de segundo grado también pueden ser resueltas de la misma forma que se resuelve las inecuaciones de primer grado. La diferencia fundamental estriba en el gráfico, que en esta ocasión tiene varias zonas válidas. (P295)

Veamos un ejemplo:

Hallar el valor de x en la siguiente inecuación:

$$4x^2 + x + 4 > 3x^2 + 3x + 7$$

Restando en ambas partes de la inecuación la cantidad $(3x^2 + 3x + 7)$, quedará:

$$4x^2 + x + 4 - (3x^2 + 3x + 7) > 3x^2 + 3x + 7 - (3x^2 + 3x + 7)$$

Simplificando se obtendrá:

$$4x^2 + x + 4 - 3x^2 - 3x - 7 > 0$$

de donde:

$$x^2 - 2x - 3 > 0$$

1.2.17 Inecuaciones de tercer grado

Pozo, Díaz, Fernández, Segovia, (2007), Si obtiene uno o dos factores se procede como en los casos anteriores. **(**P206).

En el caso en que obtiene tres factores.

	$-\infty$ — x_1	x_1 — x_2	x_2 — x_3	x_3 — $+\infty$
$x - x_1$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x - x_2$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x - x_3$	$-$	$-$	$-$	$+$
$a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$	$-$	$+$	$-$	$+$

(Suponiendo que a es positiva, si fuera negativa cambiarían todos los resultados finales).

1.2.18 Sistema de inecuaciones

Santillana, (2014), Un sistema de inecuaciones es un conjunto de inecuaciones del que se quiere calcular la solución común.

Para hallar la solución de un sistema de inecuaciones, se resuelve por separado cada una de las inecuaciones y luego se eligen las soluciones comunes.

EJEMPLO:

Calcular la solución de este sistema de inecuaciones

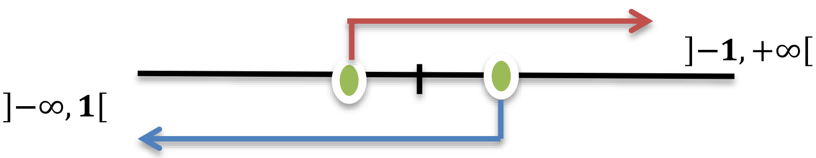
$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{x+2>1} \\ \boldsymbol{3x-2<1} \end{array}\right\}$$

Primero: Se aplican las propiedades de las inecuaciones hasta obtener una expresión algebraica en un miembro, y cero en el otro.

$x+\mathbf{2}>\mathbf{1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x}>-\mathbf{1} \qquad \rightarrow \ \boldsymbol{Solución}:]-\mathbf{1},+\infty[$

$\mathbf{3}\boldsymbol{x}-\mathbf{2}<\mathbf{1} \quad \rightarrow \quad \mathbf{3}\boldsymbol{x}<\mathbf{3} \quad \rightarrow \boldsymbol{x}<\mathbf{1} \ \rightarrow \ \boldsymbol{Solución}: \ ]-\infty,\mathbf{1}[$

Segundo: Se elige el intervalo que cumple las dos inecuaciones.



SOLUCIÓN: $]-\mathbf{1},\mathbf{1}[$

1.2.18.1 Sistema de inecuaciones Lineales

- **Solución de una inecuación Lineal**

De La Rosa,(2013) Si tenemos una inecuación lineal, la región que se sombrea es la que corresponde a la solución. La solución de la inecuación $y \geq mx+b$ está formada por los puntos de la recta y los que están arriba de ella. Mientras que para la inecuación $y \leq mx+b$ la solución está formada por los puntos de la recta y los que están debajo de ella. Debemos mencionar que para inecuaciones del tipo $y<mx+b$ y $y>mx+b$ no se incluye la recta $y=mx+b$ en la solución. Se entiende cuando la recta esta graficada con líneas discontinuas, no pertenece a la solución. (p69)

- **Solución de un sistema de inecuaciones lineales**

El conjunto solución de un sistema de inecuaciones lineales es la intersección de las soluciones de todas las inecuaciones. Esto es válido para un sistema con cualquier número de inecuaciones.

1.2.18.2 Sistema de inecuaciones cuadráticas

- ✓ **Solución de una inecuación cuadrática de dos variables**

El conjunto solución de un sistema de inecuaciones cuadráticas es la intersección de las soluciones de todas las inecuaciones.

<u>Ejemplo:</u>

Determinar el conjunto solución del siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} y \leq x^2 + 2x \\ y \leq x + 2 \end{cases}$$

Solución: La solución de la primera inecuación es la región que está bajo la parábola f(x) ≤ $x^2 + 2x$. La solución de la segunda inecuación es la región que está bajo la recta f(x) ≤ $x + 2$.

El conjunto intersección de las regiones anteriores y solución del sistema de inecuaciones.

- ✓ **Solución de un sistema de inecuaciones cuadráticas**

Ahora un ejemplo de un sistema con dos inecuaciones cuadráticas

$$\begin{cases} y \leq \frac{x^2}{2} + x + \frac{3}{2} \\ y - x^2 + 4x - 3 > 0 \end{cases}$$

Solución: Para la segunda inecuación empezamos despejando la variable y. a continuación se muestra de forma independiente la solución de cada inecuación.

2 DIAGNÓSTICO DEL APRENDIZAJE DE INECUACIONES

A continuación se detallan criterios e indicadores que permitirán desarrollar un diagnóstico del aprendizaje de las Inecuaciones.

2.1 Aprendizaje del panorama Histórico de las Inecuaciones

Los siguientes indicadores, se plantean para diagnosticar el aprendizaje de los contenidos y acciones previas a abordar el tema de inecuaciones, perteneciente al primer bloque de números y funciones de la materia de matemáticas:

- Examine la Historia de las Inecuaciones
- Resuma la historia de las Inecuaciones
- Adjunte la historia de las Inecuaciones

2.2 Aprendizaje del concepto de Inecuaciones

Para determinar el aprendizaje del concepto de inecuaciones, se formula los siguientes indicadores:

- Nombre el concepto de Inecuaciones
- Resuma el concepto de Inecuaciones

2.3 Aprendizaje de símbolos de Inecuaciones

Con este criterio se formulan los siguientes indicadores para diagnosticar el aprendizaje de símbolos de inecuaciones, del primer bloque de números y funciones de la asignatura de matemáticas:

- Identifique los símbolos de Inecuaciones
- Interprete que símbolos tiene una Inecuación

- Utilice los símbolos de Inecuaciones en problemas de la vida cotidiana

2.4 Aprendizaje para la resolución de ejercicios de Inecuaciones

Para el diagnóstico del aprendizaje de la resolución de ejercicios de inecuaciones, se enuncia los siguientes indicadores:

- Nombrar los pasos para la resolución de ejercicios de Inecuaciones

- Examine cómo resolvemos ejercicios de Inecuaciones

2.5 Aprendizaje de Inecuaciones

Los indicadores expresados a continuación, ayudará para el diagnóstico del aprendizaje de inecuaciones.

