



Universidad  
Nacional  
de Loja

# Universidad Nacional de Loja

**Facultad de la Educación, el Arte y la Comunicación**

**Carrera De Pedagogía de las Ciencias Experimentales**

**La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la  
matemática del nivel de educación secundaria**

**Trabajo de Integración  
Curricular, previo a la obtención  
del título de Licenciado en  
Pedagogía de las Matemáticas y la  
Física.**

**AUTOR:**

Wilson Alejandro González Pasaca

**DIRECTOR:**

Dr. Manuel Lizardo Tusa Tusa. PhD.

Loja – Ecuador  
2024

## Certificación

Loja, 10 de abril del 2024

Dr. Manuel Lizardo Tusa Tusa. PhD.

**DIRECTOR DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR**

### **CERTIFICO:**

Que he revisado y orientado todo el proceso de elaboración del Trabajo de Integración Curricular denominado: **La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria**, previo a la obtención del título de **Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física**, de la autoría del estudiante **Wilson Alejandro González Pasaca**, con **cédula de identidad Nro. 1105844482**, una vez que el trabajo cumple con todos los requisitos exigidos por la Universidad Nacional de Loja, para el efecto, autorizo la presentación del mismo para su respectiva sustentación y defensa.

---

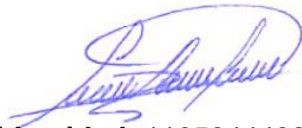
Dr. Manuel Lizardo Tusa Tusa. PhD.

**DIRECTOR DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR**

## **Autoría**

Yo, **Wilson Alejandro González Pasaca**, declaro ser autor del presente Trabajo de Integración Curricular y eximo expresamente a la Universidad Nacional de Loja y a sus representantes jurídicos de posibles reclamos o acciones legales, por el contenido del mismo. Adicionalmente acepto y autorizo a la Universidad Nacional de Loja, la publicación de mi Trabajo de Integración Curricular en el Repositorio Digital Institucional - Biblioteca Virtual.

**Firma:**



**Cédula de identidad:** 1105844482

**Fecha:** Loja, 10 de abril de 2024

**Correo electrónico:** wilson.a.gonzalez@unl.edu.ec

**Teléfono:** +593 989205567

**Carta de autorización por parte del autor para consulta, reproducción parcial o total y/o publicación electrónica del texto completo, del Trabajo de Integración Curricular.**

Yo, **Wilson Alejandro González Pasaca**, declaro ser autor del Trabajo de Integración Curricular, denominado: **La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria**, como requisito para optar el título de **Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física**, autorizo al Sistema Bibliotecario de la Universidad Nacional de Loja, para que, con fines académicos, muestre la producción intelectual de la Universidad, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera en el Repositorio Institucional.

Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo en el Repositorio Institucional, en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad.

La Universidad Nacional de Loja, no se responsabiliza por el plagio o copia del Trabajo de Integración Curricular que realice un tercero.

Para constancia de esta autorización, en la ciudad de Loja, a los diez días del mes de abril de dos mil veinticuatro, firma el autor.

Firma:  \_\_\_\_\_

**Autor:** Wilson Alejandro González Pasaca

**Cédula:** 1105844482

**Dirección:** Loja

**Correo electrónico:** [wilson.a.gonzalez@unl.edu.ec](mailto:wilson.a.gonzalez@unl.edu.ec)

**Teléfono:** + 593 989205567

**DATOS COMPLEMENTARIOS:**

**Director del Trabajo de Integración Curricular:** Dr. Manuel Lizardo Tusa Tusa. PhD.

## **Dedicatoria**

A mi madre, quién con su constante apoyo y sacrificio, ha sido fuente de inspiración para encaminar esta etapa de mi vida. Su perseverancia, me ha sido de gran ejemplo para poder alcanzar mis metas personales como académicas. A mis hermanos, que, con su afecto y mejores deseos, depositaron su confianza en mí.

A mis compañeros, que estuvieron presentes durante el transcurso de esta preparación profesional, los llevaré siempre presentes.

***Wilson Alejandro González Pasaca***

## **Agradecimiento**

Quiero agradecer en primer lugar, a Dios por darme la oportunidad de recorrer esta etapa en mi vida que me ha dejado grandes enseñanzas. A mi madre, su apoyo incondicional fue fundamental para poder hacer frente a cada dificultad; su sacrificio y paciencia han sido un gran ejemplo y guía durante este viaje académico.

A los docentes de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física, quienes me brindaron su ayuda y conocimiento en cada momento.

Agradezco de manera general a mi familia y amigos, que confiaron en mí y apoyaron para poder culminar esta primera etapa profesional, son parte de la fuente de motivación que me hizo sentir capaz de lograr esta meta.

***Wilson Alejandro González Pasaca***

## Índice de contenidos

<b>Portada</b> .....	<b>i</b>
<b>Certificación</b> .....	<b>ii</b>
<b>Autoría</b> .....	<b>iii</b>
<b>Carta de autorización</b> .....	<b>iv</b>
<b>Dedicatoria</b> .....	<b>v</b>
<b>Agradecimiento</b> .....	<b>vi</b>
<b>Índice de contenidos</b> .....	<b>vii</b>
Índice de tablas.....	viii
Índice de figuras .....	viii
Índice de anexos.....	viii
<b>1. Título</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Resumen</b> .....	<b>2</b>
Abstract .....	3
<b>3. Introducción</b> .....	<b>4</b>
<b>4. Marco Teórico</b> .....	<b>6</b>
Proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación secundaria .....	6
La modelación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática .....	13
<b>5. Metodología</b> .....	<b>27</b>
<b>6. Resultados</b> .....	<b>30</b>
<b>7. Discusión</b> .....	<b>37</b>
<b>8. Conclusiones</b> .....	<b>39</b>
<b>9. Recomendaciones</b> .....	<b>40</b>
<b>10. Bibliografía</b> .....	<b>41</b>
<b>11. Anexos</b> .....	<b>45</b>

## Índice de tablas:

<b>Tabla 1</b> . Estructura del nivel de educación en Ecuador.....	6
<b>Tabla 2</b> . Bloques curriculares y contenidos conceptuales .....	7
<b>Tabla 3</b> . Modelación como actividad física y herramienta en el aula de clase .....	16
<b>Tabla 4</b> . Fases y códigos de la modelación de Maaß.....	25
<b>Tabla 5</b> . Distribución de los documentos seleccionados .....	30
<b>Tabla 6</b> . Procesos metodológicos de la modelación.....	31
<b>Tabla 7</b> . Influencia de la modelación en la enseñanza aprendizaje.....	34

## Índice de figuras:

<b>Figura 1</b> . Etapas básicas del proceso de enseñanza y aprendizaje.....	12
<b>Figura 2</b> . Ciclo de Blum .....	14
<b>Figura 3</b> . Esquema de los momentos de la modelización .....	23
<b>Figura 4</b> . Ciclo de modelación desde la perspectiva cognitiva .....	24
<b>Figura 5</b> . Ciclo de modelación según Rodríguez.....	26
<b>Figura 6</b> . Distribución de documentos bibliográficos .....	30
<b>Figura 7</b> . Influencia de la modelación .....	36

## Índice de anexos:

<b>Anexo 1</b> . Guía didáctica.....	45
<b>Anexo 2</b> . Informe de pertinencia .....	84
<b>Anexo 3</b> . Designación director TIC .....	85
<b>Anexo 4</b> . Certificación Abstract.....	86



## **1. Título**

**La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria.**

## 2. Resumen

Una concepción frecuente en las prácticas de enseñanza de la matemática es considerar que la modelación representa una aplicación de principios matemáticos. Esto implica que las matemáticas primero se enseñan y luego se busca la aplicación de tal conocimiento. Sin embargo, en el presente trabajo la modelación es vista como un método de enseñanza para la construcción del conocimiento matemático ligado a un contexto. El objetivo de la investigación fue analizar la implementación de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria. Para esto, la investigación adoptó un enfoque mixto; y en base a una revisión documental sistemática en tesis, artículos científicos, libros, se seleccionó aquellos trabajos que brindan resultados en relación al tema de investigación. Los principales resultados muestran que los procesos metodológicos que comprende la modelación son: la contextualización del contenido mediante la presentación de problemas del mundo real; la creación de un modelo matemático; la resolución del problema; y la validación de los resultados. Así mismo, que esta estrategia influye positivamente en el aprendizaje y motivación de los alumnos. Consecuentemente, la modelación proporciona a los estudiantes una oportunidad única para aplicar los conceptos matemáticos en contextos reales y significativos, lo que promueve el pensamiento crítico al desafiar a los estudiantes a analizar, evaluar y resolver problemas; y a su vez estimula la creatividad al motivar a los estudiantes a explorar diferentes alternativas para abordar problemas.

**Palabras clave:** *enseñanza de la matemática, modelación matemática, procesos metodológicos, estrategia didáctica, enseñanza aprendizaje*

## **Abstract**

A common conception in mathematics teaching practices is that modeling represents an application of mathematical principles. This implies that mathematics is first taught and then the application of such knowledge is sought. However, in the present work, modeling is seen as a teaching method for the construction of mathematical knowledge linked to a context. The objective of the research was to analyze the implementation of modeling in the teaching and learning of mathematics at the secondary education level. For this, the research employed a mixed-methods study; and based on a systematic documentary review of thesis, scientific articles, and books, those works that provide results in relation to the research topic were selected. The main results show that the methodological processes involved in modeling are: the contextualization of content through the presentation of real-world problems; the creation of a mathematical model; problem solving; and validation of results. Likewise, this strategy has a positive influence on the learning and motivation of the students. Consequently, modeling provides students with a unique opportunity to apply mathematical concepts in real, meaningful contexts, thereby promotes critical thinking by challenging students to analyze, evaluate, and solve problems; and in turn stimulates creativity by motivating students to explore different alternatives to address problems.

**Keywords:** *mathematics teaching, mathematical modeling, methodological processes, didactic strategy, teaching and learning*

### 3. Introducción

La presente investigación titulada: la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria, se enfoca en una estrategia probada para mejorar el aprendizaje de las matemáticas: la modelación matemática. Blum et al. (2007) manifiestan que el rol de la modelación como estrategia educativa, surge como un medio que permite el uso de modelos matemáticos mediante la formulación de problemas en contexto.

Dada la constante evolución de la sociedad, la educación de las nuevas generaciones debe enfrentar grandes desafíos significativos que demandan una sólida preparación académica. En este contexto, las matemáticas, particularmente, desempeñan un papel clave al fomentar destrezas y habilidades que son relevantes en el desempeño del diario vivir, tales como, el razonamiento lógico, la competencia y la creatividad; de manera que es indispensable implementar estrategias que permitan al alumno apreciar esta disciplina como útil, práctica y efectiva, que integre conceptos matemáticos más aplicables a su entorno. Esto pretende contrarrestar a la concepción errónea de que las matemáticas están desconectadas de la realidad circundante, promoviendo una comprensión más significativa y profunda de esta materia (Porras-Lizano y Fonseca-Castro, 2015).

Las estrategias didácticas comprenden una combinación de procedimientos y actividades diseñados a una secuencia lógica para lograr alcanzar los objetivos educativos de manera coherente. En este sentido, el proceso de enseñanza y aprendizaje debe adaptarse al entorno y necesidades específicas, dando paso a que el alumnado sea responsable de su propio aprendizaje, esto implica que se involucren en un proceso reflexivo sobre lo que hace, cómo lo hace y qué resultados logra (Artolozaga, 2012).

La modelación establece conexiones entre las vivencias cotidianas de los estudiantes y el ámbito de las matemáticas, ya que el proceso de aprendizaje matemático provee un soporte cognitivo a las conceptualizaciones de los estudiantes, y sitúa a las matemáticas en el contexto cultural, como medio de describir y comprender situaciones de la vida diaria (Córdoba, 2011).

Se destaca la importancia de analizar la implementación de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que es crucial para evaluar su efectividad, sus procesos, ventajas y generar recomendaciones que contribuyan al conocimiento en el campo de la educación matemática, y a su vez, a futuras investigaciones relacionadas. En el presente trabajo el análisis de esta estrategia se centra en el nivel de educación secundaria.

La falta de investigaciones sobre la modelación en la enseñanza de la matemática, se ve reflejada en los repositorios digitales de las universidades a nivel local, lo que lleva a un vacío de conocimiento que no ha permitido que la modelación sea implementada dentro del aula de clase como una estrategia didáctica que puede hacer que la enseñanza de las

matemáticas sea sólida, coherente con la realidad y, en consecuencia, relevante para los estudiantes. La falta de conocimiento sobre la modelación provoca que no sea incorporada para enseñanza de tópicos matemáticos, e impide que los estudiantes desarrollen habilidades de resolución de problemas y de pensamiento crítico, mejorando a la vez la comprensión de conceptos matemáticos.

Considerando lo mencionado, para esta investigación se establecieron dos categorías conceptuales: proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación secundaria; y la modelación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. De manera que al unir estas dos, se genera la base para proponer la siguiente pregunta de investigación ¿Cómo se implementa la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria?

Para dar respuesta al problema de investigación se plantearon los siguientes objetivos específicos: identificar los procesos metodológicos de la modelación para la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria; indagar la influencia de la modelación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática de educación secundaria; y diseñar una guía para potenciar la enseñanza y aprendizaje del teorema de Tales de Mileto en el nivel de educación secundaria mediante la modelación matemática.

Alcanzar estos objetivos, proporciona una comprensión detallada de cómo se utiliza la modelación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria, proporciona una herramienta práctica para los educadores que deseen utilizar esta estrategia para enseñar conceptos específicos, como el teorema de Tales de Mileto. Esto puede mejorar el proceso educativo y el rendimiento de los estudiantes al potenciar su comprensión en los conceptos matemáticos.

El Trabajo de Integración Curricular, se encuentra estructurado según los apartados preestablecidos en el Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja: título de investigación; resumen; introducción; marco teórico, aquí se encuentran fundamentadas las categorías conceptuales proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación secundaria; y la modelación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática; metodología, la cual explica el proceso detallado del uso de métodos, técnicas e instrumentos del proceso investigativo; resultados, elaborados en base a la revisión documental; discusión; conclusiones; recomendaciones; bibliografía; y anexos, aquí se integra la guía didáctica sobre la modelación en la enseñanza y aprendizaje el Teorema de Tales de Mileto, bitácoras de búsqueda, fichas de contenidos y bibliográficas.

#### 4. Marco Teórico

##### Proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación secundaria

##### *La Matemática en el Nivel Secundario*

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), muestra como está estructurado el nivel secundario; en su división se presenta la Clasificación Internacional Normalizada de la Educación (CINE) - 2 y 3, haciendo referencia a un nivel secundario superior e inferior. Para la presente investigación se considera la estructura del Sistema Educativo del Ecuador, de acuerdo lo plantea el Ministerio de Educación en la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI) en sus artículos 38, 39, 40, 41, 42, y 43; a continuación se presenta la **Tabla 1**, para poder tomar como referencia al subnivel de Educación Básica Superior, y al nivel de Bachillerato como pertenecientes al nivel secundario, ya que estos se encuentran entre el intervalo 12 a 17 años de edad, tal como lo plantea la UNESCO en su clasificación.

**Tabla 1**

*Estructura del nivel de educación en Ecuador*

Ministerio de Educación			
Nivel	Subnivel	Edad	
Educación Inicial		3-5 años	Es el desarrollo integral, aspecto cognitivo, afectivo, psicomotriz y social
Educación General Básica (EGB)	Preparatoria	5 años	Corresponde a 1° grado
	Básica Elemental	6-8 años	Corresponde a 2°, 3°, y 4° grados
	Básica Media	9-11 años	Corresponde a 5°, 6°, y 7° grados
	Básica Superior	12-14 años	Corresponde a 8°, 9°, y 10° grados
Bachillerato	Ciencias	15-17 años	Formación en áreas científicas-humanísticas
	Técnico		Formación en áreas técnicas, artesanales, artísticas

*Nota:* Estructura del Sistema de Educación Escolarizada ecuatoriano. (Muquinche, 2014)

Así mismo, se pone a conocimiento que, para cada nivel educativo, existe un currículo orientado al desarrollo de diversas habilidades y capacidades en los estudiantes ecuatorianos, formando parte del desarrollo integral que el sistema educativo busca, esto implica

implementar en los jóvenes valores como, la solidaridad, innovación y justicia. Además de los currículos adaptados para cada subnivel educativo, se encuentran también los currículos por áreas, entre las que se encuentran, Educación Cultural y Artística, Educación Física, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Lengua y Literatura, Matemática y Lengua Extranjera.

En el caso del currículo del área de Matemática, éste presenta los contenidos articulados en forma sistemática y coherente. Su estructura abarca tres bloques curriculares: Álgebra y Funciones, Geometría y Medida, y Estadística y Probabilidad; en el subnivel de Preparatoria de EGB, estos bloques están comprendidos de manera implícita en el ámbito de relaciones lógico-matemáticas; a medida se avanza del subnivel Elemental, hasta el nivel de Bachillerato, los tres bloques curriculares se encuentran explícitos (MINEDUC, 2019). A continuación, la **Tabla 2**, presenta la distribución de estos bloques curriculares y los contenidos conceptuales con los que se trabajan el subnivel de EGB, y el nivel de BGU:

**Tabla 2**

*Bloques curriculares y contenidos conceptuales*

Bloque Curricular	Contenidos Conceptuales	
	EGB Superior	Bachillerato
Bloque 1: Álgebra y sus funciones	Números enteros (Z): representación en la recta numérica, orden y comparación, propiedades algebraicas de las operaciones, cálculo numérico	Números reales (R): propiedades de orden, propiedades algebraicas de las operaciones, cálculo numérico
	Números racionales (Q) e irracionales (Q'): representación en la recta numérica, orden y comparación, propiedades de las operaciones, cálculo numérico	Funciones: inyectivas, sobreyectivas, biyectivas e inversas
	Números reales (R): representación en la recta numérica, relaciones de orden y propiedades, propiedades algebraicas de las operaciones, cálculo numérico. Notación científica	Funciones reales: afín, potencia, raíz cuadrada, valor absoluto, función cuadrática y su derivada, función polinomial y su derivada, función racional y su derivada y, función escalonada
	Relaciones: producto cartesiano. Tipos de relaciones	Propiedades. Representaciones gráficas. Operaciones con funciones reales
	Funciones reales: lineal, potencia y cuadrática	Composición de funciones reales
	Operaciones con polinomios	Polinomios reales con coeficientes en R. Operaciones, propiedades Sucesiones numéricas reales; progresiones aritméticas y geométricas. Sucesiones convergentes. Matemática financiera (interés compuesto Integración, propiedades, aplicaciones geométricas y físicas Funciones trigonométricas. Función exponencial y función logarítmica

Bloque 2: Geometría y sus medidas	Ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita, resolución en Z, Q y R Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos de resolución	Ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas Sistema de dos ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas, sistemas de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas. Método de resolución
	Intervalos e inecuaciones, resolución de inecuaciones de primer grado con una y dos incógnitas en Z y Q. Representación geométrica Proposiciones y colectivos lógicos, leyes de la lógica y tautologías. Leyes de los conjuntos y operaciones Pirámides, prismas, conos y cilindros Triángulos: puntos y rectas notables. Congruencia y semejanza. Teorema de Pitágoras Relaciones trigonométricas	Matrices reales de $m \times n$ , operaciones elementales. Determinantes. Sistemas de ecuaciones lineales  Operaciones con intervalos. Inecuaciones de primer grado con una incógnita en R Vectores geométricos en el plano El espacio vectorial $R^2$ . Rectas en $R^2$ . Aplicaciones geométricas en $R^2$
	Área de polígonos regulares Simetría. Semejanza (Teorema de Thales)	El espacio vectorial $R^3$ . Rectas y planos en $R^3$  Aplicación a problemas de programación lineal
Bloque 3 Estadística y probabilidad	Representación gráfica de datos procesados: tabla de datos procesados Frecuencias absolutas y acumuladas de datos agrupados y no agrupados Elementos de la estadística descriptiva	Estadística descriptiva  Probabilidad elemental  Distribuciones discretas
	Probabilidad y azar. Cálculo de probabilidades. Permutaciones y combinaciones	Regresión lineal simple

*Nota:* Adaptado de *Mapa de contenidos conceptuales* (p. 400), por MINEDUC (2019)

Los bloques curriculares y los contenidos conceptuales en el currículo de matemática, permiten al educador diseñar un plan de estudio de manera organizada; y estructuran el aprendizaje de esta disciplina. Esta organización secuencial asegura una comprensión sólida de los conceptos matemáticos, y permite que los estudiantes comprendan que los temas van a estudiar durante su transcurso académico están relacionados entre sí.

### **Enseñanza aprendizaje de la matemática**

Para referirse a la estrategia en la que se centra la investigación, es necesario partir de los conceptos de enseñanza y aprendizaje, y definirlos considerando su interconexión, ya que son mutuamente dependientes y esenciales para el proceso educativo; y de manera continua, proceder a definir al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Las personas están ligadas al conocimiento de manera permanente; sus acciones en la sociedad suscitan reflexiones que entrelazan la información recién adquirida con aquella



que ya poseían, dando paso a un nuevo aprendizaje evolutivo y continuo que es transferido de una persona a otra.

