



# UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA

ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN

NIVEL DE GRADO

CARRERA DE FÍSICO-MATEMÁTICAS

EL MATERIAL DIDÁCTICO Y CONCRETO PARA DESARROLLAR DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO EN EL BLOQUE CURRICULAR GEOMÉTRICO DEL OCTAVO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN EL COLEGIO EXPERIMENTAL UNIVERSITARIO "MANUEL CABRERA LOZANO" (MATRIZ) DE LA CIUDAD DE LOJA PERIODO LECTIVO 2010-2011. PROPUESTA ALTERNATIVA.

Tesis previa a la obtención del grado de Licenciada en Ciencias de la Educación  
Mención Físico-Matemáticas.

**AUTORA:** Marlene del Rocío Lima Salinas.

**DIRECTORA DE TESIS:** Dra. Mg.Sc. Betty Silva V.

LOJA-ECUADOR

2011

## CERTIFICACIÓN

Dra. Betty Silva V. Mg. Sc.

DOCENTE DEL ÁREA DE LA EDUCACIÓN, EL ARTE Y LA COMUNICACIÓN DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA.

### **CERTIFICA:**

Que el presente trabajo de investigación titulado **“EL MATERIAL DIDÁCTICO Y CONCRETO PARA DESARROLLAR DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO EN EL BLOQUE CURRICULAR GEOMÉTRICO DEL OCTAVO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN EL COLEGIO EXPERIMENTAL UNIVERSITARIO “MANUEL CABRERA LOZANO” (MATRIZ) DE LA CIUDAD DE LOJA PERIODO LECTIVO 2010-2011. PROPUESTA ALTERNATIVA**, de autoría de Marlene del Rocío Lima Salinas, ha sido revisado en todas sus partes y cumple con las exigencias de la investigación científica y las normas de graduación de la Universidad Nacional de Loja por lo que autorizo su presentación y publicación.

Loja, julio de 2011.

.....

**Dra. Betty Silva V. Mg. Sc.**

**DIRECTORA DE TESIS.**

## **AUTORÍA**

Las ideas, conceptos, generalizaciones, opiniones, conclusiones, recomendaciones y propuesta alternativa desarrollada en la presente tesis, son de absoluta responsabilidad de la autora:

.....

**Marlene Lima S.**

## **AGRADECIMIENTO**

Mi agradecimiento sincero y profundo a quienes colaboraron con la realización de este trabajo, de manera muy especial a la Dra. Betty Silva V, Directora de tesis, quien con mucho esmero y responsabilidad orientó el desarrollo del presente trabajo investigativo.

Así como también mi agradecimiento a las autoridades, docentes y alumnos del Colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano”, por la apertura y facilidades brindadas para llegar a feliz término en la investigación realizada.

**La Autora.**

## **DEDICATORIA**

Con todo mi amor y cariño dedico el presente trabajo, a mis queridos padres, quienes supieron apoyarme para culminar con mi carrera universitaria. A mi adorado hijo Jhonatan Fernando, a mi querido esposo y compañero Jorge Rodrigo, razones de mi existir y de mi superación personal y profesional, a mis hermanos, y a todos mis familiares.

**Marlene**

1. **TÍTULO:** “El material didáctico y concreto para desarrollar destrezas con criterio de desempeño, en el Bloque Curricular Geométrico del Octavo Año de Educación General Básica en el Colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano” (matriz) de la ciudad de Loja periodo lectivo 2010-2011. Propuesta Alternativa.”

## 2. RESUMEN

El presente trabajo investigativo versa sobre el tema: “El material didáctico y concreto para desarrollar destrezas con criterio de desempeño en el bloque curricular geométrico del octavo año de Educación General Básica en el Colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano” (matriz) de la ciudad de Loja periodo lectivo 2010-2011. Propuesta alternativa”, cuyo objetivo general fue contribuir al desarrollo de destrezas con criterio de desempeño en el bloque curricular geométrico del Área de Matemática, en los alumnos del octavo año de Educación General Básica, a través de la utilización de materiales didácticos y concretos.

Los objetivos específicos estuvieron orientados a identificar los materiales que utilizan los docentes, al impartir los contenidos geométricos y las destrezas que priorizan en el proceso enseñanza aprendizaje de este bloque, en función de esta realidad se presenta una propuesta alternativa, que permita desarrollar las destrezas con criterio de desempeño, en el mencionado bloque geométrico, sustentado en el nuevo diseño curricular de la Educación General Básica.

El desarrollo del presente trabajo investigativo, se sustentó en los siguientes métodos: científico, deductivo e inductivo. Estos métodos, facilitaron el análisis e interpretación del proceso, los resultados obtenidos determinan que para la enseñanza-aprendizaje del bloque geométrico, el profesor utiliza materiales permanentes y la pizarra, situación que no motiva a los estudiantes para trabajar las destrezas correspondientes a este bloque, estos resultados condujeron a formular varias conclusiones entre las más importantes se anotan: los docentes no utilizan material concreto para trabajar en actividades que estimulen el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño en sus estudiantes, además los estudiantes no desarrollan destrezas con criterio de desempeño correspondientes al bloque

geométrico con el material permanente de trabajo que emplea el docente de matemática.

Las conclusiones correspondientes a la investigación de campo; condujeron al planteamiento de recomendaciones para trabajar en el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño, se recomienda que los docentes investiguen y utilicen su creatividad para elaborar materiales concretos como el tangram, geoplano y geoespacio para trabajar con los estudiantes en el bloque geométrico; es necesario trabajar en actividades de manipulación con materiales concretos para ayudarle a desarrollar las destrezas con criterio de desempeño.

Finalmente, se presentó la propuesta alternativa, con actividades y el uso de material didáctico y material concreto sencillo y del medio para contribuir al desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño del bloque geométrico de 8vo año de Educación General Básica.



## **SUMMARY**

The versed present investigative work on the topic: "The didactic material and I sum up to develop dexterity with acting approach in the eighth year-old curricular geometric block in the Experimental University School "Manuel Goatherd Lozano" of (womb) the city of Loja period lectivo 2010 -2011. Proposal alternative" whose general objective went to contribute to the development of dexterity with acting approach in the curricular geometric block of Mathematics Area, in the eighth year-old students, through the use of didactic and concrete materials.

The specific objectives were guided to identify the materials that use the educational ones, when imparting the geometric contents and the dexterity that prioritize in the process teaching learning of this block, in function of this reality he/she shows up an alternative proposal that allows to develop the dexterity with acting approach, in the geometric mentioned block, sustained in the curricular new design of the General Basic Education.

The development of the present investigative work, was sustained in the following methods: scientific, deductive and inductive. These methods, facilitated the analysis and interpretation of the process, the obtained results determine that for the teaching-learning of the geometric block, the professor uses permanent materials and the slate, situation that it doesn't motivate the students to work the dexterity corresponding to this block, these results they drove to formulate several conclusions among the most important one scores: the educational ones don't use concrete material to work in activities that stimulate the development of the dexterity with acting approach in their students, the students they don't also develop dexterity with acting approach corresponding to the geometric block with the permanent material of work that uses the educational of mathematics.

The conclusions corresponding to the field investigation; they drove to the position of recommendations to work in the development of the dexterity with acting approach, it is recommended that the educational ones investigate and use their creativity to elaborate concrete materials as the tangram, the geoplano, the geoespacio to work with the students in the geometric block; it is necessary to work in activities of manipulation with concrete materials to help him/her to develop the dexterity with acting approach.

Finally, he showed up the alternative proposal, with activities and the use of didactic material and concrete simple material and of the mean to contribute to the development of the dexterity with approach of acting of the 8vo year-old geometric block.

### 3. INTRODUCCIÓN

Los materiales didácticos y concretos juegan un papel fundamental en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática y el docente, debe tomar en cuenta su utilización para el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño en los estudiantes.

En la actualidad las destrezas con criterio de desempeño constituyen uno de los roles importantes de la educación actual, ya que el desarrollo de éstas le permite al estudiante un desenvolvimiento exitoso en sus estudios y en su vida cotidiana.

En este sentido, la importancia de enseñar y aprender matemática se enfatiza en el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño, a través de la utilización de materiales didácticos y concretos del entorno. Ante esta situación un análisis detenido, objetivo y sobretodo de carácter científico, ha permitido poner de manifiesto la realidad del desarrollo de destrezas en el octavo año de Educación General Básica, pero no de manera colectiva sino específicamente en el bloque geométrico del Área de Matemática.

La presente investigación titulada: “El material didáctico y concreto para desarrollar destrezas con criterio de desempeño, en el Bloque Curricular Geométrico del octavo año de Educación General Básica del Colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano” (matriz) de la ciudad de Loja periodo lectivo 2010-2011. Propuesta Alternativa.”, tiene como propósito fundamental el siguiente objetivo general: contribuir al desarrollo de destrezas con criterio de desempeño en el Bloque Curricular Geométrico del Área de Matemática, en los alumnos del Octavo año de Educación General Básica, a través de la utilización de materiales didácticos y concretos.

De este objetivo se desprendieron los siguientes objetivos específicos:

1. Identificar los materiales que utilizan los docentes para impartir los contenidos del bloque curricular geométrico.
2. Determinar las destrezas que priorizan actualmente los docentes en el bloque curricular geométrico.
3. Construir material didáctico y concreto para trabajar las destrezas con criterio de desempeño del bloque curricular geométrico.

Los mismos que se cumplieron y permitieron concluir que los materiales que utilizan los docentes de Matemática del 8vo año de Educación General Básica en el bloque geométrico no contribuyen al desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño ya que generalmente el único material que utilizan es el permanente. Es decir no utilizan material concreto para trabajar con actividades que estimulen a través de los sentidos el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño, por ello los estudiantes no desarrollan dichas destrezas correspondientes al bloque geométrico.

Así mismo se plantea una propuesta alternativa innovadora para coadyuvar al desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño en el bloque geométrico del 8vo año de Educación General Básica, de modo que se optimice la calidad de la Educación General Básica especialmente de los estudiantes del colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano” (matriz).

## 4. REVISIÓN DE LITERATURA

### 4.1 MATERIALES DIDÁCTICOS

Según Gimeno Sacristán (1992) sostiene que material didáctico es, “...instrumento u objeto que puede servir como recurso para que, mediante su manipulación, observación o lectura se ofrezcan oportunidades de aprender algo, o bien con su uso, se intervenga en el desarrollo de alguna función de la enseñanza”.

Para Edgardo Ossanna (1990) los materiales didácticos son “objetos – materiales o no- y las representaciones de los mismos que constituyen un medio a través del cual los objetivos del proceso enseñanza-aprendizaje se alcanzan de manera más eficaz, desde el punto de vista del conocimiento como de las habilidades o de las actitudes que se quiere lograr”.

Para Coriat (1997), los materiales didácticos son todos los objetos usados por el profesor o el alumno en el proceso de enseñanza y aprendizaje con el fin de lograr unos objetivos didácticos programados. Es decir, aquellos objetos que pueden ayudar a construir, entender o consolidar conceptos, ejercitar y reforzar procedimientos e incidir en las actitudes de los alumnos en las diversas fases del aprendizaje.

“El material didáctico es aquel que reúne medios y recursos que facilitan la enseñanza y el aprendizaje. Suelen utilizarse dentro del ambiente educativo para facilitar la adquisición de conceptos, habilidades, actitudes y destrezas.”<sup>1</sup>

Son muchos los teóricos, que desde la perspectiva de la didáctica aportan una definición sobre material didáctico y es imposible, realizar un inventario de todos, sin embargo de todas ellas queda claro de que éstos son “algo concreto”, “algo objetivo” que van directamente a las manos de los

---

<sup>1</sup><http://definicion.de/material-didactico/>

estudiantes y estimulan la función de los sentidos, facilitando el proceso de enseñanza y construcción de aprendizajes así como el desarrollo de destrezas.

En particular, entenderemos por material didáctico matemático a todo modelo concreto tomado del entorno que rodea al joven o elaborado a partir de él y con el cual se trate de traducir o motivar la creación de conceptos matemáticos.

El docente como mediador del aprendizaje, debe propiciar ambientes adecuados con base en la utilización de materiales didácticos y concretos provenientes de su propio entorno, para estimular el interés y la creatividad de los alumnos, y el gusto y placer por aprender matemática.

Una sugerencia que se hace a los docentes, Polya (1996), respecto a los materiales didácticos, es que éstos deben ser de fácil acceso para el joven y que no sean costosos. Puede emplear objetos comunes de los que tiene en su contexto. Así por ejemplo, una caja puede representar un cuadrado, y los recipientes de refrescos o jugos se pueden utilizar para calcular volúmenes y equivalencias. Entre otros que se pueden encontrar en el medio.

#### **4.1.1 IMPORTANCIA DEL MATERIAL DIDÁCTICO**

El material didáctico va directamente a las manos del joven, de ahí su importancia; funciona como un mediador instrumental, incluso cuando no hay un profesor guía que acerque el joven a los aprendizajes.

“Los materiales didácticos son medios que despiertan el interés de los estudiantes, disponiéndolos favorablemente para iniciar y mantener la atención en el proceso de aprendizaje, además ayudan al estudiante a mejorar su pensamiento concreto y abstracto a la vez que desarrolla sus habilidades y potencialidades educativas que lo ayudarán a desenvolverse

en su medio, incluso incide en la educación valórica desde muy temprana edad.”<sup>2</sup>

Los materiales didácticos sirven para apoyar el desarrollo de los jóvenes en aspectos relacionados con el pensamiento, el lenguaje oral y escrito, la imaginación, la socialización, el mejor conocimiento de sí mismo y de los demás, estos materiales han ido cobrando una creciente importancia en la educación contemporánea. Las memorizaciones forzadas y las amenazas físicas dejaron de ser métodos viables hace mucho tiempo, dando paso a la estimulación de los sentidos y la imaginación.

#### **4.1.2 OBJETIVOS DEL MATERIAL DIDÁCTICO**

“Los objetivos del material didáctico son los siguientes:

1. Aproximar al estudiante a la realidad de lo que se quiere enseñar, ofreciéndole una noción más exacta de los hechos o fenómenos estudiados.
2. Motivar la clase.
3. Facilitar la percepción y la comprensión de los hechos y de los conceptos.
4. Concretar e ilustrar lo que se está exponiendo verbalmente
5. Economizar esfuerzos para conducir a los alumnos a la comprensión de hechos y conceptos.
6. Contribuir a la fijación del aprendizaje a través de la impresión más viva y sugestiva que puede provocar el material.
7. Dar oportunidad para que se manifiesten las aptitudes y el desarrollo de destrezas y habilidades específicas, como el manejo de aparatos o la construcción de los mismos por parte de los estudiantes.
8. Despertar y retener la atención.
9. Ayudar a la formación de la imagen y a su retención.

---

<sup>2</sup>file:///F:/material-didactico%202.html

10. Favorecer la enseñanza basada en la observación y la experimentación.
11. Facilitar la aprehensión sugestiva y activa de un tema o un hecho de estudio.
12. Ayudar a la formación de imágenes concretas.
13. Ayudar a comprender mejor las relaciones entre las partes y el todo en un tema, objeto o fenómeno.
14. Ayudar a la formación de conceptos exactos, principalmente con respecto a temas de difícil observación directa.
15. Hacer la enseñanza más activa y concreta, así como más próxima a la realidad.
16. Dar oportunidad de que se analice e intérprete mejor el tema de estudio, con miras a un fortalecimiento del espíritu crítico.
17. Reducir el nivel de abstracción para la aprehensión de un mensaje.
18. Dar un sentido más objetivo y realista del medio que rodea al estudiante.
19. Favorecer el aprendizaje y su retención."<sup>3</sup>

### 4.1.3 CLASIFICACIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO

El Material Didáctico se clasifica en:

- Material Impreso.
- Material Concreto.
- Material permanente de trabajo.
- Material Audiovisual.
- Material experimental.

**Material Impreso.-** Tenemos los libros, cuadernos, fichas de trabajo, revistas, folletos, etc.

---

<sup>3</sup>OPCIT. (19) págs. 18-25



**Material Concreto.-** Material manipulable con el cual el estudiante puede moldear, construir, etc. Como la madera, la arcilla, el plástico, chapas, entre otros.

**Material permanente de trabajo.-** Son las que el docente utiliza todos los días. Pizarrón, tiza, cuadernos, juego geométrico, entre otros.

**Material Audiovisual.-** Aquel que está relacionado con las TIC (Tecnologías de Información y Comunicación) videos, proyectores, blogs, webquest, internet, etc.

**Material experimental:** aparatos y materiales variados para la realización de experimentos en general.

#### **4.1.3.1 MATERIALES PERMANENTES**

Son los materiales que el docente utiliza diariamente para impartir sus clases como la regla, el compás y las escuadras, también llamados materiales de construcción geométrica. Tradicionalmente las clases se impartían con estos materiales de una forma magistral, el profesor explicaba con la mayor claridad posible cómo se aplicaban los conceptos, lo ilustraba con unos ejemplos en la pizarra y mandaba hacer una serie de ejercicios que, por repetición, se suponía, iban a servir para que el alumno adquiriera el conocimiento deseado.

Hoy en día estos materiales se deben complementar con los materiales didácticos y concretos para la enseñanza – aprendizaje de la matemática, especialmente en el bloque geométrico ya que los estudiantes no construyen figuras geométricas sólo mediante explicaciones proporcionadas por el maestro; sino que necesitan de una guía didáctica que les proporcione paso a paso la información necesaria para que puedan trabajar.

El mundo matemático adulto a menudo trata con abstracciones, mientras que el mundo matemático infantil implica realidades físicas a partir de las cuales deberían formular, en último término, las abstracciones, por eso es muy importante utilizar material concreto en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría.

#### **4.1.3.2 MATERIALES CONCRETOS**

“Con la denominación de materiales concretos (o manipulables) nos referimos a todos aquellos objetos tangibles (diseñados o no con fines didácticos) que requieren la acción directa del alumno con sus manos sobre ellos y “de alguna manera” puede intervenir sobre ellos para provocar modificaciones.”<sup>4</sup>

Se consideran materiales concretos (manipulativos) para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas tanto aquellos objetos de la vida cotidiana que se pueden ser usados en un aula como herramientas para la enseñanza o el aprendizaje como aquellos otros instrumentos construidos especialmente para propósitos escolares. Ejemplos de utensilios de la vida cotidiana que pueden ser usados como materiales manipulables son: un cordel, el soporte de un rollo de papel, cucharas, vasos, botellas, etc., y ejemplos de materiales manipulables elaborados con propósitos escolares son el geoplano, las regletas, etc.

##### **4.1.3.2.1 CLASIFICACIÓN DEL MATERIAL CONCRETO**

El material concreto dependiendo del criterio elegido tiene una clasificación determinada, así:

---

<sup>4</sup><http://pedagogas.wordpress.com/2008/05/27/material-concreto/>

- a. Material concreto estructurado**, es aquel material diseñado y elaborado por el profesor o el alumno, con un fin pedagógico y permite la percepción, manipulación y exploración. Por ejemplo: los bloques lógicos se los utiliza con los niños para reconocer figuras geométricas, colores y tamaños, el geoplano se lo utiliza para analizar la semejanza de figuras geométricas, etc.
- b. Material concreto no estructurado**, es todo elemento del medio físico natural que ayuda en el proceso de aprendizaje. Por ejemplo: plantas, animales, frutas, minerales, latas, cajas, botellas, etc.

#### 4.1.3.2 CARACTERÍSTICAS DEL MATERIAL CONCRETO

El material concreto que se use en la enseñanza de la geometría, ya sea estructurado o no estructurado, adquirido en tiendas especializadas o elaborado por el maestro o por los propios estudiantes, debe reunir ciertas características que lo hagan idóneo para ser usado en el aula, entre otras cualidades el material debe ser: adecuado, dinámico y fácilmente manipulable.

La manipulación constituye un “modo de dar sentido al conocimiento matemático” (Segovia y Rico, 2001, p.86). El uso de materiales concretos tiene numerosas ventajas como permitir mayor independencia del alumno respecto al profesor, conectar la matemática escolar con el entorno físico del alumno, favorecer un clima de participación en el aula y el trabajo en equipo de los alumnos; y además el material concreto se convierte en un elemento que refuerza el conocimiento y el aprendizaje significativo de los alumnos.

El trabajo con materiales concretos, debe ser un elemento activo y habitual en clase, y no puede reducirse a la visualización esporádica de algún modelo presentado por el profesor.

#### 4.1.3.2.3 IMPORTANCIA DEL MATERIAL CONCRETO

“La enseñanza de la matemática parte del uso de material concreto porque le permite al estudiante experimentar el concepto desde la estimulación de sus sentidos, logrando llegar a interiorizar los conceptos que se quieren enseñar a partir de la manipulación de los objetos de su entorno.”<sup>5</sup> Como bien lo dice Piaget “los niños y niñas necesitan aprender a través de experiencias concretas, en concordancia a su estadio de desarrollo cognitivo.”

Para (Castro, 1997) la utilización de materiales concretos en la matemática específicamente en la geometría consiste en el uso de objetos geométricos contruidos por los maestros con el objetivo de desarrollar destreza y comprensión en la construcción de conceptos básicos elementales de la Geometría.

En muchas de las actividades, el material concreto es necesario. Algunas veces lo utilizan como un instrumento que permite buscar, construir y llegar a la solución de un problema. En otras ocasiones el material es un instrumento que permite verificar las hipótesis y soluciones anticipadas por los alumnos, por ejemplo, cuando se utiliza para comprobar si la estimación del resultado de un cálculo o una medición son o no correctos. En este sentido, el papel del material concreto es fundamental, dado que uno de los propósitos de la Educación General Básica es que los alumnos desarrollen la habilidad para calcular, estimar y verificar sus resultados.

Si bien el empleo de material concreto en los primeros años de Educación General Básica es muy indispensable, en octavo año también es importante para reforzar la construcción de conocimientos matemáticos y el desarrollo de destrezas en los jóvenes. Entre estos materiales tenemos:

---

<sup>5</sup><http://pedagogas.wordpress.com/>

## ➤ El Geoplano



El geoplano es un recurso didáctico para la introducción de gran parte de los conceptos geométricos; el carácter manipulativo de éste permite a los estudiantes una mayor comprensión de toda una serie de términos abstractos, que muchas veces o no entienden o nos generan ideas erróneas en torno a ellos.