- De a conocer como es el aprendizaje de Inecuaciones

- Comprende el aprendizaje de Inecuaciones

2.6 Aprendizaje de Inecuaciones con material didáctico auto construible (inecuacionómetro)

A continuación, se expone los indicadores que servirá para diagnosticar el aprendizaje de Inecuaciones con material didáctico auto construible (Inecuacionómetro):

- Utilice el material auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de Inecuaciones
- Examine el aprendizaje de Inecuaciones con el material auto construible (Inecuacionómetro)
- Explique el aprendizaje de Inecuaciones con el material auto construible (Inecuacionómetro)

3. EL USO DEL MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES.

3.1 Material didáctico auto construible

3.1.1 Definición del material didáctico auto construible

Cabero, España, (2001). Los materiales didácticos auto construible, pueden ser cualquier tipo de dispositivo diseñado y elaborado con la intención de facilitar un proceso de enseñanza y aprendizaje

3.1.2 La selección de materiales didácticos auto construible

Careaga, México, (1999), Para que un material didáctico resulte efectivo y propicie una situación de aprendizaje exitosa, no basta con que se trate de un "buen material", ni tampoco es necesario que sea un material de última tecnología, debemos tener en cuenta su calidad objetiva e en qué medida sus características específicas (contenidos, actividades,….) están en consonancia con determinados aspectos curriculares de nuestro contexto educativo:

- Los objetivos educativos que se pretenden lograr.
- Los contenidos que se van a tratar utilizando el material
- Las características de los estudiantes.
- Las características del contexto (físico, curricular...) en el que desarrollamos nuestra docencia y donde pensamos emplear el material didáctico que estamos seleccionando...
- Las estrategias didácticas que podemos diseñar considerando la utilización del material.

La selección de los materiales a utilizar con los estudiantes siempre se realizará contextualizada en el marco del diseño de una intervención educativa concreta, considerando todos estos aspectos y teniendo en cuenta los elementos curriculares particulares que inciden. La cuidadosa revisión de las posibles formas de utilización del material permitirá diseñar actividades de aprendizaje y metodologías didácticas eficientes que aseguren la eficacia en el logro de los aprendizajes previstos.

3.1.3 Características del material didáctico auto construible

Darwin, Chile, (2012)

- Ser adecuado al tema de la clase.
- Ser de fácil aprehensión y manejo.
- Estar en perfectas condiciones de funcionamiento.
- Motivar el aprendizaje; ser portadores de contenidos y estructurar de forma lógica el proceso de aprendizaje, considerando el lenguaje o código en el cual se presenta (escrito, audiovisual, icónico, multimedia).
- Especificar estrategias con las que se van a abordar los conocimientos declarativos, procedimentales y actitudinales.
- Cuando se trate de materiales que impliquen el manejo de TIC, deberán promover la interacción e interactividad entre el estudiante y el docente.
- La interacción se refiere al proceso de comunicación entre los actores del proceso educativo y, la interactividad se refiere a la vinculación del estudiante con el contenido.

3.1.4 Funcionamiento

Trejo, Rivero, México, (2005)

- La función principal del material didáctico auto construible es la de servir de mediador para el enseñar y/o aprender contenidos académicos por parte del estudiante.
- Proporcionar información.
- Guiar los aprendizajes.
- Ejercitar habilidades.
- Motivar.
- Evaluar.
- Comentar

3.1.5 Ventajas y desventajas

Ossanna, España, (1990)

- Los materiales didácticos auto construibles promueven el aprendizaje significativo, la reflexión crítica de lo que se lee o la aplicación de lo aprendido en contextos reales y de relevancia para el sujeto que enseña y aprende.
- Promueven la enseñanza activa, haciendo del acto didáctico un proceso dinámico.
- Incentivan al aprendizaje en la medida que acercan a los alumnos a la realidad.
- Fortalecen la eficacia del aprendizaje en cuando combinan una gama de estímulos en los mensajes que recibe los alumnos.
- Permiten profundizar la comunicación entre el profesor y los alumnos a partir de las variadas actividades que proponen.
- Exhibir el material educativo sin explorarlo, creyendo que con solo hecho de mirarlo ya está resuelto el aprendizaje.
- Presentar gran cantidad de material de manera conjunta o sucesiva, produciendo en los alumnos cansancio y saturación.
- No considerar la conveniencia y oportunidad del uso del material didáctico, debido a la falta de una planificación curricular.

3.2 Modelo Inecuacionómetro (Un material didáctico auto construible)

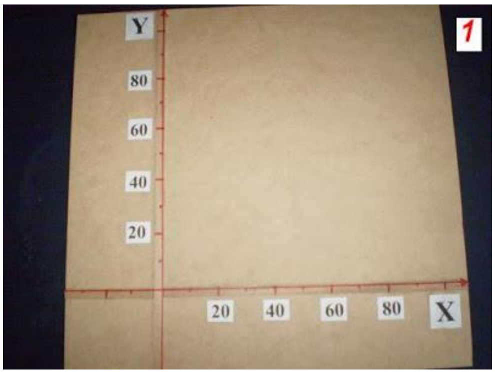
3.2.1 Introducción

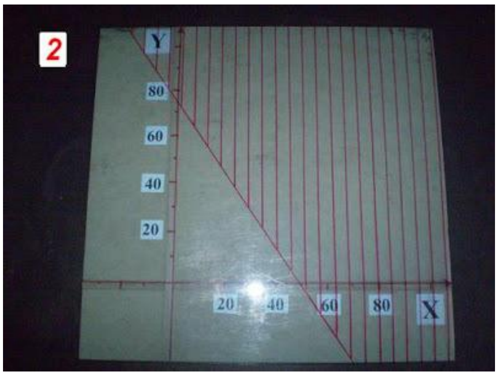
En este trabajo se presenta un modelo didáctico (MD) para crear material educativo, de inecuaciones, como fase inicial de la elaboración de objetos de aprendizaje (OA); el cual está basado en el concepto de aprendizaje significativo que deriva de la teoría cognoscitiva-constructivista (Ausubel P., 1985), que al ser enriquecido por la experiencia del docente dentro del aula, aporta estrategias que facilitan al alumno la adquisición de conocimientos referentes a las inecuaciones.

3.2.2 Materiales

Montoya, Chile, (2008)

- Un trozo de madera masisa, de esos de desechos que venden a bajo costo en las tiendas de materiales de construcción. De unos 40 cm x 40 com.
- Palitos para construir maquetas, de esos que usan los estudiantes de arquitectura o diseño. Son mejores unos tableado, bien delgados.
- Radiografías viejas.
- Pegamento (Agorex) usado de la manera más económica.