En cuanto a la enseñanza, Bustamante et al. (2016) mencionan que ésta aborda una serie de cambios sistemáticos en los individuos, cuyo objetivo principal es la transmisión de información a través de la comunicación, ya sea de manera directa o utilizando medios auxiliares que varían en complejidad. Añade que la enseñanza debe ser vista estrechamente vinculada a la educación, por ende, a la formación de una concepción específica del mundo y la vida. En lo que respecta al aprendizaje, Sánchez (2003) menciona que su esencia es la adquisición de una nueva capacidad, habilidad o conocimiento.

De esta manera, el acto de aprender y transferir el conocimiento, es de considerarse un procedimiento de enseñanza y aprendizaje, que no se limita solo en la transmisión de información, sino que es un intercambio dinámico que enriquece tanto al que comparte el conocimiento como al que lo recibe.

En el contexto de la educación, Molina-García y García-Farfán (2019) mencionan que el proceso de enseñanza está ligado al aprendizaje. Por un lado, la enseñanza engloba acciones emprendidas por el profesor con la intención de presentar situaciones que brinden a los alumnos las oportunidades de aprender; mientras que en el aprendizaje se realiza una combinación de actividades llevadas a cabo por los estudiantes, con la finalidad de alcanzar modificaciones en la conducta intelectual, afectiva y psicomotriz.

Por tanto, dentro del ámbito educativo, el proceso de enseñanza aprendizaje es la interacción que existe entre el docente y los estudiantes. La enseñanza está ligada a una planificación ajustada a un currículo o plan de estudio, tal como lo menciona Zúñiga (2014), la enseñanza debe ser precisa, planificada y organizada con el propósito de permitir que las personas adquieran y desarrollen de manera creativa conocimientos o posibles soluciones a determinados problemas; mientras que el aprendizaje busca capacitar al estudiante para que este pueda interpretar e influir en su entorno, en tal sentido, Escobar (2015), recalca que la importancia de este proceso, es que posibilita que el alumno desarrolle habilidades para comprender y llegar a transformar los acontecimientos que ocurren en su entorno, o su realidad circundante.

Yáñez (2016) resalta que es esencial considerar los intereses individuales de los estudiantes en el transcurso del proceso formal de enseñanza aprendizaje para que estos puedan ser considerados como factores que motiven al estudiante, y logren desarrollar actividades académicas que cubran y alineen sus necesidades y satisfacciones.

Incorporar los intereses individuales como factores motivadores, genera un ambiente adecuado en el que los estudiantes logran sentirse conectados con el contenido académico, además, posibilita desarrollar habilidades para aprender de forma autónoma y aplicar esos conocimientos en su diario vivir.

El aprendizaje escolar es inconcebible sin motivación. La escuela tiene exigencias más amplias que la vida corriente, el alumno y alumna deben aprender cada vez elementos más exigentes, y esta exigencia requiere, a su vez, un esfuerzo mayor y la necesidad de un impulso adicional que haga posible el éxito. En este mismo sentido, Yáñez (2016) argumenta que un factor estimulante que tiene un impacto positivo y motivacional en el estudiante es el repaldo continuo del maestro, siendo un apoyo constante para superar diversos desafíos en el proceso de aprendizaje.

Uno de los propósitos, por lo que se busca mejorar la enseñanza y aprendizaje, es lograr en los estudiantes un nivel de comprensión profunda y duradera. A este tipo de aprendizaje, definido por García et al. (2020) como significativo, va más allá de la adquisición de conocimientos, sino, que también implica aplicarlos de manera creativa, relacionarlos con experiencias previas y generar un conocimiento con relevancia en la vida del estudiante. Este enfoque no solo promueve un aprendizaje profundo y duradero, también fomenta el pensamiento crítico, y la resolución de problemas, consideradas como habilidades esenciales.

Ahora bien, haciendo hincapié específicamente al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se entiende que el proceso de aprendizaje no es un asunto que rae únicamente en el estudiante, sino también en el educador, es decir en el profesor. Aprender y enseñar matemáticas implica desarrollar conocimientos matemáticos, los cuales han sido generados hace milenios de años (Wussing, 1998).

Con la educación matemática en las instituciones educativas, el propósito va más allá de solamente aprender contenidos matemáticos específicos para un determinado grado en particular; más bien, se busca que los estudiantes logren construir y desarrollar habilidades para resolver tanto problemas intramatemáticos y extramatemáticos como situaciones complejas propias de la vida diaria (Mora, 2003).

Cuando el objetivo de las matemáticas se limita a enseñar la resolución de un problema en específico o procedimientos particulares, el resultado a la formación matemática resulta débil e insuficiente. Pedroza (2019) manifiesta que un objetivo fundamental en el proceso de aprendizaje de la matemática, es recalcar la importancia del trabajo activo que requiere un auténtico aprendizaje matemático, donde se construyen conocimientos a través de la manipulación, estudio y elaboración de conceptos. Por su parte, Camacho y Socas (2003) consideran importantes los siguientes aspectos dentro de este proceso.

- Respetar tanto los conocimientos previos de los alumnos como los significados que adquieren.
- Construir el conocimiento a partir de los métodos que utilizan los alumnos, mediante una negociación.
- Considerar la inseparabilidad de las matemáticas con sus aplicaciones y la importancia de la motivación y la relevancia (p. 161).

Estos aspectos, resaltan lo ligada que esta la matemática con sus actividades o aplicaciones prácticas, siendo la motivación un elemento crucial en el proceso de enseñanza para lograr un aprendizaje significativo en el estudiante.

Tanto los alumnos como los profesores tienen responsabilidad en el desarrollo y resultados de la enseñanza matemática, y que este proceso tenga éxito. Los estudiantes pueden adquirir conocimientos matemáticos por medio de las experiencias que el docente les brinda; esto involucra que la comprensión de las matemáticas por parte de los alumnos, la habilidad para aplicarlas en la resolución de problemas, así como su confianza en esta disciplina, están condicionadas por la enseñanza que es proporcionada en la escuela.

Más que memorizar fórmulas, los estudiantes se sienten motivados por la construcción y demostración de teoremas o proposiciones, mucho más si ellos consideran relevantes a estos. Mora (2003) afirma que los estudiantes pueden asumir responsabilidad en su propio aprendizaje, esto ocurre únicamente al momento de interactuar con el material u objeto que están estudiando, sea dentro o fuera de esta disciplina.

Desarrollar un aprendizaje independiente no implica un desorden didáctico; por el contrario, necesita un mayor grado de atención por parte de docentes y estudiantes. Es así que el docente debe desarrollar métodos que fomenten en el estudiante el aprendizaje autónomo, basado en la reflexión fuera del entorno tradicional del aula.

Dentro de las etapas básicas del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, Yackel y Cobb (1996), mencionan siete etapas como las principales dentro de este proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. Estos pasos son aquellos que por lo general se desarrollan dentro del aula de clase al momento de enseñar matemáticas, donde el profesor es el responsable de llevar cada uno de ellos.

*La Introducción didáctica.* Esta es la fase inicial de una clase de matemáticas, donde se introduce brevemente el tema a tratar en el transcurso de la misma. Se puede llevar a cabo recordando conocimientos previos.

*El desarrollo de los contenidos matemáticos.* Por lo general, el docente es quien dirige por completo la clase y presenta los nuevos contenidos mediante preguntas y respuestas. Esta etapa se centra en que los estudiantes adquieran nuevos conocimientos.

*La vinculación con otros conocimientos matemáticos.* Las matemáticas conforman un mundo de elementos que están interrelacionados entre sí; en esta etapa se establece una conexión del conocimiento adquirido con otros campos.

*La consolidación de los nuevos conocimientos matemáticos.* La mayoría de los conceptos matemáticos pueden ser aprendidos con el esfuerzo que los docentes emplean en sus estrategias didácticas como por el interés mostrado de parte de los estudiantes hacia la materia, esto se logra consolidando los procedimientos y reglas a través de la repetición y la práctica durante las clases de matemáticas.

La *profundización de los conocimientos matemáticos*. Esta fase implica adaptarse a las necesidades individuales de los estudiantes, tanto a lo que tienen habilidades destacadas como a los que presentan dificultades. El docente debe detectar que estudiantes requieren mayor profundización en ciertos temas.

La *inspección de los nuevos conocimientos matemáticos*. El control del proceso educativo proporciona, según la evaluación del aprendizaje, datos a los profesores sobre la eficacia de su enseñanza.

La *corrección, eliminación de errores y concepciones erróneas*. La importancia de corregir concepciones erróneas y cambiar la percepción del error en la enseñanza de matemáticas. Se aboga por una pedagogía que fomente la autocrítica constructiva y transforme las concepciones erróneas en conocimiento válido.

A continuación Mora (2003) presenta el esquema de estos pasos.

### Figura 1

*Etapas básicas del proceso de enseñanza y aprendizaje*



*Nota:* Adaptado de *Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Mora (2003)

Así mismo, es necesario que el docente este familiarizado con los diferentes estilos de aprendizaje de sus alumnos para poder implementar estrategias adecuadas que garanticen un logro académico exitoso, alineado con los resultados de aprendizaje establecidos y optimizar el proceso educativo. Rivas-Cedeño (2015) añade que las estrategias ... son aquellas acciones pedagógicas que el profesor implementa para potenciar, estimular y mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje, fomentando y desarrollando la inteligencia y la afectividad.

Tanto las estrategias metodológicas como didácticas, desempeñan un papel fundamental en la mejora del proceso educativo, ya que son acciones implementadas específicamente por el docente, y van más allá de la transmisión de conocimiento, contribuyendo al desarrollo integral de los alumnos, potenciando en ellos la inteligencia y la afectividad y enriqueciendo la experiencia educativa. Por su parte, Quimí (2019), expresa que al referirse a las estrategias metodológicas del aprendizaje, se habla de un conjunto de diversas estrategias y técnicas que tienen como fin aprovechar la forma de aprender de manera efectiva.

En tal sentido, Padilla (2021) menciona que:

La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no solo debe basarse en que el estudiante aprenda los contenidos conceptuales y procedimentales, sino que también desarrolle algunas estrategias que le permitan construir sus valoraciones desde un determinado caso o problema contextualizado de la realidad (p. 15).

Con el constante cambio de la sociedad, la educación enfrenta desafíos significativos que requieren de una excelente o sólida preparación académica. En el ámbito de las matemáticas, esta disciplina promueve habilidades y destrezas fundamentales, tales como el razonamiento lógico, competencias y la creatividad, de manera que, Porras-Lizano y Fonseca-Castro (2015) manifiestan que es esencial implementar estrategias que permitan percibir las matemáticas como una disciplina útil y herramienta eficaz en el contexto de los estudiantes, a la vez que logre superar la percepción equivocada de que las matemáticas no están ligadas a la realidad circundante; bajo estos desafíos la implementación de la modelación matemática en el aula de clase hace frente a estos retos y cambios que presenta la educación.

## **La modelación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática**

### ***La modelación matemática***

Para llegar a la definición de modelación matemática, es conveniente mencionar el concepto de modelo, Brito-Vallina et al. (2011) mencionan que este es aquel que constituye una representación o abstracción de la realidad y pueden ser de tipo analógico, físico, gráfico, esquemático y matemático; este último tipo de modelo es aquel en el que recae el interés de la presente investigación.

Un modelo matemático debe reflejar la estructura causal del sistema en estudio y ser capaz de predecir el resultado de manera eficiente y correcta (King et al. 2005). Es común que los modelos matemáticos solo capten algunas características del objeto modelado, así mismo, destacan por su generalidad al describir toda categoría de fenómenos u objetos. De igual manera, es primordial que un modelo matemático logre capturar la relación causa-efecto del sistema en estudio y predecir sus resultados con precisión y eficacia.

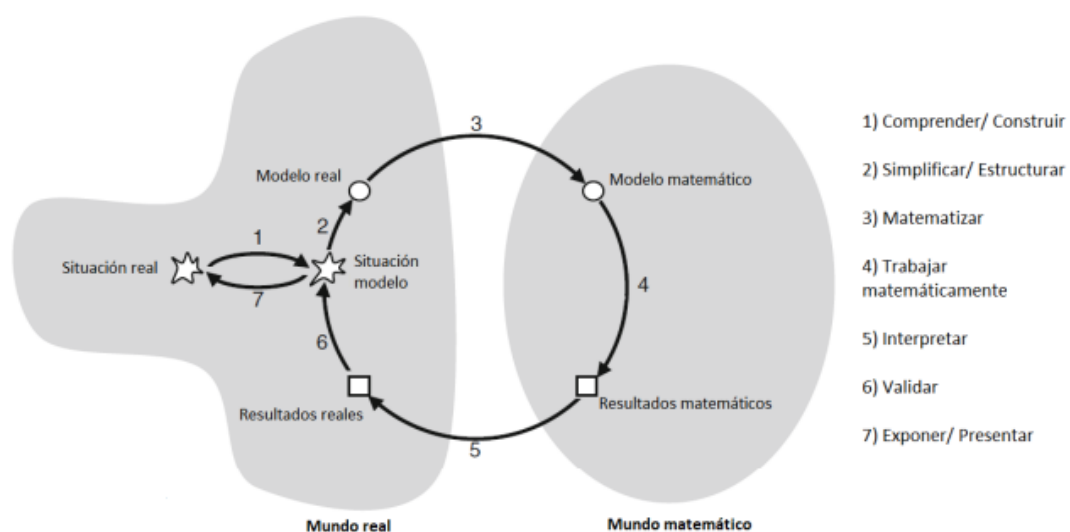
Bajo esta misma línea, se llega a definir a la modelación matemática como un intento de describir alguna parte del mundo real en términos matemáticos. Molina-Mora (2017) se refiere a la modelación matemática como “la actividad que consiste en representar, manipular y comunicar objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos y que, en alguna forma, permitan la simulación de procesos complejos, generen hipótesis y sugieran experimentos o métodos de validación” (p. 20).

Por su parte, Romero (2011) se refiere a la modelación matemática como la relación que existe entre el mundo y las matemáticas, que se establece a través de la resolución de problemas contextualizados en el entorno cotidiano. De esta manera, la modelación matemática se aplica a procesos u objetos de la vida real como una herramienta para describir y comprender el funcionamiento de los mismos, con ella se posibilita hacer predicciones sobre su comportamiento mediante la construcción de modelos matemáticos que nacen de la interpretación de una situación del entorno. Tal como lo mencionan King et al. (2005), el objetivo de esta representación de elementos del mundo real mediante expresiones matemáticas, es imitar procesos complicados, formular hipótesis y recomendar experimentos o técnicas de validación.

La modelación matemática puede entenderse como el proceso de construcción de un modelo, dirigido de una situación real a un modelo matemático, más específicamente, la manera de conectar el mundo real con las matemáticas (Blum, 1993). Para llevar a cabo este proceso se requiere una secuencia de actividades que se conocen como: “círculo de modelación”

**Figura 2**

*Ciclo de Blum*



*Nota:* Siete pasos del ciclo de modelización. Blum (2015)

Huinchahue (2015) explica que este proceso comienza con la presentación de una situación del mundo real (RS), que puede manifestarse a través de imágenes, textos o ambos. Posteriormente, se produce una transición hacia el entendimiento parcial del problema, que puede ser implícito e inconsciente para el modelador. Luego, entra en juego la representación mental de la situación (MRS), donde se toman decisiones y se filtra la información relevante del problema. Esta etapa es crucial, ya que define cómo se abordará el problema en los siguientes pasos de modelado, dependiendo del estilo de pensamiento matemático del individuo. La siguiente transición implica la idealización y simplificación del problema, siendo un proceso más consciente que los anteriores. A continuación, se llega al modelo real (RM), que muestra cómo se construye el modelo. Este puede ser representado mediante dibujos o fórmulas, aunque las declaraciones verbales también sustentan las representaciones externas. Además, se incorpora el conocimiento extra matemático del modelador, relacionándolo con el modelo real construido.

La transición siguiente es la matematización, donde también se requiere y utiliza el conocimiento extra matemático para la construcción del modelo matemático (MM). Aquí, las representaciones externas pueden ser en forma de dibujos o fórmulas, pero las declaraciones se expresan en un nivel matemático. Luego, se realiza el trabajo matemático, haciendo uso de las competencias matemáticas del modelador, para obtener los resultados matemáticos (MR). Estos resultados se interpretan, incluso de manera inconsciente, para obtener los resultados reales (RR), que deben ser validados mediante la discusión de la correspondencia entre los resultados reales y la representación mental de la situación. Existen dos tipos de validación: la intuitiva, donde el modelador enuncia si el resultado es correcto o no sin poder justificar su respuesta, y la basada en el conocimiento, que se apoya en la correspondencia del problema con su representación. Estos tipos de validación suelen ser tanto inconscientes como conscientes, respectivamente.

### ***La modelación y el entorno educativo***

La base de la modelación en las matemáticas escolares puede tener diferentes enfoques, primero con la labor científica del matemático que por lo general es denominado matemático aplicado, centrado en la aplicación y creación de modelos con el fin de explicar y elucidar fenómenos; por otro lado desde el enfoque del educador en matemáticas, quién fomenta la modelación desde un punto de vista distinto, centrado en la interpretación y comprensión de modelos con el propósito de desarrollar un entendimiento de las matemáticas con un significado claro, a la vez despertando la motivación e interés de los estudiantes para que comprendan la conexión de problemas del entorno junto a las matemáticas.

En la siguiente tabla, Villa-Ochoa (2007) presenta algunos aspectos que diferencian el proceso de modelación matemática como actividad científica y como herramienta para construir conceptos matemáticos en el aula de clase.

**Tabla 3**

*Modelación como actividad física y herramienta en el aula de clase*

<b>Criterio</b>	<b>Como actividad científica</b>	<b>Como herramienta en el aula de clase</b>
<b>Propósito del modelo</b>	El modelo se construye a partir del análisis de algunas situaciones, mediante las cuales se busca explicar fenómenos, solucionar problemas (de ciencias Naturales, Sociales, Humanas...) o para avanzar en una teoría o ciencia.	El modelo se elabora para construir un concepto matemático dotado de un significado y con la intención de despertar una motivación e interés por las matemáticas debido a su carácter aplicativo.
<b>Los conceptos matemáticos</b>	Emergen de la situación a través de un proceso de abstracción y simplificación del fenómeno.	Deben haber sido considerados a priori con base en la preparación y selección del contexto por parte del maestro y de acuerdo con los propósitos de la clase.
<b>Contextos</b>	Obedecen a problemas que comúnmente no han sido abordados o se abordan de una manera diferente al interior de la ciencia.	Deben obedecer a problemas abordados previamente por el docente con el objeto de evaluar su pertinencia con los propósitos educativos.
<b>Otros factores</b>	Se presenta generalmente en un ambiente propio de la ciencia en la cual se aplica y generalmente es externo a factores educativos.	Se presenta regularmente en el aula de clase bajo una motivación propia de contextos cotidianos y de otras ciencias.

*Nota: Adaptado de La Modelación como Proceso en el Aula de Matemáticas: Un Marco de Referencia y un ejemplo (p. 69) por Villa-Ochoa (2007).*

La modelación puede ser vista desde distintas perspectivas, sin embargo, si se hace una revisión a distintos estudios, es complicado clasificarla en una sola categoría, debido a que por lo general están relacionadas y siempre tienen una parte de cada una. Trigueros (2009) presenta a continuación las siguientes:

Desde una *Perspectiva Realista*, el objetivo se centra en abordar la resolución de problemas con sentido práctico para los estudiantes, y desarrollar habilidades para interpretar su entorno y comprendan los elementos fundamentales de los modelos matemáticos. Así mismo, dentro de esta perspectiva también se encuentran modalidades del modelo conceptual, las cuales buscan resolver problemas concretos, pero con una atención especial en la conexión entre el proceso de resolución y el individuo que lo lleva a cabo, es decir abordar problemas contextualizados. Esta aproximación proporciona una comprensión más



profunda de la naturaleza del proceso de modelado, considerando las distintas limitaciones que el entorno impone en la creación de modelos, en esencia, se busca ir más allá de enseñar la resolución de problemas, sino también entender la complejidad del proceso y la relación que tiene este con el entorno.

Otra perspectiva se clasifica como *modelación educativa*, tiene un propósito pedagógico, aquí se identifican dos tipos de corrientes, una didáctica en la que se emplean modelos para estructurar y fomentar el proceso de aprendizaje de los alumnos; y la segunda corriente que tiene un carácter conceptual, ya que aquí la modelación cumple con el rol de desarrollar nuevos conceptos, dicho de otra manera, en esta perspectiva la modelación es una herramienta tanto para estructurar el aprendizaje como para posibilitar la comprensión de conceptos en el ámbito educativo.

Como última perspectiva, se encuentra la *modelación* con una visión *cognitiva*, ésta tiene un interés en los aspectos psicológicos, tales como el analizar los procesos mentales que se encuentran involucrados durante el proceso de modelación. Su objetivo central es comprender la manera en que se lleva a cabo el pensamiento cuando se usa la modelación como un ente para resolver problemas. En otras palabras, es aquella que busca entender como la mente opera al ser uso de la modelación, al momento de fortalecer habilidades de pensamiento matemático o al resolver situaciones específicas.

### ***La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática***

La educación matemática cumple un rol importante para que los estudiantes logren un desarrollo cognitivo, sin embargo, se destaca que ésta va más allá de adquirir conocimientos teóricos y habilidades prácticas; sino que también, pretende fomentar y contribuir en el desarrollo del aprendizaje significativo, donde se pueda poner en práctica conceptos matemáticos en un contexto real.