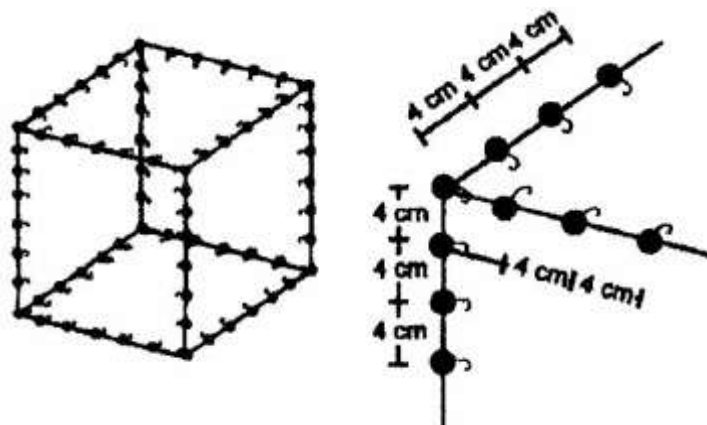
Consiste en un tablero cuadrado, generalmente de madera, el cual se ha cuadrículado y se ha introducido un clavo en cada vértice de tal manera que éstos sobresalen de la superficie de la madera unos 2cm. El tamaño del tablero es variable y está determinado por un número de cuadrículas; éstas pueden variar desde 25 (5 x 5) hasta 100 (10 x 10). El trozo de madera utilizado no puede ser una plancha fina, ya que tiene que ser lo suficientemente grueso 2cm. Aproximadamente como para poder clavar los clavos de modo que queden firmes y que no se ladeen. Sobre esta base se colocan gomas elásticas de colores que se sujetan en los clavos formando las gomas geométricas que se deseen.

Fue inventado por el matemático italiano Caleb Gattegno y su nombre significa *plano* de geometría, ya que las cabezas de los clavos pertenecen a un mismo plano. El tamaño del geoplano es variable, según se utilice individualmente, en grupos o bien por el docente para toda la clase.

Con el Geoplano que se pueden formar figuras geométricas utilizando gomas elásticas; establecer semejanzas y diferencias entre paralelismo-perpendicularidad; emplear un lenguaje gráfico-algebraico.

Además, el Geoplano ofrece la oportunidad para que el alumno estudie y descubra la relación entre superficie-volumen, profundice y comprenda los conceptos de áreas y planos geométricos, y asocie contenidos de la geometría con el algebra y el cálculo. Esta construcción cognitiva se produce de una forma creativa mediante actividades grupales, con la finalidad ayudarles a construir sus respuestas, y al mismo tiempo lograr que el alumno formule sus propias interrogantes, permitiéndole así crear sus propias conjeturas acerca de algún concepto matemático, favoreciendo con ello la optimización de los procesos de aprendizajes significativo y el desarrollo de destrezas con criterio de desempeño.

### ➤ El Geoespacio



Dentro de la variedad de materiales didácticos para la enseñanza de la geometría, uno que tiene las características de ser simple, adecuado y versátil es el geoespacio.

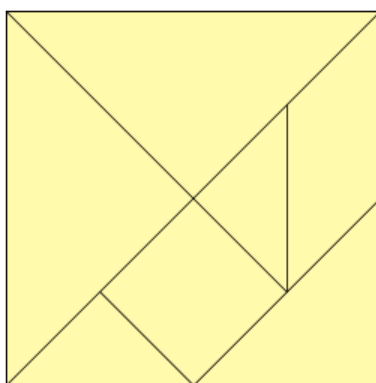
Es un material visual y manipulable, consta de una estructura cúbica que lleva un sistema de argollas dispuestas en las aristas, donde podrán colocarse ligas de colores para formar sólidos y presentar diversas situaciones didácticas.

Pudiéramos hacer la consideración de que este material está formado por seis geoplanos (un geoplano en cada cara del *geoespacio*).

Se propone como el modelo más conveniente para trabajar con los alumnos el geoespacio de siete argollas en cada arista, y con una medida de 24 centímetros por arista; así, la distancia entre una argolla y otra será de cuatro centímetros.

El geoespacio ayuda a enseñar algunos contenidos de geometría y lleva al alumno a la curiosidad de explorar; puede manipular, observar y experimentar, ya sea individual, por equipos o grupalmente, dirigido adecuadamente por el profesor.

### ➤ **El Tangram**



Es un juego chino muy antiguo llamado "Chi Chiao Pan" que significa "juego de los siete elementos" o "tabla de la sabiduría". El uso de estos

rompecabezas geométricos desarrolla la visualización, las habilidades de reproducción, construcción y comunicación.

Este material concreto puede construirse en madera, cartón o plástico. Actividades con este material ayudan a los estudiantes a recortar las diferentes piezas del rompecabezas y con ellas armar cuadrados, rectángulos, romboides, trapecios, utilizando una, dos, tres, cuatro o más piezas, además pueden reproducir con regla y compás los rompecabezas.

El trabajo con tangram, entre otras cosas, permite enriquecer la imagen conceptual de las figuras, ya que van apareciendo en diferente posición y están formados por distintas piezas. También prepara a los alumnos para la deducción de las fórmulas de las áreas, pues construyen la idea de unas figuras que pueden descomponerse o ser formadas por otras.

#### ➤ **El papel**

Quienes se preocupan por la enseñanza-aprendizaje de la matemática pretenden hacer el trabajo cotidiano comprensible y ameno. Del interés por desarrollar nuevas estrategias de enseñanza y explorar nuevos recursos surge la necesidad de trabajar con materiales didácticos y concretos cercanos a los alumnos y versátiles. Son numerosos los que se puede encontrar en el entorno o que son de fácil elaboración (Grupo PI, 2002). En este caso, se pone de manifiesto la utilización del papel como un recurso didáctico importante, en el bloque geométrico del octavo año de educación General Básica ya que es un material económico y de fácil adquisición. El objetivo de utilizar el papel es proporcionar al profesor un material eficaz para el trabajo en el aula y aproximar a los alumnos a la geometría a través de una serie de actividades estructuradas que logran una mayor significatividad del proceso de aprendizaje y la construcción de conocimientos geométricos.



El papel como material didáctico, proporciona una mayor implicación del alumno en las actividades a realizar, ya que la manipulación “constituye un modo de dar sentido al conocimiento matemático” (Segovia y Rico, 2001, p. 86). Además, mediante éste el estudiante “adquiere una percepción más dinámica de las ideas” (Mora, 1995, p.104)

#### **4.1.3.2.4 PRECAUCIONES PARA EL USO DE LOS MATERIALES MANIPULATIVOS.**

El uso de materiales manipulables por sí sólo no garantiza el aprendizaje y un uso inadecuado del mismo puede ser simplemente una pérdida de tiempo, por ello se debe reflexionar acerca de los aspectos negativos que deben evitarse al usar o diseñar materiales manipulables. Entre estos se señalan:

- Sofisticación del material: un material que en sí mismo contenga excesivas complejidades puede desvirtuar el objetivo para el cual fue inventado.
- Intocabilidad del material: la no posesión del material por parte de los alumnos puede reducir el interés de un material enormemente; mirar desde lejos cómo funciona un compás, por ejemplo, nunca puede sustituir a su uso individualizado.
- Poca cantidad de material: hay muchos materiales que han de ser uso personal y no de grupo o de una clase; el trabajo en grupo no da en estos casos el resultado deseado.
- El creer que el material ya asegura un concepto: no se puede creer que un concepto presentado a través de un material concreto sea ya un conocimiento adquirido; solamente a través de una revisión constante se aspira a un aprendizaje válido.

Para que su uso produzca el efecto deseado es necesario tener en consideración las siguientes pautas de actuación:

- Fomentar la discusión; el maestro deberá hacer numerosas preguntas para clarificar ideas mientras se usan los materiales así como fomentar la comunicación acerca de lo que están haciendo entre los estudiantes y entre los educandos y él. Un objetivo primordial es mantener la atención de los jóvenes en el concepto matemático.
- El material es para el estudiante no para el maestro. Merece la pena destacar una idea básica acerca de su empleo; el material no debe ser usado sólo por el maestro en la clase para explicaciones, ilustraciones o ejemplos intuitivos del maestro, sino para facilitar al estudiante la investigación personal de una situación matemática; dicha investigación estará dirigida y se ajustará a un guión de la actividad.
- Debe ser evaluado. Una cuestión importante a tener en cuenta en el uso de materiales es que, como cualquier otra actividad en el aula, ésta debe ser evaluada.
- El material es un medio no un fin. El uso de los materiales no debería ser precipitado, el maestro debe guiar el uso del material de modo que no sea un fin en sí mismo, sino un medio para llegar a un fin.

Para lograr este propósito se debe tener en cuenta que su utilización en el aula debe superar algunas fases, que llevarán desde el juego libre, durante la cual el alumno se familiariza con el material hasta la realización de ejercicios sin usar material pasando por actividades dirigidas o tiempo empleado en el reconocimiento y empleo del mismo para introducir conceptos y por actividades para asimilar o mejorar la adquisición de los conceptos, que se efectuarán con el material y otras actividades análogas realizadas sin la ayuda del material y empleando éste, solo si fuera necesario para comprobar.

## 4.2 DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO

Según el Diccionario de la Real Academia Española, destreza es la habilidad, arte, primor o propiedad con que se hace algo. Como la habilidad o pericia se adquiere mediante entrenamiento o ensayo, se aplica destreza en sentido figurado a todas las habilidades que requieren un entrenamiento o aprendizaje.

“Cuando se habla de destrezas se refiere a la capacidad que adquiere una persona para manipular un objeto o ejecutar una acción o acciones específicas hasta alcanzar su dominio. Esto, por parte del sujeto, interiorizar los procesos que le permiten ejecutar una tarea de forma automática.

Manejar una bicicleta implica adquirir o desarrollar una destreza. Por ejemplo cuando un niño aprendió a manejarla, no suponemos que lo logró en su primer intento. Seguramente necesitó muchos intentos y varias caídas antes de lograr dominarla. Necesitó ejecutar diferentes acciones como pedalear y dirigir el timón, así como distribuir el peso de su cuerpo para lograr mantener el equilibrio. Luego practicó varias veces hasta coordinar e interiorizar todos los procesos y lograr ejecutarlos de manera inconsciente.

Así como manejar la bicicleta es el resultado del desarrollo de habilidades durante un proceso, las destrezas en el ámbito educativo implica lo que debe “saber hacer” un estudiante. Esto es las habilidades que debe desarrollar para lograr un aprendizaje significativo. En el Área de la Matemática se refiere al dominio de las acciones como calcular, estimular, etc., que le permitirán al estudiante razonar, pensar de forma lógica y crítica, argumentar y resolver problemas”<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup> Actualización curricular de octavo a décimo año de Educación General Básica Área de Matemáticas, programa de formación continua del magisterio fiscal.

La destreza es un término muy utilizado, pero con diferentes significados, se originó en el mundo laboral como “destreza profesional” con el propósito de describir el desempeño de los trabajadores. También fue empleada en el campo educativo para demostrar el desempeño de los estudiantes.

Es así como aunque el término “destreza” ya estaba incluido en la Reforma Curricular de 1996, lo novedoso es que en la Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica 2010, la destreza se complementa con “ los criterios de desempeño” , que no son otra cosa que planteamientos de evaluación que describen los resultados que se van a obtener.

El criterio de desempeño tiene como principal finalidad indicar al docente de manera precisa, el nivel de complejidad que debe alcanzar el estudiante al ejecutar una acción. Esto lo convierte en una herramienta muy importante para el docente a la hora de realizar la planificación microcurricular. Le permite seleccionar el orden y secuencia con que deben aplicar los conocimientos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje para que el estudiante, a través de éstos, desarrolle las habilidades y destrezas esperadas.

#### **4.2.1 EL DESARROLLO DE DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO.**

Las destrezas con criterios de desempeño constituyen el referente principal para que los docentes elaboren la planificación microcurricular de sus clases y las tareas de aprendizaje. Sobre la base de su desarrollo y de su sistematización, se aplicará de forma progresiva y secuenciada los conocimientos conceptuales e ideas teóricas, con diversos niveles de integración y complejidad<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup> Actualización y fortalecimiento curricular de la educación general básica 2010

- Subraya la importancia del **“saber hacer”**, el uso del conocimiento como herramienta para transformar la realidad.
- El **criterio de desempeño** orienta y precisa el nivel de complejidad con el que se debe realizar la acción.
- Los **conocimientos teóricos** se integran al dominio de la acción: las destrezas.
- Son el referente principal para la planificación **microcurricular**.

Se aplican de forma progresiva y secuenciada los conocimientos conceptuales e ideas teóricas con **diversos niveles de complejidad**.

#### **4.2.2 DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO: REFERENTE DE LA PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR**

“El documento de la Actualización y Fortalecimiento Curricular de EGB (Educación General Básica) plantea tres macrodestrezas en matemática. Estas macrodestrezas son las habilidades máximas que se deben desarrollar en esta área. Su objetivo es articular tanto conceptos como destrezas con criterio de desempeño ayudando a crear nuevos conceptos y capacidades.

En matemática las macrodestrezas son: Comprensión de conceptos (C), conocimiento de procesos (P) y aplicación en la práctica (A). Éstas se indican con las letras C, P y A respectivamente junto a cada destreza con criterio de desempeño del bloque curricular, pudiendo una misma destreza estar relacionado a más de un eje curricular.

La comprensión de conceptos (C) se realiza con las destrezas con criterio de desempeño que desarrolla el estudiante a partir del conocimiento de conceptos, códigos y reglas de utilización de contenidos. El conocimiento de

procesos (P) implica las destrezas que usan los conocimientos interiorizados para lograr resolver diferentes situaciones. Por último, la aplicación en la práctica (A) se refiere a las destrezas que vinculan tanto conocimientos asimilados como recursos y estrategias que le permiten al estudiante no sólo solucionar problemas sino justificar y argumentar sus razones”<sup>8</sup>.

Cada macrodestreza abarca un conjunto de destrezas con criterio de desempeño agrupadas en bloques curriculares. “Las *destrezas* como ya se conocen, indican lo que debe saber hacer un individuo y el apelativo *con criterio de desempeño* indica el nivel de complejidad que se debe alcanzar.”<sup>9</sup>

Cada destreza con criterio de desempeño debe tener tres componentes:

- **Acción** (¿Qué debe saber hacer el estudiante?)
- **Contenido** (¿Qué debe saber?)
- **Precisiones de profundización** (¿Hasta donde debe conocer?)

### 4.3 IMPORTANCIA DE ENSEÑAR Y APRENDER GEOMETRÍA

En esta sociedad cada vez más compleja y tecnificada: los conocimientos, las herramientas y las maneras de hacer y comunicar la matemática evolucionan constantemente. Por esta razón, tanto el aprendizaje como la enseñanza de los bloques curriculares del área de Matemática deben estar enfocados en el desarrollo de las destrezas necesarias para que el estudiantado sea capaz de resolver problemas cotidianos, a la vez que se fortalece el pensamiento lógico y crítico.

---

<sup>8</sup> Actualización curricular de octavo a décimo año de Educación General Básica Área de Matemáticas, programa de formación continua del magisterio fiscal.

<sup>9</sup> LASSO Donoso María E. “El área de Matemática en el nuevo currículo 2010” Edit. Grupo Santillana 2011.

**Bloque geométrico.** En este bloque se analizan las características y propiedades de formas y figuras de dos y tres dimensiones, además de desarrollar argumentos matemáticos sobre relaciones geométricas, especificar localizaciones, describir relaciones espaciales, aplicar transformaciones y utilizar simetrías para analizar situaciones matemáticas, potenciando así un desarrollo de la visualización, el razonamiento espacial y el modelado geométrico en la resolución de problemas.

La necesidad de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en el ámbito escolar responden, en primer lugar, al papel que la geometría desempeña en la vida cotidiana. “Un conocimiento geométrico básico es indispensable para desenvolverse en la vida cotidiana: para orientarse reflexivamente en el espacio; para hacer estimaciones sobre formas y distancias; para hacer apreciaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio, etc.”<sup>10</sup>

La geometría es una parte importante de la cultura del hombre, no hay contextos en donde la geometría no aparezca de forma directa o indirecta. Actividades tan variadas como el deporte, la jardinería o la arquitectura por citar algunas se sirven de la utilización, consciente o no, de procedimientos geométricos.

Por ello es muy importante la enseñanza-aprendizaje de la geometría en la Educación General Básica ya que le ayuda al estudiante a interpretar el mundo geométrico que lo rodea, resolver problemas que se le presentan en su entorno y a desarrollar el pensamiento lógico y su creatividad.

La enseñanza-aprendizaje de la geometría tiene un carácter experimental es decir que parte de lo concreto a lo abstracto. Es muy importante que se utilice materiales didácticos concretos para que las clases sean dinámicas e interesantes y el alumno pueda adquirir una visión más amplia y una mayor

---

<sup>10</sup> TORRES BELLO MARIA VICTORIA. Rincón del Maestro :[www.rinconmaestro.tk](http://www.rinconmaestro.tk)

habilidad. Hale (1985) recomienda que “éstos pueden ser: juegos de azar, figuras geométricas, rompecabezas, geoplanos, por mencionar algunos”.

González (1997) afirma que una de las principales tareas que debe implementar el docente en su práctica pedagógica es fomentar el gusto por la Matemática, combatiendo los mitos que subyacen alrededor de esta disciplina tal como el de ser aburrida y difícil de comprender. Particularmente en geometría, el docente de Educación General Básica debe resaltar las grandes virtudes y fortalezas que ella ofrece, al brindar oportunidades al estudiante para que se ubique en el espacio que lo rodea, de tal manera que pueda observar, reconocer y describir las formas de las figuras de su entorno inmediato y, en consecuencia, establecer relaciones entre espacio y forma.

Así mismo se debe afianzar las destrezas con criterio de desempeño que la Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación Básica 2010 plantea en el Área de Matemática, de modo que el estudiante tenga acceso a una gran variedad de carreras profesionales y diferentes ocupaciones que pueden resultar muy especializadas.

Para el octavo año de Educación General Básica en el bloque curricular geométrico se tiene las siguientes destrezas con criterio de desempeño:

1. **Construir figuras geométricas** con el uso de la regla y el compás siguiendo pautas específicas. (A)
2. **Reconocer la congruencia y la semejanza** de triángulos en la resolución de problemas. (C)
3. **Determinar el factor de escala** entre dos triángulos semejantes. (C)
4. **Definir y representar medianas, mediatrices, alturas y bisectrices** de un triángulo en gráficos. (C, P)
5. **Determinar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro** de un triángulo en gráficos. (C, P)



6. **Deducir y aplicar las fórmulas** para el cálculo del volumen de prismas y de cilindros. (C, P, A)
7. **Aplicar el teorema de Thales** en la resolución de figuras geométricas similares. (A)

Las letras entre paréntesis nos indican las macrodestrezas dentro de las cuales están comprendidas las destrezas con criterio de desempeño.

#### 4.3.1 PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE

Las precisiones para la enseñanza y el aprendizaje “Constituyen orientaciones metodológicas y didácticas para ampliar la información que expresan las destrezas con los conocimientos asociados a éstas; a la vez, se ofrecen sugerencias para desarrollar diversos métodos y técnicas para conducir su desarrollo dentro del sistema de clases y fuera de él.”(Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación Básica 2010)

A continuación, se presentan las recomendaciones metodológicas para trabajar en el bloque geométrico del octavo año de Educación General Básica.

Uno de los temas críticos en este bloque es el cálculo de volúmenes de prismas y de cilindros. De nuevo es necesario pasar por el proceso de la determinación de las fórmulas para el cálculo de estos volúmenes, en lugar de simplemente dar la fórmula a los estudiantes y esperar que la apliquen correctamente en la resolución de problemas. La diferencia entre tener la fórmula y deducirla está en que en el primer caso realizarán un uso mecánico de la misma, mientras que al deducirla entenderán el proceso que se utiliza para generar estas fórmulas y al aplicarlas sabrán exactamente lo que cada una de las variables de la fórmula representa.

Una manera de deducir la fórmula del volumen de un prisma es utilizando cajas de mercancías comunes como de pastas de dientes, de cereal o

cualquier otro producto de fácil acceso en la zona y que tenga la forma de un prisma rectangular. Después se hace con prismas cuyas bases sean figuras diferentes a rectángulos. Cada estudiante debe tener una caja, y si son diferentes mejor, ya que con ello lograremos que la generalización provenga de una diversidad de tamaños. Primero, se le solicita a cada educando que mida las dimensiones de su caja con el uso de una regla; aquí hay que proponerles cuáles son las medidas que ellos creen que se necesita obtener. Luego de realizar algunas mediciones, posiblemente se convendrá en que solo tres medidas son necesarias, el ancho y el largo de la base y la altura de la caja. Con las medidas de la base, pídale que calculen el área de la misma. Esta tarea no debería presentar ninguna dificultad puesto que este es un concepto tratado en años anteriores, pero de todas maneras es una buena oportunidad para revisarlo.

Una vez que tenga la medida del área de la base, en  $\text{cm}^2$ , se solicita a los estudiantes que calculen cuántos cubos de  $1 \text{ cm}^3$  de volumen entrarían en el primer piso de su caja. Recuerden que si las medidas de las cajas no son enteros, para este ejercicio es necesario redondearlas al entero inmediato inferior. Una vez que hayan determinado la cantidad de cubos que cubran el primer piso, preguntar cuántos cubrirían el segundo piso y luego, cuántos pisos iguales a los dos anteriores se requieren para completar la caja. El área de la base determina el número de cubos que caben por piso, y la altura de la caja establece el número de pisos que entran en la caja; por lo tanto, el volumen de un prisma rectangular se obtiene de multiplicar el área de la base por la altura, con lo cual la fórmula generalizadora para este cálculo es la siguiente:

$$V = B \times h \text{ (} B = \text{área de la base y } h = \text{altura)}$$

Pregunte a sus estudiantes si esta generalización funciona para su prisma. El siguiente paso es utilizar otra de las caras del prisma como base y repetir el proceso. Verificar si la fórmula deducida anteriormente funciona. Si es el

caso, podemos pasar a la generalización de la fórmula para cualquier prisma rectangular.

Posteriormente, cuestione a los estudiantes si creen que esta fórmula funciona para un prisma triangular. Una manera de comprobarlo es pedirles que imaginen que la base de su prisma es la mitad de un rectángulo, cortado en dos por medio de una diagonal. Al hacerlo, obtendremos dos prismas triangulares congruentes, cuyos volúmenes serán la mitad del volumen del prisma rectangular de origen. Es conveniente pedir que verifiquen que la altura de los nuevos prismas no cambió y que la base fue reducida a su mitad; por lo tanto, la fórmula anterior también funciona para los prismas triangulares. A partir de esta nueva constatación, es posible ya generalizar la fórmula de cálculo del volumen de cualquier prisma a la siguiente:  $V = B \times h$  con B igual al área de la base y h representando la altura del prisma.