3.2.3 Uso del material

- Luego de construir el material, su docente le indicara como se debe utilizar el material.
- Cuando se presenta una inecuación, después de resolverla se puede graficarla en el Inecuacionómetro, para representar los intervalos.

4. APLICACIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO AUTO CONSTRUIBLE (INECUACIONÓMETRO) PARA EL APRENDIZAJE DE INECUACIONES MEDIANTE LA MODALIDAD DE TALLER

Definiciones de taller:

- Macerasteis (1999) considera que un taller consiste en la reunión de un grupo de personas que desarrollan funciones o papeles comunes o similares, para estudiar y analizar problemas y producir soluciones de conjunto.

- Coriat indica además que, en enseñanza, un taller es una metodología de trabajo en la que se integran la teoría y la práctica. Se caracteriza por la investigación, el descubrimiento científico y el trabajo en equipo que, en su aspecto externo, se distingue por el acopio (en forma sistematizada) de material especializado acorde con el tema tratado teniendo como fin la elaboración de un producto tangible. Un taller es también una sesión de entrenamiento o guía de varios días de duración. Se enfatiza en la solución de problemas, capacitación, y requiere la participación de los asistentes. A menudo, un simposio, lectura o reunión se convierte en un taller si son acompañados de una demostración práctica.

- Es un espacio de construcción colectiva que combina teoría y práctica alrededor de un tema, aprovechando la experiencia de los participantes y sus necesidades de capacitación. (Carmen Candelo R., Gracia Ana Ortiz R., Barbara Unger, Hacer Talleres: Guía para capacitadores, 2003, Cali – Colombia, p. 33)

A continuación se detallan los diferentes talleres que se van a realizar:

TALLER 1

Tema: Utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes.

a. Prueba de conocimientos, actitudes y valores

La prueba de conocimientos, actitudes y valores se la realizará mediante la aplicación de un TEST, relacionado a inecuaciones.

b. Datos informativos

<table>
<tr><td>Facilitador:</td><td rowspan="3">Tema:
Utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes.</td></tr>
<tr><td>Estudiantes: 28</td></tr>
<tr><td>Docentes: 1</td></tr>
<tr><td>Fecha:</td><td>Tiempo de duración:
40 minutos</td></tr>
</table>

c. Objetivos

- Dominio teórico de Desigualdades e Inecuaciones.
- Reconocer cuales es el material auto construible (Inecuacionómetro) a utilizar para enseñar inecuaciones.
- Relacionar la importancia y valor de la participación social, a través del diálogo, considerando los niveles de participación de cada uno de los estudiantes, así como entendiendo los procesos participativos para la toma de decisiones a los que se enfrentan los alumnos, desde sus entornos locales, nacionales e internacionales que son parte de su ámbito social en el que se desenvuelven.

- **Recursos**

  - ✓ Proyector (infocus)
  - ✓ Computador portátil
  - ✓ Hojas impresas
  - ✓ Material auto construible (Inecuacionómetro)
  - ✓ Marcadores,
  - ✓ Lápiz,
  - ✓ Pizarra.

- **Programación**

  - Introducción al Taller Educativo: Utilización de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes.
  - Se aplicará un test previo al desarrollo del Taller Educativo.
  - Para que los participantes tengan una idea clara del Tema a tratarse se hará una revisión del contenido al que se refiere a Inecuaciones Equivalentes.

- El facilitador presentará a su auditorio una presentación en PowerPoint donde a través de varios recursos multimedia se explicará Las Inecuaciones Equivalentes.
- Se realizará una explicación y un análisis comentado de la temática que permitirá entenderlo de mejor manera.
- Además se apoyaran en los recursos listados anteriormente, incluido el libro guía que poseen los estudiantes.
- Los estudiantes comentaran opiniones acerca del trabajo realizado en la clase.
- Se aplicará el test luego del desarrollo del taller para la obtención de resultados sobre la efectividad del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro)

f. Resultados de aprendizaje

Los resultados de aprendizaje se obtendrán mediante la aplicación del TEST que permitirá evaluar los conocimientos pre y post aplicación del taller educativo.

g. Conclusiones

La utilización de recursos didácticos facilita el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes

h. Recomendaciones

- Ser claro al momento de dar las debidas explicaciones para que no exista ninguna duda.
- Utilizar de una manera correcta el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro)

i. Bibliografía

- Morricone, Grupo SM, 2008,
- www. Wikipedia. Com

TALLER 2

Tema: Utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones.

a. Prueba de conocimientos, actitudes y valores

La prueba de conocimientos, actitudes y valores se la realizará mediante la aplicación de un TEST, con relación a la elaboración de material didáctico auto construible (inecuacionómetro) para el aprendizaje del sistema de inecuaciones.

b. Datos informativos

Facilitador:	**Tema:** Utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones.
Estudiantes: 28	
Docentes: 1	
Fecha:	**Tiempo de duración:** 40 minutos

c. Objetivos

j. Dominio teórico de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje del sistema de inecuaciones.
k. Reconocer el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje del sistema de inecuaciones.

d. Recursos

- Una computadora portátil,
- Un proyector o infocus,
- material didáctico auto construible (Inecuacionómetro),
- Marcadores,
- Papel,

- Lápiz,
- Pizarra.

e. Programación

- Introducción al Taller Educativo: Utilización de material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones.
- Se aplicará un test previo al desarrollo del Taller Educativo.
- Para que los participantes tengan una idea clara del Tema a tratarse se hará una revisión del contenido a lo que es material didáctico para el aprendizaje del sistema de inecuaciones.
- El facilitador presentará a su auditorio una presentación en PowerPoint donde a través de varios recursos multimedia se explicará la elaboración de material didáctico para el aprendizaje del sistema de inecuaciones.
- Se realizará una explicación y un análisis comentado de la temática que permitirá entenderlo de mejor manera.
- Además se apoyaran en los recursos listados anteriormente, incluido el libro guía que poseen los estudiantes.
- Los estudiantes comentaran opiniones acerca del trabajo realizado en la clase.
- Se aplicará el test luego del desarrollo del taller para la obtención de resultados sobre la efectividad de la herramienta.

f. Resultados de aprendizaje (prueba de conocimientos, actitudes y valores)

Los resultados de aprendizaje se obtendrán mediante la aplicación del TEST que permitirá evaluar los conocimientos pre y post aplicación del taller educativo.

g. Conclusiones

La elaboración del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) facilita el aprendizaje del sistema de inecuaciones.

h. Recomendaciones

- Ser claro al momento de dar las debidas explicaciones para que no exista ninguna duda.
- Utilizar de una manera correcta el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para que no exista confusión en los discentes.

i. Bibliografía Del Taller.

- Morricone, Grupo SM, (2008)
- www. Wikipedia. Com
- http://www.vitutor.com/ecuaciones/ine/ine02_Contenidos_e.html

f. METODOLOGÍA

Para el desarrollo de la investigación se utilizó la siguiente metodología:

❖ Determinación del diseño de investigación

La investigación respondió a un diseño de tipo descriptivo, porque, se realizó un diagnóstico del aprendizaje de inecuaciones para determinar, dificultades, carencias o necesidades.