Tanto en profesores como en estudiantes, se observa una percepción diferente del conocimiento matemático. El docente, considera la enseñanza de las matemáticas como un servicio, esto quiere decir, que las matemáticas se ven pertenecientes a otros campos de conocimiento, como la ingeniería, física o matemática, y no es considerada un campo de conocimiento por sí misma; de manera que no se logra ver la enseñanza de la matemática escolar como un conocimiento de campo. Por otro lado, el estudiante exige que la materia de matemáticas escolar, de respuesta a las necesidades inmutables de su vida cotidiana, por lo que es necesario la implementación de estrategias didácticas que den respuesta sus necesidades y que les permitan apreciar el rol fundamental que la matemática tiene en cada objeto u situación que en su diario vivir están presentes.

Es así que surge la modelación matemática como una estrategia didáctica que permite a los estudiantes afrontar problemas de situaciones reales, a la vez que desarrollen habilidades que vayan más allá del enfoque memorístico y rutinario

La modelación matemática tiende a conectar la experiencia cotidiana de los alumnos y las matemáticas, debido a que el proceso de enseñanza en esta disciplina ofrece un apoyo cognitivo a las conceptualizaciones estudiantiles, y coloca la matemática en un contexto cultural, siendo un medio para describir y entender situaciones de la vida diaria (Córdoba, 2011).

Si se considera al método científico como paradigma, la modelación matemática sigue las etapas clásicas de dicho enfoque, y son tomadas en cuenta al implementar estrategias didácticas. En tal sentido, Villa-Ochoa (2009) menciona que el modelado matemático tiene sus fundamentos en la labor científica del personal matemático, encargados de construir modelos para explicar fenómenos, y resolver problemas de otras ciencias; sin embargo, desde el ámbito educativo, se promueve la creación a interpretación de modelos con el fin de construir un concepto matemático de un significado, pretendiendo despertar la motivación e interés por las matemáticas, debido a la relación que esta área del conocimiento tiene con los problemas del contexto real de los grupos de estudiantes.

La modelación en el ámbito educativo, se presenta como una herramienta que permite el aprendizaje de conocimientos matemáticos conectados o integrados con otras formas de conocimiento; su implementación como estrategia de enseñanza y aprendizaje, ha tenido un crecimiento notable por los educadores matemáticos. Blum (1991), sostiene que la modelación contribuye a una mejor comprensión del entorno, y que fortalece tanto la comprensión de conceptos matemáticos, como a las actitudes hacia las matemáticas.

Bajo esta misma línea, la modelación matemática, vista como metodología de enseñanza, parte de un tema y sobre él desarrolla cuestiones o preguntas que quiere comprender, resolver o inferir. Esas preguntas deberán ser respondidas mediante el uso del conjunto de herramientas matemáticas y de la investigación sobre el tema. La idea de muchos defensores de la modelación en la enseñanza, es la de que cada alumno pueda elegir un tema de algún área de su interés, hacer una investigación al respecto, proponer cuestiones y, bajo la orientación del profesor, elaborar un modelo matemático. En estos términos, el alumno pasa a ser responsable de su aprendizaje y el profesor, un orientador (Bassanezi, 2002).

Huincachue et al. (2018) mencionan que, dentro del aula la modelación matemática ha sido considerada de diversas maneras, desde una herramienta didáctica centrada en un objeto matemático, hasta el motor de una construcción social de conocimiento matemático, pero, sin duda, es utilizada para que el aprendizaje se realice a partir de la realidad del estudiante y sea dirigido hacia el conocimiento matemático (p. 100). En consecuencia, el tratamiento de la modelación en la enseñanza de las matemáticas es considerada como una

herramienta didáctica que ayudará al estudiante a hacer representaciones adecuadas y eficientes del objeto matemático. La modelación puede ser concebida como una metodología o estrategia de enseñanza, o como una metodología de investigación.

Las sugerencias que plantean los autores anteriores, son, en cuanto la modelación es empleada como metodología o estrategia de enseñanza, recomiendan que el profesor guíe a los estudiantes en la realización de sus investigaciones con relación al tema del modelo; por otro lado, cuando es concebida como metodología de investigación, el contenido programático puede abordarse de manera tradicional con respecto al proceso de modelación. En ambos enfoques, se parte con la intención de fomentar el conocimiento matemático y la capacidad de aplicarlo en diversas áreas del conocimiento, y que el estudiante logre desarrollar habilidades y el pensamiento crítico.

Barbosa (2001, como se citó en, Rondon et al., 2020) sostiene que una de las estrategias más beneficiosas y provechosas en la enseñanza de las matemáticas es la modelación matemática, de tal manera que la describe como un entorno de aprendizaje en el cual los estudiantes exploran e investigan, por medio de las matemáticas, acerca de situaciones que surgen en diversas áreas de la realidad. Por ende, constituye una práctica de enseñanza que focaliza el proceso de enseñanza y aprendizaje en la relación entre el mundo real y la matemática, es decir que parte de un tema específico del que se elaboran interrogantes o preguntas con interés a que se puedan comprender, resolver o inferir.

Por su parte, Salett y Hein (2004), indican que para su implementación en la enseñanza, el docente se involucra en dos tipos de abordaje: En primer lugar, le permite desarrollar el contenido programático a través de modelos matemáticos, aplicados a diversas áreas del conocimiento, mientras que, en el segundo enfoque, guía a sus estudiantes para que realicen trabajos de modelaje. Así mismo menciona, que ésta puede ser incorporada en cualquier nivel educativo.

Blum (1993) expone las razones por las que el docente debe tomar en cuenta la implementación de la modelación en su práctica docente:

- Favorece la consolidación y comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos.
- Fomenta el desarrollo de habilidades necesarias para afrontar situaciones del mundo real.
- Permite visualizar una perspectiva social y cultural de las matemáticas.
- Posibilita una reflexión más profunda sobre los contenidos matemáticos enseñados en la escuela.
- Estimula la curiosidad intelectual, dándoles sentido a los conceptos y procedimientos matemáticos.

Estas razones subrayan la riqueza y la utilidad de esta estrategia, debido a que, establece un fundamento sólido para el aprendizaje, prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos del entorno cotidiano, promueve un aprendizaje más reflexivo y significativo de manera que se fomenta un interés y una comprensión más profunda de la disciplina. En conjunto, estas razones respaldan la idea de que la modelación matemática no solo enriquece la experiencia educativa, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar el mundo con un enfoque matemáticamente fundamentado.

Por su parte, Salett y Hein (2004) enlistan algunos aspectos que la integración de la modelación en el aula de clase, busca promover en el estudiante:

- El estímulo de la creatividad en la formulación y solución de problemas.
- Interés por las matemáticas frente a su aplicabilidad.
- Integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento
- La capacidad para leer, interpretar, plantear y resolver situaciones problema
- Capacidad para actuar en grupo
- La mejora en la comprensión de los conceptos matemáticos
- Habilidad en el uso de la tecnología (calculadora gráfica y computadoras)

Estos propósitos convergen en ofrecer al estudiante una formación integral que vaya más allá de la comprensión de conceptos matemáticos, abarcando de igual manera aspectos sociales, prácticos como cognitivos, con el fin de preparar al estudiante para los desafíos que lleguen a presentársele, tanto académicos como profesionales.

Los mismo autores, en (1997) manifiestan que la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediante el método de modelación se presenta como una experiencia más gratificante, ya que permite al estudiante abordar temas de su interés, convirtiéndose así en corresponsable de su propio aprendizaje. Al mismo tiempo, el profesor-orientador llega ampliar su conocimiento a través de los temas seleccionados por los estudiantes. No obstante, en entornos educativos regulares con programas preestablecidos y de moldes tradicionales como en la mayoría de las instituciones educativas, el método de modelación puede experimentar ciertas modificaciones, por lo que es esencial considerar factores como, el nivel de escolaridad de los estudiantes, el tiempo disponible para actividades extracurriculares, el cumplimiento del programa académico y la situación del profesor en términos de familiaridad con la modelación.

Para llevar a cabo este proceso se sugiere considerar aspectos como: Primero la elección de un tema de interés por parte del estudiante o el profesor, segundo, la investigación sobre el tema y las herramientas matemáticas pertinentes permitan dar respuesta a las preguntas que se generen y como último el diseño de un modelo bajo la guía del profesor. El tema o situación problema es uniforme para todas las clases y se utiliza como base para

extraer el contenido programático. En el caso de elegir un tema único para el periodo lectivo, es esencial que sea lo suficientemente abarcador para cubrir los contenidos programáticos y que coincida con el interés de los alumnos.

### ***Modelos matemáticos y sus procesos en la enseñanza aprendizaje de la educación secundaria***

A continuación, se presentan algunos procesos y modelos que sugieren diversos autores para la implementación de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, y que han sido empleados en estudios relevantes en relación al tema de investigación, con tópicos del nivel de educación secundaria. Se recalca que el docente es el encargado de aplicar cada uno de ellos, para lo que deberá tomar en consideración el objetivo de clase, el tiempo disponible, el número de estudiantes, entre otros factores que el docente crea indispensable valorizar.

Para desarrollar la modelación matemática en un contenido programático, es decir cómo método de enseñanza, el docente procede a elegir un tema que sea de interés de los alumnos, seguido de la elaboración de un modelo matemático adaptado a propósitos pedagógicos. O, por el contrario, puede elegir un modelo matemático aplicado en otras áreas y adaptarlo para la enseñanza del contenido; Salett y Hein (2004) recalcan que ese modelo sirve como orientación, y proponen las siguientes etapas de la modelación en el aula de clase:

1. *Exposición del tema.* Comienza la clase haciendo una breve Inicia la sesión proporcionando una concisa exposición sobre el tema a los estudiantes, alentándolos a formular preguntas en relación con el tema abordado.
2. *Delimitación del problema.* Selecciona una o más preguntas que le permitan desarrollar el contenido programático. En caso de ser factible y pertinente, se puede sugerir a los estudiantes que realicen una investigación sobre el tema mediante la consulta de bibliografía o la entrevista a un especialista en la materia.
3. *Formulación del problema.* Formula la problemática, construyendo hipótesis, planteando ecuaciones o estructurando los datos de acuerdo a las necesidades del contenido matemático, con el fin de facilitar su resolución.
4. *Desarrollo del contenido programático.* En este momento, presenta el contenido programático (concepto, definición, propiedad, etc.) y se establece una relación con la pregunta originada en el proceso.
5. *Presentación de ejemplos análogos.* A continuación, se muestran ejemplos similares para ampliar las aplicaciones, evitando que el contenido se limite al tema específico o problema presentado. Además, el estímulo y la orientación para el uso de la tecnología, que es parte de la práctica diaria, tales como, calculadoras o computadoras, que forman parte integral de la práctica cotidiana.

6. *Formulación de un modelo matemático y resolución del problema basándose en dicho modelo.* Se sugiere a los estudiantes que retomen el problema que surgió durante el proceso y lo resuelvan.

7. *Interpretación de la solución y validación del modelo.* Al finalizar esta etapa, es importante que el alumno evalúe el resultado

Por su parte, para Zaldívar et al. (2017) mencionan que los momentos principales que debe seguirse en el aula de clase basadas en la modelación matemática son: momento 1, introducción al contexto real; momento 2, matematización de la situación a partir de datos obtenidos del contexto; y momento 3, síntesis y regreso al contexto real. Durante estos momentos, el docente como el estudiante llegan a cumplir roles específicos.

El rol del alumno, de acuerdo a Lakoma (2007, citado por Zaldívar et al., 2017), es realizar predicciones, conclusiones, y ponerlas en práctica; finalmente exponerlas a otras personas. Durante este proceso los estudiantes proponen situaciones derivadas de su entorno y desarrollan modelos para representar dichos escenarios particulares. En cuanto al rol del docente, se centra en la elección de la situación a modelar de acuerdo al contenido que se pretende abordar, identificando la situación más apropiada que permitan a los estudiantes interpretar, explicar y justificar modelos matemáticos.

En cambio, Venegas y Henao (2013) considera que para llevar la modelación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es necesario seguir algunas etapas. Estas han sido empleadas para abordar tópicos matemáticos como: el sistema de medida lineal, y de aplicaciones geométricas. Estas etapas son:

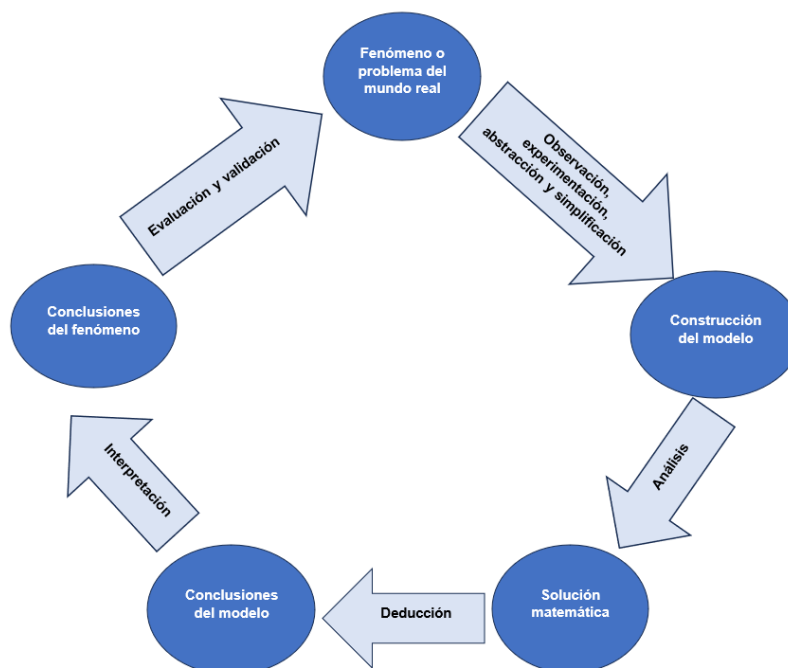
1. *Justificación del proceso.* Es fundamental que el docente explique de manera detallada el proceso a seguir, con el afán de involucrar a los estudiantes como participantes activos y corresponsables del proceso de enseñanza aprendizaje.
2. *Elección del tema.* En el pizarrón se puede registrar una lista de temas conformen sugieran los estudiantes, de igual manera, el docente puede introducir sugerencias de contenidos, especialmente con aquellos ya conocidos en términos temas y conceptos ya abordados.
3. *Desarrollo del contenido programático.* El proceso tiene similitudes con el curso de Modelaje. No obstante, se requiere considerar el contenido programático que deberá fluir del tema. El docente puede optar por plantear una primera interrogante sobre el tema y pedir que indiquen sugerencias sobre sobre lo que se podría investigar para comprenderlo, o bien, proponer que los propios estudiantes planteen las preguntas.
4. *Ejemplos análogos - fijación de conceptos.* Después de desarrollar el contenido matemático suficiente, se propone ejemplos análogos para que el contenido no se restrinja al modelo

5. *Evaluación y convalidación de los resultados.* El profesor plantea que se analice el resultado obtenido.

La implementación de la modelación con el aula de clase tiene gran relación con sus perspectiva científica, a continuación se da a conocer el esquema del proceso de modelización por Villa-Ochoa (2007), cómo método científico:

**Figura 3**

*Esquema de los momentos de la modelización*



*Nota:* Adaptado de *La Modelación como Proceso en el Aula de Matemáticas: Un Marco de Referencia y un Ejemplo* (p. 68) por Villa-Ochoa (2007)

Así mismo menciona que para que se desarrolle la modelación en el aula de clase, el docente debe afrontar algunos momentos. Por su parte el considera que estos momentos como adecuados para la enseñanza de ecuaciones y son descritos a continuación:

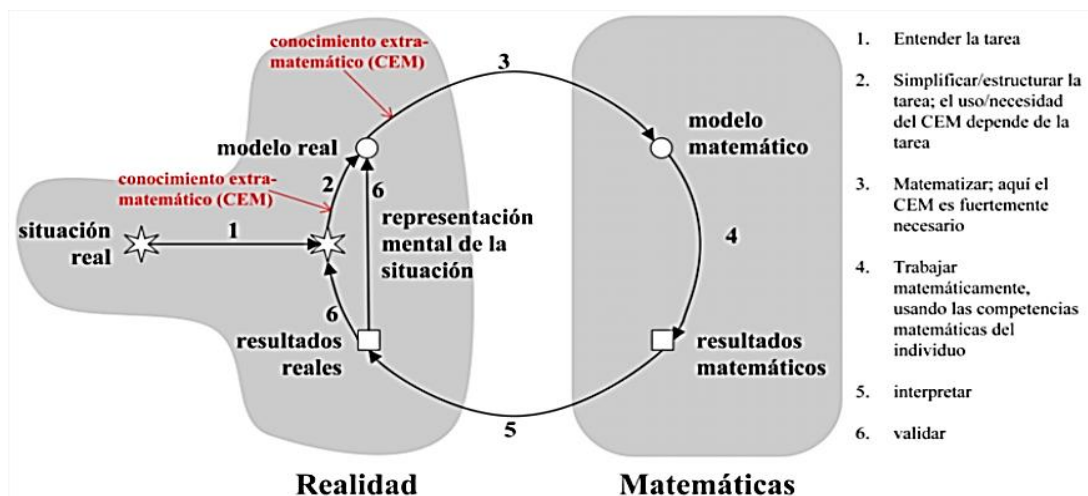
1. *Observación y experimentación:* Consiste en la identificación de un problema, o fenómeno que pueden ser objeto de modelado. El docente debe tener en cuenta criterios tales como los conceptos previos necesarios para abordar la situación.
2. *Delimitación del problema:* En todo problema surgen elementos y variables que requieren ser modelados, de manera que el docente es responsable de la organización de los estudiantes para que aborden diferentes estos elementos.
3. *Selección de estrategias:* El maestro es responsable de la elección de los recursos necesarios para llevar a cabo una secuencia didáctica que abarque conceptos o representaciones que permitan la creación de modelos deseado.

4. *Evaluación y validación:* Se busca que los estudiantes no solo dependan de la autoridad del maestro, sino que busquen estrategias alternativas para la confrontación y validación de sus
5. *Conexión con otros modelos y situaciones:* Es crucial buscar otros fenómenos en los cuales sea posible establecer relaciones entre los mismos conceptos, pero bajo nuevas interpretaciones.

Por su parte, Borromeo-Ferri (2006) manifiesta que una de las dificultades de la modelación se encuentra en la transición entre la realidad y el ámbito matemático, así como a la reinterpretación inversa una vez que se ha desarrollado el modelo y su solución, de manera que ha identificado diversas etapas en el proceso de modelización, centrándose especialmente en el análisis de los procesos cognitivos. En este contexto, se distinguen las fases de la Situación Real (RS), la Representación Mental de la Situación (MRS), el Modelo Real (RM) y el Modelo Matemático (MM), situadas a lado izquierda de **Figura 4**

**Figura 4**

*Ciclo de modelación desde la perspectiva cognitiva*



*Nota:* Adaptado y traducido de Borromeo-Ferri et al. (2018)

Este modelo es empleado en la investigación, *Modelación en la enseñanza de las matemáticas: Matemáticos y profesores de matemáticas, sus estrategias*; para la enseñanza de la congruencia de triángulos.

La misma autora, explica que la fase Situación Real (RS), representa la situación planteada en el problema, ya sea a través de imágenes o un texto. Durante la transición de la Situación Real (RS) a la Representación Mental de la Situación (MRS), el individuo adquiere una comprensión variable del problema y realiza una reconstrucción mental de la situación. La Representación Mental de la Situación (MRS) difiere entre individuos, influenciada por su estilo de pensamiento, puede ser visual en relación con la experiencia o enfocarse en datos



numéricos y relaciones presentes en el problema, este proceso puede requerir conocimiento extra-matemático según la naturaleza de la tarea. La fase de Modelo Real (RM) está estrechamente vinculada a la MRS, ya que el RM se construye internamente y las representaciones externas reflejan al Modelo Real. Al pasar del RM al Modelo Matemático (MM), se experimenta un progreso en la matematización individual, pudiendo ser necesario recurrir también a conocimiento extra-matemático. Por último, la fase de Modelo Matemático (MM) implica representaciones externas, expresiones matemáticas o dibujos.

Mientras tanto, para Maaß (2006) las fases que presenta modelación son cinco. En el estudio, *Relaciones entre la argumentación y la modelación en el aula de matemáticas*; se hace uso del mismo como medio para abordar el tópico: ecuaciones.