Recuérdelos que la base de un prisma es una de las dos caras iguales y paralelas. Algunos prismas pueden tener más de una base, mientras que otros solamente tendrán un par de bases.

Explique, además, al estudiantado que esta fórmula no solo funciona para los prismas sino que es la misma para los cilindros, la diferencia es que la base de un cilindro no es un polígono sino un círculo. Una manera de comprobar que esta fórmula funciona también para cilindros, es a través de la medición. Para hacerlo, necesitaremos un cilindro y un prisma rectangular un poco mayor al cilindro por cada estudiante. Como cilindro se puede usar aquel en el cual viene enrollado el papel higiénico y podremos utilizar los prismas usados en la primera parte de este ejercicio. Se pide a cada uno que selle uno de los lados de su cilindro. A continuación, cada uno rellenará su cilindro hasta el borde con arena y con cuidado, sin regar nada, pasará esta arena a su prisma rectangular. El prisma rectangular servirá como la medida de referencia, ya que en él calcularemos el volumen que ocupa la arena, aplicando la fórmula del volumen de prismas. Registraremos esta

medida para compararla con el volumen calculado del cilindro. El siguiente paso es decirles que midan las dimensiones de su cilindro, tanto la altura como el diámetro de la base. Con este diámetro calcular el área de la base ( $B = \pi \cdot r^2$  ó  $B = \pi \cdot d^2/4$ ), luego multiplicar este resultado por la altura del cilindro. El valor obtenido debe ser muy similar al valor conseguido antes para el volumen de la arena en el prisma. Difícilmente en este ejercicio los dos resultados serán exactamente iguales, ya que al realizar mediciones siempre existe un margen de error, pero sí deberán obtener una buena aproximación, con lo cual se verifica que la fórmula  $V = B \times h$  también funciona para cilindros. Finalmente, aplicar estas fórmulas en la resolución de problemas.

Otro tema importante en este bloque es la aplicación de Thales en el cálculo de longitudes, áreas y volúmenes en figuras semejantes. Nuevamente podemos trabajar con los prismas originales de los cuales ya conocemos las dimensiones de los lados, el área de las bases y el volumen del prisma. Solicite a sus estudiantes que representen de forma gráfica un rectángulo, cuya base tenga dimensiones exactamente iguales al doble de las de la base de su prisma. Motívelos a que estimen la relación del área de este rectángulo con respecto del área de la base del prisma original. Paso seguido, solicitarles que calculen el área y que contrasten esta medida con su estimación, y que reflexionen en dónde cometieron el error en la estimación, en caso de existir una diferencia entre el cálculo y la estimación realizada. Si sus cálculos no son erróneos, el resultado que cada estudiante debe tener para el área de este nuevo rectángulo será de cuatro veces el área de la base del prisma original.

A continuación, sugiéralos que usando este rectángulo como base, imaginen un prisma de doble altura con respecto del prisma original y que otra vez estimen el volumen de este nuevo cuerpo en relación con el volumen del prisma original. Después, calcular el volumen de este nuevo prisma y contrastarlo con su estimación. El resultado será de ocho veces más el

volumen original. Pedirles luego que reflexionen un momento sobre estos dos factores: si las dimensiones son el doble, ¿por qué el área es cuatro veces mayor y por qué el volumen es ocho veces mayor? La explicación es muy simple: supongamos que las dimensiones del prisma original son  $a \times l \times h$  en donde  $a$  es el ancho de la base,  $l$  es el largo de la base y  $h$  es la altura del prisma. Las dimensiones serán para el área de la base  $B = a \times l$  y para el volumen  $V = a \times l \times h$ .

Para el nuevo prisma, las dimensiones serán  $2a \times 2l \times 2h$ , ya que cada una de las dimensiones fue duplicada; de modo que las medidas tanto del área de la base y del volumen serán las siguientes:  $B = 2a \times 2l = 4 a \times l$  y  $V = 4a \times l \times 2h = 8 a \times l \times h$ .

Como conclusión podemos determinar que si el factor de escala entre dos cuerpos es de 1 a 2 en sus dimensiones lineales, la relación de áreas será de  $1^2$  a  $2^2$  (o de 1 a 4) y de volúmenes será de  $1^3$  a  $2^3$  (o de 1 a 8). Esta relación de potenciación se mantiene independientemente del factor de escala usado.

## **5. MATERIALES Y MÉTODOS.**

Con la finalidad de alcanzar los objetivos propuestos en la investigación relacionada con el material didáctico y concreto para desarrollar destrezas con criterio de desempeño en el bloque geométrico del octavo año de Educación General Básica en el colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano” Periodo Lectivo 2010- 2011. Propuesta alternativa, se utilizó los siguientes métodos y técnicas:

### **5.1 MÉTODOS**

El método científico apoyado en la recolección, organización, procesamiento, análisis e interpretación de la información teórica de campo obtenida durante toda la investigación, orientó a determinar, describir y analizar el tipo de material didáctico utilizado por los docentes en el proceso enseñanza-aprendizaje del bloque geométrico y viabilizó proponer una propuesta alternativa.

El método deductivo sirvió para elaborar la revisión de literatura y llegar a la deducción de conclusiones y la formulación de recomendaciones.

El método inductivo sirvió para la confrontación de la información empírica con el sustento teórico que orientó la presente investigación.

Los métodos descriptivo y analítico-sintético permitieron resumir analizar describir y presentar la información recogida a través de cuadros y gráficos estadísticos los mismos que condujeron al conocimiento de la relación entre los materiales didácticos y las destrezas con criterio de desempeño de los estudiantes teniendo como sustento el marco teórico que guió la investigación.

## 5.2 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

Dadas las características del tema investigado se utilizó técnicas e instrumentos de recolección de la información empírica.

La técnica de la encuesta permitió determinar el tipo de material didáctico que utilizan los docentes para lograr desarrollar las destrezas con criterio de desempeño de los estudiantes.

El Instrumento utilizado fue el cuestionario con preguntas dirigidas a docentes de matemáticas y estudiantes de octavo años de educación General Básica del colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano” (Matriz) periodo lectivo 2010-2011

## 5.3 POBLACIÓN Y MUESTRA

### 5.3.1 POBLACIÓN

La población investigada la conformaron los estudiantes y docentes de matemática del octavo año de educación General Básica del colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano” (Matriz) periodo lectivo 2010-2011, conforme al siguiente cuadro:

Paralelos	Nro. Estudiantes	Nro. Docentes
Octavo “A”	32	3
Octavo “B”	33	
Octavo “C”	34	
Octavo “D”	33	
<b>TOTAL</b>	<b>132</b>	<b>3</b>

Fuente: [colegio\\_mcl@unl.edu.ec](mailto:colegio_mcl@unl.edu.ec)

Elaboración: Marlene Lima.

### 5.3.2 MUESTRA

Para la selección de la muestra de investigación en cuanto al estrato poblacional estudiantil se determinó en función del criterio de selección del muestreo por estratificación del universo estadístico.

Para calcular el tamaño muestral se utilizó la siguiente fórmula:

$$n = \frac{N(pq)}{(N-1)\left(\frac{E}{K}\right)^2 + pq}$$

Donde:

n= tamaño muestral

N= universo

p= variabilidad positiva (50%)

q= variabilidad negativa (50%)

E= máximo error admisible (0,05)

K= constante de corrección del error (2)

Por lo tanto

$$n = \frac{132(0,5 \times 0,5)}{(132 - 1)\left(\frac{0,05}{2}\right)^2 + (0,5 \times 0,5)}$$

$$n = \frac{132(0,25)}{(131)(0,025)^2 + 0,25}$$

$$n = \frac{33}{0,332}$$

$$n = 99,3$$

Entonces  $n = 99$



Luego se calculó la muestral:

$$f = \frac{n}{N}$$
$$f = \frac{99}{132}$$
$$f = 0,75$$

Así, para el octavo año de educación General Básica del colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano” (Matriz) periodo lectivo 2010-2011, el tamaño muestral es el siguiente:

<b>Paralelos</b>	<b>Nro. De Estudiantes</b>	<b>N</b>
Octavo “A”	32	24
Octavo “B”	33	25
Octavo “C”	34	25
Octavo “D”	33	25
<b>TOTAL</b>	<b>132</b>	<b>99</b>

**Elaboración:** Marlene Lima.

Los docentes, por ser una población pequeña se consideró su totalidad.

## 6. RESULTADOS

### 6.1 ENCUESTA APLICADA A LOS DOCENTES

1. ¿Cuáles de los siguientes materiales didácticos utiliza usted para impartir los contenidos del bloque geométrico en el 8vo año?

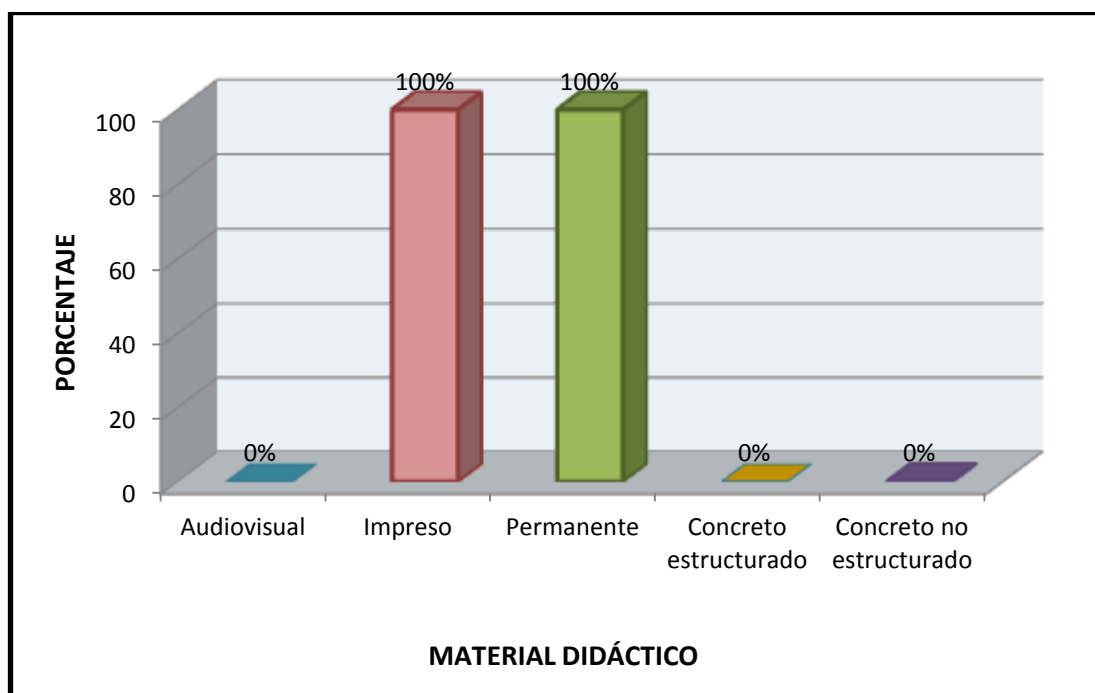
**Cuadro 1**

Element. Estadísticos Alternativas	Si	
	f	%
Material audiovisual (videos, carteles, etc.)	0	0
Material impreso (texto guía, folletos, etc.)	3	100
Material permanente de trabajo (pizarrón, regla, compás y escuadras)	3	100
Material concreto estructurado (geoplano, tangram, regletas, etc.)	0	0
Material concreto no estructurado (cartones, madera, arcilla, etc.)	0	0

**Fuente:** Encuesta aplicada a los docentes de la asignatura de matemática del octavo año de Educación Básica, colegio "Experimental Universitario "Manuel Cabrera Lozano"

**Elaboración:** Marlene Lima S.

**Gráfico 1**



### **Análisis Interpretativo.**

De acuerdo con el análisis de los datos del cuadro estadístico, se observa que el 100% de los docentes han indicado que para impartir los contenidos geométricos del octavo año de Educación General Básica utilizan material impreso como es el texto guía de matemática y material permanente de trabajo como el pizarrón, regla, compás y escuadras.

De estos resultados, se deduce que los docentes utilizan material impreso y material permanente indispensables pero no suficientes en el proceso enseñanza aprendizaje de los contenidos geométricos, ya que la geometría debe impartirse mediante el uso de materiales didácticos y concretos, novedosos, llamativos para que el estudiante aprenda a través de la actividad y al mismo tiempo desarrolle sus destrezas con la visualización y manipulación de objetos del contexto.

2. Para trabajar en el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño del bloque geométrico en el 8vo año, usted emplea:

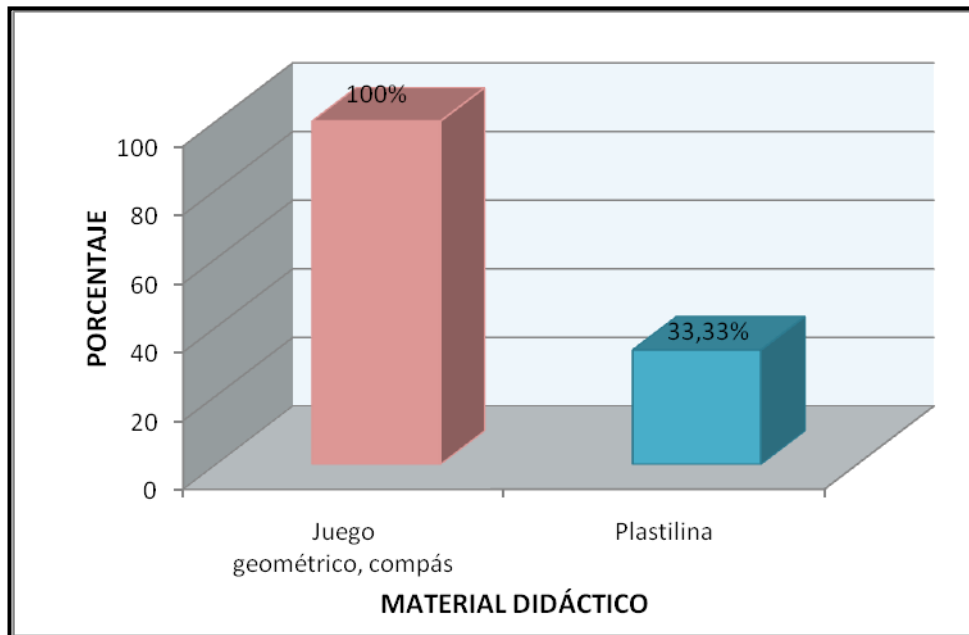
**Cuadro 2**

Element. Estadísticos Alternativas	Si	
	F	%
Videos	0	0
El geoplano	0	0
El tangram	0	0
Regletas	0	0
Figuras geométricas (cartón, madera)	0	0
Juego geométrico, compás	3	100
Cajas de cartón	0	0
Sólidos geométricos (madera, cartón)	0	0
Hojas de trabajo	0	0
Plastilina	1	33,33
Paletas	0	0
Palillos	0	0
Otros	0	0

**Fuente:** Encuesta aplicada a los docentes de la asignatura de matemática del octavo año de Educación Básica, colegio “Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano”

**Elaboración:** Marlene Lima S.

**Gráfico 2**



**Análisis Interpretativo.**

Del cuadro estadístico, se determina que el 100% de los encuestados indican que como material didáctico utilizan el juego geométrico y compás, el 33,33% utilizan también la plastilina como un material didáctico para trabajar en el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño.

Se puede determinar de acuerdo a lo expuesto, que la mayoría de los docentes no utilizan materiales concretos para trabajar en el desarrollo de las destrezas planteadas en el bloque geométrico, ya que se han limitado al uso del juego geométrico y el compás.

Las destrezas con criterio de desempeño requieren una participación activa de los estudiantes con material didáctico manipulable y de su entorno, que fije la atención y estimule el desarrollo de las mismas.

3. Las destrezas con criterio de desempeño que los estudiantes de 8vo año desarrollan con el material didáctico que usted utiliza son:

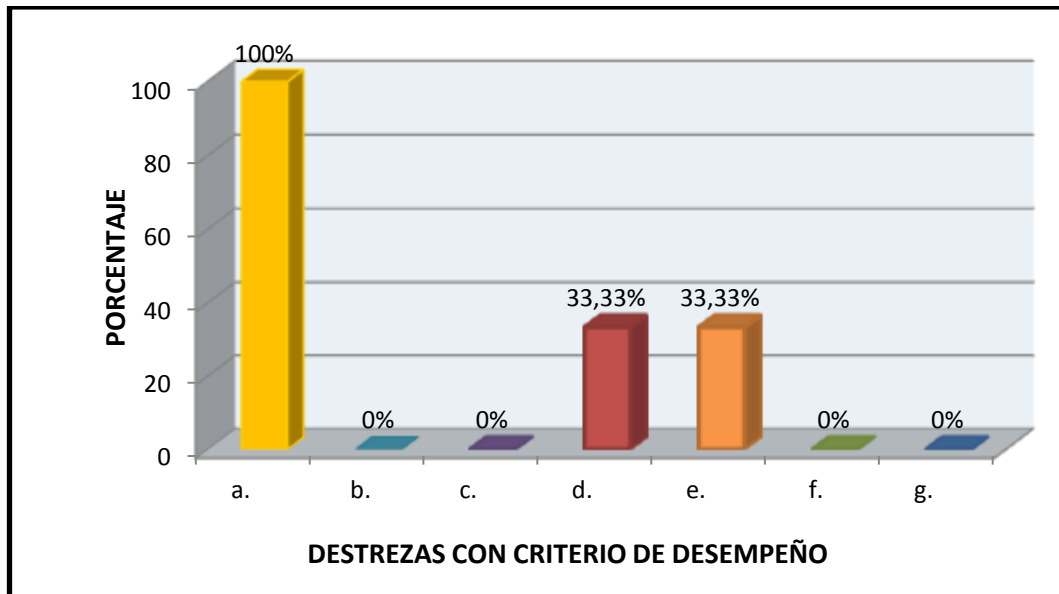
**Cuadro 3**

Element. Estadísticos Destrezas	SI	
	f	%
a. Construir figuras geométricas con el uso de la regla y el compás siguiendo pautas específicas.	3	100
b. Reconocer la congruencia y la semejanza de triángulos en la resolución de problemas.	0	0
c. Determinar el factor de escala entre dos triángulos semejantes.	0	0
d. Definir y representar medianas, mediatrices, alturas y bisectrices de un triángulo en gráficos.	1	33,33
e. Determinar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro de un triángulo en gráficos.	1	33,33
f. Deducir y aplicar las fórmulas para el cálculo del volumen de prismas y de cilindros.	0	0
g. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de figuras geométricas similares.	0	0

**Fuente:** Encuesta aplicada a los docentes de la asignatura de matemática del octavo año de Educación Básica, colegio Experimental Universitario "Manuel Cabrera Lozano"

**Elaboración:** Marlene Lima S.

**Gráfico 3**



### **Análisis Interpretativo**

Según el análisis de los datos del cuadro estadístico, se observa que el 100% de los docentes señalan que con el material didáctico que emplean, los estudiantes desarrollan la primera destreza: Construir figuras geométricas con el uso de la regla y el compás siguiendo pautas específicas, el 33,33% de los docentes indica que los estudiantes también desarrollan la cuarta destreza: Definir y representar medianas, mediatrices, alturas y bisectrices de un triángulo en gráficos; y, la quinta destreza: Determinar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro de un triángulo en gráficos.

De lo anotado se deduce que con el uso de la regla, el compás y las escuadras la mayoría de los docentes no logran que sus estudiantes desarrollen las destrezas con criterio de desempeño del bloque geométrico. Otro problema está en la mala distribución del tiempo para abordar estos contenidos ya que tradicionalmente los dejan para el final del año y no trabajan totalmente en ellos. Lo que repercute en el desarrollo de las destrezas por parte de los estudiantes.

## 6.2 ENCUESTA APLICADA A LOS ESTUDIANTES

1. El profesor de matemática, para impartir los contenidos de Geometría utiliza:

**Cuadro 4**

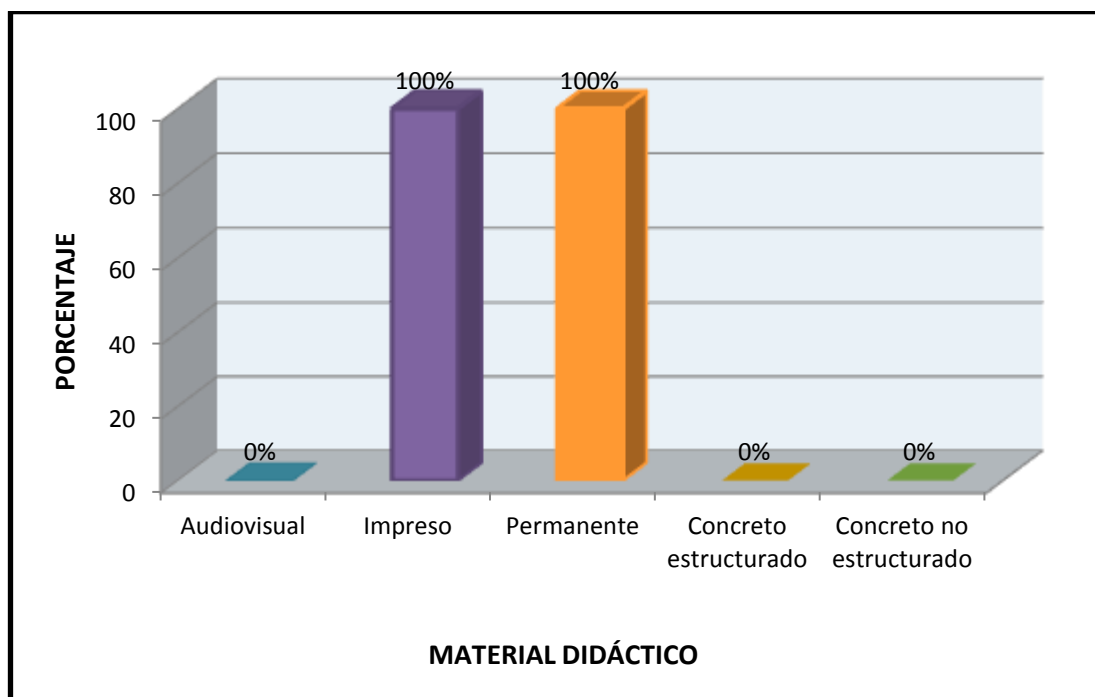
Element. Estadísticos Alternativas	Si	
	f	%
Material audiovisual (videos, carteles, etc.)	0	0
Material impreso (texto guía, folletos, etc.)	99	100
Material permanente de trabajo (pizarrón, regla, compás y escuadras)	99	100
Material concreto estructurado (geoplano, tangram, regletas, etc.)	0	0
Material concreto no estructurado (cartones, madera, arcilla, etc.)	0	0

**Fuente:** Encuesta aplicada a los docentes de la asignatura de matemática del octavo año de Educación Básica, colegio Experimental Universitario "Manuel Cabrera Lozano"

**Elaboración:** Marlene Lima S.



**Gráfico 4**



**Análisis Interpretativo.**

De acuerdo con el análisis de los datos del cuadro estadístico, se observa que el 100% de los estudiantes encuestados, señalaron que el profesor de matemática para abordar los contenidos geométricos utiliza material impreso como es el texto guía de matemática y material permanente de trabajo como el pizarrón, regla, compás y escuadras.