Adicionalmente con esta información se planteó un diseño cuasi experimental por cuanto intencionadamente se potenció el aprendizaje de inecuaciones en base al material didáctico auto construible (inecuacionómetro) como metodología didáctica a través de las modalidades de talleres, perfectamente bien determinados en el Primer Año de B.G.U. paralelo B en un tiempo y espacio determinado, observando sus bondades.

❖ Procesos metodológicos

Se teorizó el objeto de estudio del aprendizaje de las inecuaciones de la siguiente manera:

a) Elaboración de un mapa mental con respecto a las temáticas para el aprendizaje de inecuaciones.
b) Elaboración de un esquema de trabajo para el aprendizaje de inecuaciones.
c) Fundamentación teórica de cada descriptor del esquema de trabajo.
d) El uso de las fuentes de información se toman en forma histórica y utilizando las normas internacionales de la Asociación de Psicólogos Americanos (APA)

- Para el diagnóstico de las dificultades del aprendizaje de inecuaciones, se procederá de la siguiente manera:

  a) Elaboración de un mapa mental con respecto a las temáticas para el aprendizaje de inecuaciones.
  b) Se efectuó una evaluación diagnóstica del aprendizaje de inecuaciones.

c) Planteamiento de criterios e indicadores.
d) Definición de lo que diagnostica el criterio con tales indicadores.
e) Retomados en encuestas que se aplicaron a los estudiantes Primer Año de B.G.U. paralelo B y al docente de matemáticas

- Para encontrar el mejor paradigma del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como elemento de solución para fortalecer el aprendizaje de inecuaciones se procederá de la siguiente manera:

a) Definición del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como metodología didáctica.
b) Concreción del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como metodología didáctica.
c) Se realizó un análisis procedimental de cómo funciona material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como metodología didáctica para mejorar el aprendizaje de inecuaciones.
d) Se diseñaron planes de aplicación del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro).

- Delimitados los modelos de la alternativa se procederá a su aplicación mediante talleres, los talleres que recorren temáticas como las siguientes.

➢ **Taller 1**: Utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje de Inecuaciones Equivalentes.
➢ **Taller 2:** Utilización del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) para el aprendizaje del Sistema de Inecuaciones.

- Para valorar la efectividad del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como metodología didáctica en la potenciación del aprendizaje de inecuaciones se siguió el proceso que a continuación se detalla:

a. Antes de aplicar el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como metodología didáctica se aplicó un test sobre conocimientos, actitudes y valores sobre el aprendizaje de inecuaciones (pre test).
b. Se aplicó el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como metodología didáctica.
c. Se aplicó el mismo test sobre conocimientos, actitudes y valores sobre el aprendizaje de inecuaciones, luego del taller (pos test).
d. Se comparó los resultados con los test aplicados antes (X) y los test aplicados después del taller designadas con la letra (Y).
   - ✓ Puntajes de los test, antes, del taller (X).
   - ✓ Puntajes de los test, después, del taller (Y).

e. La comparación se realizó utilizando la Prueba Signo Rango de Wilcoxon, donde se comprueba la efectividad de la alternativa.

Para el cálculo de la Prueba Signo Rango de Wilcoxon se utiliza las siguientes fórmulas:

Nº	X	Y	$\mathbf{D = \|Y - X\|}$	RANGO +	RANGO -
			TOTAL	$\sum \mathbf{R+}$	$\sum \mathbf{R-}$

Se calcula el rango real:

$$\boldsymbol{W} = \left(\sum \mathbf{R+}\right) - \left(\sum \mathbf{R-}\right)$$

La alternativa no funciona: Las puntuaciones X son iguales o inferiores a las puntuaciones Y (**X = Y).**

La alternativa funciona: Las puntuaciones Y son superiores a las puntuaciones X (**Y > X).**

$$\boldsymbol{\mu_W} = \mathbf{W^+} - \frac{\mathbf{N(N+1)}}{\mathbf{4}}$$

Dónde:

$\mathbf{\mu_W} = \text{Media}$

$\mathbf{N} = \text{Tamaño de la muestra}$

$\mathbf{W^+} = \text{Valor estadístico de Wilcoxon}$

Para el cálculo de la desviación estándar o cálculo del error estándar $(\boldsymbol{\sigma_W})$ se utiliza:

$$\boldsymbol{\sigma_W = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}}$$

Mientras la clasificación Z se calcula por medio de la fórmula:

$$\boldsymbol{Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W}}$$

- Para la construcción de los resultados de la investigación se tomó en cuenta el diagnóstico del aprendizaje de inecuaciones y la aplicación del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como metodología didáctica, por tanto son dos clases de resultados que se han considerado, a saber:

  a. Resultados del diagnóstico del aprendizaje de inecuaciones.
  b. Resultados de la aplicación del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro), como metodología didáctica
- Para la elaboración de la discusión se consideró dos resultados:

  a. Discusión con respecto a los resultados del diagnóstico del aprendizaje de inecuaciones (hay o no dificultades el aprendizaje de inecuaciones).
  b. Discusión con respecto a los resultados de la aplicación del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como metodología didáctica (dio o no resultado, cambió o no cambió el aprendizaje de inecuaciones).

- Las conclusiones se elaboraron en forma de proposiciones consideró dos aspectos:

l. Conclusiones con respecto al diagnóstico del aprendizaje de inecuaciones.

m. Conclusiones con respecto de la aplicación del material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como metodología didáctica.

- Las recomendaciones se elaboraron en base a cada una de las conclusiones considerando:

a. Las recomendaciones sobre la necesidad de diagnosticar siempre el aprendizaje de inecuaciones.

b. Las recomendaciones sobre la necesidad de aplicar el material didáctico auto construible (Inecuacionómetro) como metodología didáctica para potenciar el aprendizaje de inecuaciones.