**Tabla 4**

*Fases y códigos de la modelación de Maaß*

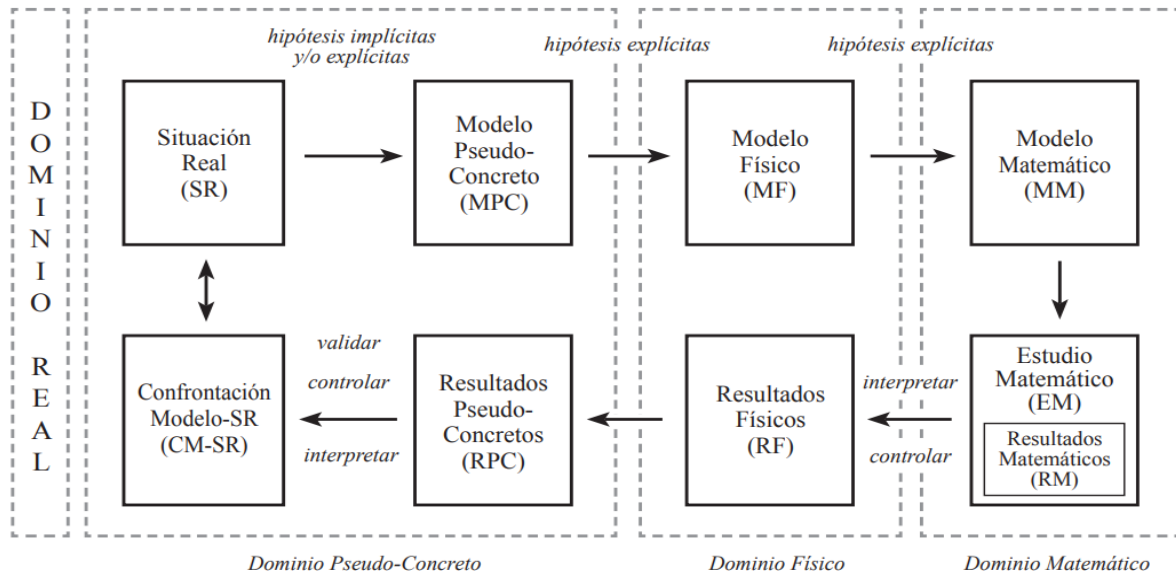
Fases	Código
Simplificación	Discute el problema: condiciones iniciales, reconocimiento de datos, variables y sus relaciones considera acciones y caminos hacia la solución. Utiliza sistemas de representación.
Matematización	Representa la realidad mediante nociones matemáticas. Propone una expresión matemática. Formula el modelo matemático.
Trabajando con las matemáticas	Discute sobre las matemáticas. Realiza cálculos y procedimientos. Usa un modelo para encontrar la solución. Explicita estrategias.
Interpretación	Interpreta soluciones. Comunica el resultado o modelo.
Validación	Evalúa el resultado o modelo. Discute resultados y modelos. Identifica fortalezas y limitaciones.

Nota: Adaptado de *What are modelling competencies?* de (Maaß , 2006).

Por su parte, Rodríguez (2008) presenta el siguiente esquema que se lleva a cabo en el proceso de modelación el cual consta de ocho etapas. En el estudio, *Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de Applets*, es empleado con la finalidad de enseñar el Teorema de Pitágoras. Estas etapas son.

**Figura 5**

*Ciclo de modelación según Rodríguez*



**Nota:** Adaptado *del ciclo de modelación matemática*, según Rodríguez (2008)

La modelación matemática tiene su inicio con la presentación de situaciones que plantean problemas en un contexto real, lo que implica la creación inicial de un modelo pseudo concreto, que se traduce luego en un modelo físico y, finalmente, en un modelo matemático. Seguidamente de esta etapa, prosigue resolver el modelo matemático, desde perspectivas tanto matemáticas como físicas y pseudo concretas. En el transcurso de este proceso, se incentiva la crítica del modelo, y de ser necesario, se lleva a cabo su modificación. El ciclo integral de la modelación matemática está completo cuando se da respuesta a la pregunta planteada al inicio.

## 5. Metodología

La investigación se fundamentó en la Metodología de revisión sistemática de la literatura PRISMA (2020), misma que proporciona una estructura para informar de manera transparente los métodos y resultados de una revisión sistemática. Aquellas pautas fueron fundamentales para presentar una investigación de manera clara y completa, lo que a su vez facilitó la evaluación crítica y la replicación de información.

El trabajo adoptó un enfoque mixto, ya que se enfatizó un análisis profundo y reflexivo, donde se llevó a cabo una exploración exhaustiva de investigaciones previas relacionadas con el problema de investigación con el propósito de comprender y explicar el proceso de modelación en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el aula de clase; y mediante el uso de la misma literatura, se indagó el impacto de la modelación en su intervención. Además, el estudio se caracterizó por su estilo descriptivo documental. El corpus de análisis se construyó a base de artículos e investigaciones seleccionados siguiendo criterios específicos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través de la modelación, así como los procesos metodológicos empleados en el tema de investigación.

El carácter descriptivo permitió llevar un orden en la información recolectada, facilitando la aplicación de cálculos estadísticos para la realización de análisis e interpretación de resultados. Como lo destaca Cabezas et al. (2018), los estudios de carácter descriptivo tienen como objetivo principal especificar las propiedades, características y perfiles significativos de individuos, grupos, poblaciones, comunidades o cualquier otro fenómeno sometido a análisis. Es decir, la esencia descriptiva de la investigación destacó en la revisión de la literatura existente en el tema, permitió comprender en detalle lo que se ha estudiado previamente y la manera en que se llevaron a cabo tales investigaciones.

La recolección de información se realizó mediante bitácoras de búsqueda, estructuradas por: fecha, motor de búsqueda, ecuación de búsqueda, resultados, idioma, resultados más relevantes y observación. Las ecuaciones búsqueda más utilizadas fueron: “modelación” + “enseñanza y aprendizaje”, modelación matemática en la educación, “La modelación para enseñar matemática”, enseñanza y aprendizaje de la matemática, entre otras. Estas bitácoras de búsqueda dieron paso para llevar de manera organizada la investigación y a la recopilación de datos claves. Así mismo, las fichas bibliográficas y de contenido, fueron esenciales al momento de recolectar citas y datos que se consideraron importantes para la construcción del marco teórico.

Con el propósito de alcanzar el objetivo general de la investigación, se llevó a cabo una exhaustiva revisión bibliográfica que se basó en la recopilación de documentos procedentes de fuentes científicas de alta calidad. Estas fuentes incluyen libros, revistas

académicas y artículos científicos, obtenidos a su vez de bases de datos ampliamente reconocidas como Rraae, La Referencia, Dialnet, Google Académico, Repositorios de Universidades, entre otras. Para que se implemente esta estrategia en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, es necesario que el docente conozca sobre la misma, en consecuencia, se desarrolló un fundamento teórico que aborda dos categorías conceptuales: proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en nivel secundaria, y la modelación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática; estas categorías constituyen conceptos claves y esenciales, proporcionando una base sólida y precisa para la comprensión del tema; y permitieron dar respuesta a la pregunta de investigación y a los objetivos planteados.

La lectura crítica de los documentos compilados proporcionó una visión detallada del proceso a través del cual la modelación se ha introducido en un contexto educativo en estudios previos, con un medio para enseñar matemáticas. Se llevó a cabo un análisis de los modelos y procesos empleados en investigaciones anteriores, con la finalidad de evaluar la efectividad de cada uno de ellos. Se identificó cuáles de estos han tenido un mayor impacto y éxito, además de determinar en qué tópicos de la matemática que se abordan en el nivel de educación secundaria, tuvieron mejores resultados.

Para el primer objetivo específico fue indispensable la revisión de la literatura académica y recursos pedagógicos relacionados con la aplicación de la modelación en entornos educativos, mediante esta revisión, se comprendieron las perspectivas, enfoques y prácticas existentes en la utilización de la modelación como una estrategia educativa. Esta información recolectada permitió identificar patrones, fases y los diferentes procesos metodológicos que se llevan a cabo en su aplicación.

En cumplimiento del segundo objetivo específico, tras la revisión de investigaciones y análisis bibliográficos, se procedió a comparar y evaluar los resultados obtenidos de las investigaciones recopiladas, a través de un diagrama de barras. De este modo, se pretendió evaluar y cuantificar el aporte científico de diferentes autores en el análisis del impacto de la aplicación de la modelación en el entorno escolar. Esto con el fin visualizar y comprender que la modelación tiene un impacto en el estudiante, no solamente académico, sino también que influye de alguna manera en la motivación, creatividad, y en el pensamiento crítico.

Para abordar el tercer objetivo, se llevó a cabo el diseño de una guía didáctica que promueve la implementación efectiva de la modelación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un tópico específico en matemáticas, como lo es el teorema de Tales de Mileto. Para desarrollar esta guía se consideró el ciclo de modelación que propone Rodríguez (2010), mismo que fue simplificado en seis de sus ocho etapas, y fueron adaptadas al tema a tratar.

Para el análisis e interpretación de resultados, se hizo uso de tablas como de gráficos estadísticos. Las tablas permitieron recopilar los procesos metodológicos que abordan los

ciclos modelación que han sido empleados para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el nivel secundario, y para poder medir la influencia que ha tenido la misma en previas investigaciones; de igual manera el uso de barras estadísticas ayudó a visualizar de manera gráfica estos resultados y facilitó su análisis para, en consecuencia, llevar a cabo la discusión.

## 6. Resultados

Con la finalidad de analizar la implementación de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria, se procedió a la recolección y análisis bibliográfico en diferentes fuentes científicas, haciendo la elección de 46 documentos que aportaron a la elaboración del marco teórico, y dar respuesta a los objetivos que se planteó la investigación.

Para la construcción del marco teórico, en la **Tabla 5**, se visualiza la distribución de los documentos seleccionados que aportaron a la categoría de Enseñanza y Aprendizaje de la matemática, con un total de 16 documentos; mientras que, en la categoría de La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, fueron 30 los documentos que contribuyeron a la elaboración del mismo. De manera que, el 35 % de los documentos bibliográficos constituyen la primera categoría, y el 65 % a la segunda categoría (**Figura 6**).

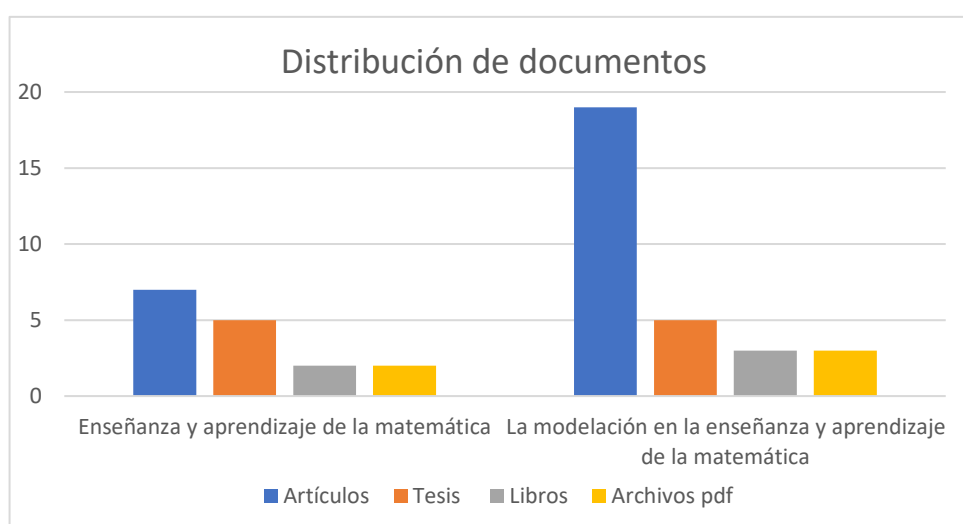
**Tabla 5**

*Distribución de los documentos seleccionados*

	Artículos	Tesis	Libros	Archivos pdf	Número de documentos	Porcentaje
<b>Enseñanza y aprendizaje de la matemática</b>	7	5	2	2	16	35 %
<b>La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática</b>	19	5	3	3	30	65 %
<b>Total</b>					46	100 %

**Figura 6**

*Distribución de documentos bibliográficos*



Para poder identificar los procesos metodológicos de la modelación para la enseñanza y aprendizaje de la matemática, se ha seleccionado 11 documentos que tienen relación con algún tópico de matemática en el nivel de educación secundaria. A continuación, se puede observar la siguiente tabla distribuida en parámetros que se han considerado claves para poder cumplir con este objetivo; la tabla comprende la siguiente división, título de investigación, tipo de documento, autor/es, tema en relación a la matemática en educación secundaria, y el modelo implementado (proceso metodológico).

**Tabla 6**

*Procesos metodológicos de la modelación*

Título de la investigación	Tipo de documento	Autor/es	Tema en relación a la matemática en educación secundaria	Modelo implementado (Proceso metodológico)
Estrategias de aprendizaje basadas en la modelización matemática en Educación Secundaria Obligatoria	Texto en actas de congreso	Gómez, Joan Garcia-Raffi, Luis Sierra, Lorena Blanco, Juan	Funciones Reales	<p>Modificación del esquema de modelación de Blum, en 5 pasos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. simplificar el problema real a un modelo real</li> <li>b. matematizar el modelo real a un modelo matemático</li> <li>c. buscar una solución, trabajando matemáticamente, a partir del modelo matemático</li> <li>d. interpretar la solución del modelo matemático</li> <li>e. validar la solución en el contexto real.</li> </ul> <p><b>Descripción</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1. Se inicia con la formulación del problema contextualizado (presenta el contenido a partir de situaciones reales).</li> <li>2. Identifica la información relevante para la resolución del problema</li> </ul> <p><b>Manipulación</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>3. Traduce la información recogida a un lenguaje matemático para obtener un modelo matemático de la situación planteada.</li> <li>4. Usa conceptos matemáticos relacionados al tema con el fin de obtener una solución del modelo planteado.</li> </ul> <p><b>Predicción</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>5. Analiza y obtiene resultados con el fin de predecir datos a futuro en virtud de los conocimientos</li> </ul>
La modelación matemática como metodología de enseñanza para el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la universidad ESAN	Tesis de posgrado	Padilla, María	Función Lineal	<p><b>Descripción</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1. Se inicia con la formulación del problema contextualizado (presenta el contenido a partir de situaciones reales).</li> <li>2. Identifica la información relevante para la resolución del problema</li> </ul> <p><b>Manipulación</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>3. Traduce la información recogida a un lenguaje matemático para obtener un modelo matemático de la situación planteada.</li> <li>4. Usa conceptos matemáticos relacionados al tema con el fin de obtener una solución del modelo planteado.</li> </ul> <p><b>Predicción</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>5. Analiza y obtiene resultados con el fin de predecir datos a futuro en virtud de los conocimientos</li> </ul>

Título de la investigación	Tipo de documento	Autor/es	Tema en relación a la matemática en educación secundaria	Modelo implementado (Proceso metodológico)
Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de <i>Applets</i>	tesis	Arenas, María	Teorema de Pitágoras	<p>iniciales de la situación del problema.  <b>Validación</b>  6. Evalúa y compara los resultados con el mundo real.</p> <p>Modelo de Rodríguez (2010)</p> <p><b>Etapa N° 1.</b> (SR) Situación Real  <b>Etapa N° 2.</b> (MPC) Modelo Pseudo Concreto  <b>Etapa N° 3.</b> (MM) (MG) Modelo Matemático- Modelo Goemétrico.  <b>Etapa N° 4.</b> (RG) Resultados Geométricos  <b>Etapa N°5.</b> (RPC) Resultados del Pseudoconcreto  <b>Etapa N° 6.</b> (GP) Generalizaciones y predicciones</p>
La modelación matemática como estrategia de enseñanza-aprendizaje: El caso del área bajo la curva	Artículo científico	Peña-Páez, Lina Morales-García, John	Aplicaciones geométricas y físicas de la integral definida	<p>Justificación de proceso. Elección del tema. Desarrollo de contenido programático. Ejemplos análogos - fijación de conceptos. Evaluación y convalidación de los resultados.</p>
La modelación matemática y sus aportes en la formación del licenciado	Artículo científico	Rondon, Marlon Caballero, Roberto Baleta, Lacies García, Teobaldo	Fracciones, números decimales y porcentajes	<p>Problema del mundo real. Formulación del problema. Modelo matemático. Solución. Interpretación.</p>
Modelación en la enseñanza de las matemáticas: Matemáticos y profesores de matemáticas, sus estrategias	Artículo científico	Guerrero-Ortiz, Carolina Mena-Lorca, Jaime	Congruencia de triángulos	<p>La Situación Real (RS)  La Representación Mental de la Situación (MRS)  Modelo Real (RM)  Modelo Matemático (MM)</p>
La Modelación como Proceso en el Aula de Matemáticas: Un Marco de Referencia y un Ejemplo	Artículo científico	Villa-Ochoa, Jhonny	Función continua	<p>Observación y experimentación. Delimitación de problema. Selección de estrategias. Evaluación y validación. Conexión con otros modelos y situaciones.</p>



Título de la investigación	Tipo de documento	Autor/es	Tema en relación a la matemática en educación secundaria	Modelo implementado (Proceso metodológico)
Relaciones entre la argumentación y la modelación en el aula de matemáticas	Artículo científico	Solar, Oracio Ortiz, Andrés Aravena, María Goizueta, Manuel	Ecuaciones	Simplificación. Matematización. Trabajando con las matemáticas. Interpretación. Validación.
Modelación matemática en la enseñanza y Aprendizaje con los estudiantes del tercero "a" de secundaria en la Institución Educativa "Bilingüe" de Awajun- San Martín 2015.	Tesis	Villalobos, Wilton	sistema de medida lineal	Justificación de proceso. Elección del tema. Desarrollo de contenido programático. Ejemplos análogos - fijación de conceptos. Evaluación y convalidación de los resultados.
Modelización Matemática en la Educación Secundaria	Artículo científico	Reid, Marisa. Botta, Rosana.	Función Lineal Función cuadrática.	Formulación del problema. Sistematización. Matematización. Matematización. Interpretación/Evaluación. Validación.
Modelización matemática: análisis de una experiencia áulica en la secundaria	Artículo científico	Álvarez, Valeria. Patagua, Ivone.	sistema de ecuaciones	Formulación del problema. Sistematización. Matematización. Matematización. Interpretación/Evaluación. Validación.

De la misma manera, para poder medir la influencia que ha tenido la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, se ha elaborado la **Tabla 7** en base a 10 estudios realizados por diversos autores. Esta tabla permite medir la influencia de la modelación en el aprendizaje, pensamiento crítico, y creatividad, al formar parte del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática de algún tópico matemático que este dentro de los contenidos del nivel de educación secundaria.

**Tabla 7**

*Influencia de la modelación en la enseñanza aprendizaje*

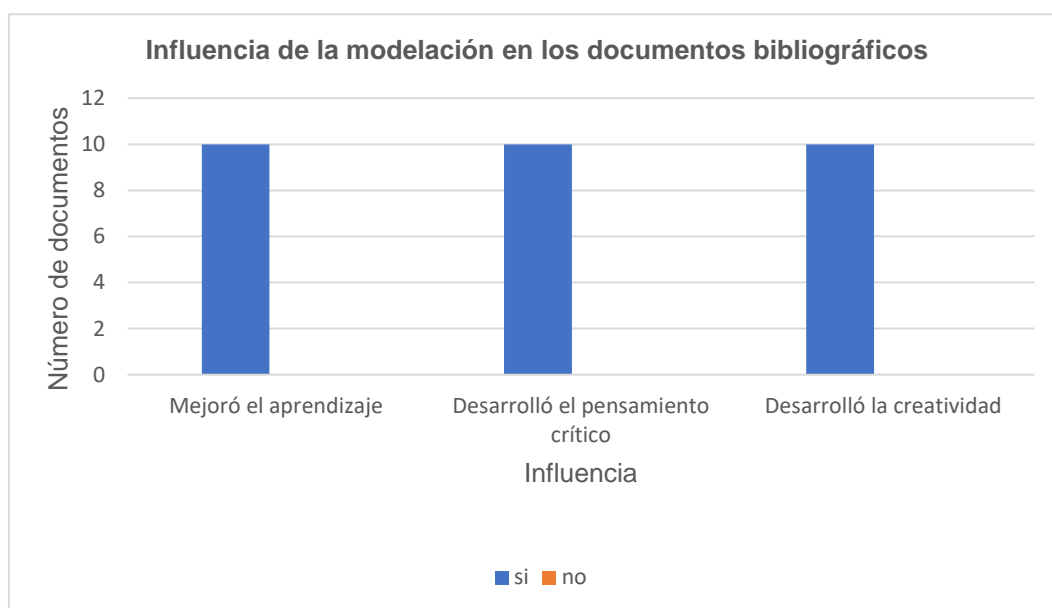
Título de la investigación	Tipo	Autor/es	Tema con relación a la matemática en educación secundaria	Influencia					
				Mejoró el aprendizaje de los estudiantes		Desarrolló el pensamiento crítico		Desarrolló la creatividad	
				Sí	No	Sí	No	Sí	No
Estrategias de aprendizaje basadas en la modelización matemática en Educación Secundaria Obligatoria	Texto en actas de congreso	Gómez, Joan García, Luis Sierra, Lorena Blanco, Juan	Funciones Reales	X		X		X	
La modelación matemática como metodología de enseñanza para el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la universidad ESAN	Tesis de posgrado	Padilla, María	Función Lineal	X		X		X	
Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de <i>Applets</i>	tesis	Arenas, María	Teorema de Pitágoras	X		X		X	
La modelación matemática como estrategia de enseñanza-aprendizaje: El caso del área bajo la curva	Artículo científico	Peña-Páez, Lina Morales-García, John	Aplicaciones geométricas y físicas de la integral definida	X		X		X	

Título de la investigación	Tipo	Autor/es	Tema con relación a la matemática en educación secundaria	Influencia					
				Mejoró el aprendizaje de los estudiantes		Desarrolló el pensamiento crítico		Desarrolló la creatividad	
				Sí	No	Sí	No	Sí	No
La modelación matemática y sus aportes en la formación del licenciado	Artículo científico	Rondon, Marlon Caballero, Roberto Baleta, Iacides García, Teobaldo	fracciones, números decimales y porcentajes	X		X		X	
Modelación en la enseñanza de las matemáticas: Matemáticos y profesores de matemáticas, sus estrategias	Artículo científico	Guerrero-Ortiz, Carolina Mena-Lorca, Jaime	Congruencia de triángulos	X		X		X	
Relaciones entre la argumentación y la modelación en el aula de matemáticas	Artículo científico	Solar, Oracio Ortiz, Andrés Aravena, María Goizueta, Manuel	Ecuaciones	X		X		X	
Modelación matemática en la enseñanza y Aprendizaje con los estudiantes del tercero "a" de secundaria en la Institución Educativa "Bilingüe" de Awajun- San Martin 2015.	Tesis de postgrado	Villalobos, Wilton	sistema de medida lineal	X		X		X	
Modelización Matemática en la Educación Secundaria	Artículo científico	Reid, Marisa. Botta, Rosana.	Función Lineal Función cuadrática.	X		X		X	

Título de la investigación	Tipo	Autor/es	Tema con relación a la matemática en educación secundaria	Influencia						
				Mejoró el aprendizaje de los estudiantes		Desarrolló el pensamiento crítico		Desarrolló la creatividad		
				Sí	No	Sí	No	Sí	No	
Modelización matemática: análisis de una experiencia áulica en la secundaria	Artículo científico	Álvarez, Valeria. Patagua, Ivone.	sistema de ecuaciones	X		X		X		

**Figura 7**

*Influencia de la modelación*



La influencia se evaluó en base al análisis bibliográfico de la literatura ya existente sobre el tema de investigación, de manera que se realizó una generalización de los resultados de estas investigaciones, de esta manera, se ha obtenido la **Figura 7** que muestra que la modelación ejerce una influencia positiva en su totalidad en los 10 documentos analizados, en los que se evidencia un mejoramiento del aprendizaje, el desarrollo del pensamiento crítico y la creatividad en los estudiantes.