De estos resultados se deduce que los docentes no utilizan material audiovisual ni material concreto estructurado y no estructurado para impartir las clases de geometría, cuando lo adecuado es que se trabaje la matemática y específicamente la geometría a partir de lo concreto es decir con material manipulable para que el estudiante participe activamente en el desarrollo de las clases.

2. El profesor de matemática en las clases de geometría le ha dispuesto trabajar actividades con:

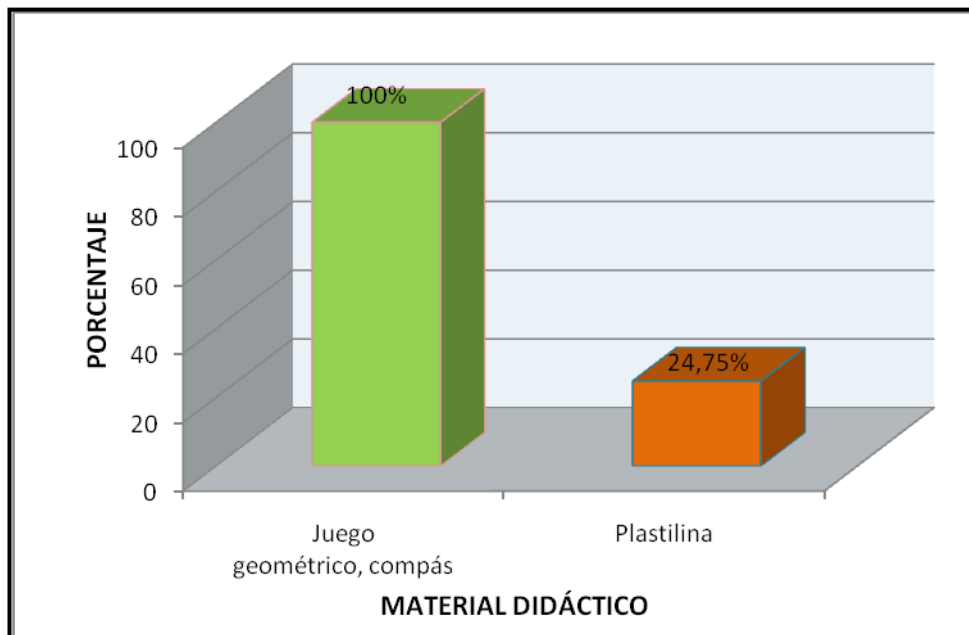
**Cuadro Nro.5**

<b>Element. Estadísticos</b> <b>Alternativas</b>	<b>Si</b>	
	<b>F</b>	<b>%</b>
Videos	0	0
El geoplano	0	0
El tangram	0	0
Regletas	0	0
Figuras geométricas (cartón, madera)	0	0
Juego geométrico, compás	99	100
Cajas de cartón	0	0
Sólidos geométricos (madera, cartón)	0	0
Hojas de trabajo	0	0
Plastilina	25	24,75
Paletas	0	0
Palillos	0	0
Otros	0	0

**Fuente:** Encuesta aplicada a los docentes de la asignatura de matemática del octavo año de Educación Básica, colegio "Experimental Universitario "Manuel Cabrera Lozano"

**Elaboración:** Marlene Lima S.

**Gráfico 5**



**Análisis Interpretativo:**

De acuerdo con los datos obtenidos el 100% de los estudiantes señalaron que su docente de matemática en las clases de geometría les ha dispuesto trabajar actividades únicamente con el juego geométrico y el compás, el 24,75% señalan que también han trabajado actividades con plastilina.

De acuerdo con estos resultados, la mayoría de los estudiantes de octavo año de Educación General Básica, en las clases de geometría trabajan actividades solo empleando como material didáctico el juego geométrico y el compás, ya que su docente no utiliza materiales concretos para ninguna actividad, por lo tanto se puede afirmar que desconocen de su utilización en actividades para afianzar las destrezas con criterio de desempeño.

3. Con el material didáctico que su docente de matemática emplea en las clases de geometría, usted ha desarrollado las siguientes destrezas :

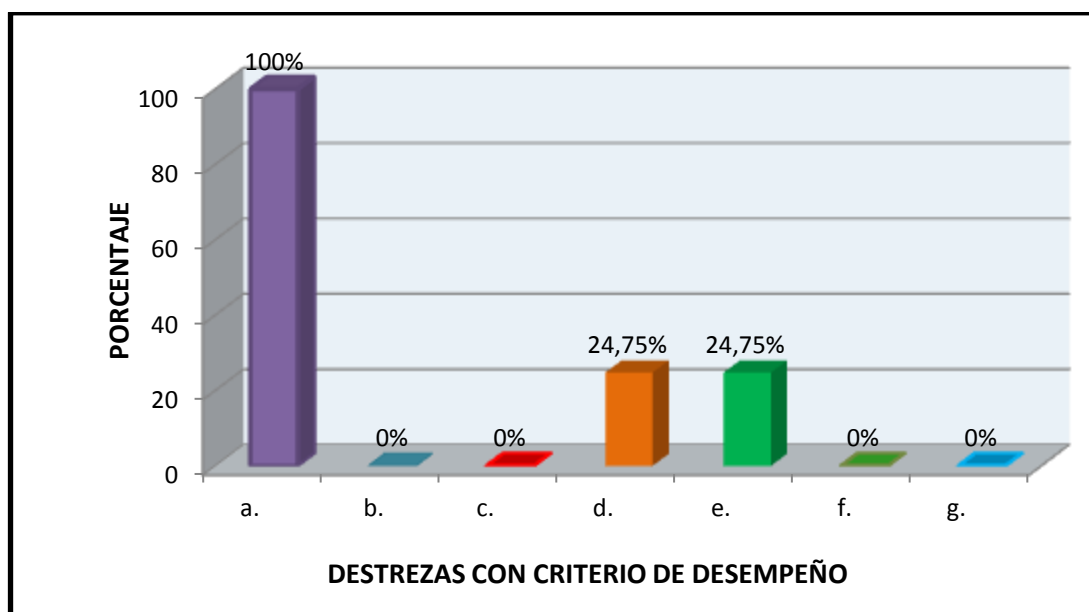
**Cuadro 6**

Destrezas	SI	
	f	%
a. Construir figuras geométricas con el uso de la regla y el compás siguiendo pautas específicas.	99	100
b. Reconocer la congruencia y la semejanza de triángulos en la resolución de problemas.	0	0
c. Determinar el factor de escala entre dos triángulos semejantes.	0	0
d. Definir y representar medianas, mediatrices, alturas y bisectrices de un triángulo en gráficos.	25	24,75
e. Determinar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro de un triángulo en gráficos.	25	24,75
f. Deducir y aplicar las fórmulas para el cálculo del volumen de prismas y de cilindros.	0	0
g. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de figuras geométricas similares.	0	0

**Fuente:** Encuesta aplicada a los docentes de la asignatura de matemática del octavo año de Educación Básica, colegio "Experimental Universitario "Manuel Cabrera Lozano"

**Elaboración:** Marlene Lima S.

**Gráfico 6**



**Análisis Interpretativo.**

De acuerdo con el análisis de los datos del cuadro estadístico, se observa que el 100% de los estudiantes han desarrollado la primera destreza: Construir figuras geométricas con el uso de la regla y el compás siguiendo pautas específicas, mientras que la cuarta destreza: Definir y representar medianas, mediatrices, alturas y bisectrices de un triángulo en gráficos, y la quinta destreza: Determinar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro de un triángulo en gráficos, el 24,75% de encuestados señalaron que también las desarrollan.

De estos resultados, se deduce que el material didáctico que emplean los docentes de matemática del octavo año de Educación General Básica no son lo suficientemente adecuados para trabajar con los estudiantes en el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño del bloque geométrico, ya que la mayoría de los estudiantes han manifestado han desarrollado la primera de las siete destrezas comprendidas en este bloque

y en parte la cuarta y quinta destreza, por tal razón es preciso que el docente emplee material concreto para afianzar el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño y de esta forma transformar las actividades rutinarias en actividades interesantes y desafiantes para el estudiante.

## 7. DISCUSIÓN

Según los resultados obtenidos en las encuestas aplicadas a docentes de matemática y estudiantes de octavo año de Educación General Básica del Colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano”(matriz) se determina que:

Los señores docentes de matemática en el octavo año de Educación General Básica emplean material permanente de trabajo y material impreso para impartir los contenidos geométricos, es evidente que no trabajan con material concreto porque recién la actual reforma curricular lo propone; lo cual limita la participación activa de los estudiantes en el proceso enseñanza- aprendizaje. Es decir no le permiten al estudiante tomar el protagonismo en el aprendizaje.

Los docentes utilizan únicamente el juego geométrico y el compás como materiales didácticos para realizar actividades de refuerzo de conocimientos y afianzar el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño en los estudiantes, que muy bien se relaciona con el tradicionalismo. Por otro lado, la mala distribución del tiempo, no permite que se aborden en su totalidad los contenidos del bloque geométrico ya que siempre se los deja para el final del año lectivo y si se trabaja en ellos es de forma elemental, de allí que los estudiantes no desarrollan todas las destrezas de este bloque curricular.

También se determina que con los materiales didácticos que utilizan los docentes de matemática, no se desarrollan todas las destrezas con criterio de desempeño en el bloque geométrico, ya que los estudiantes han confirmado que el docente no utiliza material concreto para impartir los contenidos del bloque geométrico y que solo les dispone trabajar en actividades con materiales permanentes y en parte con plastilina, lo cual no les ha permitido desarrollar dichas destrezas.

Se ratifica que el uso de material permanente como: juego geométrico y compás, no son suficientes para que los estudiantes desarrollen las destrezas con criterio de desempeño del bloque geométrico, ya que solo han desarrollado la primera destreza: Construir figuras geométricas con el uso de la regla y el compás siguiendo pautas específicas; y, en parte la cuarta destreza: Definir y representar medianas, mediatrices, alturas y bisectrices de un triángulo en gráficos, y la quinta destreza: Determinar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro de un triángulo en gráficos. Esto se debe a que los docentes no emplean materiales concretos para trabajar en actividades dinámicas que estimulen el desarrollo de las destrezas a través de los sentidos.

Consecuentemente no han desarrollado la segunda destreza: Reconocer la congruencia y la semejanza de triángulos en la resolución de problemas, la tercera destreza: Determinar el factor de escala entre dos triángulos semejantes; la sexta destreza: Deducir y aplicar las fórmulas para el cálculo del volumen de prismas y de cilindros; y, la séptima destreza: Aplicar el teorema de Thales en la resolución de figuras geométricas similares, mismas que serán trabajadas con el material concreto que se propone.



## 8. CONCLUSIONES

Luego de analizar los resultados obtenidos de las encuestas aplicadas a docentes de matemática y estudiantes de octavo año de Educación General Básica del Colegio Experimental Universitario “Manuel Cabrera Lozano” (matriz) se determinó las siguientes conclusiones:

1. Los materiales didácticos que emplean los docentes de matemática en el proceso enseñanza-aprendizaje del bloque geométrico no contribuyen al desarrollo de todas las destrezas con criterio de desempeño, ya que generalmente utilizan materiales permanentes de trabajo.
2. Los docentes no utilizan material concreto para trabajar en actividades que estimulen el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño en sus estudiantes.
3. Los estudiantes con el material permanente de trabajo que el docente de matemática emplea no desarrollan todas las destrezas con criterio de desempeño correspondientes al bloque geométrico, ya que solo desarrollan la primera destreza: Construir figuras geométricas con el uso de la regla y el compás siguiendo pautas específicas; y en parte la cuarta destreza: Definir y representar medianas, mediatrices, alturas y bisectrices de un triángulo en gráficos, y la quinta destreza: Determinar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro de un triángulo en gráficos.
4. Los docentes de matemática al bloque geométrico, lo dejan para el final del año lectivo y en algunos casos ya no les da tiempo para abordarlo, y si lo trabajan es de forma elemental.

## 9. RECOMENDACIONES

Al haber arribado las conclusiones anotadas, es pertinente hacer las siguientes recomendaciones:

1. Es indispensable que los docentes de matemática en el bloque geométrico trabajen con materiales concretos que estimulen al joven para aprender y desarrollar sus destrezas con criterio de desempeño.
2. Que el profesor de matemática para la enseñanza-aprendizaje del bloque geométrico emplee materiales concretos como el tangram, geoplano, geoespacio que motiven la participación de los estudiantes.
3. Que los docentes investiguen y utilicen su creatividad para elaborar materiales concretos como el tangram, geoplano, geoespacio, etc., de tal manera que el estudiante a través de actividades manipulativas desarrolle dichas destrezas.
4. Es necesario que el docente reflexione sobre la importancia de utilizar materiales concretos para lograr que los estudiantes desarrollen las habilidades y destrezas con criterio de desempeño a través de actividades manipulativas.
5. Que los docentes aborden los contenidos del bloque geométrico, organizando la distribución del tiempo de manera que no se lo deje para el final del año lectivo.

## 10. BIBLIOGRAFÍA:

1. ALSINA, C. BURGUÉS, J. FORTUNY (1988). "Invitación a la didáctica de la geometría". Síntesis: Madrid.
2. ALSINA, C. BURGUÉS, J. FORTUNY (1991), Materiales para construir la Geometría, Madrid: Síntesis.
3. BÁEZ, MARÍA DE JESÚS, HERNÁNDEZ. "El Uso de Material Concreto para la Enseñanza de la Matemática" Salvador (2002).
4. BALDOR, J.A. Geometría Plana y del Espacio, Ediciones y Distribuciones CODICE S.A., Madrid 1979.
5. BRAGA, G. (1991). "Apuntes para la enseñanza de la geometría." *Revista Signos Teorías y Prácticas de la educación*, 4: 52-57. Julio-Diciembre. España.
6. BROUSSEAU, G (1987): "Didáctica de las Matemáticas y Cuestiones de Enseñanza: Propositiones para la Geometría" *Sciences de l'Education* 1-2
7. CASTELNUOVO, E. (1981). "La Geometría". Ketrés. Barcelona.
8. CASTRO, J. (2006) *Las nociones geométricas*. Disponible en <http://www.saber.ula.ve/> Consulta: 27/04/2007.
9. COFRÉ, ALICIA Y TAPIA, LUCILA. "Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático. Edit. Universitaria. Santiago de Chile.
10. GONZÁLEZ, F. (1997). *La enseñanza de la matemática*. El Mácaro: IMPREUPEL.
11. GONZÁLEZ, F. (1997). *Paradigmas en la enseñanza de la matemática*. El Mácaro: IMPREUPEL

12. GRUPO PI (2002) Materiales Didácticos en la resolución de problemas. En J.M. Cardeñoso, E. Castro, A. J. Moreno, M. Peñas (Eds.). Investigación en el aula de Matemáticas. Resolución de problemas. Granada: SAEM Thales.
13. MAITA M HERNANDO. Dibujo Técnico. Guía Didáctica del Estudiante. 8vo Año de Básica. Segunda Edición, 2006. Loja-Ecuador.
14. MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL PERÚ. "Materiales educativos". Catálogo Pedagógico.
15. MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR. Actualización y Fortalecimiento Curricular 2010. Noviembre de 2009. Quito – Ecuador
16. LASSO Donoso María E. "El área de Matemática en el nuevo currículo 2010" Edit. Grupo Santillana 2011.
17. PEÑA GARCÍA SILVIA, LÓPEZ ESCUDERO OLGA LETICIA "La enseñanza de la Geometría" Colección: Materiales para apoyar la práctica educativa. Primera edición, 2008. Impreso y hecho en México.
18. SEGOVIA, I. y RICO, L. (2001) *Unidades didácticas. Organizadores*. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.
19. Páginas virtuales:  
[colegio\\_mcl@unl.edu.ec](mailto:colegio_mcl@unl.edu.ec)  
<http://pedagogas.wordpress.com/>  
<http://pedagogas.wordpress.com/2008/05/27/material-concreto/>  
<http://www.sectormatematica.cl/educmedia.htm>  
[http://www.matesymas.es/index.php?option=com\\_content&view=section&id=30&Itemid=188](http://www.matesymas.es/index.php?option=com_content&view=section&id=30&Itemid=188)  
[http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena7/2quincena7\\_contenidos\\_1b.htm](http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena7/2quincena7_contenidos_1b.htm)

## **11. ANEXOS.**

### **Anexo 1: PROPUESTA ALTERNATIVA**

#### **11.1 TÍTULO**

Guía didáctica de actividades para el desarrollo de destrezas con criterio de desempeño en el bloque geométrico del octavo año de Educación Básica con el uso de material didáctico y material concreto.

#### **11.2 PRESENTACIÓN**

La geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y, es parte de la matemática más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Ya que nos ayuda a interpretar el mundo geométrico que nos rodea. Por esta razón es importante que en el proceso enseñanza aprendizaje de este bloque de la matemática se utilice materiales didácticos y concretos del contexto para que los estudiantes a través de la actividad y la manipulación de los mismos aprendan significativamente de una forma entretenida y desarrollen las destrezas con criterio de desempeño, así como también su pensamiento lógico y crítico, para que sean capaces de resolver problemas de la vida real.

Aportando al desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño se ha elaborado la presente guía didáctica de actividades para el bloque geométrico de 8vo año del Área de Matemática para que el docente con la utilización y manipulación de material didáctico y material concreto trabaje con sus estudiantes en el desarrollo de dichas destrezas.

Para cada actividad se detalla de manera breve apreciaciones conceptuales acordes a la destreza con criterio de desempeño que se va a trabajar, el

objetivo que se persigue con cada actividad, los materiales concretos que se utilizaran, cómo construirlos y aplicarlos.

Esperando que esta guía sea útil para todos los docentes y estudiantes de 8vo año de educación General Básica; y que la idea pueda ser compartida con otros. Tenga en cuenta que el uso de estos materiales concretos no está limitado ya que pueden utilizarse en innumerables actividades, según los intereses de cada persona sólo basta un poco de motivación y sobre todo un poco de imaginación y creatividad.

### **11.3 OBJETIVO**

Desarrollar destrezas con criterio de desempeño en el bloque geométrico con actividades de manipulación y observación utilizando material didáctico y material concreto, sencillo y del medio.

### **11.4 OPERATIVIDAD**

En la presente guía didáctica se propone trabajar con actividades manipulativas para desarrollar las destrezas con criterio de desempeño con el uso de material didáctico y material concreto, para que los estudiantes, con la orientación de su profesor trabajen en ellas.

**11.4.1 ACTIVIDAD Nro.1:** En base a los conocimientos de figuras geométricas, utilice la regla y el compás para construir triángulos y cuadriláteros siguiendo pautas específicas.

#### **11.4.1.1 Apreciaciones Conceptuales:**

- **Figura geométrica.** Una figura geométrica (también se la puede denominar lugar geométrico) corresponde a un espacio cerrado por líneas o por superficies.

➤ **Clasificación de las figuras Geométricas:**

Las figuras geométricas de lados rectos se denominan polígonos y las figuras de lados curvos se denominan círculo y circunferencia y corresponden también a polígonos.

Según el número de lados que posean (el número de lados es igual al número de ángulos que tiene la figura) los polígonos se pueden clasificar de la siguiente manera:

Nombre	Número de lados
<b>Triángulo</b>	<b>3</b>
<b>Cuadrilátero</b>	<b>4</b>
<b>Pentágono</b>	<b>5</b>
<b>Hexágono</b>	<b>6</b>
<b>Heptágono</b>	<b>7</b>
<b>Octágono</b>	<b>8</b>
<b>Eneágono</b>	<b>9</b>
<b>Decágono</b>	<b>10</b>
<b>Undecágono</b>	<b>11</b>
<b>Dodecágono</b>	<b>12</b>

Los demás polígonos simplemente se nombran indicando el número de lados que lo forman; polígono de trece lados, de catorce lados, etc.

A continuación se detallan las figuras geométricas con las que se trabajará en esta actividad.

**Triángulo**

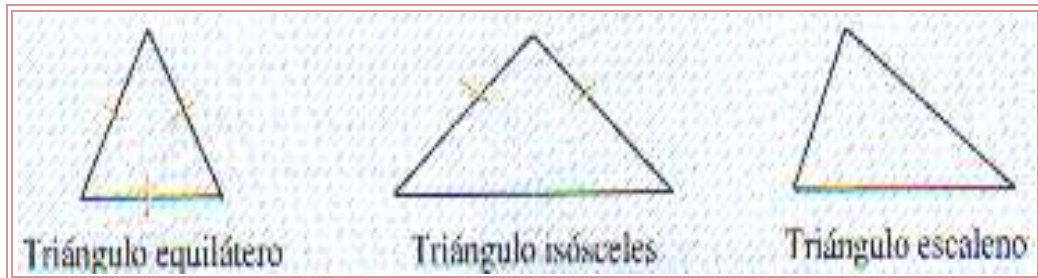
Polígono de tres lados y tres ángulos, llamado triángulo.

Los triángulos se clasifican según la medida de sus lados en:

**Triángulo equilátero:** el que tiene sus 3 lados iguales.

**Triángulo isósceles:** el que tiene 2 de sus lados de igual medida.

**Triángulo escaleno:** el que tiene sus 3 lados de distinta medida.

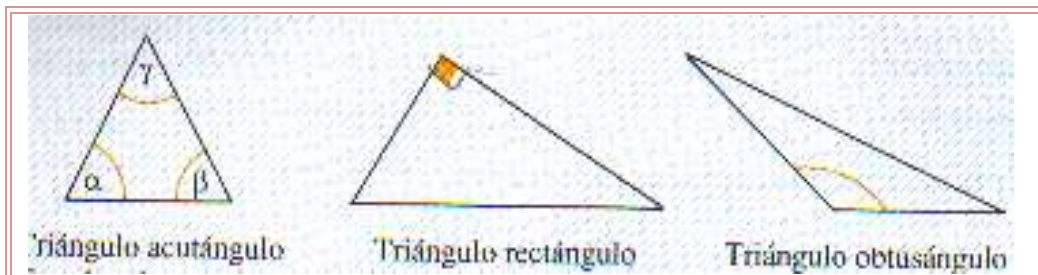


También se pueden clasificar según la medida de sus ángulos en:

**Triángulo acutángulo:** tiene sus 3 ángulos agudos (menores de  $90^\circ$ )

**Triángulo rectángulo:** tiene 1 ángulo recto ( $90^\circ$ )

**Triángulo obtusángulo:** tiene 1 ángulo obtuso (mayor de  $90^\circ$  y menos que  $180^\circ$ )



## **Cuadriláteros**

Es todo polígono limitado por cuatro segmentos rectos que forman cuatro ángulos.