- Población y muestra

Quiénes / **Informantes**	**Población**
Estudiantes	28
Padres de familia	28
Profesores	1

Nota: Por cuanto la población es pequeña o fue necesario extraer la muestra.

g. CRONOGRAMA

TIEMPO / ACTIVIDADES	2013				2014																										
	Sep	Oct	Nov	Dic	Ene	Febr				Mar				Abr				May					Jun		Jul					Oct	Nov
Construcción del proyecto de tesis		■	■	■	■	■	■																								
Construcción del titulo										■																					
Construcción de introducción y resumen en castellano e ingles											■	■																			
Construcción de la revisión de literatura													■	■																	
Construcción de materiales y métodos															■	■															
Construcción de resultados																	■	■	■	■	■										
Construcción de la discusión																						■									
Construcción de conclusiones																						■									
Construcción de la bibliografía																						■									
Construcción de anexos																						■									
Construcción de informes de tesis																							■	■							
Estudio y calificación privado																									■	■					
Agregado de sugerencias del tribunal																											■				
Construcción del artículo científico																											■				
Grado público																											■	■	■	■	■

CRONOGRAMA DE AMPLIACIÓN

TIEMPO. / ACTIVIDAD.	2014			2015										
	Oct	Nov	Dic	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Sep	Oct	Nov	Dic
Proceso de estudio y calificación privado.														
Agregado de sugerencias del tribunal de Tesis														
Proceso de construcción del artículo científico.														
Grado público														

h. PRESUPUESTO Y FINANCIAMIENTO

RECURSOS INSTITUCIONALES

- Universidad Nacional de Loja
- Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja

RECURSOS HUMANOS:

- Autoridades Del Área de Educación, El Arte y la Comunicación.
- Estudiantes del Primer año de Bachillerato General Unificado de La Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja
- Investigadora: Andreina Del Cisne Torres Rueda

RECURSOS MATERIALES:

- Computadora
- Papel bond
- Internet
- impresora
- Lápiz, borrador, esferos
- Carpetas

PRESUPUESTO

CONCEPTO	PARCIAL	INGRESO	GASTOS
INGRESOS.		4710.00	
Aportes personales del investigador			
Aportes para la investigación			
Diseño del proyecto	300.00		
Desarrollo de la investigación	1200.00		
Grado	800.00		2300.00
GASTOS CORRIENTES/GASTOS			
BIENES Y SERVICIOS DE CONSUMO			
Servicios básicos			
Energía Eléctrica	20.00		
Telecomunicaciones	100.00		120.00
Servicios generales			
Edición, impresión, reproducción y publicaciones.	600.00		
Difusión, información y publicidad.			

Traslados, instalación, viáticos y subsistencia.			
Pasaje interior			
Viáticos y subsistencias en el interior.	300.00		
Instalación, mantenimiento y reparación.			
Edificios, locales y residencias mobiliarios			900.00
Contratación de estudios e investigaciones.			
Servicios de capacitación.			
1 especialista			
Gastos de informática.			500.00
Equipos informáticos.	500.00		
Bienes de uso y consumo corriente.			
Materiales de oficina.	30.00		
Materiales de aseo.			
Materiales de impresión, fotografía, producción y reproducción.	600.00		730.00
Material didáctico auto construible, repuestos y accesorios.	100.00		
Bienes muebles.			
Mobiliario			200.00
Libros y colecciones	200.00		
TOTAL DE INGRESOS Y GASTOS.		$4750.00	$4750.00

FINANCIAMIENTO

La presente investigación será financiada por la investigadora.

i. BIBLIOGRAFÍA

- ÁLVAREZ Darío (2010), Didáctica de las matemáticas.
- BIBB, Palmer, Marhek, Jaruis (1979), Matemáticas Prácticas.
- CABERO, Julio (2001), Tecnología Educativa, Diseño y Utilización de Medios para la Enseñanza, España, Paidó, recuperado de (http://es.wikipedia.org/wiki/Mate
- CAMARGO URIBE Leonor (2003). Alfa 9 con estándares. Bogotá. Grupo editorial Norma. Pág.56-57.
- CASTELEIRO VILLALBA José Manuel (2008). La matemática es fácil, Manual de matemática básica para gente de letras.
- EDGARDO O. Ossanna y otros (1990), El material Didáctico en la Enseñanza de la Historia
- FERNÁNDEZ José, Eva M. del Pozo, Zuleyka Díaz, M. Jesús Segovia (2007). Matemáticas Fundamentales para estudios Universitarios.
- GÓMEZ Darío (Noviembre 2009) , recuperado de (http://nsspaecuacinecua.Blogs
- GÓMEZ Valentín (2012), Set Estudiantil Matemáticas
- ING. DE LA ROSA Freddy (2013), Máxima Matemática. Primero de Bachillerato
- JIMÉNEZ, José., Jiménez, Laura., Robles, Benjamín (2006), Matemáticas 2.
- JOHN C. PETERSON (2011), Matemáticas Básicas, Algebra, Trigonometría y geometría analítica, segunda Edición.
- M. Sc. ASTORGA M., Alcides Lic. Julio Rodríguez S (2000), Instituto Tecnológico de Costa Rica, escuela de matemáticas, recuperado (www.cidse.itcr.ac.cr).

pot.com/2009/11/historia-de-las-ecuaciones.html)

- REES SPARKS (1997). Álgebra. México. impresora Publio-Max.

rial_did%C3%A1ctico).

- SÁNCHEZ R. José E (2011), Matemática Básica
- SULLIVAN J., HERNÁNDEZ Diego (2001). Algebra y Trigonometría, libro digital, Página 292

Webgrafía.

- Características Del Material Didáctico. *BuenasTareas.com*. Recuperado 06, 2012, de http://www.buenastareas.com/ensayos/Caracteristicas-Del-Material-Didactico/4425076.html.

- Careaga, Isabel. "Los materiales didácticos". Editorial Trillas, México 1999. Recuperado de (http://es.wikipedia.org/wiki/Material_did%C3%A1ctico).

- Miguel Ángel Hernández Trejo. María de la Paz Hernández Rivero recuperado de https://www.google.com.ec/webhp?tab=ww&ei=rmTyUurJAtTQsASkk4HQCw&ved=0CBEQ1S4#q=Caracter%C3%ADsticas+del+material+did%C3%A1ctico++.

- NÉRECI, IMÍDEO G. "Hacia una didáctica general dinámica". Editorial Kapelusz, Mexíco. 1969. P. 282-356. Recuperado de (http://es.wikipedia.org/wiki/Material_did%C3%A1ctico)

ANEXO 2

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas.

Encuesta a estudiantes:

Como estudiantes de la carrera de Físico- Matemáticas, de la Universidad Nacional de Loja. Cumpliendo disposiciones de la misma que es realizar una investigación; es el caso en el que permito presentar el proyecto previo a la obtención de tesis, cuyo tema es Inecuaciones, por lo cual le solicitamos de la manera más comedida dígnese a responder las siguientes interrogantes que serán de mucha utilidad en este proyecto.

1) El docente al momento de impartir las clases de Inecuaciones hace uso de material didáctico.

Siempre ( ) A veces ( ) Nunca ( )

1. ¿Qué obstáculos teóricos ha encontrado en el aprendizaje de Inecuaciones?

Concepto de inecuaciones.	( )
Propiedades	( )
Símbolos	( )
Adición	( )
Ninguno	( )
Otros	( )

¿Cuáles?……………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

2. ¿Qué dificultades prácticas ha encontrado en el aprendizaje de la Inecuaciones?