## 7. Discusión

Después de describir los resultados de la investigación obtenidos en el análisis documental, se procede a interpretar los mismos con el fin de dar respuesta a las preguntas de investigación. Para poder analizar la implementación de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, ha sido necesario, mediante la revisión documental, identificar los procesos metodológicos que intervienen en la modelación desde una perspectiva educativa.

Villa-Ochoa (2009) menciona que el modelado matemático tiene sus fundamentos en la labor científica, sin embargo, desde el ámbito educativo, se promueve la creación e interpretación de modelos con el fin de construir un concepto matemático. Por ende, los procesos metodológicos que intervienen al implementar la modelación dentro del aula de clase, parten de las fases o etapas de un ciclo de modelación como los ya mencionados en el marco teórico.

Si observamos la **tabla 6**, tenemos a disposición algunas de las investigaciones llevadas a cabo junto a los procesos metodológicos empleados en la enseñanza aprendizaje de un tópico matemático que se abordan dentro de la educación secundaria. Estos procesos metodológicos, derivan de un ciclo de modelación, y sus fases o etapas son adaptadas, así y como ocurre en la investigación realizada por (Arenas, 2016). El responsable de realizar estas adaptaciones es el docente a cargo de emplear esta estrategia, considerando aspectos como el tiempo disponible, la profundidad del tema a tratar, los objetivos de la clase, e incluso el número de estudiantes en el aula de clase.

Tras analizar e interpretar los resultados expuestos de esta tabla, se puede resumir y generalizar los procesos metodológicos que involucra la utilización de la modelación en la enseñanza aprendizaje de la matemática en el nivel de educación secundaria. Estos procesos comprenden: la contextualización del contenido mediante la presentación de problemas del mundo real; formulación del problema, identificando la información relevante; la creación de un modelo matemático, donde dicha información se traduce en términos matemáticos para desarrollar un modelo de la situación planteada; la resolución del problema, en la que se analiza y obtiene resultados con el fin de predecir situaciones similares a la situación del problema; y la validación de los resultados encontrados para garantizar su precisión y relevancia.

De manera que, junto a lo ya argumentado recientemente, se reconoce que la modelación no se limita a una mera reproducción del proceso de modelización en otros contextos, sino más bien, se le otorga un nuevo significado dentro del ámbito educativo.

De la misma forma, para evaluar la influencia de la modelación en la enseñanza de la matemática, se analiza la **tabla 7**, la cual ha sido utilizada para medir el impacto de la

modelación en 10 documentos seleccionados en los que se ha realizado su implementación. De la tabla mencionada, se deriva la **figura 7**, la cual revela de manera gráfica que en todas las investigaciones compiladas, la modelación ha tenido un impacto positivo de manera consistente. Estos resultados se sustentan en la naturaleza documental de la presente investigación, apoyada en los hallazgos y conclusiones de investigaciones empíricas relacionados con el tema de estudio.

La gráfica refleja que, en los estudios analizados de manera documental, la modelación ha tenido un impacto positivo en la totalidad de las investigaciones, de manera que se puede decir que esta estrategia influye al mejoramiento del aprendizaje, promoviendo además el desarrollo del pensamiento crítico y la creatividad en los estudiantes.

En el enfoque de modelación, el estudiante asume un rol activo en su proceso de aprendizaje, siendo su participación crucial para el éxito del mismo. Por lo que, es importante retomar lo mencionado por Forero y Cañón (2022) quienes afirman que, para un impacto positivo de la modelación es necesario que los estudiantes cuenten con ciertos conocimientos matemáticos previos al tema abordar en clase.

En cuanto al pensamiento crítico, este se fortalece al capacitar al estudiante para analizar y evaluar la coherencia de los argumentos; lo que a su vez conlleva a fomentar la creatividad, así lo menciona Oyarzún (2019), ya que esto implica a potenciar la habilidad para generar nuevas ideas y soluciones innovadoras.

Por ende, es fundamental reconocer que los enfoques de modelación proporcionan un marco adecuado para cultivar el pensamiento crítico en los estudiantes, al enfatizar la integración de situaciones reales donde puedan reflexionar de manera crítica sobre los problemas abordados. Para Vanegas y Camelo (2018), esto implica la creación de espacios donde los estudiantes puedan participar de manera crítica ante las problemáticas planteadas con relación a sus entornos, contribuyendo así a la formación integral de su pensamiento.

## **8. Conclusiones**

La presente investigación ha permitido establecer las siguientes conclusiones:

La modelación emerge como una estrategia eficaz para involucrar a los estudiantes de educación secundaria en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Al adoptar un enfoque práctico y contextualizado, la modelación ofrece a los estudiantes la oportunidad de aplicar conceptos matemáticos en situaciones reales, lo que les permite comprender mejor la relevancia y la utilidad de los mismos.

Los procesos metodológicos que conlleva aplicar la modelación en el aula de clase con la finalidad de enseñar un concepto matemático, están estrechamente relacionados con la modelización desde su perspectiva científica; es el docente el encargado de realizar las adaptaciones necesarias a estos modelos para ajustarlos a sus intenciones académicas. La investigación documental ha permitido evidenciar que en la mayoría de los casos que se ha implementado la modelación en el aula de clase de matemática, se encuentran presente la contextualización del contenido mediante la presentación de problemas del mundo real, formulación del problema, el trabajo de un modelo matemático, la resolución del problema, y la validación de los resultados encontrados.

Se ha constatado documentalmente la influencia positiva de la modelación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el nivel de educación secundaria. Los resultados obtenidos de la recopilación bibliográfica para indagación del impacto de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática demuestran que, su implementación conlleva mejoras significativas en la comprensión de los conceptos matemáticos, así como en el desarrollo de habilidades cognitivas como el pensamiento crítico y la creatividad. La modelación proporciona a los estudiantes una oportunidad única para aplicar los conceptos matemáticos en contextos reales y significativos, lo que promueve el pensamiento crítico al desafiar a los estudiantes a analizar, evaluar y resolver problemas; y a su vez estimula la creatividad al motivar a los estudiantes a explorar diferentes alternativas para abordar vinculadas con lo real.

## **9. Recomendaciones**

A los docentes para que agreguen a su repertorio didáctico, la potencialidad que tiene la modelación para abordar tópicos relevantes de la matemática.

A futuros profesionales de la educación en matemáticas, que amplíen la investigación sobre la modelación como didáctica para la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, de tal manera que sea incorporada para lograr un pensamiento sistémico en oposición a los conocimientos fragmentados y alejados de la realidad.

A los docentes aprovechar la plasticidad cerebral de los estudiantes empleando el uso de estrategias que fomenten la modelación, la creatividad, y el uso de paradigmas matemáticos.

A los docentes y estudiantes, para que desarrollen la guía didáctica adjunta sobre la modelación en la enseñanza y aprendizaje del Teorema de Tales de Mileto, misma que explica detalladamente el proceso a seguir.



## 10. Bibliografía

- Arenas, M. (2016). *Aprendizaje del teorema de Pitágoras utilizando la estrategia de modelación a través del uso de Applets*. [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga]. Repositorio digital de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.
- Artolozaga, M. (2012). *Didáctica Universitaria: Experiencias docentes en la Universidad de Costa Rica*. <https://catalogosiidca.csuca.org/Record/CR.UNA01000268036/Details>
- Blum, W. (1991). Applications and Modelling in Mathematics Teaching - A Review of Arguments and Instructional Aspects . En Niss (u.a.), *Teaching of mathematical modelling and applications* (pp. 10-29). Ellis Horwood Limited.
- Blum, W. (1993). *Mathematical modelling in mathematics education and instruction*. 3-14. [https://www.researchgate.net/publication/36410733\\_Mathematical\\_modelling\\_in\\_mathematics\\_education\\_and\\_instruction](https://www.researchgate.net/publication/36410733_Mathematical_modelling_in_mathematics_education_and_instruction)
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W. y Niss, M. (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education*. <https://hdl.handle.net/20.500.12365/17710>
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM Mathematics Educations*, 38(1), 86-95. [10.1007/BF02655883](https://doi.org/10.1007/BF02655883)
- Borromeo-Ferri, R., Huincahue, J. y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación mate-mática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*, 36(1), 99-115. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277>
- Brito-Vallina, M., Alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Para-García, J. y Arias-de Tapia, R. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 14(2), 129-139. [https://www.researchgate.net/publication/262590569\\_Papel\\_de\\_la\\_modelacion\\_mate\\_matica\\_en\\_la\\_formacion\\_de\\_los\\_ingenieros](https://www.researchgate.net/publication/262590569_Papel_de_la_modelacion_mate_matica_en_la_formacion_de_los_ingenieros)
- Bustamante, M., Bustamante, C. y Caamaño, B. (2016). El proceso de enseñanza-aprendizaje y su incidencia en la formación científico técnica de los estudiantes de secretariado ejecutivo contable del Instituto Técnico Superior “Dr. Alfonso Aguilar Ruilova” Canton Jipijapa. *Cuadernos de Educación y Desarrollo: Atlante*, 1 (1) <https://www.eumed.net/rev/atlante/2016/01/conducta.html>
- Camacho, M. y Socas, M. (2003). Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, X(2), 151-172. <https://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/socas-machin.pdf>
- Córdoba, F. (2011). *la modelación en Matemática Educativa: una práctica para trabajo de aula en ingeniería* [Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional]. [https://www.repositoriodigital.ipn.mx/jspui/bitstream/123456789/11707/1/cordoba\\_2011.pdf](https://www.repositoriodigital.ipn.mx/jspui/bitstream/123456789/11707/1/cordoba_2011.pdf)
- Escobar, M. (2015). Influencia de la interacción alumno-docente en el proceso enseñanza-aprendizaje. *Revista de Tecnología y sociedad*, 8(5), 1-8. <http://www.udgvirtual.udg.mx/paakat/index.php/paakat/article/view/230/347>
- Forero, J. y Cañón, J. (2022). *Relación Entre Creatividad Y Modelación Matemática En Estudiantes de Grado Octavo De Un Colegio Rural De Bogotá* [Tesis de maestría,

Universidad Pedagógica Nacional] Repositorio digital de Universidad Pedagógica Nacional. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/18355>

- García, V., García, R., Lorenzo, M. y Hernández, M. (2020). Los mapas conceptuales como instrumentos útiles en el proceso enseñanza-aprendizaje. *MediSur*, 18(6), 1154-1162. <http://www.medisur.sld.cu/index.php/medisur/article/view/4769>
- Huincahue, J. (2015). Tipos de representaciones externalizadas durante el proceso de modelación: el caso del ciclo de modelación Blum-Borromeo. *Premisa*, 17(67), 29-40. <https://www.researchgate.net/publication/284542072>
- King, R., Garrett, S. y Coghill, G. (2005). On the use of qualitative reasoning to simulate and identify metabolic pathways. *Bioinformatics*, 21(9), 2017-2026. <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/bti255>
- Ley Orgánica de Educación Intercultural de 2016. Con la intención de garantizar, desarrollar y profundizar los derechos y obligaciones constitucionales en el ámbito educativo. <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/05/Ley-Organica-Educacion-Intercultural-Codificado.pdf>
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *ZDM Mathematics Educations*, 38(2), 113-142. [0.1007/BF02655885](https://doi.org/10.1007/BF02655885)
- MINEDUC. (2019). *Currículo de los Niveles de Educación Obligatoria*. <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2019/09/EGB-Media.pdf>
- Molina-García, P., y García-Farfán, I. (2019). El proceso de enseñanza-aprendizaje en la Educación Superior. *Dominio de las ciencias*, 5(1). <https://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/index>
- Molina-Mora, J. (2017). Experiencia de modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza de tópicos de cálculo. *Uniciencia*, 31(2). <https://doi.org/10.15359/ru.31-2.2>
- Mora, C. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía*, 24(70), 181-272. [https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0798-97922003000200002](https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002)
- Muquinche, M. (2014). *Estructura del sistema educativo* [Diapositivas]. SlideShare. <https://es.slideshare.net/MarielaMuquinche/1-estructura-del-sistema-educativo>
- Oyarzún, N. (2019). Aplicación del modelado en el desarrollo de la creatividad en el dibujo de niños pre-esquemáticos. *Revista Boletín REDIPE*, 8(1), 27-32. <https://doi.org/10.36260/rbr.v8i1.674>
- Padilla, M. (2021). *La modelación matemática como metodología de enseñanza para el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes de segundo ciclo de la Universidad ESAN* [Tesis de maestría, Universidad de San Martín de Porres]. [https://hdl.handle.net/20.500.12727/7598](http://hdl.handle.net/20.500.12727/7598)
- Pedroza, M. (17 de Mayo de 2019). *Marco teórico de la enseñanza de las matemáticas*. <https://ensenanzadelasmatemáticas.wordpress.com/2019/05/17/marco-teorico-de-la-ensenanza-de-las-matematicas/>
- Porras-Lizano, K. y Fonseca-Castro, J. (2015). Application of Mathematical Modeling Activities in Cost Rican High School Education. *Uniciencia*, 29(1), 42-57.

<https://www.ingentaconnect.com/content/doi/10110275/2015/00000029/00000001/art00003;jsessionid=25ojbf3qa85pr.x-ic-live-01#Supp>

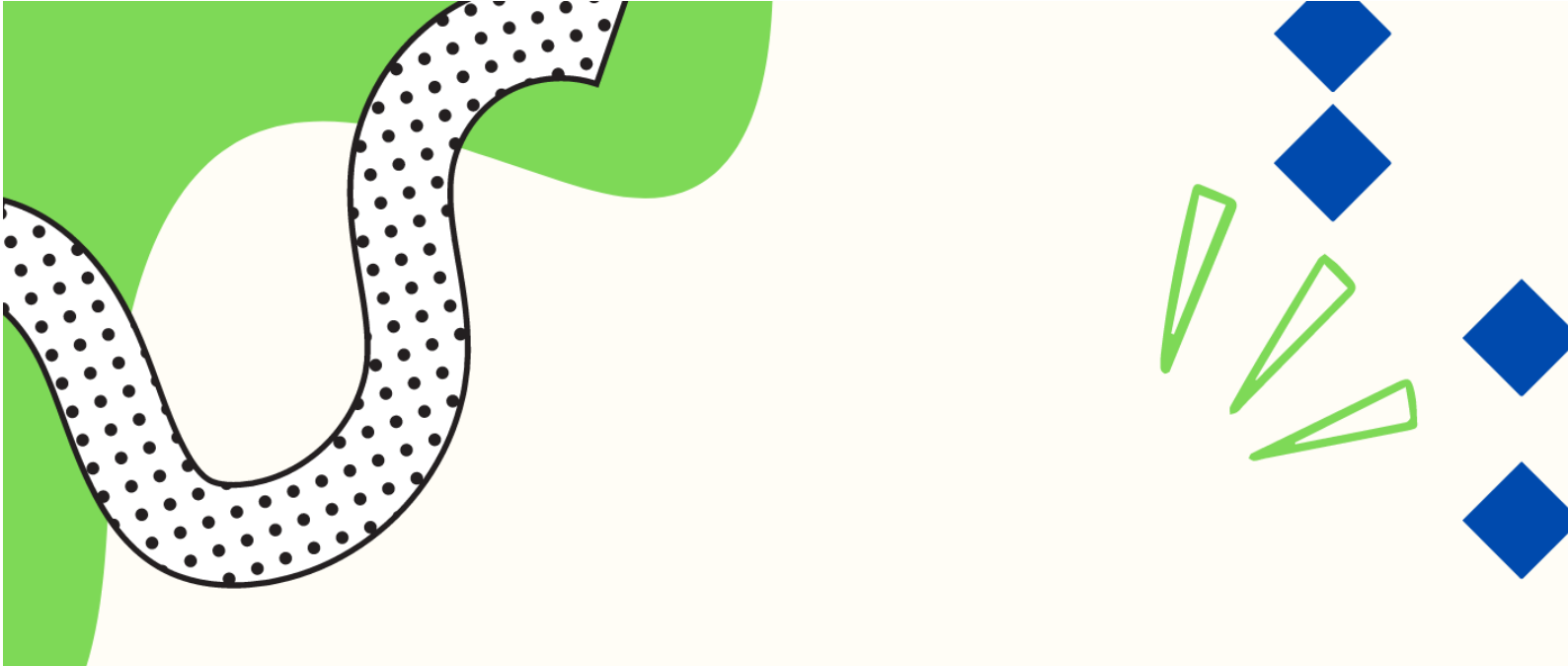
- Quimí, Y. (2019). *Estrategias metodológicas de lectoescritura en el aprendizaje significativo* [Tesis de licenciatura, Universidad de Guayaquil] Repositorio digital de la Universidad de Guayaquil. <http://repositorio.ug.edu.ec/handle/redug/46802>
- Rivas-Cedeño, L. (2015). Metodología para el desarrollo de la comprensión lectora en el proceso enseñanza-aprendizaje. *Dominio de las Ciencias*, 1(1), 47-61. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5761664>
- Rodriguez, R. (2008). *Les équations différentielles comme outil de modélisation mathématique en Classe de Physique et de Mathématiques au lycée : une étude de manuels et de processus de modélisation d'élèves en Terminale S*. [Tesis de doctorado, Universidad Joseph Fourier Grenoble I] Repositorio digital de la Universidad Joseph Fourier Grenoble I. <https://theses.hal.science/tel-00292286/document>
- Rondon, M., Caballero, R. y Garcia, T. (2020). La modelación matemática y sus aportes en la formación del licenciado. *Revista Espacios*, 41(30), 72-84. <https://www.revistaespacios.com/a20v41n30/20413007.html>
- Salett, M. y Hein, N. (1997). Modelo, modelación y modelaje: Métodos de enseñanza – aprendizaje de matemáticas. *Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, 1(38), 209-222. [https://matesup.cl/cursos/modelos/articulos/modelacion\\_mate2.pdf](https://matesup.cl/cursos/modelos/articulos/modelacion_mate2.pdf)
- Salett, M. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125. [10.24844/EM1602.06](https://doi.org/10.24844/EM1602.06)
- Sánchez, I. (2003). Elementos conceptuales básicos del proceso de enseñanza-aprendizaje. *Revista Cubana de Información en Ciencias de la Salud*, 11(6). [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1024-94352003000600018&lng=es&nrm=iso&tlng=es](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1024-94352003000600018&lng=es&nrm=iso&tlng=es)
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87. <https://www.redalyc.org/pdf/1794/179414894008.pdf>
- Vanegas, D. y Camelo, F. (2018). Contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico en prácticas de modelación matemática: alzas en el SITP. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 211-233. <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/496>
- Venegas, J. y Henao, S. (2013). Educación matemática realista: La modelación matemática en la producción y uso de modelos cuadráticos. En SEMUR, Sociedad de la Educación Matemática Uruguaya (Ed.), *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 2883-2890). Montevideo, Uruguay: SEMUR.
- Villa-Ochoa, J. (2007). La Modelación como Proceso en el Aula de Matemáticas: Un Marco de Referencia y un ejemplo. *Revista Tecno Lógicas*, 1(19), 63-85. <https://doi.org/10.22430/22565337.505>
- Villa-Ochoa, J. y Ruiz, H. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 1(27), 1-21. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194215432007>

- Wussing, H. (1998). *Lecciones de historia de las matemáticas*. [http://www.librosmaravillosos.com/leccionesdelahistoriadelasmatematicas/pdf/Lecciones de historia de las matematicas - H Wussing.pdf](http://www.librosmaravillosos.com/leccionesdelahistoriadelasmatematicas/pdf/Lecciones%20de%20historia%20de%20las%20matematicas%20-%20H%20Wussing.pdf)
- Yackel, E. y Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477. <https://doi.org/10.2307/749877>
- Yáñez, P. (2016). El proceso de aprendizaje: fases y elementos fundamentales. *Revista San Gregorio*, 1(11), 70-81. <https://revista.sangregorio.edu.ec/index.php/REVISTASANGREGORIO/article/view/19/117>
- Zaldívar, J., Quiroz, S. y Medina, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *Investigación Educativa de la REDIECH*, 8(15), 87-110. <https://www.redalyc.org/journal/5216/521653370007/html/>
- Zúñiga, A., Leiton, R. y Naranajo, J. (2014). Del sistema educativo tradicional hacia la formación por competencias: Una mirada a los procesos de enseñanza aprendizaje de las ciencias en la educación secundaria de Mendoza Argentina y San José de Costa Rica. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 11(2), 145-159. <https://rodin.uca.es/handle/10498/15972>

## 11. Anexos

### Anexo 1.

*Guía didáctica*



**La modelación en  
la enseñanza y  
aprendizaje de la  
matemática en el  
nivel secundario.**

**Tópico: Teorema de  
Tales de Mileto**

**Presentado por:**

**Wilson Alejandro Gonzalez Pasaca**





# **Índice**

Presentación.