Los cuadriláteros se clasifican en:

**Paralelogramos:** son aquellos que tienen 2 pares de lados paralelos (cuadrado, rectángulo, rombo y romboide)



**Cuadrado:** tiene cuatro lados iguales y cuatro ángulos iguales y rectos.

**Rectángulo:** tiene cuatro ángulos rectos.

**Rombos:** sus cuatro lados son iguales.

**Romboides:** sus cuatro lados no son iguales y no tienen ningún ángulo recto.

**No paralelogramos:** son aquellos que no tienen 2 pares de lados paralelos (trapezio y trapecoide)

**Trapezio isósceles:** 2 lados de igual medida, 2 ángulos basales iguales

**Trapezio rectángulo:** ángulos basales rectos ( $90^\circ$ )

**Trapezio escaleno:** lados y ángulos de distinta medida.

**11.4.1.2 Objetivo:** Construir figuras geométricas con el uso de la regla y el compás siguiendo pautas específicas.

#### **11.4.1.3 Materiales**

- Una lámina de pvc o cartón prensado
- Regla.
- Compás.
- Lápiz
- Borrador.
- Tijera.
- Papel adhesivo.

#### 11.4.1.4 Procedimiento

En la lámina de pvc o cartón prensado construya triángulos y cuadriláteros utilizando la regla, el compás y siguiendo las pautas específicas para cada trazo, luego recorte con la tijera cada una de las figuras geométricas construidas.

Compare y discuta en el salón de clases con sus compañeros sobre las características de cada una de las figuras geométricas, reconózcalas por su nombre y sepárelas en dos grupos triángulos y cuadriláteros.

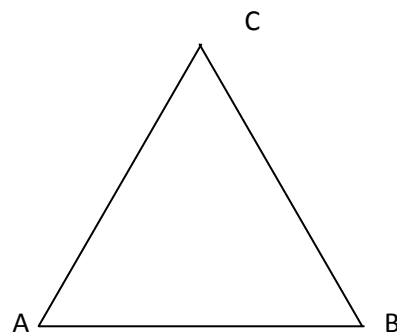
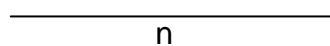
##### 11.4.1.4.1 PAUTAS (Modelos)

Para trazar las figuras geométricas de esta actividad se deben seguir las siguientes pautas:

#### 1. Dado el segmento $n$ construir un triángulo equilátero.

##### PROCEDIMIENTO:

1. Con una abertura del compás igual al segmento  $n$ , trace la base  $AB$  del triángulo  $ABC$ .
2. Coloque las letras  $A$  y  $B$  en los extremos de dicho segmento.
3. Con una abertura del compás igual a  $n$ , haciendo centro en  $A$  y en  $B$  respectivamente, trace dos arcos que se corten en un punto y coloque la letra  $C$ .

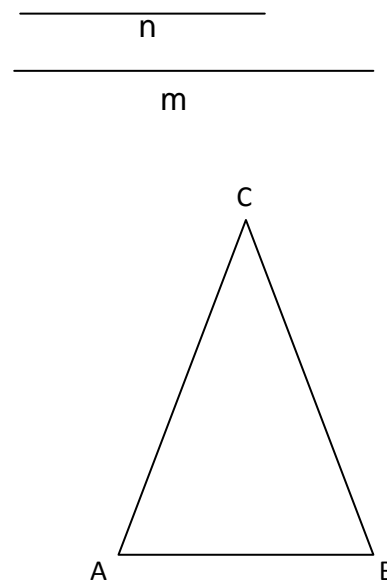


4. Una con la regla los puntos A con C y luego los puntos B con C, de esta forma se obtendrá el triángulo equilátero ABC (sus tres lados iguales)

**2. Dada la base n y los lados iguales m construir un triángulo isósceles.**

**PROCEDIMIENTO:**

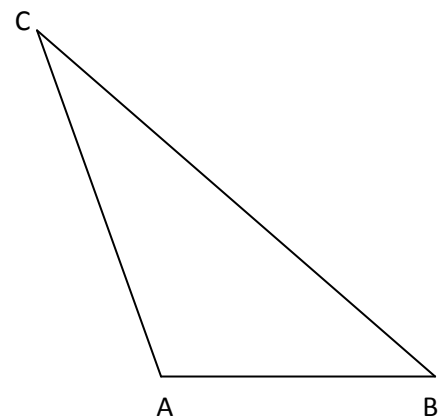
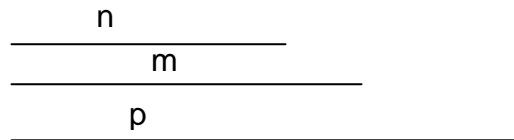
1. Con una abertura del compás igual a n trace la base AB del triángulo ABC.
2. Coloque las letras A y B en los extremos de dicho segmento.
3. Utilizando el compás y con una abertura igual a m, haciendo centro en A y en B respectivamente, trace dos arcos que se cortan en un punto y coloque la letra C.
4. Una con la regla los puntos A y B con C, para obtener el triángulo isósceles (dos lados iguales.)



**3. Construir un triángulo escaleno conocidos sus tres lados n, m y p.**

**PROCEDIMIENTO:**

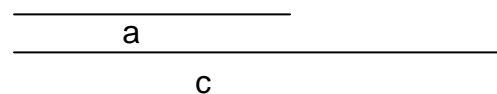
1. Con una abertura del compás igual al segmento n, trace la base AB del triángulo ABC.
2. Coloque las letras A y B en los extremos de dicho segmento.
3. Con una abertura del compás igual al segmento m, haciendo centro en A se traza un arco.
4. Haciendo centro en B con una abertura del compás igual al segmento p se traza otro arco que corta al arco anterior en un punto y coloque la letra C.
5. Una con la regla los puntos A y B con C, para obtener el triángulo escaleno (tres lados desiguales).



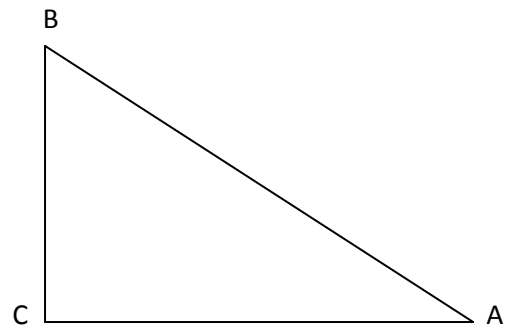
**4. Construir un triángulo rectángulo, dado un cateto(a) y su hipotenusa(c).**

**PROCEDIMIENTO:**

1. Trace un segmento de recta horizontal y marque sobre él un punto C a la izquierda.



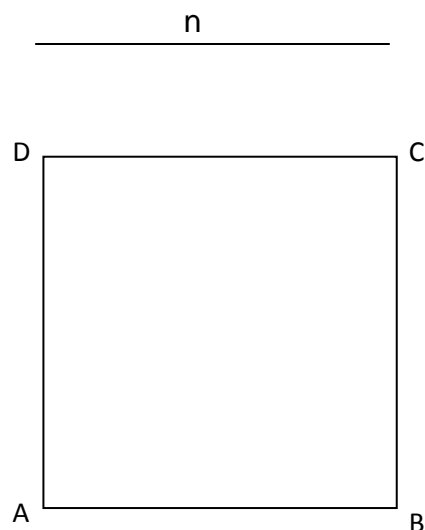
2. Levante una perpendicular en el punto C.
3. Con una abertura del compás igual al cateto a y haciendo centro en C corte la perpendicular y coloque la letra B.
4. Haciendo centro en B y con una abertura del compás igual a la hipotenusa c, corte el segmento de recta horizontal y coloque la letra A.
5. Una con la regla los puntos A con B y B con C para obtener el triángulo rectángulo (tiene un ángulo de  $90^{\circ}$ )



**5. Dado el lado n construir un cuadrado.**

**PROCEDIMIENTO:**

1. Con una abertura del compás igual al lado n, trace la base AB del cuadrado ABCD.
2. Coloque las letras A y B en los extremos de dicho lado n.
3. En el extremo B levante una perpendicular de igual



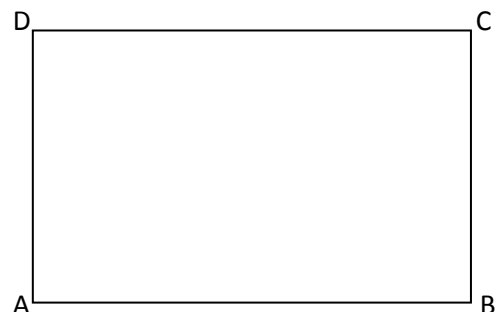
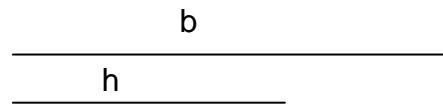
dimensión que  $n$  y coloque en el extremo la letra C.

4. Con una abertura del compás igual a  $n$  haga centro en A y luego en B, trace dos arcos que se corten en un punto y coloque la letra D.
5. Una con la regla el punto D con A y con C para obtener el cuadrado ABCD (cuatro lados iguales)

**6. Dada la base  $b$  y la altura  $h$  construir un rectángulo.**

**PROCEDIMIENTO:**

1. Con una abertura del compás igual a  $b$  trace la base AB del rectángulo ABCD.
2. Coloque las letras A y B en los extremos de dicha base.
3. Levante una perpendicular en el extremo A y B y con una abertura del compás igual a  $h$ , haciendo centro en A y B corte las perpendiculares trazadas y coloque las letras C y D en dichos puntos.
4. Una con la regla los puntos A, con C, B con D y C con D para

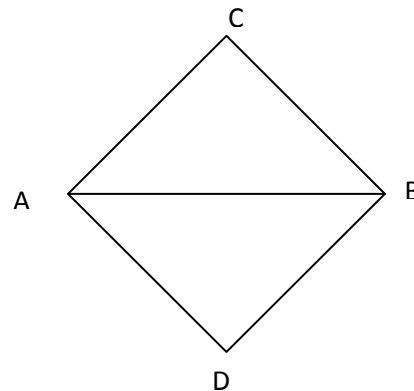
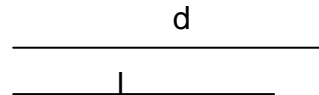


obtener el rectángulo ABCD  
(lados iguales de dos en dos)

**7. Dada la diagonal d y el lado l construir un rombo.**

**PROCEDIMIENTO:**

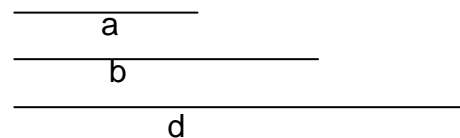
1. Con una abertura del compás igual a  $l$  trace la diagonal del rombo y coloque las letras A y B en los extremos.
2. Desde los puntos extremos A y B, utilizando el compás con una abertura igual a  $l$ , trace arcos que se corten en dos puntos y coloque las letras C y D.
3. Una con la regla los puntos C con A y B, luego D con A y B para obtener el rombo pedido.



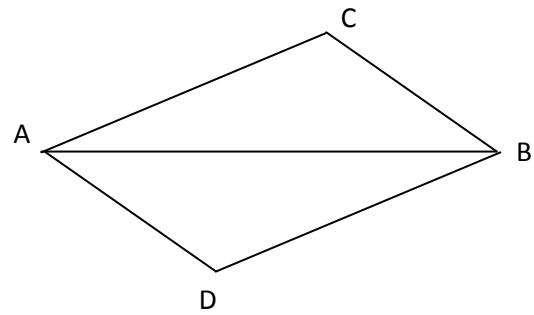
**8. Dados los lados a, b y la diagonal d construir un romboide.**

**a. Procedimiento:**

1. Con una abertura del compás a  $d$  se traza la diagonal del romboide.
2. Coloque las letras A y B en los extremos de dicha diagonal.



- Haciendo centro en A y en B con una abertura del compás igual a los lados a y b respectivamente, trace arcos que se corten en dos puntos y coloque las letras C y D.

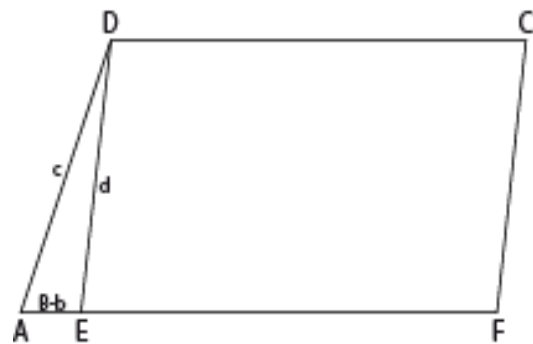
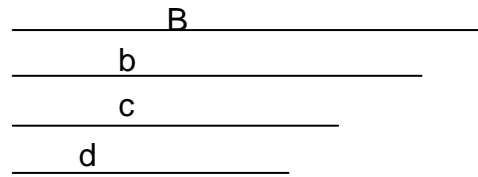


- Una con la regla los puntos C y D con los puntos A y B para obtener el romboide ABCD.

- Dadas las bases mayor B, menor b y los lados no paralelos c y d construir un trapecio.**

**PROCEDIMIENTO:**

- Construya un triángulo escaleno AED, cuyos lados sean  $AD=c$ ,  $DE=d$  y  $AE=B-b$ .
- Prolongue el lado AE y determine el segmento  $EF=b$ .
- Con una abertura del compás igual a d y haciendo centro en F trace un arco.
- Con centro en el punto D y una abertura del compás igual a b, trace otro arco que corte al arco anterior en un punto y coloque la letra C.



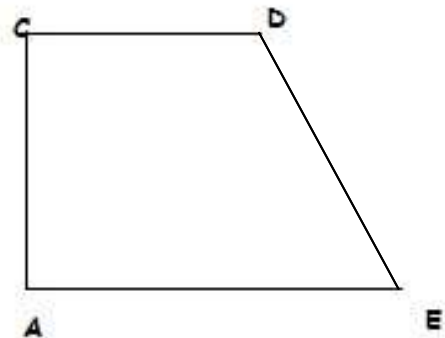
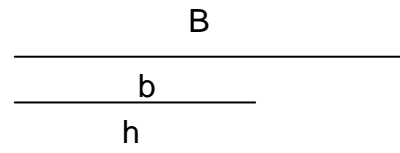


- Una con la regla los puntos A, con D, y C con F para obtener el trapecio ADCF.

**10. Dadas las bases B, b y la altura h construir un trapecio rectángulo.**

**PROCEDIMIENTO:**

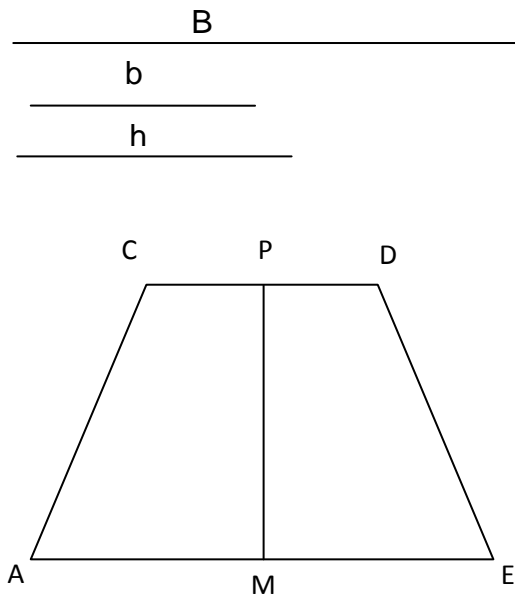
- Con una abertura del compás igual a B trace la base AE del trapecio rectángulo ACDE.
- Coloque las letras A y E en los extremos de dicha base.
- Desde el extremo A levante una perpendicular y sobre ella señale un arco con el compás haciendo centro en A con una abertura igual a h y coloque la letra C.
- Por el punto C trace una paralela a la base mayor AE, y sobre ella señale un arco con el compás haciendo centro en C con una abertura igual a b y coloque la letra D.
- Una con la regla los puntos D con E para determinar el trapecio ACDE.



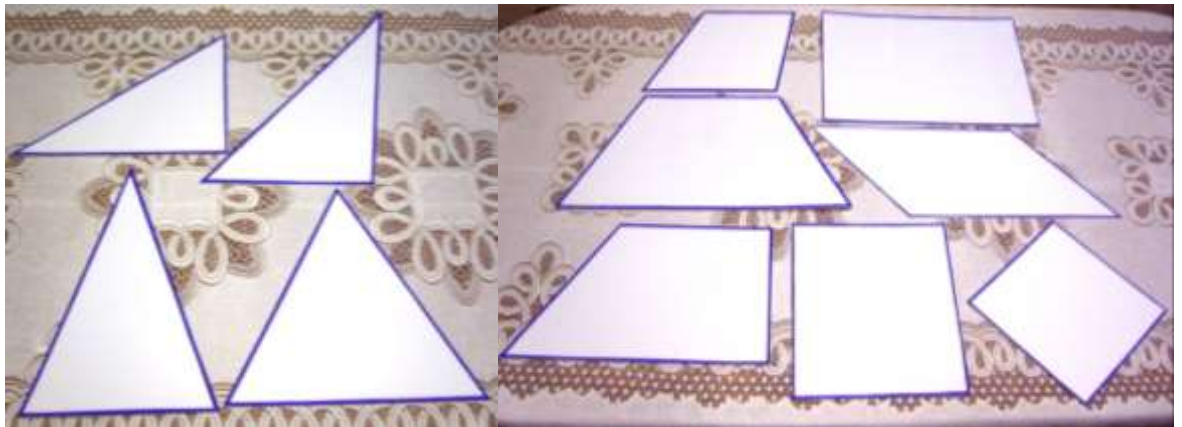
**11. Dadas las bases  $B$ ,  $b$  y la altura  $h$  construir un trapecio isósceles.**

**PROCEDIMIENTO:**

1. Con una abertura del compas igual a  $B$  trace la base mayor  $AE$  del trapecio  $ACDE$
2. Coloque las letras  $A$  y  $E$  en los extremos de dicha base mayor.
3. Determine el punto medio  $M$  de la base mayor  $AE$ .
4. Levante una perpendicular en el punto  $M$  y señale sobre ella el punto  $P$ , con una abertura del compás igual a  $h$  y haciendo centro en  $M$ .
5. Trace una paralela a la base mayor  $AE$  que pase por el punto  $P$ .
6. Con el compás haga centro en  $P$  y con una abertura igual a la mitad de  $b$ , corte la paralela anterior en los puntos  $C$  y  $D$ .
7. Una con la regla los puntos  $A$  con  $C$  y  $D$  con  $E$  para obtener el trapecio  $ACDE$ .



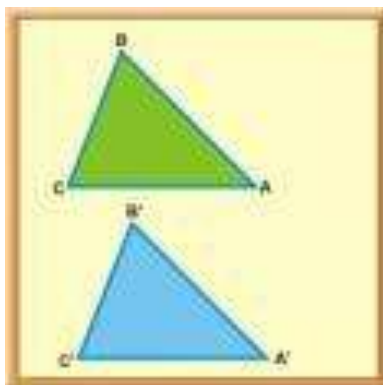
Las figuras culminadas le quedarán como se muestra en la siguiente fotografía:



**11.4.2 ACTIVIDAD Nro. 2:** Resolución de problemas sobre semejanza y congruencia de triángulos utilizando el geoplano.

#### 11.4.2.1 Apreciaciones Conceptuales

##### ➤ Triángulos Congruentes

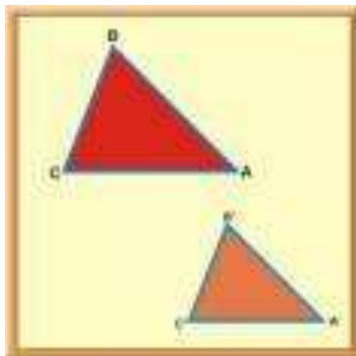


Dos o más triángulos son congruentes cuando superpuestos coinciden en sus tres lados y sus tres ángulos.

Se puede determinar la congruencia de dos triángulos si cumplen con cualquiera de los siguientes criterios:

- Dos triángulos son congruentes si son congruentes dos lados y el ángulo comprendido (LAL)
- Si son congruentes dos ángulos y el lado comprendido (ALA)
- Si los tres lados son congruentes, (LLL)
- Si son respectivamente congruentes un lado, un ángulo adyacente a él y el lado opuesto
- Si son congruentes dos lados y el ángulo opuesto al mayor de éstos.
- Los triángulos rectángulos son congruentes, si tienen congruentes la hipotenusa y un cateto o la hipotenusa y un ángulo agudo.

➤ **Triángulos Semejantes**



Dos triángulos son semejantes si sus tres ángulos son congruentes y sus lados homólogos son proporcionales entre sí. Es decir los triángulos semejantes tienen la misma forma pero diferente tamaño. Simbólicamente la semejanza se representa con “~”.

Por esta definición tenemos que:

- Dos triángulos congruentes son también semejantes.
- Dos triángulos semejantes a un tercero, son semejantes entre sí.

- Dos triángulos son semejantes, si tienen sus lados ordenadamente paralelos o perpendiculares.

➤ **Criterios de semejanza de triángulos.**

Un criterio de semejanza de dos triángulos es un conjunto de condiciones tales que, si se cumplen, podemos asegurar que los dos triángulos son semejantes.

No es necesario comprobar que sus ángulos son iguales y que sus lados son proporcionales para saber si dos triángulos son semejantes.

Es suficiente que se cumpla alguno de los siguientes criterios:

1. Tienen dos ángulos iguales.

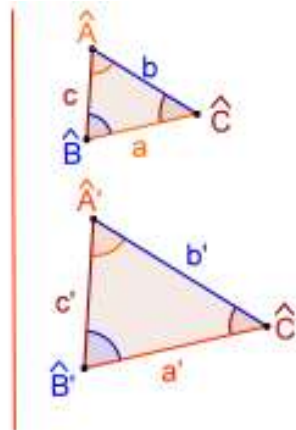
$$\hat{A} = \hat{A}' \text{ y } \hat{B} = \hat{B}'$$

- 2.- Sus lados son proporcionales.