Símbolos de Inecuaciones.	( )
Propiedades de inecuaciones	( )
Resolución de Problemas	( )
Ninguno	( )
Otros	( )

¿Cuáles?……………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

3. Cree usted que la metodología empleada por el docente al momento de dictar sus clases es la pertinente.

Si (   )   No (   )

¿Por qué?……………………… ……………………………………………………….
…………………………………………………………………………………………

4. Su docente al dictaminar sus clases, cita la bibliografía de los documentos de donde extrae la información.

Si (   )   No (   )

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN.

ANEXO 3

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas.

Encuesta a estudiantes:

Como estudiantes de la carrera de Físico- Matemáticas, de la Universidad Nacional de Loja. Cumpliendo disposiciones de la misma que es realizar una investigación; es el caso en el que permito presentar el proyecto previo a la obtención de tesis, cuyo tema es Inecuaciones, por lo cual le solicitamos de la manera más comedida dígnese a responder las siguientes interrogantes que serán de mucha utilidad en este proyecto.

1. **Las inecuaciones fueron descubiertas en, marque con una X la respuesta**

Los griegos (300 a. de C.)	( )
Los egipcios (1.650 a. de C.-1.850 a. de C.)	( )
Los babilonios (600 a. de C. a 300 d. de C.)	( )
Los griegos (250 d. de C.)	( )
Los egipcios hace unos 3.600 años	( )

2. **Identifique el concepto de Inecuaciones, encierre en un círculo la opción correcta**

    1. Una inecuación es una desigualdad entre expresiones matemáticas que relacionan cantidades conocidas y cantidades desconocidas, estas últimas denominadas incógnitas.
    2. Inecuación es una expresión que compara dos cantidades diferentes expresiones algebraicas que contienen una letra llamada incógnita.
    3. Inecuación, igualdad en la que intervienen una o más letras, llamadas incógnitas. Es decir, es una igualdad entre expresiones algebraicas.
    4. Inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas que se verifica para ciertos valores que toma la variable o incógnita.

3. **Identifique los símbolos de Inecuaciones**

≤ “menor o igual que”; < “menor que” ( )

≥ “mayor o igual que”; > “mayor que” ( )

±,×,∞,≥,<,%, símbolos de inecuación ( )

<,>,≤,≥, símbolos de inecuación ( )

4. **Encierre la respuesta correcta de acuerdo a sus conocimientos cuales son los pasos para resolver inecuaciones**

1. Es similar al que usamos para resolver ecuaciones lineales con una incógnita, pero con una diferencia importante. Debemos sumar o restar el mismo número en ambos miembros de la inecuación; multiplicar o dividir ambos miembros de la inecuación por un mismo número distinto de cero, pero si este número es negativo, debemos invertir el signo de desigualdad
2. Para hallar el conjunto solución de una inecuación debemos transformarla en inecuación equivalente, cada vez más sencillas, hasta poder observar con facilidad el conjunto solución.
3. Para resolver una inecuación la transformamos como una ecuación y la resolvemos como tal y luego al obtener la respuesta cambiamos el signo igual por el signo de la inecuación.

5. **A usted se le dificulta resolver ejercicios de inecuaciones**

Si ( ) No ( ) En parte ( )

¿Por qué?…………………………………………………………………………….
…………………………………………………………………………………………

6. **Su docente, cuando enseñó inecuaciones utilizó recursos didácticos para mejor el aprendizaje**

Si ( ) No ( ) En parte ( )

¿Por qué?…………………………………………………………………………….
…………………………………………………………………………………………

7. **Una las propiedades de las inecuaciones**

Propiedad de Tricotomía

Propiedad Transitiva

Propiedad de la Adición

Propiedad del Producto

Si a, b y c números reales, si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.

Si a y b son números reales, entonces se cumple únicamente una de las afirmaciones: $a < b$, $a = b$ o $a > b$

Si a, b y c números reales, si $a < b$ entonces $a + c < b + c$.

Si a, b y c números reales, se cumple:

- Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c > 0$, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} < \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$
- Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c < 0$, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} > \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

ANEXO 4

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA.

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas.

Encuesta a docentes:

Estimado docente de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja, como estudiantes de la carrera de Físico- Matemáticas, de la Universidad Nacional de Loja. Cumpliendo disposiciones de la misma que es realizar una investigación; es el caso en el que permito presentar el proyecto previo a la obtención de tesis, cuyo tema es Inecuaciones, por lo cual le solicitamos de la manera más respetuosa, se digne a responder las siguientes interrogantes que serán de mucha utilidad en este proyecto.

1) **Conoce la Historia de las Inecuaciones**

Si ( )   No ( )   En parte ( )

2) **¿Cuáles son los símbolos más utilizados para el aprendizaje de Inecuaciones?**

≤ “menor o igual que”; < “menor que”   ( )
≥ “mayor o igual que”; > “mayor que”   ( )
±, ×, ∞, ≥, <, %, símbolos de inecuación   ( )
<,>, ≤, ≥, símbolos de inecuación   ( )

3) **¿Conoce la clasificación de las inecuaciones?**

Si ( )   No ( )   En parte ( )

4) Usted utiliza material didáctico en la enseñanza de inecuaciones

Si ( )   No ( )   A veces ( )

5) **Usted cuando imparte sus conocimientos cómo podríamos utilizar a las inecuaciones en su diario vivir**

Economía ( )
En casa ( )
En nada ( )

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

ANEXO 5

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

Carrera de Físico-Matemáticas.

Estudiantes

Test:

6. **¿Qué son las Inecuaciones?**

Son desigualdad que relaciona letras y numeros ( )
Son desigualdades que relaciona solo letras ( )
Son desigualdad que relaciona números entre si ( )
Son igualdades que relaciona solo letras ( )

7. **¿De cuántos miembros está formado una inecuación?**

Tres miembros ( )
Un miembro ( )
Cuatro miembros ( )
Dos miembros ( )

8. **¿Comó se identifican a las desigualdades?**

Por los números ( )
Por los símbolos ( )
Por las letras ( )
Por el signo igual ( )

9. **Seleccione la respuesta correcta del siguiente ejercicio $2x - 1 < 7$**

- ◯ x > 4
- ◯ x < 4
- ◯ x < - 4
- ◯ x < 3

10. **¿Escoja la respuesta correcta de la siguiente desigualdad?**

$$8x - 8 \leq 2x + 10$$

- ◯ x ≤ 3
- ◯ x ≤ 2
- ◯ x ≤ - 3
- ◯ x ≥ 3

GRACIAS, POR SU COLABORACIÓN

ANEXO 6

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas.

Estudiantes

Test:

6. ¿Qué sucede si las inecuaciones sontiene el signo de la igualdad?

- ○ > (mayor que), < (menor que), ≥ (mayor o igual que), ≤ (menor o igual que)
- ○ ≥ (mayor que), ≤ (menor que), > (mayor o igual que), < (menor o igual que)
- ○ + (suma), - (resta), x (multiplicación), : (división)
- ○ < (mayor que), > (menor que), ≤ (mayor o igual que), ≥ (menor o igual que)

7. El intervalo solución de la inecuación 3x – 14 < 7x – 2 es

A) $[-3, +\infty[$

B) $]-\infty, -3[$

C) $]-\infty, -3]$

D) $]-3, +\infty[$

E) $]3, +\infty[$

8. ¿ Qué es un sistema de inecuaciones?