Objetivo.

Justificación.

Desarrollo de la  
propuesta.

Resultados esperados.

Bibliografía.

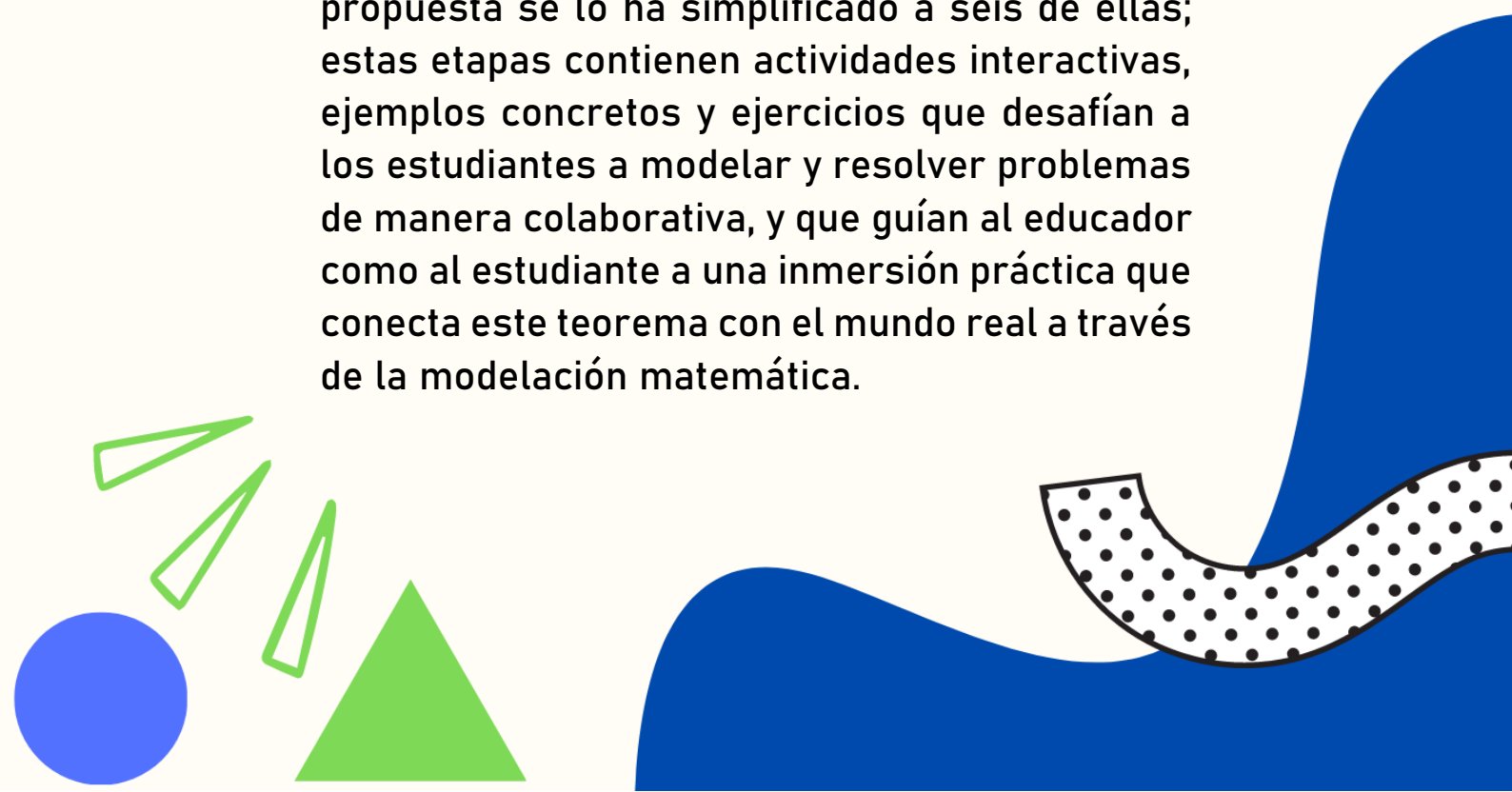




# Presentación

La presente guía didáctica proporciona información detallada sobre la enseñanza y aprendizaje del tópico matemático “Teorema de Tales” mediante la modelación matemática. La guía está diseñada para involucrar a los estudiantes en un proceso activo de aprendizaje de manera práctica y contextualizada.

Para su desarrollo, se ha elegido como modelo a seguir, el planteado por Rodríguez, el cual cuenta de ocho etapas, pero para la presente propuesta se lo ha simplificado a seis de ellas; estas etapas contienen actividades interactivas, ejemplos concretos y ejercicios que desafían a los estudiantes a modelar y resolver problemas de manera colaborativa, y que guían al educador como al estudiante a una inmersión práctica que conecta este teorema con el mundo real a través de la modelación matemática.

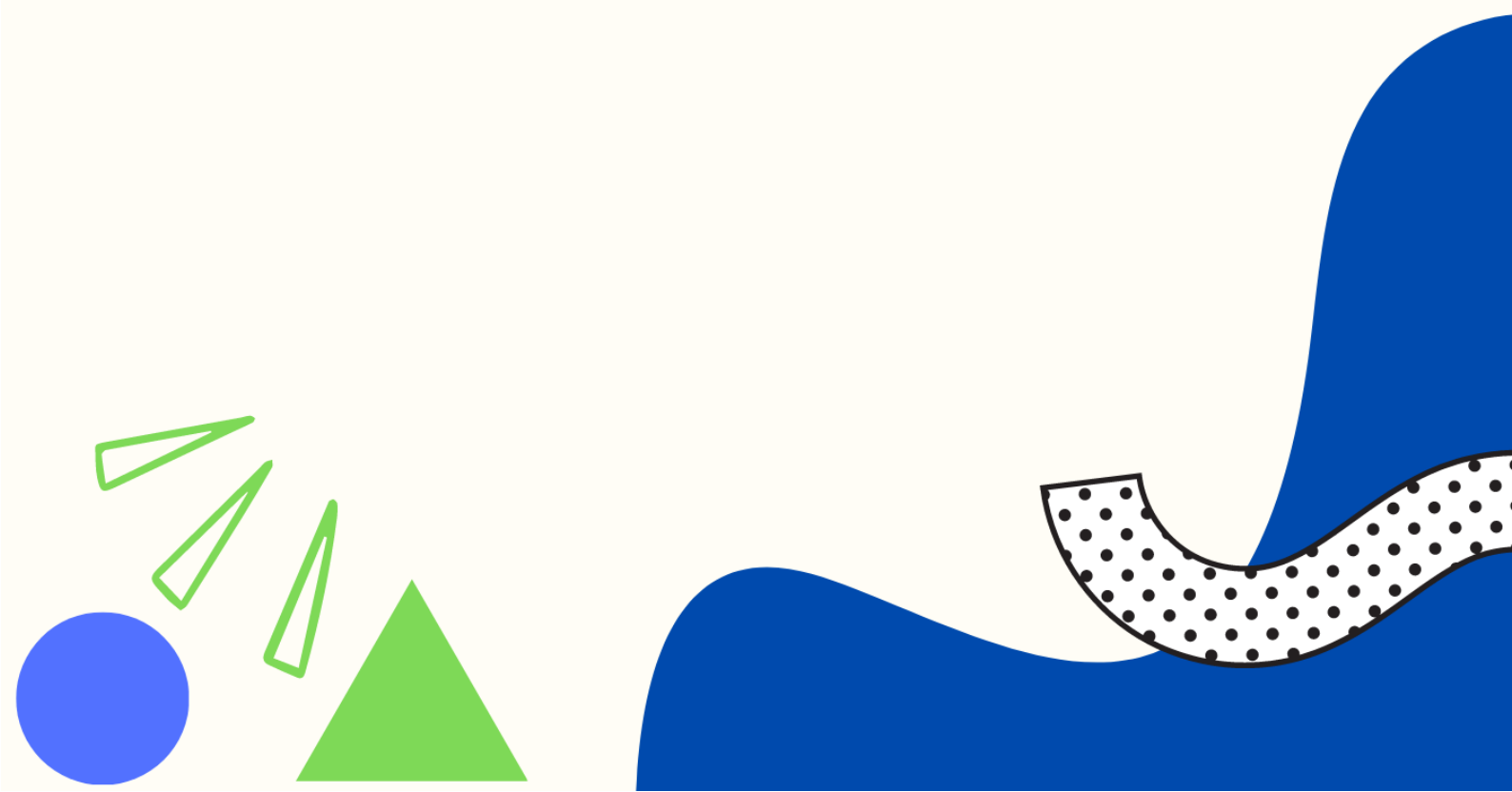






## **Objetivo:**

Promover la implementación de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, para el tópico Tales de Mileto de educación secundaria.





# JUSTIFICACIÓN

Dentro del campo de las matemáticas, esta área de estudio impulsa habilidades y competencias esenciales, como el razonamiento lógico y la creatividad. Por lo tanto, resulta crucial implementar estrategias que posibiliten que los estudiantes vean las matemáticas no solo como una disciplina teórica, sino también como una herramienta práctica y eficaz en su entorno; esto implica superar la concepción errónea de que las matemáticas carecen de relevancia en la realidad que los rodea.

La presente guía busca contribuir a la propuesta de implementar nuevas estrategias dentro del aula de clase, en base a esto se propone a la modelación dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, contribuyendo al desarrollo de habilidades como el pensamiento crítico y la creatividad en el estudiante.

La guía pretende fomentar y contribuir en el desarrollo del aprendizaje significativo, donde se pueda poner en práctica conceptos matemáticos en un contexto real, esto no solo ayuda a superar la percepción común de que las matemáticas son abstractas y distantes de la realidad, sino que también fortalece la comprensión profunda de tópicos matemáticos, tal y como lo es el Teorema de Tales de Mileto.

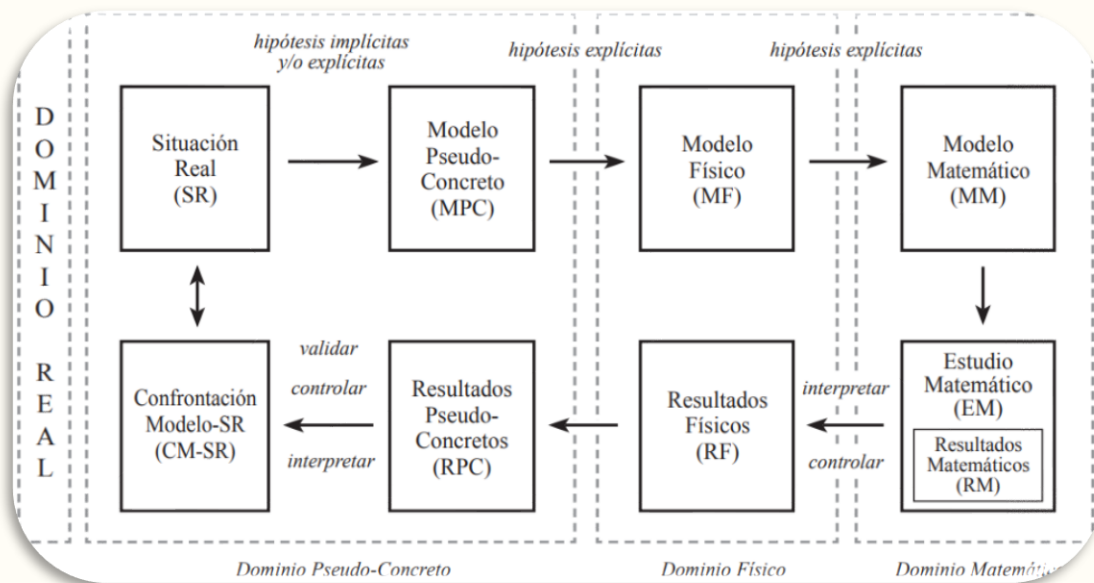
# Desarrollo

## Orientaciones Generales

### Ciclo de modelación elegido

Para el desarrollo de la guía se pretende implementar la modelación en la enseñanza y aprendizaje de teorema “Tales de Mileto”

El ciclo de modelación que se ha decidido implementar es el propuesto por Rodríguez (2007, 2010) que cuenta con ocho etapas:



Sin embargo, para el desarrollo de la presente propuesta se considerarán solamente seis de las ocho etapas presentadas por Rodríguez.

Estas etapas son:

# Desarrollo

Etapa N° 1. (SR) Situación Real: En esta etapa el alumno hace frente a una situación del mundo real que se puede modelar matemáticamente. Es el punto de partida donde se identifican los elementos relevantes y se plantea el problema a resolver.

Etapa N° 2. (MPC) Modelo Pseudo Concreto: Aquí, se busca construir un modelo simplificado pero relacionado con la situación real. Se utilizan representaciones concretas o manipulativas que ayuden a comprender conceptos matemáticos involucrados en la situación planteada.

Etapa N° 3. (MM) (MG) Modelo Matemático- Modelo Geométrico: Se desarrollan los modelos matemáticos que representan la situación real y el modelo pseudo concreto. Los modelos gráficos o ecuaciones dependiendo del tipo de problema

Etapa N° 4. (RG) Resultados Geométricos: Aquí se analizan las propiedades geométricas o matemáticas que se obtienen de las representaciones utilizadas

# Desarrollo

Etapa N°5. (RPC) Resultados del Pseudoconcreto: Se examinan los resultados obtenidos del modelo pseudoconcreto y se comparan con los resultados matemáticos. Esto permite validar el modelo simplificado y entender cómo se relaciona con la situación real.

Etapa N° 6. (GP) Generalizaciones y predicciones: Se generalizan los resultados obtenidos y se hacen predicciones sobre situaciones similares o casos diferentes.

La modelación matemática tiene su inicio con la presentación de situaciones que plantean problemas en un contexto real, lo que implica la creación inicial de un modelo pseudo concreto, que se traduce luego en un modelo físico y, finalmente, en un modelo matemático. Seguidamente de esta etapa, prosigue resolver el modelo matemático, desde perspectivas tanto matemáticas como físicas y pseudo concretas.

# Desarrollo

## ¿Qué promueve la modelación en el aula de clase?

Salett y Hein (2004) enlistan algunos aspectos que la integración de la modelación en el aula de clase, busca promover en el estudiante:

- El estímulo de la creatividad en la formulación y solución de problemas.
- Interés por las matemáticas frente a su aplicabilidad.
- Integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento
- La capacidad para leer, interpretar, plantear y resolver situaciones problema
- Capacidad para actuar en grupo
- La mejora en la comprensión de los conceptos matemáticos
- Habilidad en el uso de la tecnología (calculadora gráfica y computadoras)

# Desarrollo

## CLASE N°1

Asignatura	Matemáticas
Curso	Octavo año de EGB
Tema	Semejanza de triángulos.
Ciclo de aprendizaje	Anticipación, construcción y consolidación

### Anticipación del conocimiento

Se inicia la sesión con el saludo de bienvenida y registrando asistencia.

El docente comenta la estrategia que aplicará dentro de las clases y explica que es necesario ante ellos tener bien claro algunos conceptos previos.

# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

En la primera clase, dentro de esta fase se realizará breves preguntas sobre conocimientos previos que deben tener los estudiantes para entender el teorema de Tales:

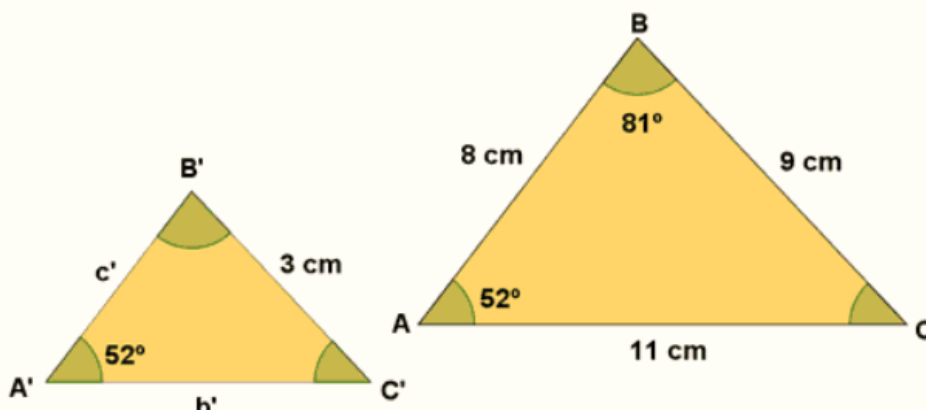
¿Qué es una figura semejante?

¿Cuándo un triángulo es semejante?

### Semejanza de figuras geométricas.

La semejanza entre figuras geométricas se cumple cuando éstas tienen ángulos del mismo tamaño respectivamente y también hay proporcionalidad entre los lados de dichas figuras.

De un modo intuitivo, igual que como ocurre con los triángulos, dos figuras semejantes son, de hecho, una ampliación de la otra.



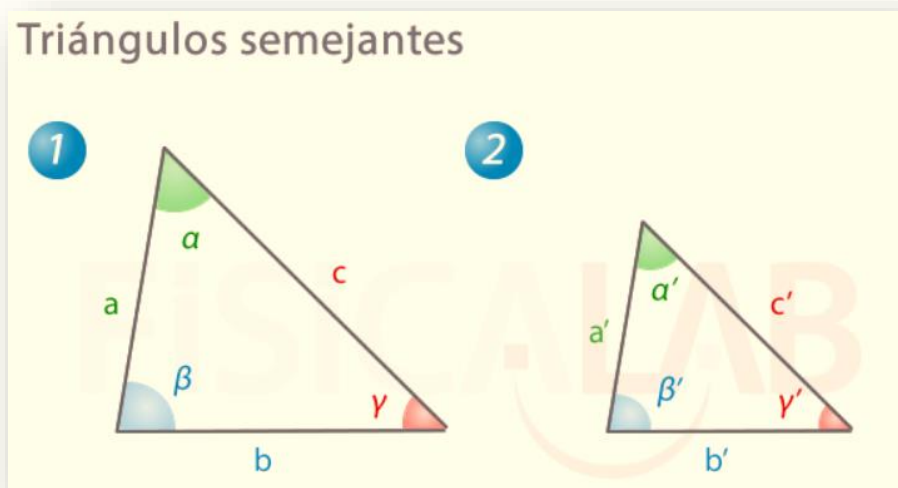


# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

### Semejanza de triángulos.

Los triángulos semejantes son triángulos para los que existe cierta razón de semejanza, es decir, cada uno de los lados de un triángulo está en una proporción uniforme con respecto al lado correspondiente en el otro triángulo. Además, los ángulos en las mismas ubicaciones también son iguales para los dos triángulos similares.



Los dos triángulos de la figura son semejantes. Llamamos lados o ángulos homólogos a aquellos que ocupan la posición equivalente en las dos figuras. Hemos pintado los lados homólogos y los ángulos homólogos de cada triángulo del mismo color.

Como puedes observar, se cumplen las dos condiciones señaladas: los ángulos homólogos son iguales, y los lados homólogos son proporcionales.

# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

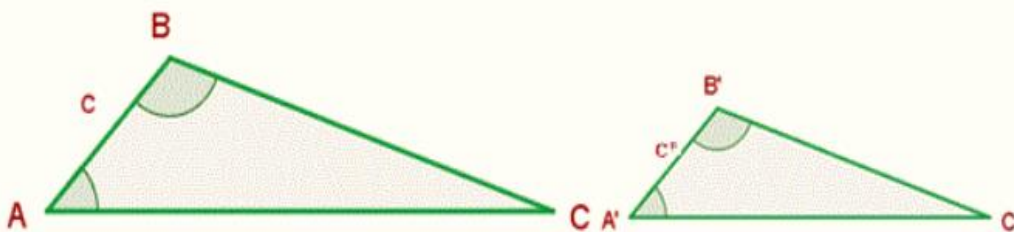
Llamamos razón de semejanza  $k$  al valor por el que hay que multiplicar los lados de un triángulo para obtener su semejante. Es el cociente de lados homólogos. Así, en la figura anterior:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

### Criterios de semejanza

#### Criterio ángulo-lado-ángulo (AA)

Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.