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$

- 3.- Tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido igual.

$$\frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} \text{ y } \hat{A} = \hat{A}'$$



➤ **Geoplano.**

Es un material concreto inventado por el matemático italiano Caleb Gattego para enseñar geometría, su construcción es muy sencilla y se lo puede elaborar con los estudiantes en el aula, tiene forma cuadrada o triangular, su base es de madera u otro material resistente cubierta con clavos a una distancia de un centímetro. Las dimensiones del cuadrado o triángulo varían de acuerdo al grado. Se utiliza con un juego de ligas elásticas de diferentes colores.

**11.4.2.2 Objetivo:** Reconocer la congruencia y la semejanza de triángulos en la resolución de problemas.

### **11.4.2.3 Materiales**

- Geoplano.
- Ligas de colores.
- Cuaderno de apuntes.
- Lápiz y borrador.

### **11.4.2.4 Procedimiento:**

#### **11.4.2.4.1 Construcción del geoplano.**

Primero se construye el geoplano para ello se necesita un tablero cuadrado de 40cm y clavos de pulgada y media.

Trace en el tablero cuadrículas de 2x2cm y en cada vértice de la misma clave con un martillo un clavo. Se debe dejar media pulgada del clavo salida del tablero.

#### **11.4.2.4.2 Aplicación del geoplano**

En esta actividad se trabajara con la representación de los datos de los problemas sobre semejanza y congruencia de triángulos en el geoplano.

Para ello, lea detenidamente el enunciado del problema, saque los datos y represéntelos en el geoplano de tal manera que formen los triángulos que se describen en el problema.

A continuación observe e identifique si se trata de congruencia o semejanza de triángulos y resuelva el problema.

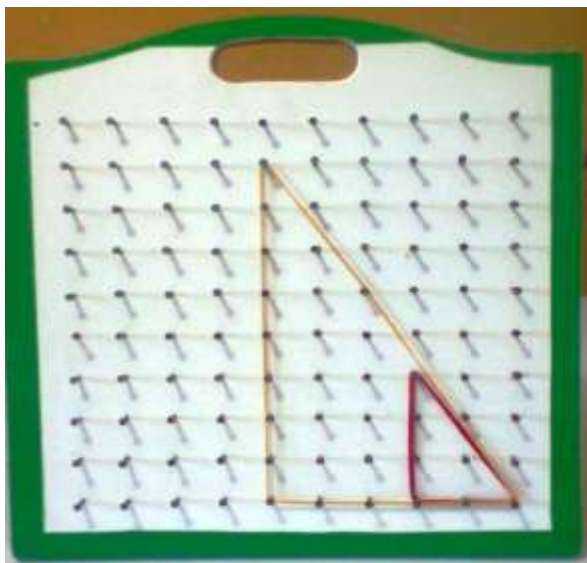
**Ejemplo:**

**Problema:** A la misma hora, un árbol proyecta una sombra de 10 metros, mientras que una vara de 6 metros de altura proyecta una sombra de 4 metros. Determine la altura del árbol.

**Representación:** Represente con ligas los datos del problema en el geoplano. La altura de la vara con un segmento de 6cm, desde el extremo de la altura mida 4cm y represente la sombra de forma perpendicular; represente la sombra del árbol con un segmento de 10cm encima de la liga que represento la sombra de la vara, de modo que los extremos de la sombras coincidan.

Represente la altura del árbol arbitrariamente con un segmento perpendicular a la sombra. Una con otra liga los extremos de la sombra con la altura de la vara y prolongue este segmento hasta que se intercepte con el segmento perpendicular que representa la altura del árbol.

Los datos representados en el geoplano le quedarán como se observa en la siguiente fotografía:



Observe en la fotografía que el geoplano se han formado dos triángulos rectángulos semejantes que tienen ángulos iguales por lo tanto se trata de un problema de semejanza de triángulos y se puede establecer las proporciones entre sus lados y encontrar el valor de la altura de la siguiente manera:

$$\frac{6}{x} = \frac{4}{10}$$

$$x = \frac{6 \times 10}{4}$$
$$x = \frac{60}{4}$$
$$x = 15$$

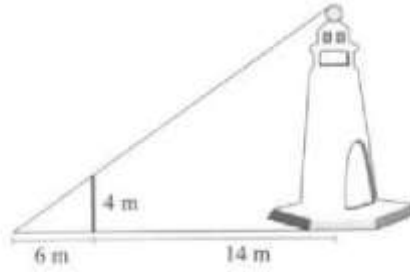
### PROBLEMAS PROPUESTOS:

A continuación se proponen algunos problemas para usted trabaje en el geoplano.

1. Cuántos triángulos congruentes y semejantes se obtienen al trazar las diagonales en las siguientes figuras geométricas:
  - a) Un cuadrado.
  - b) Un rectángulo.
  - c) Un romboide.
2. ¿Qué altura tiene un templo si su sombra mide 6 metros, la altura de un árbol es de 3 metros y la distancia desde la copa del árbol hasta donde termina su sombra es de 5 metros?
3. Un edificio de ladrillos proyecta una sombra de 17m de largo. Al mismo tiempo, un niño de 1,2m de alto proyecta una sombra de 2m de largo. ¿Qué altura tiene el edificio?

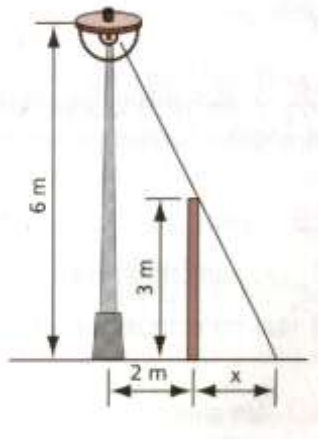


4. ¿Qué altura tiene el faro, de acuerdo al siguiente dibujo?

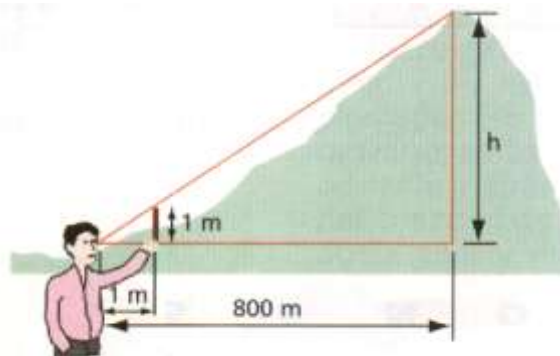


5. En las siguientes figuras halle los datos que faltan.

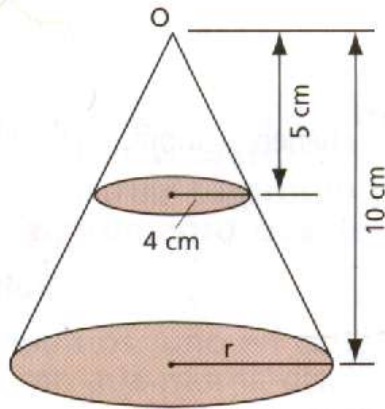
a)



b)



c)



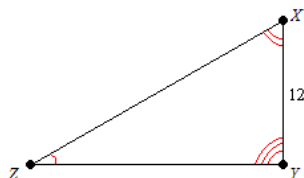
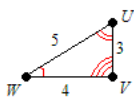
**11.4.3 ACTIVIDAD Nro.3:** Determinar el factor de escala entre las figuras semejantes del tangram.

### 11.4.3.1 Apreciaciones Conceptuales

#### ➤ Factor de escala

Suponga que tiene dos figuras similares, una más grande que la otra. El factor de escala es la relación de la longitud de un lado de una figura a la longitud del lado correspondiente de la otra figura.

**Ejemplo:**



Aquí,  $\frac{XY}{UV} = \frac{12}{3} = 4$  Así, el factor de escala es 4.

### ➤ **Triángulos semejantes**

Se definen como triángulos con la misma figura y diferente tamaño. En la ampliación de una figura se usa un factor de escala que multiplica a cada uno de los lados de la figura original. Si busca una reducción, entonces se divide por el factor de escala.

### ➤ **Tangram**

Es un juego chino muy antiguo llamado "Chi Chiao Pan" que significa "juego de los siete elementos" o "tabla de la sabiduría". Existen varias versiones sobre el origen de la palabra Tangram, una de las más aceptadas cuenta que la palabra la inventó un inglés uniendo el vocablo cantones "*tang*" que significa chino con el vocablo latino "*gram*" que significa escrito o gráfico. Otra versión narra que el origen del juego se remonta a los años 618 a 907 de nuestra era, época en la que reinó en China la dinastía Tang de donde se derivaría su nombre.

El Tangram no se usa sólo como un entretenimiento, se utiliza también en la pedagogía. En el área de enseñanza de las matemáticas el Tangram se usa para introducir conceptos de geometría plana, y para promover el desarrollo de destrezas en los jóvenes, pues permite ligar de manera lúdica la manipulación concreta de materiales con la formación de ideas abstractas.

**11.4.3.2 Objetivo:** Determinar el factor de escala entre dos triángulos semejantes.

#### **11.4.3.3 Materiales**

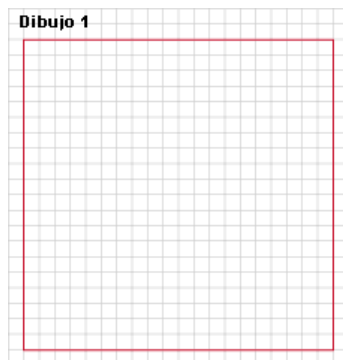
- Tangram
- Una regla milimetrada
- Un cuaderno de notas.
- Lápiz y borrador.

### 11.4.3.4 Procedimiento

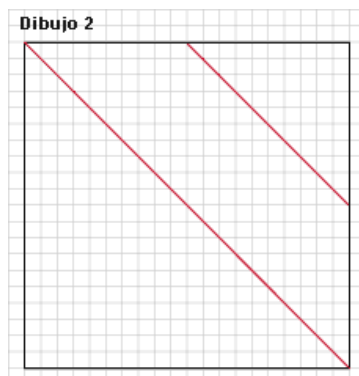
#### 11.4.3.4.1 Construcción del tangram

Esta actividad se empieza construyendo el tangram, se sugiere que los alumnos trabajen en una hoja cuadrículada. Si no se trabaja en este tipo de papel, entonces debe utilizar una regla, con la cual realizará las respectivas medidas. Y se lo construirá con los siguientes pasos:

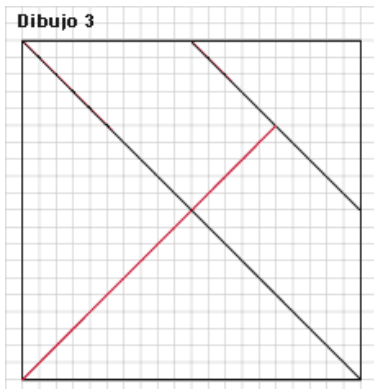
**Paso 1:** Dibuje un cuadrado de 20 cm por lado.



**Paso 2:** Trace una de las diagonales del cuadrado y la recta que une los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado; esta recta debe ser paralela a la diagonal.

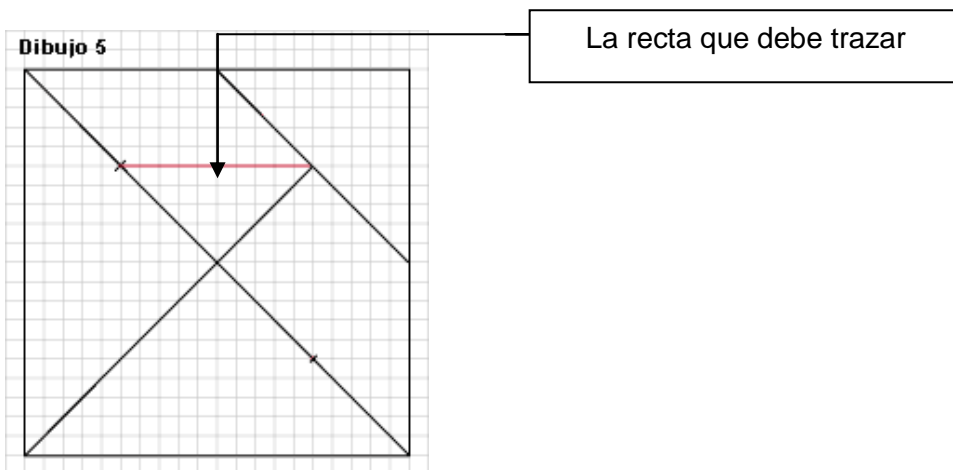


**Paso 3:** Dibuje la otra diagonal del cuadrado y llévela hasta la segunda línea.

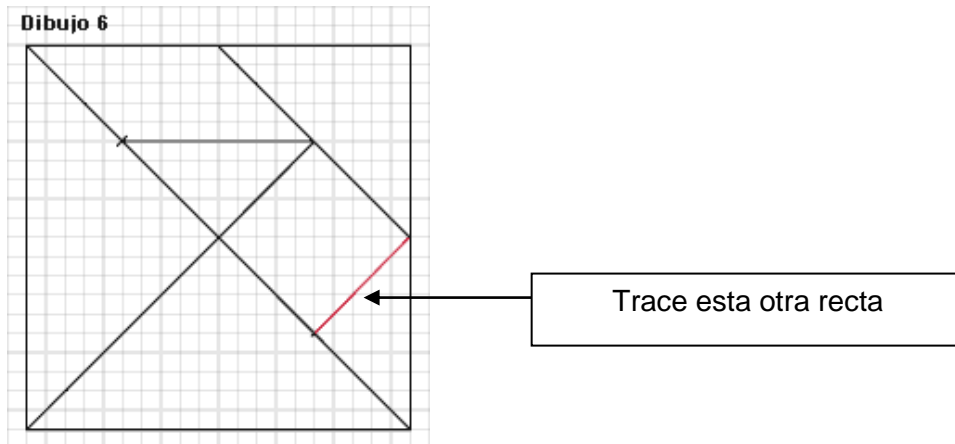


**Paso 4:** La primera diagonal que trazó debe dividirla en cuatro partes iguales.

**Paso 5:** Trace la recta que se muestra en el dibujo siguiente (dibujo 5)



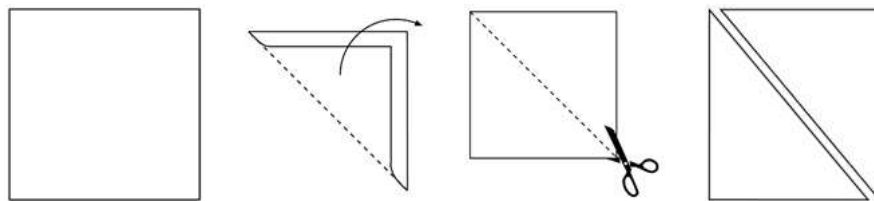
**Paso 6:** Por último trace esta otra recta (la de la figura 6)



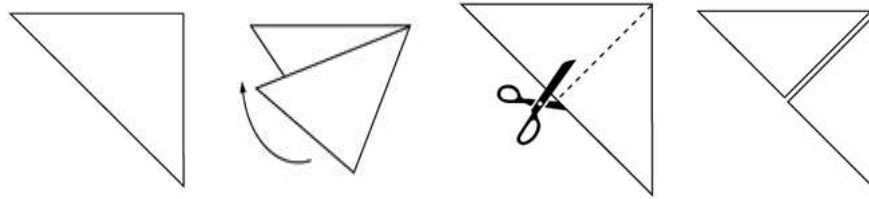
**Paso 7** Pegue la hoja del tangram sobre un material resistente como por ejemplo cartón y recorte las piezas para luego con papel adhesivo forrar la cara superior de cada pieza del tangram de diferente color y estará listo para trabajar.

Otra forma alternativa para la construcción del tangram chino es la siguiente:

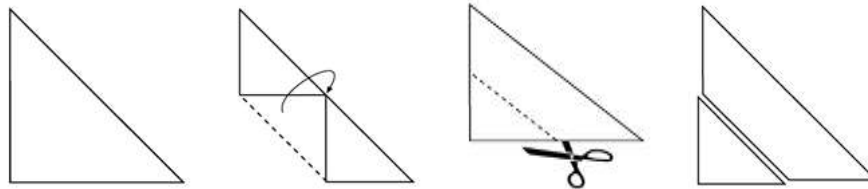
1. Haga un cuadrado de cartulina, lo dobla por una de sus diagonales y recorta por la línea del dobles para obtener dos triángulos.



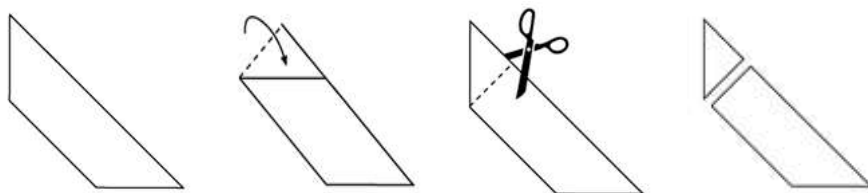
2. Tome uno de los dos triángulos obtenidos en el paso anterior y dóblelo por el vértice del ángulo recto, de tal manera que éste quede dividido en dos ángulos iguales, y que los lados de igual tamaño del triángulo queden uno sobrepuesto al otro. Recorte por el dobles y así obtendrá las primeras piezas del tangram: dos triángulos.



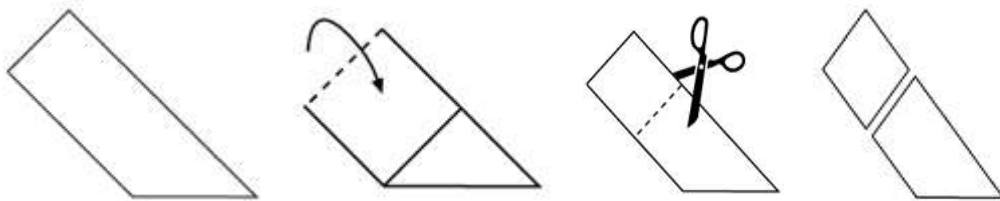
3. Con el otro triángulo que quedó del cuadrado de cartulina haga lo siguiente: doble el vértice del ángulo recto de tal manera que mire hacia el lado opuesto del triángulo, y que la línea que resulte del doblado sea paralela a ese lado. Recorte por el dobles para obtener un triángulo –tercera pieza del tangram– y un trapecio.



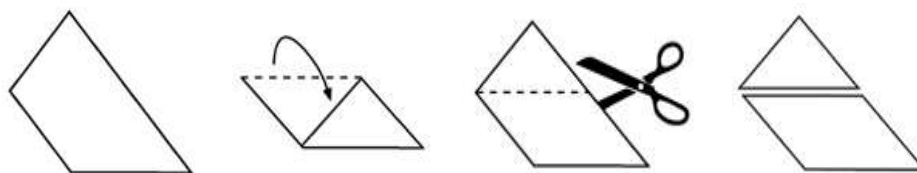
4. Tome el trapecio y dóblelo por uno de los vértices del lado menor, de tal manera que el dobles sea perpendicular tanto al lado menor como al lado mayor. Recorte por el dobles para obtener otro triángulo –cuarta pieza de nuestro tangram– y un trapecio rectangular.



5. Doble el trapecio rectangular por el lado que tiene los ángulos rectos, de tal manera que el dobles sea perpendicular tanto al lado menor como al lado mayor, y divida en dos partes iguales el lado menor. Recorte por el dobles y obtenga un cuadrado –quinta pieza del tangram– y de nuevo un trapecio rectangular.



6. Tome el nuevo trapecio rectangular y dóblelo de tal forma que el vértice del ángulo recto del lado mayor coincida con el vértice del ángulo obtuso del lado menor. Recorte por el dobles y obtenga un triángulo y un paralelogramo –sexta y séptima piezas del tangram.



7. El resultado son siete piezas que usted las puede usted pintar o decorar para que sean más llamativas. Observe la siguiente fotografía:





#### **10.4.3.4.2 Aplicación del tangram.**

Identifique en el tangram los triángulos semejantes anteponiendo las piezas, mida con la regla los lados de los triángulos y determine el factor de escala entre ellos.

#### **11.4.4 ACTIVIDAD NRO. 4:** Construcción de triángulos semejantes en el geoplano y determinación del factor de escala entre ellos.

##### **11.4.4.1 Apreciaciones conceptuales**

###### **➤ Factor de escala**

El factor de escala es la relación de la longitud de un lado de una figura a la longitud del lado correspondiente de la otra figura.

Factor multiplicativo aplicado a un objeto original para obtener una imagen ampliada. Se puede utilizar un factor de escala fraccionario para obtener una imagen más pequeña.

###### **➤ Geoplano**

Es un material concreto inventado por el matemático italiano Caleb Gattegno para enseñar geometría, su construcción es muy sencilla y se lo puede elaborar con los estudiantes en el aula, tiene forma cuadrada o triangular, su base es de madera u otro material resistente cubierta con clavos a una distancia de un centímetro. Las dimensiones del cuadrado o triángulo varían de acuerdo al grado. Se utiliza con un juego de ligas elásticas de diferentes colores.

**11.4.4.2 Objetivo:** Determinar el factor de escala entre dos triángulos semejantes.

**11.4.4.3 Materiales:**

- Un geoplano
- Ligas de colores
- Un cuaderno de apuntes.
- Lápiz y borrador.

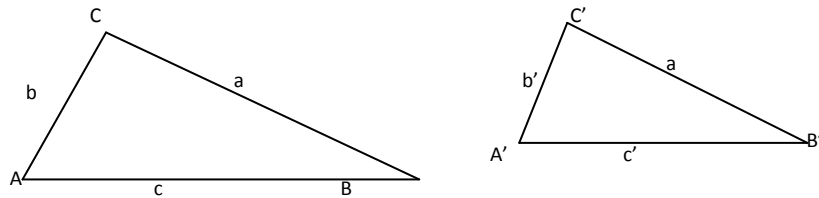
**11.4.4.4 Procedimiento**

En el geoplano de la actividad Nro. 2 con las ligas de colores construya los triángulos semejantes que se proponen y establezca el factor de escala entre ellos, de acuerdo al número de clavos para cada construcción determine si el factor de escala es de ampliación o de reducción. Con este material usted puede plantear más construcciones de triángulos semejantes.