....

....

....

....

9. ¿ Qué Pasos se debe seguir paa resolver ejercicios de inecuaciones?

...
...
....

10. La solución del sistema de inecuaciones $\begin{cases} 4x - 3 < 13 \\ 2x - 1 \geq 1 \end{cases}$ **es...**

$1 < x < 4$ ( )

$1 \leq x < \frac{5}{2}$ ( )

$0 \leq x < 4$ ( )

GRACIAS, POR SU COLABORACIÓN

ANEXO 7

TÉCNICA EXPLORATORIA PARA EL DESARROLLO DE LA PROBLEMÁTICA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas.

Encuesta a estudiantes:

Como estudiantes de la carrera de Físico- Matemáticas, de la Universidad Nacional de Loja. Cumpliendo disposiciones de la misma que es realizar una investigación; es el caso en el que permito presentar el proyecto previo a la obtención de tesis, cuyo tema es Inecuaciones, por lo cual le solicitamos de la manera más comedida dígnese a responder las siguientes interrogantes que serán de mucha utilidad en este proyecto.

1) El docente al momento de impartir las clases de Inecuaciones hace uso de material didáctico.

   Siempre ( ) A veces ( ) Nunca ( )

2) ¿Qué obstáculos teóricos ha encontrado en el aprendizaje de Inecuaciones?

   Concepto de inecuaciones. ( )
   Propiedades ( )
   Símbolos ( )
   Adición ( )
   Ninguno ( )
   Otros ( )

   ¿Cuáles?……

3) ¿Qué dificultades prácticas ha encontrado en el aprendizaje de la Inecuaciones?

   Símbolos de Inecuaciones. ( )

   Propiedades de inecuaciones ( )

Resolución de Problemas ( )
Ninguno ( )
Otros ( ) .
¿Cuáles?…………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

4) Cree usted que la metodología empleada por el docente al momento de dictar sus clases es la pertinente.

Si ( ) No ( )

¿Por qué? ……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

5) Su docente al dictaminar sus clases, cita la bibliografía de los documentos de donde extrae la información.

Si ( ) No ( )

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas.

Encuesta a estudiantes:

Como estudiantes de la carrera de Físico- Matemáticas, de la Universidad Nacional de Loja. Cumpliendo disposiciones de la misma que es realizar una investigación; es el caso en el que permito presentar el proyecto previo a la obtención de tesis, cuyo tema es Inecuaciones, por lo cual le solicitamos de la manera más comedida dígnese a responder las siguientes interrogantes que serán de mucha utilidad en este proyecto.

1) El docente al momento de impartir las clases de Inecuaciones hace uso de material didáctico.

Siempre ( ) A veces ( ) Nunca ( )

2) ¿Qué obstáculos teóricos ha encontrado en el aprendizaje de Inecuaciones?

Concepto de inecuaciones. ( )
Propiedades ( )
Símbolos ( )
Adición ( )
Ninguno ( )
Otros ( )
¿Cuáles?…………………………… ………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

3) ¿Qué dificultades prácticas ha encontrado en el aprendizaje de la Inecuaciones?

Símbolos de Inecuaciones. ( )
Propiedades de inecuaciones ( )
Resolución de Problemas ( )
Ninguno ( )

Otros ( ) .
¿Cuáles?…………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………….

4) Cree usted que la metodología empleada por el docente al momento de dictar sus clases es la pertinente.

Si ( ) No ( )

¿Por qué?……………………… ……………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
………………………...

5) Su docente al dictaminar sus clases, cita la bibliografía de los documentos de donde extrae la información.

Si ( ) No ( )

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

Carrera de Físico-Matemáticas

Encuesta a estudiantes:

Como estudiantes de la carrera de Físico- Matemáticas, de la Universidad Nacional de Loja. Cumpliendo disposiciones de la misma que es realizar una investigación; es el caso en el que permito presentar el proyecto previo a la obtención de tesis, cuyo tema es Inecuaciones, por lo cual le solicitamos de la manera más comedida dígnese a responder las siguientes interrogantes que serán de mucha utilidad en este proyecto.

1) ¿A qué se refiere las desigualdades e Inecuaciones?

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………......

2) ¿Cuáles son los símbolos de las Inecuaciones?

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

3) Explique. ¿cuál es la clasificación de las desigualdades?

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………….

4) De acuerdo a su aprendizaje de qué manera fueron sus clases

Dinámicas	( )
Aburridas	( )
Solo teóricas	( )
Relacionadas con la vida real	( )

5) ¿Qué es un sistema de Inecuaciones?

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas.

Encuesta a docentes:

Estimado docente de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja, como estudiantes de la carrera de Físico- Matemáticas, de la Universidad Nacional de Loja. Cumpliendo disposiciones de la misma que es realizar una investigación; es el caso en el que permito presentar el proyecto previo a la obtención de tesis, cuyo tema es Inecuaciones, por lo cual le solicitamos de la manera más respetuosa, se digne a responder las siguientes interrogantes que serán de mucha utilidad en este proyecto.

1. **¿Conoce la Historia de las Inecuaciones?**

Si ( ) No ( ) En parte ( )

2. **¿Cuáles son los símbolos más utilizados para el aprendizaje de Inecuaciones?**

≤ “menor o igual que”; < “menor que” ( )
≥ “mayor o igual que”; > “mayor que” ( )
±, ×, ∞, ≥, <, %, símbolos de inecuación ( )
<,>, ≤, ≥, símbolos de inecuación ( )

3. **¿Conoce la clasificación de las inecuaciones?**

Si ( ) No ( ) En parte ( )

4. **Usted utiliza material didáctico en la enseñanza de inecuaciones**

Si ( ) No ( ) A veces ( )

5. **Usted cuando imparte sus conocimientos cómo podríamos utilizar a las inecuaciones en su diario vivir**

Economía ( )
En casa ( )
En nada ( )

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

ANEXO 8

TÉCNICA DE DIAGNÓSTICO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas.

Encuesta a estudiantes:

Como estudiante de la carrera de Físico- Matemáticas, de la Universidad Nacional de Loja. Cumpliendo disposiciones de la misma que es realizar una investigación; es el caso en el que permito presentar el proyecto previo a la obtención de tesis, cuyo tema es Inecuaciones, por lo cual le solicitamos de la manera más comedida dígnese a responder las siguientes interrogantes que serán de mucha utilidad en este proyecto.