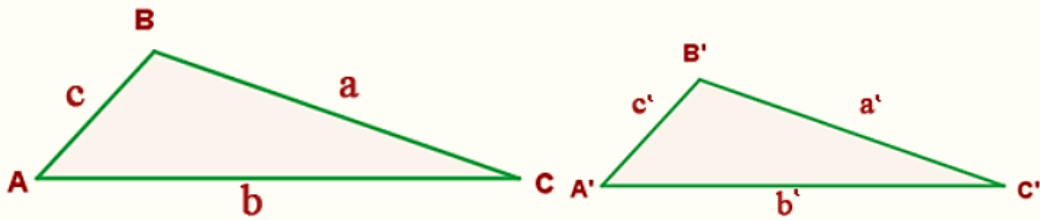


# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

### Criterio lado-lado-lado (LLL)

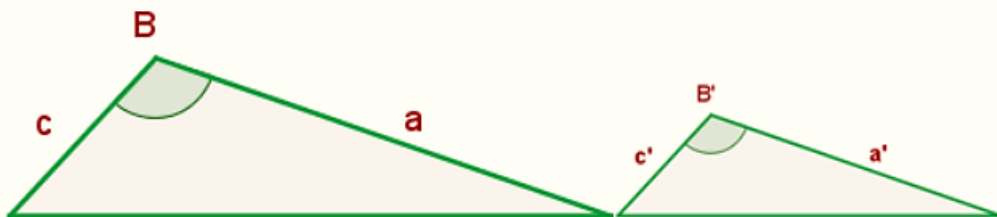
Dos triángulos son semejantes si tienen los lados proporcionales.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

### Criterio lado-ángulo-lado (LAL)

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual.



# Desarrollo

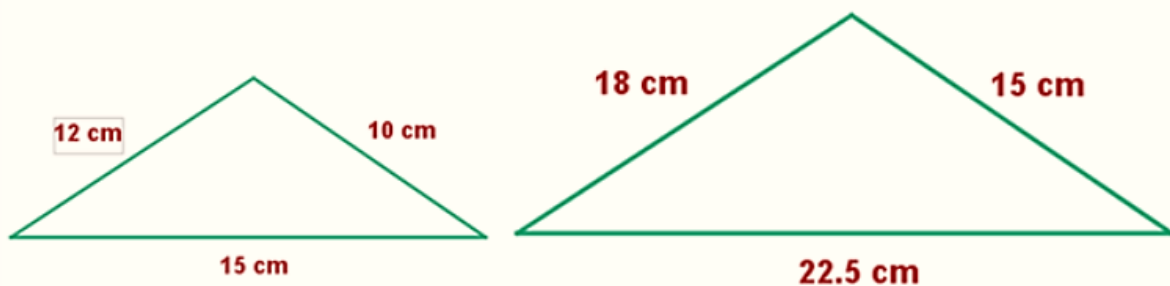
## Construcción del conocimiento

$$B=B'$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$

## Consolidación del conocimiento

Razona si son semejantes los siguientes triángulos:



Solución

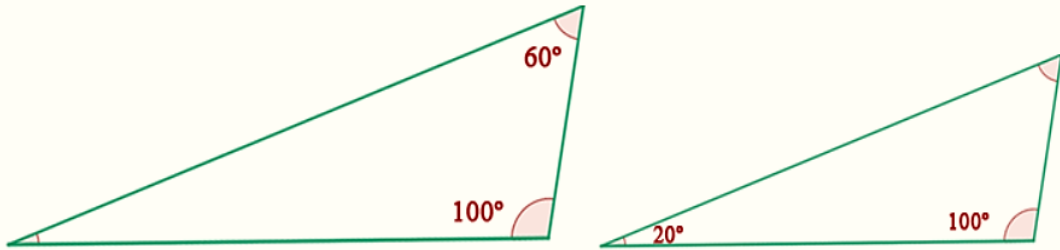
$$\frac{12}{18} = \frac{10}{15} = \frac{15}{22.5}$$

$$0.667 = 0.667 = 0.667$$

Son semejantes porque tienen sus 3 lados proporcionales.

# Desarrollo

## Consolidación del conocimiento



### Solución

$180^\circ - 100^\circ - 60^\circ = 20^\circ$  Son **semejantes** porque tienen **dos ángulos iguales**.

## CLASE N°2

Asignatura	Matemáticas
Curso	Octavo año de EGB
Tema	Teorema Tales de Mileto
Ciclo de aprendizaje	Anticipación, construcción y consolidación

# Desarrollo

## Anticipación del conocimiento

Se inicia la sesión con el saludo de bienvenida y registrando asistencia.

El docente comenta la estrategia que aplicarán en el transcurso de la clase, es decir en este caso el modelado de Rodríguez (2007,2010) con el afán que los estudiantes tengan interés por la clase.

Explicación de los pasos a seguir del modelado presentado.

## Construcción del conocimiento

Para el desarrollo de esta etapa se brinda una pequeña parte teórica del tema para en la siguiente fase ejecutar las actividades de modelación.

### Teorema de Tales

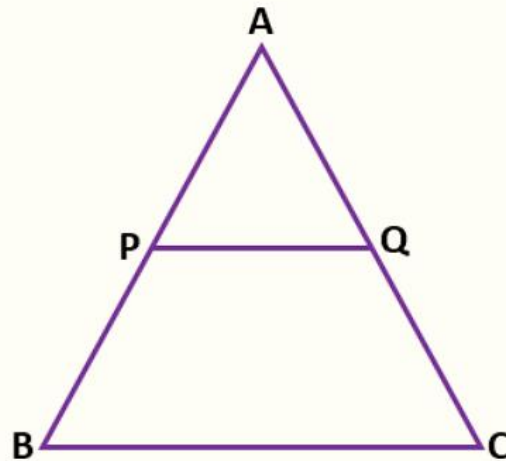
El teorema de Tales es una ley de la geometría que nos indica que si se traza una línea paralela a cualquiera de los lados de un triángulo tendremos como resultado un triángulo semejante al triángulo original.

Dicho de otro modo, si cortamos un triángulo dibujando una recta paralela a uno de sus lados, obtendremos un triángulo semejante al previamente existente.

En este punto, cabe señalar que dos triángulos son semejantes cuando sus ángulos correspondientes son congruentes (miden lo mismo) y sus lados homólogos son proporcionales entre sí.

# Desarrollo

## Construcción del conocimiento



De aquí observamos que los tres ángulos iguales y sus lados son proporcionales:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AQ}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{PQ}}$$

Esta razón se cumple entre dos lados del mismo triángulo y también entre los lados correspondientes del otro:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{AQ}}$$

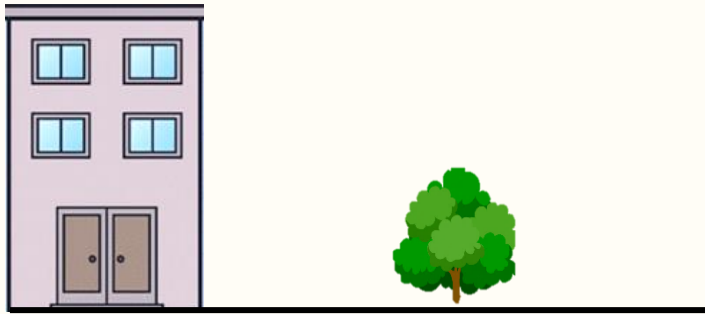
# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

### Actividad 1

Etapa N° 1. Situación real (SR)

En un día soleado, Luis va caminando por el parque. Él se siente algo agotado, por lo que decide tomarse un descanso, al sentarse y observar la ciudad, se fija que un edificio y un árbol proyectan una sombra debido al caluroso día.



Luis se queda observando por un momento, de manera que le surge la intriga de saber ¿Cuánto mide el edificio?

- ¿Cómo le ayudarías a Luis a saber la altura de este edificio?
- ¿Qué medidas crees que ayudarían a Luis a conocer la altura del edificio?



# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC):

El estudiante en una hoja de trabajo va a dibujar la figura de la etapa SR, y responderá las siguientes interrogantes:

¿Qué figura geométrica puede Luis formar con el rayo del sol?

¿Cuántos ángulos tiene la figura?

¿Qué tipo de figura es?

¿Podemos encontrar figuras semejantes?

¿Qué medida se puede encontrar para que Luis pueda llegar a conocer la altura del edificio?

Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico):

Observa el siguiente video:

[https://www.youtube.com/watch?v=d\\_y9649\\_Gig](https://www.youtube.com/watch?v=d_y9649_Gig)

El estudiante debe responder:

¿Qué es un triángulo semejante?

¿Cuándo dos triángulos son semejantes?

¿Qué es la razón de semejanza?

¿Qué es el criterio de semejanza?

¿Cuántos y cuáles son los criterios de semejanza?

¿Qué le dirías a Luis para que pueda encontrar la altura del edificio?

# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG):

Al estudiante se le facilitará la siguiente información

El alto del árbol es de 3 m.

La longitud de la sombra del edificio es de 15 m.

La longitud de la sombra del árbol es de 5 m.

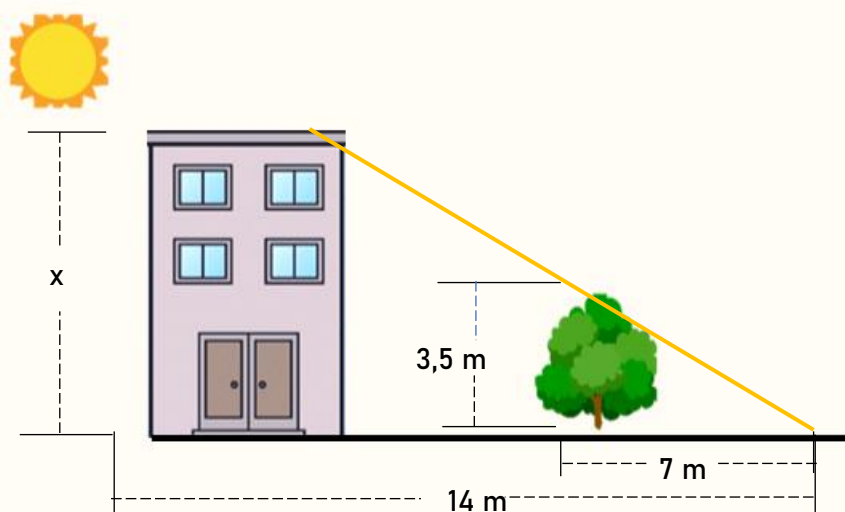
Colocar las medidas correspondientes en la figura de la etapa SR.

Responder:

¿Existe semejanza de triángulos?

¿Qué criterio de semejanza puedes observar?

Con los datos brindados, resolver y encontrar la altura del edificio y explicar qué procedimiento fue el que tuvo que realizar.



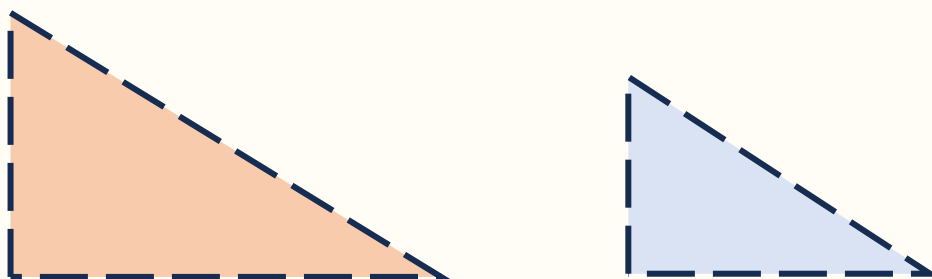
# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)

Estudiante debe dibujar y recortar en una cartulina dos triángulos rectángulos con distinta medida en sus lados, pero con ángulos iguales, de tal manera que se obtendrá dos triángulos semejantes.

Colocar en los triángulos las medidas correspondientes, simulando la figura de la etapa RG.



Una vez realizadas las indicaciones anteriores, los estudiantes deben comprobar que sus cálculos han sido correctos, mediante la razón de semejanza.

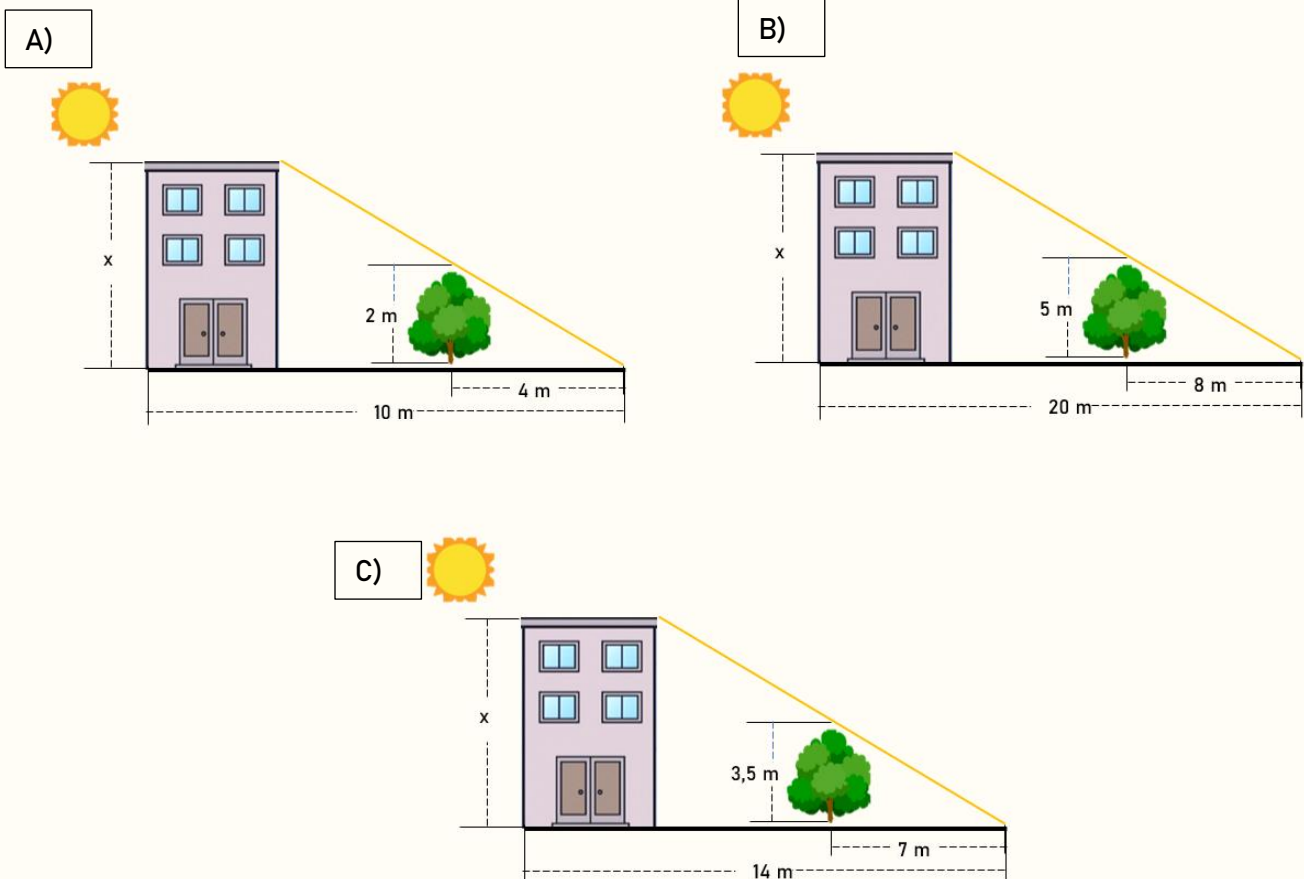
Los resultados serán expuestos por los estudiantes ante sus compañeros.

# Desarrollo

## Consolidación del conocimiento

Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP):

Luis va su casa, en el camino logra observar tres situaciones similares al de la etapa SR



Ahora Luis quiere saber, ¿Cuál es el edificio más alto?

Ayuda a Luis a responder su inquietud.

# Desarrollo

## Clase N° 3

Asignatura	Matemáticas
Curso	Octavo año de EGB
Tema	Teorema Tales de Mileto
Ciclo de aprendizaje	Anticipación, construcción y consolidación

### Anticipación del conocimiento

Se inicia la sesión con el saludo de bienvenida y registrando asistencia.

Preguntas a los estudiantes:

¿Qué es el teorema de Tales de Mileto?

¿Qué les pareció la clase anterior?

El estudiante tiene que compartir lo que comprendió de la última clase.

# Desarrollo

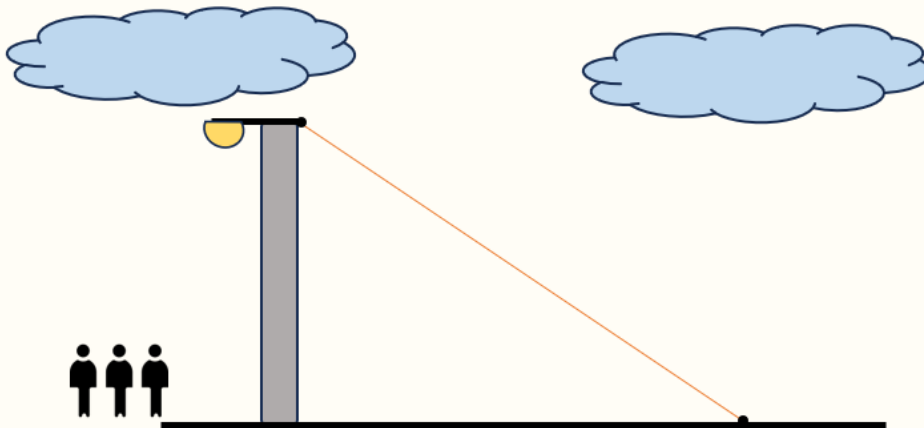
Construcción del conocimiento

## Actividad 2

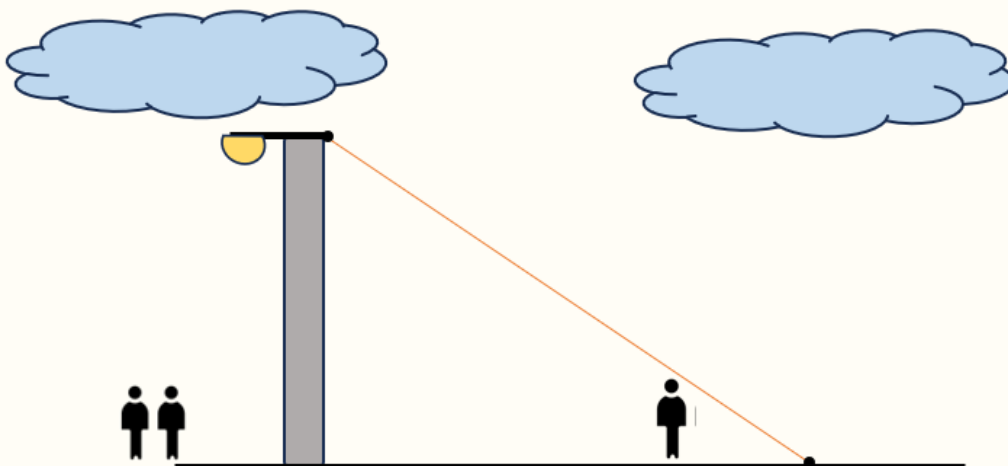
Etapa N° 1. Situación real (SR)

Alejandro acaba de salir de clases y va caminando a casa junto a dos amigos.

En el camino ellos observan un poste de luz, que junto a su cable forman la siguiente figura



Alejandro decide colocarse en el punto mínimo donde él puede pasar por debajo de cable.



# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

A Alejandro le ha surgido la duda, ¿a qué distancia con respecto al punto más bajo del cable se encuentra ubicado él?

Ayuda a Alejandro y sus amigos a conocer aquella distancia.

Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC):

El estudiante dibujará la figura de la etapa SR, y responderá las siguientes interrogantes:

¿Qué figura geométrica forma el poste de luz con el cable?

¿Cuántos ángulos tiene la figura?

¿Podemos encontrar figuras semejantes?

¿Qué medida puede facilitar a Alejandro conocer la distancia a la que se encuentra ubicado él con respecto al punto más bajo del cable de luz?

Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico):

Observa el siguiente video:

<https://youtu.be/NBKEyCg-YcM>

El estudiante debe responder las siguientes interrogantes:

# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

¿Qué es un segmento?

¿Qué es el segmento de proporcionalidad?

¿Cuándo dos segmentos son paralelos?

Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG):

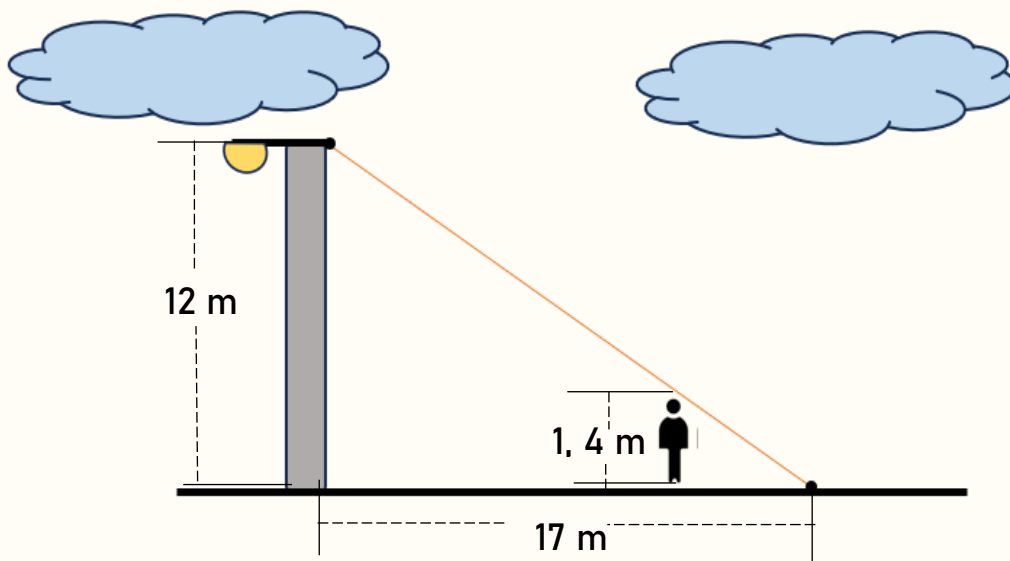
Al estudiante se le facilitará la siguiente información:

La altura de Alejandro es de 1,4 m.

La altura del poste de luz es de 17 m.

La distancia del punto bajo del poste de luz hacia el punto bajo del cable es de 17 m.

Colocar las medidas correspondientes en la figura de la etapa SR.





# Desarrollo

## Construcción del conocimiento

Responder:

¿Qué tipo de triángulos se observa en la figura?

¿Los datos conocidos son suficientes para encontrar una solución a la inquietud de Alejandro?

Con los datos brindados, resolver y encontrar la distancia a la que se encuentra ubicado Alejandro con respecto al punto más bajo del cable de luz. Explicar el procedimiento que tuvo que realizar.

Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)

Estudiante debe representar con el uso de cartulinas, la figura de la etapa RG, de manera que puedan representar gráficamente sus cálculos y resultados que obtuvieron de la etapa RG.

Comparar y comprobar sus resultados con el resto de compañeros.

## Consolidación del conocimiento

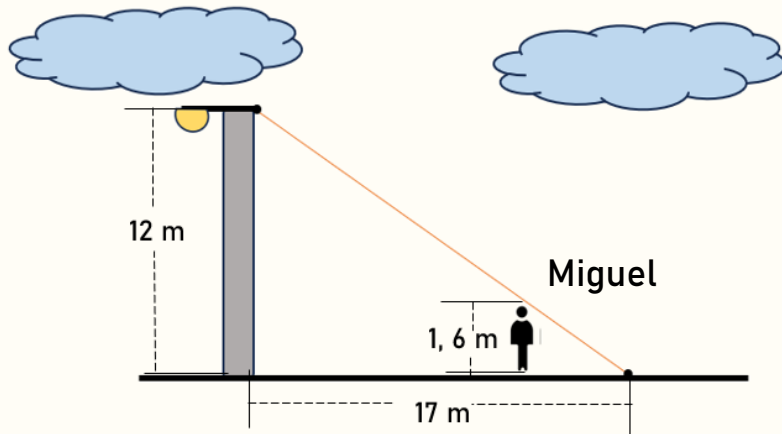
Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP):

Alejandro ahora desea saber la distancia a la que tienen que ubicarse sus dos amigos, Miguel y Daniel, con respecto al punto más bajo del cable, tal y como lo hizo él.

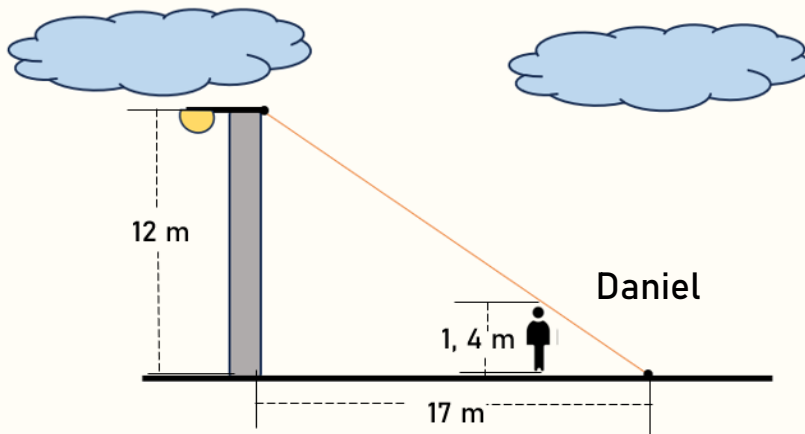
# Desarrollo

## Consolidación del conocimiento

A)



B)



## **Resultados esperados**

- Fomentar el desarrollo del pensamiento crítico y las habilidades de resolución de problemas en los estudiantes, ayudándoles a analizar situaciones, identificar patrones y encontrar soluciones utilizando el Teorema de Tales.
- Promover la colaboración entre los estudiantes, así como la habilidad para comunicar sus ideas matemáticas de manera clara y efectiva tanto de forma oral como escrita.
- Desarrollar una comprensión completa del Teorema de Tales y su aplicación en la resolución de problemas geométricos.
- Potenciar la enseñanza y aprendizaje del teorema de Tales de Mileto mediante la modelación matemática.

# Bibliografía

- Daniel Carrión. (6 de enero de 2020). *Teorema de Tales - Super fácil - Para principiantes*. [Archivo de Video]. Youtubebe. <https://youtu.be/staL7w-eT58>
- Ministerio de Educación. (2016). Libro de matemática de octavo año. <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/Matematica8v2.pdf>
- Rodriguez, R. (2008). *Les équations différentielles comme outil de modélisation mathématique en Classe de Physique et de Mathématiques au lycée : une étude de manuels et de processus de modélisation d'élèves en Terminale S*. [Tesis de doctorado, Universidad Joseph Fourier Grenoble I] Repositorio digital de la Universidad Joseph Fourier Grenoble I. <https://theses.hal.science/tel-00292286/document>
- Salett, M. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125. [10.24844/EM1602.06](https://doi.org/10.24844/EM1602.06)

## Anexo 1.1

### Planificación micro curricular

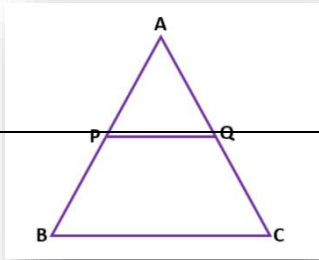
PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR			
<b>DATOS INFORMATIVOS</b>			
<b>Nombre del docente:</b> Wilson Alejandro Gonzalez Pasaca		<b>Área:</b> Matemática	
<b>Grado:</b> 8vo BGU		<b>Asignatura:</b> matemáticas	
<b>APRENDIZAJE DISCIPLINAR</b>			
<b>OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:</b> Fomentar el pensamiento crítico en los estudiantes para abordar el teorema Tales de Mileto, y desarrollar habilidades de resolución de problemas y razonamiento que puedan aplicar en diversas situaciones geométricas.			
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	INDICADORES DE EVALUACIÓN	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTIVAS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE	ACTIVIDADES EVALUATIVAS
<b>Clase 1</b>			
M.4.2.6. Aplicar la semejanza en la construcción de figuras semejantes, el cálculo de longitudes y la solución de problemas geométricos.	<b>I.M.4.5.1.</b> Construye figuras simétricas; resuelve problemas geométricos que impliquen el cálculo de longitudes con la aplicación de conceptos de semejanza y la aplicación del teorema de Tales; justifica procesos aplicando los conceptos de congruencia y	<p style="text-align: center;"><b>Semejanza de triángulos</b></p> <p><b>Duración: 2 períodos</b></p> <p><b>Anticipación</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Registro de asistencia.</li> <li>• Indicaciones generales sobre la clase.</li> <li>• Actividad interactiva: Reto matemático.</li> </ul>	<p>Técnica:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observación</li> </ul> <p>Instrumentos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diario de campo</li> <li>• Ficha de observación</li> </ul> <p>Técnicas:</p>

	<p>semejanza. (I.1., I.4.)</p> <p><b>I.M.4.5.2.</b> Construye triángulos dadas algunas medidas de ángulos o lados; dibuja sus rectas y puntos notables como estrategia para plantear y resolver problemas de perímetro y área de triángulos; comunica los procesos y estrategias utilizados. (I.3.)</p>	<p>La fase para el transcurso de esta clase será un breve diagnóstico a través de preguntas a toda la clase, para identificar conocimientos de los estudiantes, que son fundamentales para abordar el teorema de Tales de Mileto:</p> <p>¿Qué es una figura semejante? ¿Cuándo un triángulo es semejante?</p> <p><b>Construcción del conocimiento</b></p> <p>Explicación teórica sobre: La semejanza de triángulos.</p> <p>Criterios de semejanza: Criterio LAL, criterio AA, criterio LLL</p> <p>Desarrollo de ejercicios</p> <p><b>Consolidación del conocimiento</b></p> <p>El estudiante debe resolver los ejercicios planteados por el docente: Razona si los siguientes triángulos con semejantes o no. Fundamenta tu respuesta</p> <div data-bbox="918 1101 1758 1324" data-label="Diagram"> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis de desempeño</li> </ul> <p>Instrumento:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Portafolio</li> </ul>
--	---	--	--

--	--	--	--

**Clase 2**

<b>Teorema de Tales</b>			
<p><b>M.4.2.5.</b> Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Thales)</p> <p><b>M.4.2.6.</b> Aplicar la semejanza en la construcción de figuras semejantes, el cálculo de longitudes y la solución de problemas geométricos.</p>	<p><b>I.M.4.5.1.</b> Construye figuras simétricas; resuelve problemas geométricos que impliquen el cálculo de longitudes con la aplicación de conceptos de semejanza y la aplicación del teorema de Tales; justifica procesos aplicando los conceptos de congruencia y semejanza. (I.1., I.4.)</p> <p><b>I.M.4.5.2.</b> Construye triángulos dadas algunas medidas de ángulos o lados; dibuja sus rectas y puntos notables como estrategia para plantear y resolver problemas de perímetro y área</p>	<p><b>Duración: 3 periodos</b></p> <p><b>Anticipación del conocimiento.</b></p> <p>Se inicia la sesión con el saludo de bienvenida y registrando asistencia.</p> <p>El docente comenta la estrategia que aplicarán en el transcurso de la clase, es decir en este caso el modelado de Rodríguez (2007,2010) con el afán que los estudiantes tengan interés por la clase.</p> <p>Explicación de los pasos a seguir del modelado presentado.</p> <p><b>Construcción del conocimiento</b></p> <p>Breve explicación teórica del teorema de Tales de Mileto.</p>	<p>Técnica:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observación</li> </ul> <p>Instrumentos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diario de campo</li> <li>• Ficha de observación</li> </ul> <p>Técnicas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis de desempeño</li> </ul> <p>Instrumento:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Portafolio</li> </ul>



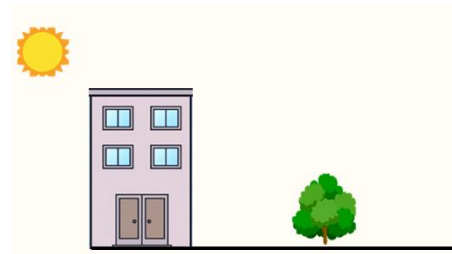
de triángulos;  
comunica los  
procesos y  
estrategias  
utilizados. (I.3.)

En esta parte del estudiante es gran responsable de su aprendizaje.

Aplicación de la modelación matemática con el fin de que los estudiantes comprendan el teorema de Tales.

Actividad planteada por el docente.

En un día soleado, Luis va caminando por el parque. Él se siente algo agotado, por lo que decide tomarse un descanso, al sentarse y observar la ciudad, se fija que un edificio y un árbol proyectan una sombra debido al caluroso día.



El estudiante debe transcurrir por medio por las etapas del modelo de Rodríguez (2010)

Etapa N° 1. Situación real (SR)



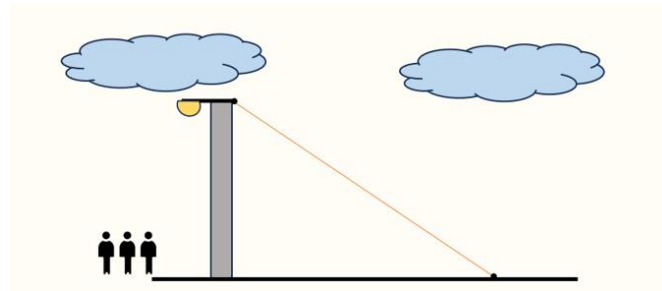
		<p>Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC):</p> <p>Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico):</p> <p>Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG):</p> <p>Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)</p> <p><b>Consolidación de conocimientos.</b></p> <p>De desarrolla la sexta etapa del ciclo de modelación:</p> <p>Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP)</p>	
<b>Clase 3</b>			
<p><b>M.4.2.5.</b> Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Thales).</p> <p><b>M.4.2.6.</b> Aplicar la semejanza en la construcción de figuras semejantes, el cálculo de longitudes y la solución de problemas geométricos.</p>	<p><b>I.M.4.5.1.</b> Construye figuras simétricas; resuelve problemas geométricos que impliquen el cálculo de longitudes con la aplicación de conceptos de semejanza y la aplicación del teorema de Tales; justifica procesos aplicando los conceptos de congruencia y semejanza. (I.1., I.4.)</p>	<p style="text-align: center;"><b>Teorema de Tales</b></p> <p><b>Duración: 3 periodos.</b></p> <p><b>Anticipación de conocimiento.</b></p> <p>Se inicia la sesión con el saludo de bienvenida y registrando asistencia.</p> <p>Preguntas a los estudiantes:</p> <p>¿Qué es el teorema de Tales de Mileto?</p> <p>¿Qué les pareció la clase anterior?</p> <p>El estudiante tiene que compartir lo que comprendió de la última clase</p> <p><b>Construcción del conocimiento.</b></p>	<p>Técnica:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observación</li> </ul> <p>Instrumentos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diario de campo</li> <li>• Ficha de observación</li> </ul> <p>Técnicas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis de desempeño</li> </ul> <p>Instrumento:</p>

**I.M.4.5.2.** Construye triángulos dadas algunas medidas de ángulos o lados; dibuja sus rectas y puntos notables como estrategia para plantear y resolver problemas de perímetro y área de triángulos; comunica los procesos y estrategias utilizados. (I.3.)

El docente plantea una actividad para que el estudiante la solucione mediante las siguientes etapas de la modelación.

Alejandro acaba de salir de clases y va caminando a casa junto a dos amigos.

En el camino ellos observan un poste de luz, que junto a su cable forman la siguiente figura.



Portafolio

		<p>Alejandro decide colocarse en el punto mínimo donde él puede pasar por debajo de cable.</p> <p>A Alejandro le ha surgido la duda, ¿a qué distancia con respecto al punto más bajo del cable se encuentra ubicado él?</p> <p>Ayuda a Alejandro y sus amigos a conocer aquella distancia.</p> <p>El estudiante debe transcurrir por medio por las etapas del modelo de Rodríguez (2010)</p> <p>Etapa N° 1. Situación real (SR)</p> <p>Etapa N° 2. Modelo Pseudo - concreto (MPC):</p> <p>Etapa N° 3. Modelo matemático (MM) (Modelo geométrico):</p> <p>Etapa N° 4. Resultados Geométricos (RG):</p> <p>Etapa N° 5. Resultados del Pseudo-concreto (RPC)</p> <p><b>Consolidación del conocimiento</b></p> <p>De desarrolla la sexta etapa del ciclo de modelación:</p> <p>Etapa N° 6. Generalizaciones y predicciones (GP)</p>	
--	--	---	--

## Anexo 2.

### Informe de pertinencia



**UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE LOJA**

**FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN**  
CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS  
EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

Loja, 22 de septiembre de 2023

Ph.D.  
Ángel Klever Orellana Malla  
**DIRECTOR**  
CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA  
Ciudad

De mi consideración:

Me dirijo a su autoridad para presentar el informe de revisión del proyecto del trabajo de integración curricular, presentado por el estudiante **Wilson Alejandro González Pasaca**, bajo el tema:

**La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria**

Luego de haber analizado la estructura, coherencia y pertinencia de los elementos del mencionado proyecto y confirmado la incorporación de correcciones y sugerencias por parte del estudiante, me permito emitir el **informe favorable** a fin de que se continúe con el trámite respectivo.

Sin otro particular, me suscribo de usted.

Atentamente,





FABRICIO VLADIMIR  
VINCES VINCES

Fabricio Vladimir Vinces Vinces  
**DOCENTE ASESOR DEL PROYECTO  
DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR**

### Anexo 3.

#### Designación director TIC

		Universidad Nacional de Loja	Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física
---	---	------------------------------------	--

Memorando Nro.: UNL-FEAC-CPCEMF-2023-0234

Loja, 30 de octubre del 2023

PhD.  
Manuel Lizardo Tusa Tusa.  
**DOCENTE DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES:  
MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA DE LA FACULTAD DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA  
COMUNICACIÓN.**



Presente.-

Me es honroso dirigirme a usted con el fin de expresar un atento saludo y desear éxitos en las labores a usted encomendadas.

Tengo a bien indicar que luego de recibir el informe favorable de pertinencia del proyecto denominado: **La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria**. De autoría del Sr. **GONZALEZ PASACA WILSON ALEJANDRO**, estudiante del Ciclo VIII de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física, me permito informar que se ha procedido a designarlo como **Director del trabajo de integración curricular**, del mencionado proyecto para que se dé estricto cumplimiento a las directrices del Reglamento de Régimen Académico de la Universidad Nacional de Loja, a fin de proceder con los trámites de graduación correspondientes, a partir de la fecha el aspirante laborará en las tareas investigativas para desarrollar la investigación bajo su asesoría y responsabilidad, de acuerdo al cronograma establecido.

Particular que informo para los fines legales pertinentes.

Atentamente,

  
  
ÁNGEL KLEVER  
ORELLANA MALLA

PhD. Ángel Klever Orellana Malla.  
**DIRECTOR DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA  
DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA**

c.c. archivo de la carrera  
Elaboración Lcdo. Alberto Miguel Carrión.

---

*Educamos para Transformar*

## Anexo 4.

### Certificación Abstract



unl

Universidad  
Nacional  
de Loja

Loja, 21 de febrero del 2024

Eng. Joseph Taylor Southern  
**UNITED STATES AIR FORCE CRYPTOLOGIC LINGUIST**

#### **CERTIFICO:**

Que el resumen del Trabajo de Integración Curricular cuyo título es: **La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria**, del aspirante **Wilson Alejandro Gonzalez Pasaca**, con cédula de identidad Nro. **1105844482** ha sido traducido al inglés y cumple con las características propias del idioma extranjero.

#### **Resumen:**

Una concepción frecuente en las prácticas de enseñanza de la matemática es considerar que la modelación representa una aplicación de principios matemáticos. Esto implica que las matemáticas primero se enseñan y luego se busca la aplicación de tal conocimiento. Sin embargo, en el presente trabajo la modelación es vista como un método de enseñanza para la construcción del conocimiento matemático ligado a un contexto. El objetivo de la investigación fue analizar la implementación de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática del nivel de educación secundaria. Para esto, la investigación adoptó un enfoque mixto; y en base a una revisión documental sistemática en tesis, artículos científicos, libros, se seleccionó aquellos trabajos que brindan resultados en relación al tema de investigación. Los principales resultados muestran que los procesos metodológicos que comprende la modelación son: la contextualización del contenido mediante la presentación de problemas del mundo real; la creación de un modelo matemático; la resolución del problema; y la validación de los resultados. Así mismo, que esta estrategia influye positivamente en el aprendizaje y motivación de los alumnos. Consecuentemente, la modelación proporciona a los estudiantes una oportunidad única para aplicar los conceptos matemáticos en contextos reales y significativos, lo que promueve el pensamiento crítico al desafiar a los estudiantes a analizar, evaluar y resolver problemas; y a su vez estimula la creatividad al motivar a los estudiantes a explorar diferentes alternativas para abordar problemas.

**Palabras clave:** enseñanza de la matemática, modelación matemática, procesos metodológicos, estrategia didáctica, enseñanza aprendizaje

*Educamos para Transformar*



UNL

Universidad  
Nacional  
de Loja

**Abstract:**

A common conception in mathematics teaching practices is that modeling represents an application of mathematical principles. This implies that mathematics is first taught and then the application of such knowledge is sought. However, in the present work, modeling is seen as a teaching method for the construction of mathematical knowledge linked to a context. The objective of the research was to analyze the implementation of modeling in the teaching and learning of mathematics at the secondary education level. For this, the research employed a mixed-methods study; and based on a systematic documentary review of thesis, scientific articles, and books, those works that provide results in relation to the research topic were selected. The main results show that the methodological processes involved in modeling are: the contextualization of content through the presentation of real-world problems; the creation of a mathematical model; problem solving; and validation of results. Likewise, this strategy has a positive influence on the learning and motivation of the students. Consequently, modeling provides students with a unique opportunity to apply mathematical concepts in real, meaningful contexts, thereby promotes critical thinking by challenging students to analyze, evaluate, and solve problems; and in turn stimulates creativity by motivating students to explore different alternatives to address problems.

**Keywords:** *mathematics teaching, mathematical modeling, methodological processes, didactic strategy, teaching and learning*

Lo certifico en honor a la verdad.

*Joseph Southern*  
Eng. Joseph Taylor Southern  
UNITED STATES AIR FORCE  
CRYPTOLOGIC LINGUIST

*Educamos para Transformar*