**11.4.4.4.1 Construcciones Propuestas:**

1. Construya un triángulo cuyos lados midan 6, 10 y 10cm, así mismo construya otro triángulo de 9, 15,15cm. Determine si son semejantes y establezca el factor de Escala: \_\_\_\_\_
  
2. Construya dos triángulos rectángulos de tal manera que los catetos de uno de ellos midan un tercio de los catetos del otro triángulo cuyo cateto mayor mide 18cm y el cateto menor 12cm.  
Establezca el factor de escala: \_\_\_\_\_
  
3. Construya un triángulo cuyos lados midan 10cm, 4cm y 8cm así como también un triángulo semejante al primero cuyos lados midan el doble de los anteriores.  
Establezca el factor de escala: \_\_\_\_\_

4. Los triángulos ABC y A'B'C' son semejantes. Si  $a = 25\text{cm}$ ,  $b = 10\text{cm}$ ,  $c = 30\text{cm}$ ,  $a' = 20\text{cm}$ ,  $b' = 8\text{cm}$  y  $c' = 24$ . Determine el factor de escala entre estos dos triángulos.



Escala: \_\_\_\_\_

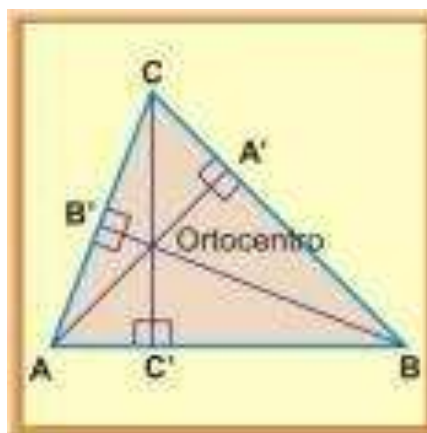
**11.4.5 ACTIVIDAD Nro.5:** Definición y representación de las líneas notables (medianas, mediatrices, alturas y bisectrices) en un triángulo.

#### 11.4.5.1 Apreciaciones Conceptuales

##### ➤ Triángulos: Líneas Notables

Son líneas notables del triángulo la altura, la mediana, la bisectriz y la mediatriz.

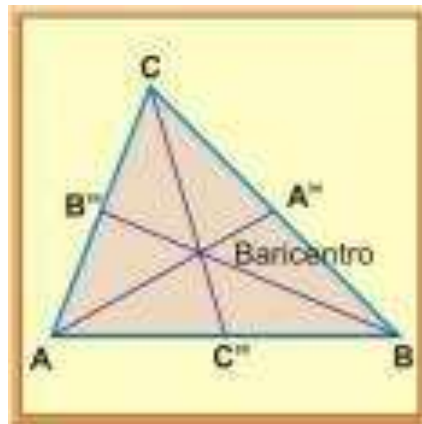
**Altura:** En un triángulo es la recta que pasa por un vértice y es perpendicular al lado opuesto.



Todo triángulo tiene tres alturas, el punto donde se intersecan las alturas se denomina **ORTOCENTRO**.

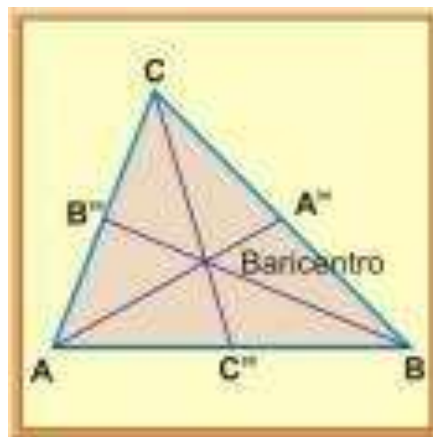
En el triángulo rectángulo, los dos catetos son las dos alturas.

**Mediana:** Es el segmento que une el vértice de un triángulo con el punto medio del lado opuesto.



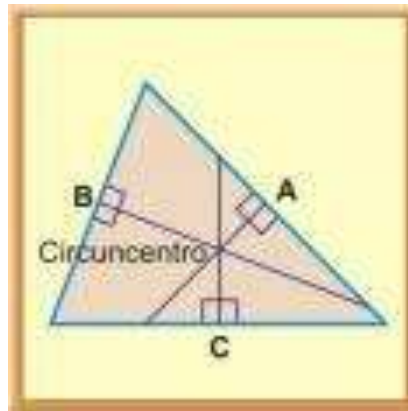
Todo triángulo tiene tres medianas, y el punto donde se cruzan se llama **BARICENTRO**.

**Bisectriz:** En un triángulo es la recta cuyo origen está en el vértice y divide al ángulo en dos ángulos congruentes.



Todo triángulo tiene tres bisectrices, y el punto donde se cortan se llama **INCENTRO**.

**Mediatriz:** Es la línea perpendicular trazada desde el punto medio de un lado del triángulo.



Todo triángulo tiene tres mediatrices y el punto de intersección se llama **CIRCUNCENTRO**.

**11.4.5.2 Objetivo:** Definir y representar las medianas, mediatrices, alturas y bisectrices de un triángulo en figuras concretas.

#### **11.4.5.3 Materiales**

- Regletas de madera.
- Serrucho.
- Goma.
- Clavos de una pulgada.
- Papel adhesivo de colores.
- Ligas de colores.

#### **11.4.5.4 Procedimiento:**

Para esta actividad se deben construir con las regletas los siguientes triángulos: equiláteros, isósceles, escalenos y rectángulos.

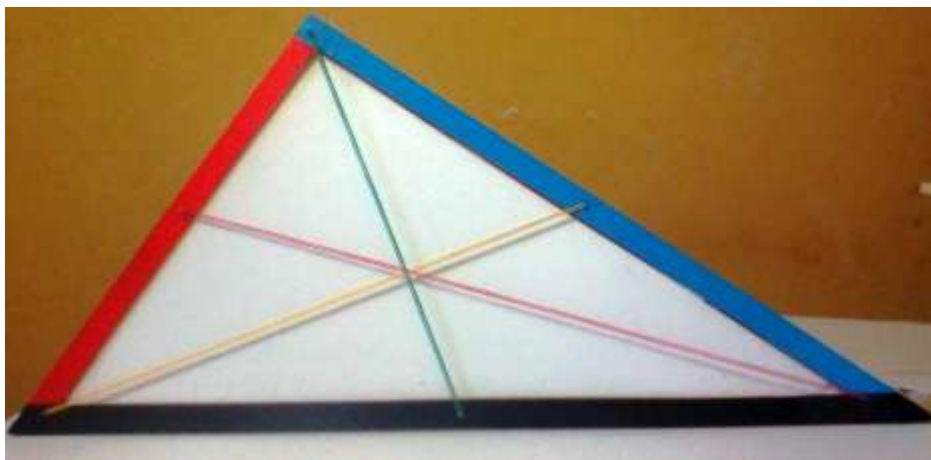
De acuerdo a las características de cada triángulo tome las regletas y corte los segmentos que representaran los lados, luego con la cola vaya pegando y armando los triángulos solicitados.

Una vez que tenga armados los triángulos siga los siguientes pasos para representar las líneas notables en este caso con el alambre en el triángulo equilátero, isósceles, escaleno y rectángulo que se han construido.

#### ❖ Representación de las Medianas.

1. Con una regla milimetrada determine el punto medio de los lados del triángulo.
2. En los puntos medios encontrados y clave un clavo en cada uno de ellos.
3. Clave otros clavos en los vértices del triángulo.
4. Para obtener la representación de las medianas en el triángulo, una con las ligas de color los puntos medios con su vértice opuesto

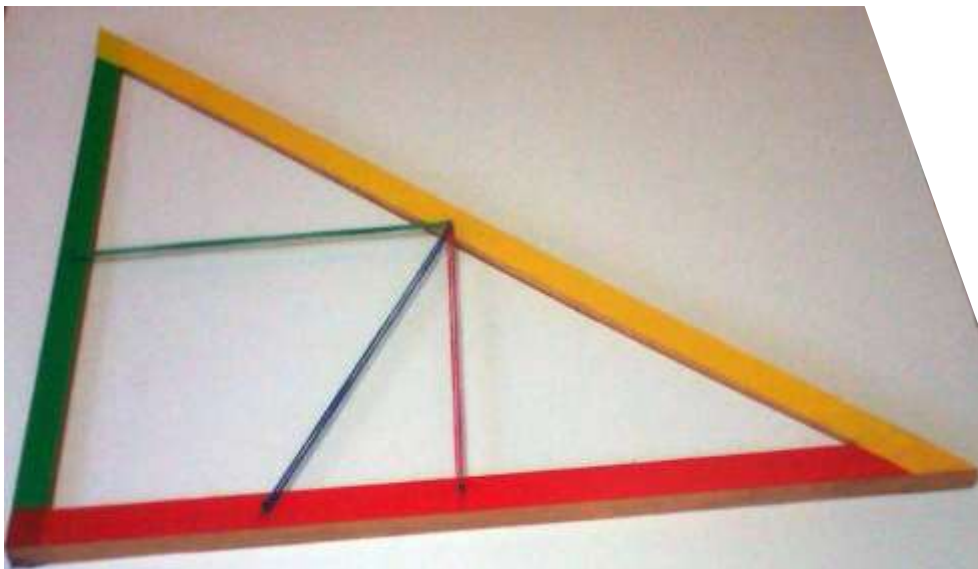
Las medianas representadas le quedarán como se muestra en la siguiente fotografía:



### ➤ Representación de las Mediatrices

1. Con una regla milimetrada encuentre el punto medio de los lados del triángulo.
2. En los puntos medios de los lados clave un clavo.
3. Con una escuadra levante una perpendicular imaginara desde los puntos medios a los lados opuestos y señale con un lápiz los puntos donde se interceptan con el lado opuesto.
4. Clave un clavo en cada uno de los puntos señalados anteriormente.
5. Para obtener la representación de las mediatrices en el triángulo, una con las ligas de color los puntos medios de cada lado con los puntos donde se interceptan las perpendiculares respectivamente.

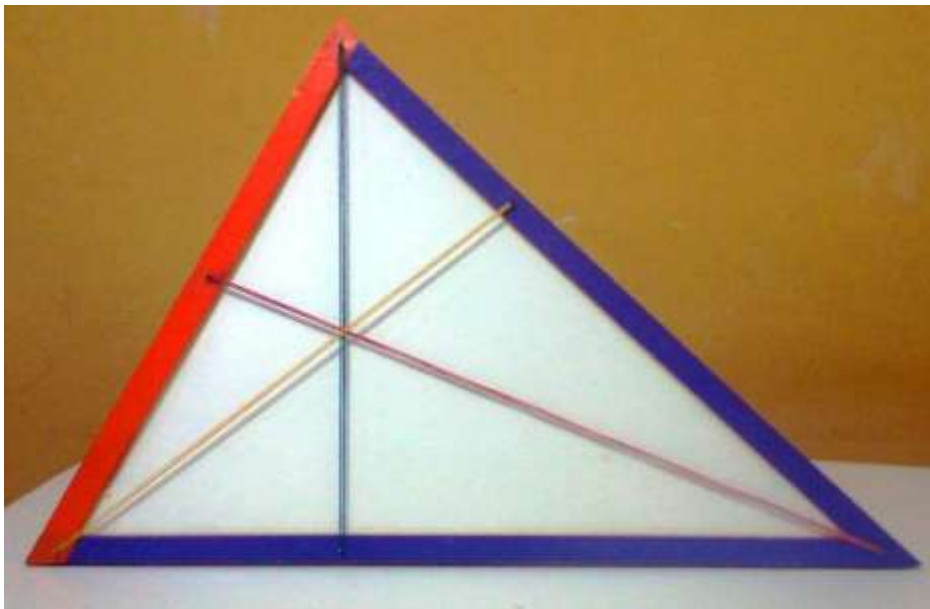
Las mediatrices representadas le quedarán como se muestra en la siguiente fotografía:



➤ **Representación de las alturas.**

1. Desde los vértices del triángulo levante una perpendicular con las escuadras.
2. Señale en el lado opuesto un punto donde se intercepta la perpendicular de cada vértice.
3. Clave un clavo en los puntos señalados anteriormente y en los vértices del triángulo.
4. Para obtener la representación de las alturas en el triángulo una con las ligas de color los vértices con cada uno de los puntos señalados donde se intercepta la perpendicular.

Las alturas representadas le quedarán como se muestra en la siguiente fotografía:





➤ **Representación de las Bisectrices.**

1. Clave un clavo en los vértices del triángulo.
2. Biseque cada ángulo interno del triángulo, para ello con una abertura cualquiera del compás haciendo centro en cada vértice del triángulo trace un arco que corte a los lados. Con la misma abertura del compás saque la mitad del arco anterior en cada vértice.
3. Una con la regla cada vértice con el punto que biseca al ángulo correspondiente y prolongue hasta cortar el lado opuesto en un punto y señálelo.
4. Clave un clavo en los puntos anteriormente señalados.
5. Para obtener la representación de las alturas una con las ligas de color los vértices con los puntos señalados.

Las bisectrices representadas le quedarán como se muestra en la siguiente fotografía:

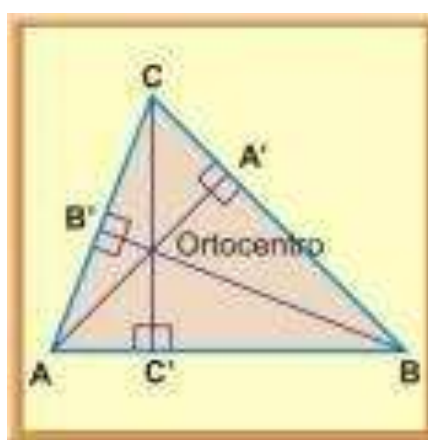


**11.4.6 ACTIVIDAD Nro. 6:** Fijación del baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro de un triángulo.

**11.4.6.1 Apreciaciones conceptuales**

➤ **Líneas y puntos notables de un triángulo.**

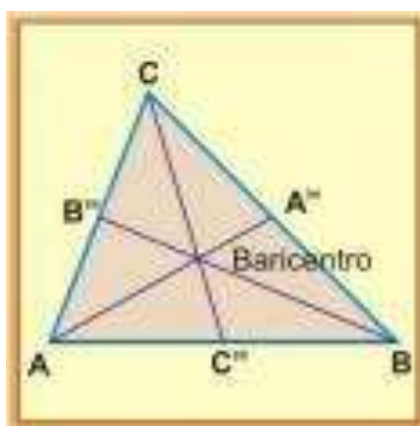
**Altura:** En un triángulo es la recta que pasa por un vértice y es perpendicular al lado opuesto.



Todo triángulo tiene tres alturas, el punto donde se intersecan las alturas se denomina **ORTOCENTRO**.

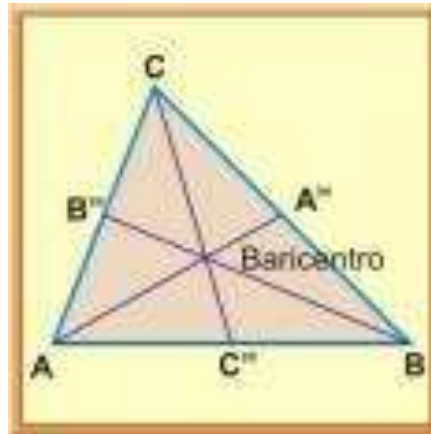
En el triángulo rectángulo, los dos catetos son las dos alturas.

**Mediana:** Es el segmento que une el vértice de un triángulo con el punto medio del lado opuesto.



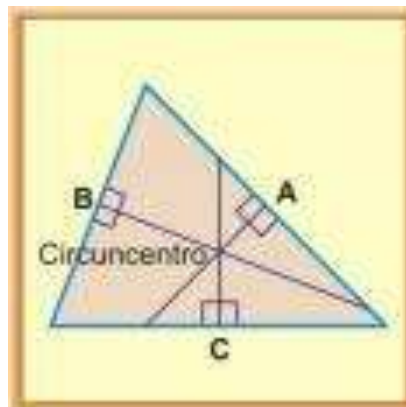
Todo triángulo tiene tres medianas, y el punto donde se cruzan se llama **BARICENTRO**.

**Bisectriz:** En un triángulo es la recta cuyo origen está en el vértice y divide al ángulo en dos ángulos congruentes.



Todo triángulo tiene tres bisectrices, y el punto donde se cortan se llama **INCENTRO**.

**Mediatriz:** Es la línea perpendicular trazada desde el punto medio de un lado del triángulo.



Todo triángulo tiene tres mediatrices y el punto de intersección se llama **CIRCUNCENTRO**.

**11.4.6.2 Objetivo:** Determinar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro de un triángulo.

### **11.4.6.3 Materiales**

- Los triángulos de la actividad Nro. 5
- Óvalos de cartón prensado.
- Marcadores.
- Tiras pequeñas de cartulina.
- Goma.

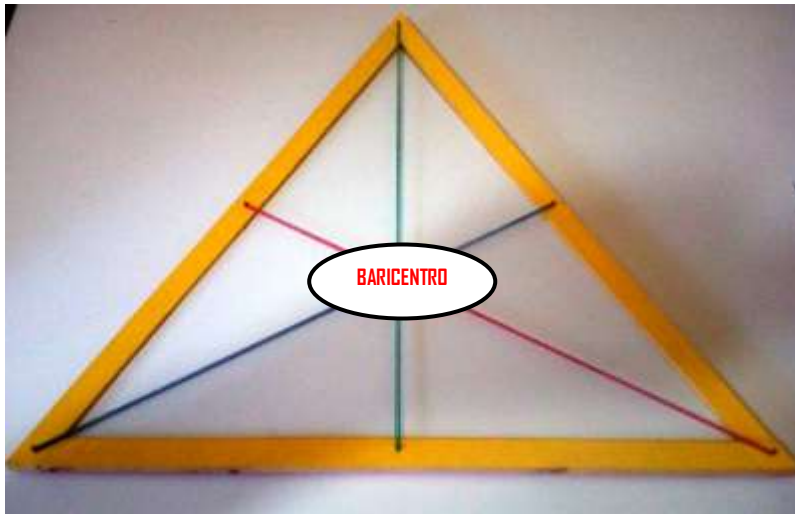
### **11.4.6.4 Procedimiento.**

Para esta actividad se utiliza los triángulos de la actividad anterior como ya se tiene representadas las líneas notables en los triángulos ahora lo que se va hacer es fijar el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro.

Para ello en los óvalos de cartón prensado rotule con marcadores de diferente color los nombres baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro. En la parte inferior de los círculos pegue con cola una tira pequeñita de cartulina en forma de L, la misma que servirá para que se enganche el rótulo en el punto donde se intersecan las líneas notables del triángulo.

Ahora en los triángulos de la actividad anterior de acuerdo a las apreciaciones conceptuales determine y coloque en cada uno de ellos el baricentro, ortocentro, incentro y circuncentro con los rótulos circulares.

Un triángulo rotulado le quedará como se muestra en la siguiente fotografía:



**11.4.7 ACTIVIDAD Nro.7:** Construcción de prismas en el geoespacio y deducción de las fórmulas para el cálculo de su volumen.

#### **11.4.7.1 Apreciaciones Conceptuales**

##### **➤ Prismas**

Prisma, poliedro limitado por dos polígonos iguales, llamados bases, situados en planos paralelos, y por varios paralelogramos, llamados caras laterales.

Se llama altura del prisma a la distancia entre los planos en que se sitúan sus bases.

Un prisma se llama triangular, cuadrangular, pentagonal... según que sus bases sean triángulos, cuadriláteros, pentágonos...

Un prisma recto es el que tiene sus caras laterales perpendiculares a las bases. En el prisma recto, las caras laterales son todas ellas rectángulos. Si sus bases son polígonos regulares, el prisma se llama regular.

### ➤ Volumen

Volumen, de una figura tridimensional, es el número que indica la porción de espacio que ocupa. Se expresa en unidades cúbicas.

El volumen de un prisma cualquiera es igual al área de la base por la altura:

$$V = \text{área de la base} \cdot \text{altura}$$



$$V = B \cdot h$$

### ➤ Geoespacio

Es un material concreto visual y manipulable, consta de una estructura cúbica que lleva un sistema de ganchos dispuestos en las aristas, donde podrán colocarse ligas de colores o con hilo formar sólidos y presentar diversas situaciones didácticas.

Pudiéramos hacer la consideración de que este material está formado por seis geoplanos (un geoplano en cada cara del *geoespacio*)

**11.4.7.2 Objetivo:** Construir prismas en el geoespacio y deducir las fórmulas para el cálculo del volumen.

### 11.4.7.3 Materiales

- Un geoespacio
- Ligas de color.

#### **11.4.7.4 Procedimiento.**

##### **11.4.7.4.1 Construcción del geoespacio**

Para construir el geoespacio se necesita 12 tiras de madera de 2,5cm por 2cm de espesor y de 40cm de longitud y clavos.

Se toman las tiras de madera y se procede a formar un cubo con la ayuda de un martillo y los clavos para ir uniéndolas.

Una vez que tenga el marco de madera en forma cúbica, con una regla milimetrada proceda a señalar en cada lado del marco cada dos centímetros un punto.

Luego en cada punto señalado clave con el martillo un clavo de una pulgada solo hasta la mitad y la otra mitad con una pinza dóblela en forma de gancho, los cuales servirán para sujetar las ligas o el hilo para hacer las construcciones de los prismas.

##### **11.4.7.4.2 Aplicación del geoespacio**

Una vez terminado de construir el geoespacio proceda a construir prismas utilizando hilo o ligas de colores. Para ello en la cara superior e inferior del geoespacio se construyen lo que serán las bases del prisma ya sea un cuadrado, un rectángulo, un triángulo u otro polígono.

Una vez construidas las bases desde cada vértice de las bases levante con el hilo líneas en las caras laterales del geoespacio que unan las bases de tal manera que se obtenga visiblemente un prisma.

Un prisma construido en el geoespacio nos quedará como se muestra en la siguiente fotografía:



Luego indíquelo al estudiante que el espacio que ocupa el prisma en el geoespacio se llama volumen y que se lo puede calcular sabiendo el área de su base y la altura. Por lo tanto la fórmula para calcular el volumen de un prisma es:  $V= B \cdot h$  (volumen igual al área de la base por la altura)

Se puede construir prismas de diferente base y determinar con los estudiantes la fórmula para el cálculo del volumen. Por ejemplo en la siguiente fotografía se puede observar que si se divide un prisma rectangular por la diagonal de su base se obtiene dos prismas de base triangular.





**11.4.8 ACTIVIDAD Nro.8:** Deducción de la fórmula para el cálculo del volumen de un cilindro.

#### 11.4.8.1 Apreciaciones Conceptuales

##### ➤ **Cilindro**

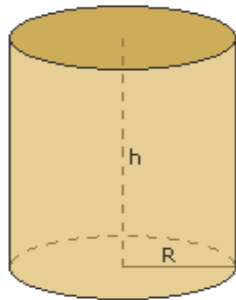
Es el cuerpo de revolución engendrado por un rectángulo al girar alrededor de uno de sus lados. El cilindro consta de dos bases circulares y una superficie lateral que, al desarrollarse, da lugar a un rectángulo. La distancia entre las bases es la altura del cilindro. Las rectas contenidas en la superficie lateral, perpendiculares a las bases, se llaman generatrices.