1) Las inecuaciones fueron descubiertas en, marque con una X la respuesta

Los griegos (300 a. de C.) ( )
Los egipcios (1.650 a. de C.-1.850 a. de C.) ( )
Los babilonios (600 a. de C. a 300 d. de C.) ( )
Los griegos (250 d. de C.) ( )
Los egipcios hace unos 3.600 años ( )

2) Identifique el concepto de Inecuaciones, encierre en un círculo la opción correcta

a) Una inecuación es una desigualdad entre expresiones matemáticas que relacionan cantidades conocidas y cantidades desconocidas, estas últimas denominadas incógnitas.
b) Inecuación es una expresión que compara dos cantidades diferentes expresiones algebraicas que contienen una letra llamada incógnita.
c) Inecuación, igualdad en la que intervienen una o más letras, llamadas incógnitas. Es decir, es una igualdad entre expresiones algebraicas.
d) Inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas que se verifica para ciertos valores que toma la variable o incógnita.

3) **Identifique los símbolos de Inecuaciones**

≤ “menor o igual que”; < “menor que” ( )
≥ “mayor o igual que”; > “mayor que” ( )
±,×,∞,≥,<,%, símbolos de inecuación ( )
<,>,≤,≥, símbolos de inecuación ( )

4) **Encierre la respuesta correcta de acuerdo a sus conocimientos cuales son los pasos para resolver inecuaciones**

a. Es similar al que usamos para resolver ecuaciones lineales con una incógnita, pero con una diferencia importante. Debemos sumar o restar el mismo número en ambos miembros de la inecuación; multiplicar o dividir ambos miembros de la inecuación por un mismo número distinto de cero, pero si este número es negativo, debemos invertir el signo de desigualdad
b. Para hallar el conjunto solución de una inecuación debemos transformarla en inecuación equivalente, cada vez más sencillas, hasta poder observar con facilidad el conjunto solución.
c. Para resolver una inecuación la transformamos como una ecuación y la resolvemos como tal y luego al obtener la respuesta cambiamos el signo igual por el signo de la inecuación.

5) **A usted se le dificulta resolver ejercicios de inecuaciones**

Si ( ) No ( ) En parte ( )

¿Por qué? …………………… ……………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………

6) **Su docente cuando enseño inecuaciones utilizo recursos didácticos para mejor el aprendizaje**

Si ( ) No ( ) En parte ( )

¿Por qué? ………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………

7) Una las propiedades de las inecuaciones

Propiedad de Tricotomía	Si a, b y c números reales, si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
Propiedad Transitiva	Si a y b son números reales, entonces se cumple únicamente una de las afirmaciones: $a < b$, $a = b$ o $a > b$
Propiedad de la Adición	Si a, b y c números reales, si $a < b$ entonces $a + c < b + c$.
Propiedad del Producto	Si a, b y c números reales, se cumple: • Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c > 0$, entonces $\mathbf{a \cdot c < b \cdot c}$ • Si $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ y $c < 0$, entonces $\mathbf{a \cdot c > b \cdot c}$

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas

Encuesta a docentes:

Estimado docente de la Unidad Educativa Anexa a la Universidad Nacional de Loja, como estudiantes de la carrera de Físico- Matemáticas, de la Universidad Nacional de Loja. Cumpliendo disposiciones de la misma que es realizar una investigación; es el caso en el que permito presentar el proyecto previo a la obtención de tesis, cuyo tema es Inecuaciones, por lo cual le solicitamos de la manera más respetuosa, se digne a responder las siguientes interrogantes que serán de mucha utilidad en este proyecto.

1) **¿Conoce la Historia de las Inecuaciones?**

Si ( ) No ( ) En parte ( )

2) **¿Cuáles son los símbolos más utilizados para el aprendizaje de Inecuaciones?**

≤ "menor o igual que"; < "menor que" ( )
≥ "mayor o igual que"; > "mayor que" ( )
±, ×, ∞, ≥, <, %, símbolos de inecuación ( )
<,>, ≤, ≥, símbolos de inecuación ( )

3) **¿Conoce la clasificación de las inecuaciones?**

Si ( ) No ( ) En parte ( )

4) **Usted utiliza material didáctico en la enseñanza de inecuaciones**

Si ( ) No ( ) A veces ( )

5) **Usted cuando imparte sus conocimientos cómo podríamos utilizar a las inecuaciones en su diario vivir**

Economía ( )
En casa ( )
En nada ( )

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

ANEXO 9

TEST TALLER 1

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA.

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas.

Estudiantes

Test 1

1) ¿Qué son las Inecuaciones?

Son desigualdad que relaciona letras y numeros ( )
Son desigualdades que relaciona solo letras ( )
Son desigualdad que relaciona números entre si ( )
Son igualdades que relaciona solo letras ( )

2) ¿De cuántos miembros está formado una inecuación?

Tres miembros ( )
Un miembro ( )
Cuatro miembros ( )
Dos miembros ( )

3) ¿Cómo se identifican a las desigualdades?

Por los números ( )
Por los símbolos ( )
Por las letras ( )
Por el signo igual ( )

4) Seleccione la respuesta correcta del siguiente ejercicio $2x - 1 < 7$

○ x > 4

○ x < 4

○ x < - 4

○ x < 3

5) ¿Escoja la respuesta correcta de la siguiente desigualdad?

$$8x - 8 \leq 2x + 10$$

- ◯ $x \leq 3$
- ◯ $x \leq 2$
- ◯ $x \leq -3$
- ◯ $x \geq 3$

GRACIAS, POR SU COLABORACIÓN

ANEXO 10

TEST TALLER 2

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA.

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN.

Carrera de Físico-Matemáticas.

Estudiantes

Test 2

1. **¿Qué sucede si las inecuaciones sontiene el signo de la igualdad?**

   - ○ > (mayor que), < (menor que), ≥ (mayor o igual que), ≤ (menor o igual que)
   - ○ ≥ (mayor que), ≤ (menor que), > (mayor o igual que), < (menor o igual que)
   - ○ + (suma), - (resta), x (multiplicación), : (división)
   - ○ < (mayor que), > (menor que), ≤ (mayor o igual que), ≥ (menor o igual que)

2. **El intervalo solución de la inecuación 3x – 14 < 7x – 2 es**

   A) $[-3, +\infty[$
   B) $]-\infty, -3[$
   C) $]-\infty, -3]$
   D) $]-3, +\infty[$
   E) $]3, +\infty[$

3. **¿ Qué es un sistema de inecuaciones?**

   ………………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………

4. **¿ Qué Pasos se debe seguir para resolver ejercicios de inecuaciones?**

   ………………………………………………………………………………………………
   ………………………………………………………………………………………

5. La solución del sistema de inecuaciones $\begin{cases} 4x - 3 < 13 \\ 2x - 1 \geq 1 \end{cases}$ **es…**

$1 < x < 4$ ( )

$1 \leq x < \frac{5}{2}$ ( )

$0 \leq x < 4$ ( )

GRACIAS, POR SU COLABORACIÓN

ANEXO 11

ÍNDICE