Un cilindro recto queda determinado mediante el radio de la base,  $r$ , y la altura  $h$

Su área total es:  $A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$

Su volumen es:  $V = A \text{ base} \cdot \text{altura} = \pi r^2 h$

**Cilindro recto**



$$V = \pi R^2 h$$

**11.4.8.2 Objetivo:** Deducir la fórmula para el cálculo del volumen de un cilindro.

**11.4.8.3 Materiales:**

- 2 hojas de cartón prensado formato A4.
- Tubos de papel higiénico.
- 2 hojas de papel acetato
- Marcadores.
- Regla.
- Goma

**11.4.8.4 Procedimiento:**

Para trabajar en la deducción de la fórmula para calcular el volumen de un cilindro, se deben construir cilindros de diferente tamaño.

Para construir un cilindro grande, tome una hoja de cartón prensado dóblela en forma circular y asegúrela con goma de tal manera que se forme un tubo, luego en la otra hoja de cartón prensado calque los bordes de los hoyos del

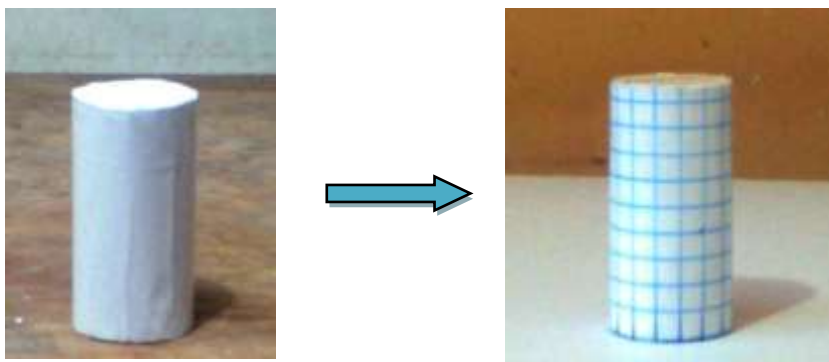
tubo anterior y recórtelos para que los pegue tapando estos hoyos y se obtenga finalmente el cilindro deseado.

Para obtener cilindros pequeños, tome un tubo de papel higiénico y calque los hoyos en un pedazo de cartón prensado, recorte los círculos y péguelos con goma sobre los hoyos, de tal manera que se obtenga un cilindro, así mismo construya un cilindro con la mitad del rollo de papel higiénico siguiendo los pasos anteriores.

Una vez que tenga los cilindros contruidos, fórrelos con adhesivo blanco y mida con una regla el diámetro de la base de cada uno de ellos, luego calculé el área de las bases aplicando la ecuación del área de una superficie circular,  $A = \pi r^2$  (área es igual a pi por radio al cuadrado).

En las hojas de papel acetato trace cuadrículas de 1cm de tal manera que cubra toda la superficie. Luego forre los cilindros con estas hojas excepto las bases y cuente el número de cuadrículas que cubren toda la altura del cilindro, ese número indica las veces que el área circular de la base se repite. De lo que se deduce que la fórmula para calcular el volumen de un cilindro es la misma que se utiliza para calcular el volumen de un prisma. *Es decir,  $V = \text{área de la base} \cdot \text{altura} = \pi r^2 h$ .*

Un cilindro trabajado le quedara como se muestra en la siguiente fotografía:



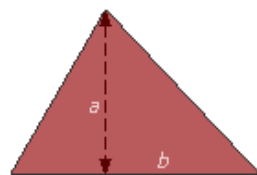
**11.4.9 ACTIVIDAD Nro. 9:** Aplicación de las fórmulas del volumen de prismas y cilindros en la resolución de problemas.

**11.4.9.1 Apreciaciones Conceptuales:**

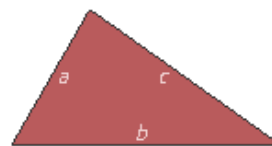
- **Área**, de una figura, es el número que indica la porción de plano que ocupa. Se expresa en unidades cuadráticas.

**Área de un triángulo**

Fórmulas del área de un triángulo en función de la base y la altura, y en función de sus lados.



**Triángulo**  
 $A = \frac{b \cdot a}{2}$



**Triángulo**  
 $p = \frac{(a + b + c)}{2}$   
 $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$



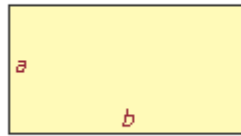
**Triángulo rectángulo**  
 $A = \frac{c \cdot c'}{2}$



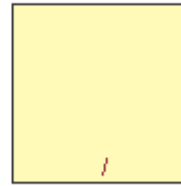
**Triángulo equilátero**  
 $A = l^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$

**Áreas de paralelogramos**

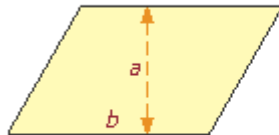
El área de un paralelogramo es el producto de la base por la altura. El rectángulo, el cuadrado y el rombo son paralelogramos; sus fórmulas para calcular el área son las siguientes:



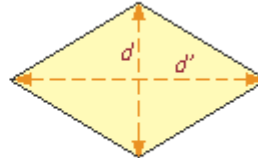
**Rectángulo**  
 $A = b \cdot a$



**Cuadrado**  
 $A = l^2$



**Paralelogramo**  
 $A = b \cdot a$



**Rombo**  
 $A = \frac{d \cdot d'}{2}$

➤ **Volumen:**

El volumen de un prisma cualquiera es igual al área de la base por la altura:  
 **$V = \text{área de la base} \cdot \text{altura}$** ; ya sea que tenga por bases triángulos, paralelogramos u otra figuras geométricas.

El volumen de un cilindro es igual al área de la base por la altura:  $V = A_{\text{base}} \cdot \text{altura} = \pi r^2 h$

**11.4.9.2 Objetivo:** Calcular el volumen de prismas y cilindros aplicando fórmulas.

**11.4.9.3 Procedimiento:**

Para la aplicación de las fórmulas en el cálculo del volumen de prismas y cilindros se proponen los siguientes problemas.

## **PROBLEMAS PROPUESTOS.**

1. Calcule el volumen de un prisma de base cuadrada que mide 8cm por lado y cuya altura es igual al doble del lado de su base.
2. Calcule el volumen de un prisma de base rectangular que mide 4cm por 5cm y cuya altura es igual a 12cm.
3. Calcule el volumen de un prisma triangular que resulta de dividir en dos partes iguales a un prisma rectangular cuya base es igual a 6cm por 3cm y la medida de su altura es el triplo del ancho de su base.
4. Calcule el volumen de un cilindro cuya altura es igual a 15cm y el radio de su base equivale a quinta parte de la medida de su altura.
5. Calcule el volumen de un prisma de base triangular equilátera cuyos lados miden 5cm y su altura es de 13cm.
6. Calcule el volumen de un cilindro cuya base tiene un radio de 12cm y la altura es igual al doble de la longitud del radio de la base.

### **11.4.9.4 Actividad de Refuerzo.**

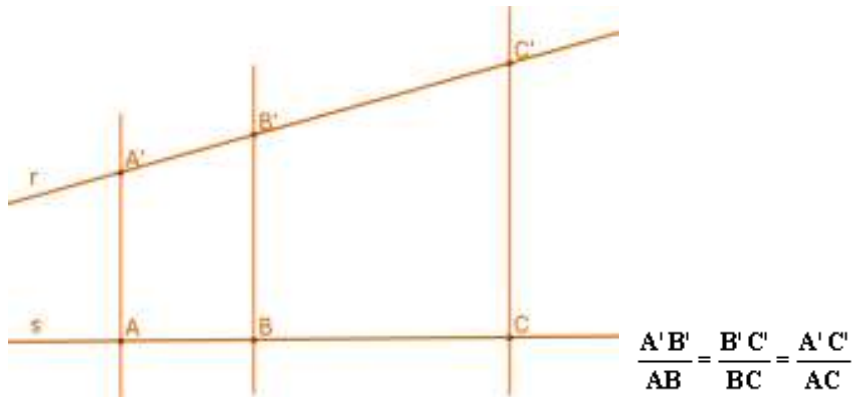
Observe y busque objetos que sean prismas en el entorno que lo rodea ya sea en su salón de clase o en su casa, anote el nombre de los objetos tome sus respectivas medidas y calcule el volumen de los mismos.

**11.4.10 ACTIVIDAD Nro. 10:** Resolución de figuras geométricas semejantes aplicando el teorema de Thales.

**11.4.10.1 Apreciaciones conceptuales**

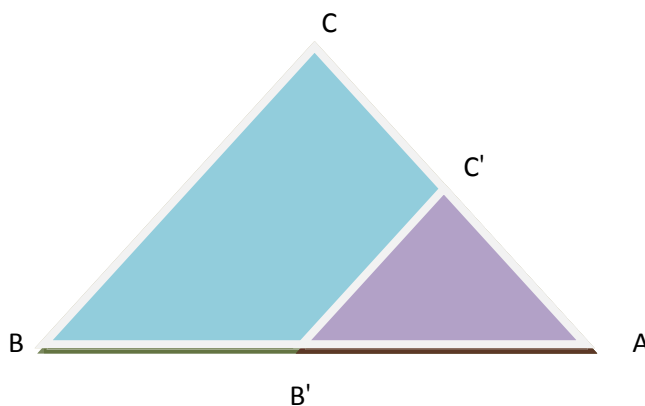
➤ **Teorema de Thales.**

Si varias rectas paralelas son cortadas por dos secantes  $r$  y  $s$ , los segmentos que determinan dichas paralelas en la recta  $r$  son proporcionales a los segmentos que determinan en  $s$ .



➤ **El teorema de Thales en un triángulo**

Si a un triángulo cualquiera "ABC", se le traza un segmento  $B'C'$  paralelo a uno de los lados del triángulo, se demuestra que los triángulos ABC y  $AB'C'$  son semejantes.



En el gráfico: se tiene un triángulo ABC y dentro de este el triángulo AB'C'. Las dimensiones de cada lado son las siguientes:

$$AB = 4,58 \quad AB' = 2,32$$

$$AC = 3,69 \quad AC' = 1,87$$

$$BC = 3,86 \quad B'C' = 1,96$$

Al relacionar los lados AC con AC'; AB con AB' y BC con B'C' se demuestra que los triángulos son semejantes.

$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$$

$$\frac{3,69}{1,87} = \frac{4,58}{2,32} = \frac{3,86}{1,96} = 1,97$$

Y la razón obtenida es la misma para los tres lados.

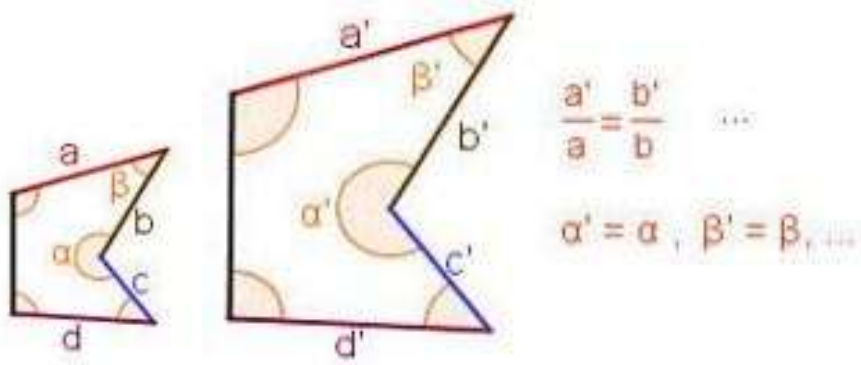
Los triángulos ABC y AB'C' comparten el ángulo A, están encajados. Los lados opuestos al ángulo A son paralelos. En estos casos se dice que **los dos triángulos están en posición de Thales.**

Cuando dos triángulos se pueden colocar en posición de Thales, **sus lados son proporcionales.**

➤ **Figuras semejantes.**

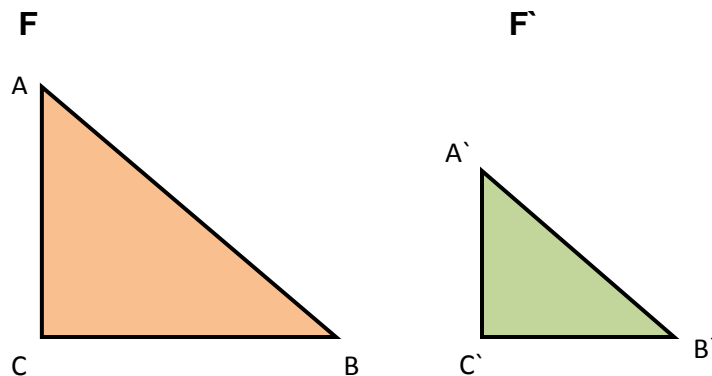
Dos figuras son semejantes si sus segmentos correspondientes, u homólogos, son proporcionales y sus ángulos iguales. Es decir; o son iguales, o tienen "la misma forma" y sólo se diferencian en su tamaño.





Cada longitud en una de las figuras se obtiene multiplicando la longitud correspondiente en la otra por un número fijo que se llama razón de semejanza.

Dos figuras semejantes cumplen las siguientes relaciones métricas: proporcionalidad de segmentos, igualdad de ángulos, relación entre las áreas y relación entre los volúmenes.



• **Proporcionalidad de segmentos.** Si  $A, B, C$  son puntos de  $F$  y  $A', B', C'$ , los correspondientes puntos de  $F'$ , entonces se cumple que:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = k$$

Es decir, entre dos figuras semejantes, los pares de segmentos correspondientes son proporcionales. La razón de proporcionalidad,  $k$ , se llama razón de semejanza. Por ejemplo, entre dos figuras semejantes cuya razón de semejanza es 2, cada segmento de la primera es de longitud doble que el correspondiente segmento de la segunda.

- **Igualdad de ángulos.** Si  $A, B, C$  son puntos de  $F$  y  $A', B', C'$ , los correspondientes puntos de  $F'$ , entonces se cumple que:

$$\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$$

Es decir, entre dos figuras semejantes, los ángulos correspondientes son iguales. Esta propiedad es la que confiere la misma forma a las figuras semejantes.

- **Relación entre las áreas.** Si las figuras  $F$  y  $F'$  son semejantes con razón de semejanza  $k$ , la razón entre sus áreas es  $k^2$ . Es decir, el cociente entre las áreas de dos figuras semejantes es igual al cuadrado de la razón de semejanza.

- **Relación entre los volúmenes.** Si las figuras  $F$  y  $F'$  son semejantes con razón de semejanza  $k$ , la razón entre sus volúmenes es  $k^3$ . Es decir, el cociente entre los volúmenes de dos figuras semejantes es igual al cubo de la razón de semejanza.

**11.4.10.2 Objetivo:** Aplicar el teorema de Tales en la resolución de figuras geométricas similares.

#### 11.4.10.3 Materiales

- Hojas de fomix de diferente color formato A4
- Tijera
- Regla.
- Marcadores.

#### 11.4.10.4 Procedimiento:

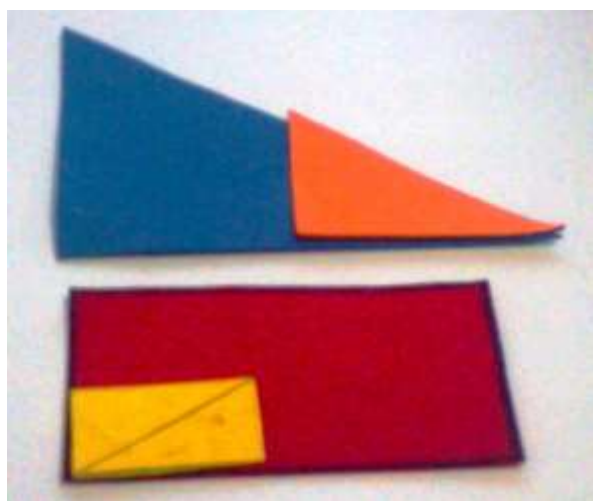
Para esta actividad se proponen problemas con figuras geométricas para resolverlas, para ello en las hojas de fomix dibuje las figuras geométricas con los datos que se proponen en cada problema utilizando la regla y el compás.

Luego recorte y delinee con un marcador los bordes de las figuras para que sean más llamativas, a continuación proceda a colocarlas en la posición de Thales, para que determine si son semejantes y establezca las proporciones entre sus lados.

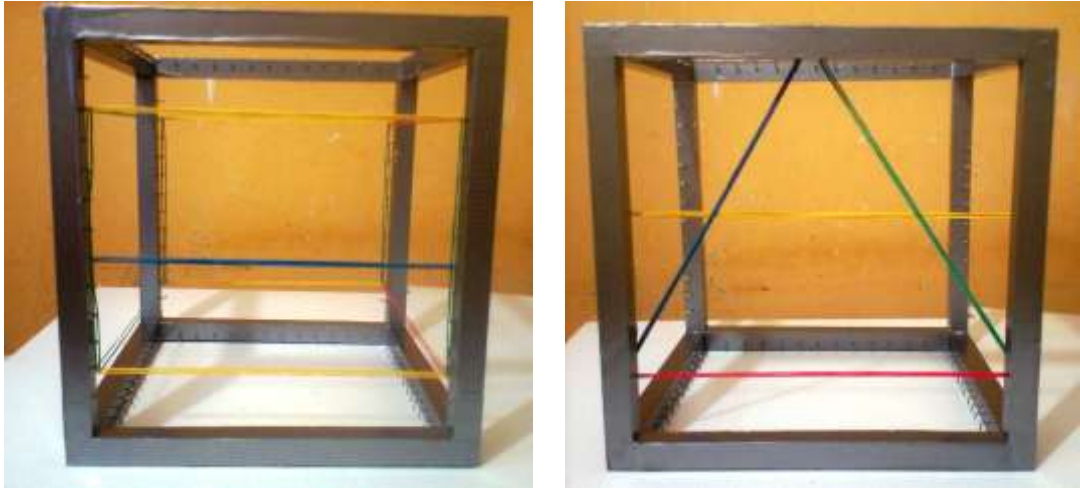
Cabe señalar que para cada problema debe delinear las figuras de diferente color y en el caso de que las medidas proporcionadas sean muy grandes utilice una escala de reducción para dibujarlas.

En los problemas 3 y 4, primero trace y recorte la figura cuyos datos se conocen, luego trace el lado proporcional de la otra figura semejante que nos dan y coloque la figura pequeña sobre la grande haciendo coincidir los dos lados proporcionales desde un extremo. Seguidamente trace las diagonales de la figura pequeña y proyéctelas en la figura más grande para que encuentre el valor de los lados proporcionales que le faltan.

En la siguiente fotografía se puede observar algunas figuras en la posición de Tales.



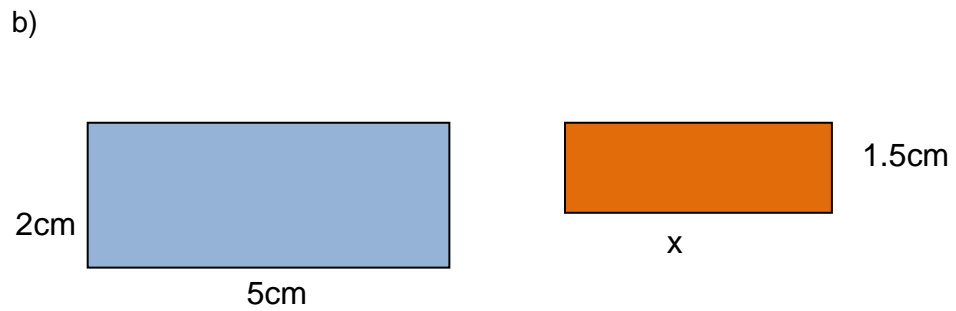
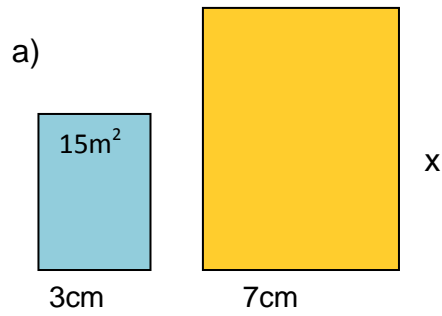
También se puede utilizar el geoespacio para representar las figuras en la posición de Tales. Observe las siguientes fotografías:



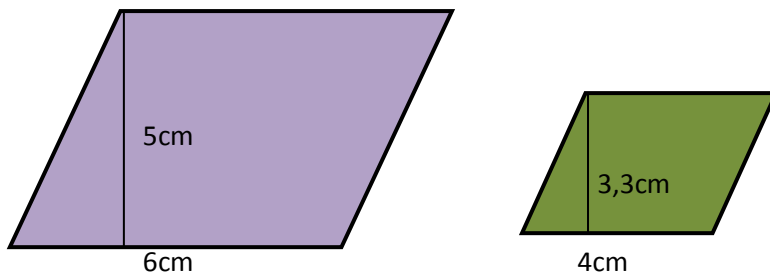
#### 11.4.10.5 PROBLEMAS PROPUESTOS.

1. Los lados de un triángulo miden 24m, 18m y 36 m, respectivamente. Si los lados de otro triángulo miden 12m, 16m y 24 m, respectivamente. Determine si son semejantes y justifique su respuesta.
2. Dados los triángulos de lados 3,4,5 cm y 6,8,10 cm, respectivamente. Determine si son semejantes y justifique su respuesta.
3. Un rectángulo tiene dimensiones de 8 cm x 20 cm. El lado menor de otro rectángulo semejante a él, mide 6 cm.  
Encuentre:
  - a) El lado mayor del segundo.
  - b) Las áreas de ambos rectángulos.

4. Encontrar los valores que faltan en las siguientes figuras semejantes.



5. Las siguientes figuras son semejantes. Halle la razón (la figura izquierda a la figura derecha) de sus perímetros y de sus áreas.



## ÍNDICE

Portada.....	i
Certificación.....	ii
Autoría.....	iii
Agradecimiento.....	iv
Dedicatoria.....	v
Título.....	vi
Resumen.....	vii
Summary.....	ix
Introducción.....	1
Revisión de Literatura.....	3
- Materiales Didácticos.....	3
- Destrezas con criterio de desempeño.....	17
- Importancia de enseñar y aprender geometría.....	20
Materiales y Métodos.....	28
Exposición de Resultados.....	32
Discusión.....	45
Conclusiones.....	47
Recomendaciones.....	48
Bibliografía.....	49
Anexos.....	51

